

双模压缩相干态光场与二能级原子玻色-爱因斯坦凝聚体相互作用系统中原子激光的压缩效应

王磊 孙长勇

(聊城大学物理科学与信息工程学院, 山东 聊城 252059)

摘要 应用全量子理论,通过求解系统的海森堡方程,研究了双模压缩相干态光场与二能级原子玻色-爱因斯坦凝聚体(BEC)相互作用系统中原子激光的压缩效应,讨论了原子-光场耦合系数,原子间相互作用强度对压缩频率、压缩深度的影响。结果表明,原子激光两个正交分量周期性地被压缩,压缩持续时间依赖于原子-光场耦合系数和原子间相互作用强度;最大压缩深度依赖于原子间相互作用强度和光场初始压缩因子。

关键词 量子光学; 玻色-爱因斯坦凝聚; 双模压缩相干态光场; 原子激光

中图分类号 O431 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/LOP48.022701

Squeezing Properties of Atomic Laser in Two-Mode Squeezed Field Interaction with Bose-Einstein Condensate of Two-Level Atoms

Wang Lei Sun Changyong

(School of Physics Science and Information Technology, Liaocheng University, Liaocheng, Shandong 252059, China)

Abstract The squeezing properties of atomic laser are studied in two-mode squeezed field interaction with Bose-Einstein condensate (BEC) of two-level atoms within rotating-wave approximation by solving the Heisenberg equation and based on the entire quantum theory. The influence of the interaction among atoms in BEC and the coupling constant between light field and atoms on the depth and duration of squeezing is investigated. The results show that two quadrature components of atomic laser can be squeezed periodically. The duration of squeezing atomic laser depends closely on both the interaction among atoms in BEC and the coupling constant between light field and atoms. The depth of squeezing atomic laser is determined by both the interaction among atoms and the initial squeezing factor of light.

Key words quantum optics; Bose-Einstein condensate; two-mode squeezed field; atomic laser

OCIS codes 270.0270; 020.0020

1 引言

美国物理学家于 1995 年在实验室观察到碱金属原子的玻色-爱因斯坦凝聚(BEC)现象^[1,2],人们对 BEC 的产生以及原子 BEC 与光场的相互作用进行了大量的实验和理论研究,取得了一系列的研究成果^[3~13]。最引人注目的成就是原子激光的问世,也就是类似激光的相干原子束输出^[3]。1997 年,麻省理工学院(MIT)研究小组第一次利用射频脉冲将初态处于捕获态的原子跃迁到非捕获态,实现脉冲原子激光。You 等^[5]提出了一种普遍的原子与光子相互作用的量子场论,不仅可用于超冷原子的量子统计性质,而且可用于描写 BEC 的形成及其量子光学性质。H. Jing 等^[6]进一步研究了压缩原子激光的量子动力学理论,提出利用压缩相干光与原子 BEC 的相互作用来产生压缩原子激光。

收稿日期: 2010-09-01; **收到修改稿日期**: 2010-11-09

基金项目: 山东省自然科学基金(Y2008A23)资助课题。

作者简介: 王磊(1986-),男,硕士研究生,主要从事量子光学和玻色-爱因斯坦凝聚等方面的研究。

E-mail: physics666@163.com

导师简介: 孙长勇(1957-),男,教授,主要从事量子光学和玻色-爱因斯坦凝聚等方面的研究。

E-mail: sunchangyong@lcu.edu.cn

本文建立在双模压缩相干态光场与二能级原子 BEC 相互作用的系统理论模型基础上,在旋波近似和波戈留波夫近似下,求解了双模压缩相干态光场与二能级原子 BEC 相互作用系统的动力学方程,研究了原子激光的压缩性质。

2 系统的哈密顿和态矢

考虑双模压缩相干态光场与二能级原子 BEC 相互作用系统,在旋波近似下,系统的哈密顿为

$$H = \omega_0 b_2^\dagger b_2 + \omega a_1^\dagger a_1 + \omega a_2^\dagger a_2 + g(a_1 b_1 b_2^\dagger + a_1^\dagger b_1^\dagger b_2 + a_2 b_1 b_2^\dagger + a_2^\dagger b_1^\dagger b_2) + \Omega(b_1^\dagger b_1^\dagger b_1 b_1 + b_1^\dagger b_2^\dagger b_1 b_2 + b_2^\dagger b_1^\dagger b_2 b_1 + b_2^\dagger b_2^\dagger b_2 b_2), \quad (1)$$

式中 b_i^\dagger 和 b_i ($i = 1, 2$) 分别为 BEC 原子第 i 个原子态的产生算符与湮灭算符, a_i^\dagger 和 a_i ($i = 1, 2$) 分别为第 i 模光场的产生算符和湮灭算符, ω 为光场的圆频率, ω_0 为原子基态和激发态之间的本征跃迁频率, g 为原子和光场之间的耦合系数, Ω 为原子间相互作用的强度系数。

设初始时刻所有原子均处于基态并发生 BEC, 激发态为真空态, 系统的态矢为

$$|\psi(0)\rangle = |\beta\rangle_1 \otimes |0\rangle_2 \otimes |\alpha_1, \alpha_2, \xi\rangle, \quad (2)$$

式中 $|\beta\rangle_1$ 表示在基态发生 BEC 的原子处于相干态, 有 $b_1 |\beta\rangle_1 = \sqrt{N_0} \exp(-i\theta) |\beta\rangle_1$, N_0 为处于 $|\beta\rangle_1$ 的平均原子数, $|0\rangle_2$ 表示初始时刻原子的激发态为真空态, $|\alpha_1, \alpha_2, \xi\rangle$ 为双模光场压缩相干态, 可表示为

$$|\alpha_1, \alpha_2, \xi\rangle = D(\alpha_2) D(\alpha_1) \exp(\xi^* a_1 a_2 - \xi a_1^\dagger a_2^\dagger) |0\rangle, \quad (3)$$

式中 $\xi = r \exp(-i\varphi)$, r 为光场压缩因子, φ 为压缩角, $D(\alpha_1) = \exp(\alpha_1 a_1 - \alpha_1^* a_1^\dagger)$, $D(\alpha_2) = \exp(\alpha_2 a_2 - \alpha_2^* a_2^\dagger)$ 为平移算符。

为了使体系的运动方程便于求解, 采用波戈留波夫近似, 即 b_1^\dagger 和 b_1 分别用 $\sqrt{N_0} \exp(i\theta)$ 和 $\sqrt{N_0} \exp(-i\theta)$ 代替, 略去 $b_2^\dagger b_2^\dagger b_2 b_2$ 项, 并用 b 代替 b_2 , 则 H 可简化为

$$H = (\omega_0 + 2N_0\Omega) b^\dagger b + \omega a_1^\dagger a_1 + \omega a_2^\dagger a_2 + g \sqrt{N_0} [(a_1 b^\dagger + a_2 b^\dagger) \exp(-i\theta) + (a_1^\dagger b + a_2^\dagger b) \exp(i\theta)] + \Omega N_0^2. \quad (4)$$

考虑原子间相互作用下, 求解系统的 Heisenberg 运动方程, 为简便起见, 只考虑双共振情形, 即设 $\omega_0 = \omega$,

$$\begin{cases} i \frac{\partial}{\partial t} a_1(t) = [a_1(t), H] = \omega a_1 + g \sqrt{N_0} b \exp(i\theta), \\ i \frac{\partial}{\partial t} a_2(t) = [a_2(t), H] = \omega a_2 + g \sqrt{N_0} b \exp(i\theta), \\ i \frac{\partial}{\partial t} b(t) = [b(t), H] = (\omega + 2N_0\Omega) b + g \sqrt{N_0} (a_1 + a_2) \exp(-i\theta). \end{cases} \quad (5)$$

求解(5)式可得

$$b(t) = \exp[-i(\omega + N_0\Omega)t]/\gamma \times \{-ig \sqrt{N_0} \sin(\gamma t) \exp(-i\theta) [a_1(0) + a_2(0)] + [\gamma \cos(\gamma t) - iN_0\Omega \sin(\gamma t)] b(0)\}, \quad (6)$$

式中 $\gamma = \sqrt{2N_0g^2 + N_0^2\Omega^2}$ 。

3 原子激光的压缩效应

为了研究原子激光的压缩效应, 定义原子激光的两个缓变的正交分量算符为

$$V_1 = \frac{1}{2}(b + b^\dagger), \quad V_2 = \frac{1}{2i}(b - b^\dagger), \quad (7)$$

V_1, V_2 满足对易关系 $[V_1, V_2] = i/2$ 。

相应的不确定关系为 $(\Delta V_1)^2 (\Delta V_2)^2 \geq 1/16$ 。引入

$$Q_i = (\Delta V_i)^2 - \frac{1}{4}, \quad i = 1, 2 \quad (8)$$

若在某一状态下, $Q_i < 0$ ($i = 1, 2$), 则表示原子激光的第 i 个正交分量的量子噪声被压缩。

当系统处于(2)式描述的状态时,利用(6)式可得:

$$\begin{cases} \langle b \rangle = \frac{\exp[-i(\omega + N_0\Omega)t - i\theta]}{\gamma} \times [-ig\sqrt{N_0}\sin(\gamma t)](\alpha_1 + \alpha_2), \\ \langle b^2 \rangle = \frac{\exp[-2i(\omega + N_0\Omega)t - 2i\theta]}{\gamma^2} \times [-g^2N_0\sin^2(\gamma t)]\{\alpha_1^2 + \alpha_2^2 + 2[\alpha_1\alpha_2 - \sinh r \cosh r \exp(i\varphi)]\}, \\ \langle b^\dagger b \rangle = \frac{g^2N_0\sin^2(\gamma t)}{\gamma^2} \times (|\alpha_1|^2 + |\alpha_2|^2 + \alpha_1^*\alpha_2 + \alpha_1\alpha_2^* + 2\sinh^2 r). \end{cases} \quad (9)$$

将以上结果代入(8)式,得

$$\begin{cases} Q_1 = \frac{g^2N_0\sin^2(\gamma t)}{\gamma^2} \{\sinh^2 r + \sinh r \cosh r \cos[2(\omega + N_0\Omega)t + 2\theta - \varphi]\}, \\ Q_2 = \frac{g^2N_0\sin^2(\gamma t)}{\gamma^2} \{\sinh^2 r + \sinh r \cosh r \cos[2(\omega + N_0\Omega)t + 2\theta - \varphi + \pi]\}, \end{cases} \quad (10)$$

为了形象地展示 Q_1, Q_2 的时间演化规律,借助数值计算对原子激光的压缩性质进行分析。由于 Q_1, Q_2 的函数关系具有对称性,所以只计算了光场参数与原子参数取不同值时 Q_1 的演化曲线,如图1所示。

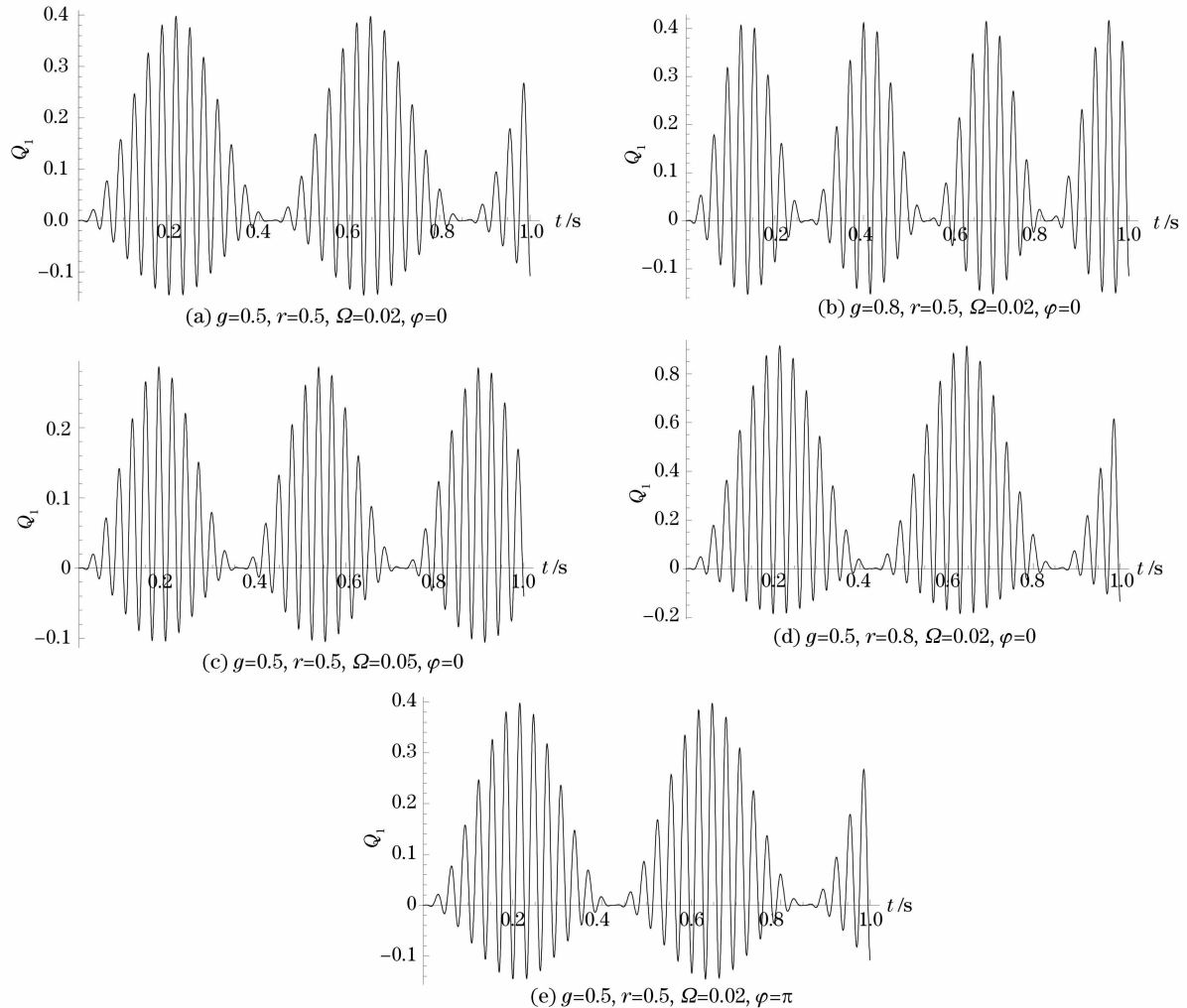


图1 g, r, Ω, φ 取不同值时, Q_1 随时间的演化

Fig. 1 Time evolution of Q_1 with different g, r, Ω, φ value

原子激光周期性地被压缩,如图1所示。压缩持续时间依赖于 g 和 Ω ,由图1(a)~(c)可知,当 g 和 Ω 增大时,原子激光压缩持续时间减小;图1(a),(d),(e)可看出,光场参数 r 和 φ 对压缩时间没有影响。原子激光的压缩深度依赖于 Ω 和 r ,对比图1(a)与(c),原子间相互作用 Ω 增大时,压缩深度减小;对比图1(a)与(d),当光场初始压缩因子 r 增大时,原子激光压缩深度增大;图1(a),(b),(e)所示, g 和 φ 对压缩深度没有影响。

4 结 论

运用全量子理论,在旋波近似和波戈留波夫近似下,求解了双模压缩相干态光场与二能级原子 BEC 相互作用系统的动力学方程,研究了原子激光的压缩性质。结果表明,原子激光周期性地被压缩,压缩持续时间依赖于原子与光场耦合系数 g 和原子间相互作用强度 Ω ;最大压缩深度依赖于原子间相互作用强度 Ω 和光场初始压缩因子 r 。

参 考 文 献

- 1 M. H. Anderson, J. R. Enscher, M. R. Methews *et al.*. Observation of Bose-Einstein condensation in a dilute atomic vapor[J]. *Science*, 1995, **269**(5221): 198~201
- 2 K. B. Davis, M. O. Mewes, M. R. Anderson *et al.*. Bose-Einstein condensation in a gas of sodium atoms[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1995, **75**(72): 3969~3973
- 3 M. O. Mewes, M. R. Andrews, D. M. Kurn *et al.*. Output coupler for Bose-Einstein condensed atoms[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1997, **78**(4): 582~585
- 4 C. C. Bradley, C. A. Sacket, J. J. Tollent *et al.*. Evidence of Bose-Einstein condensation in an gas with attractive interfacions[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1995, **75**: 1687~1691
- 5 L. You, M. Lewenstein, J. Cooper. Quantum field theory of atoms interacting with photons. II. Scattering of short laser pulses from trapped bosonic atoms[J]. *Phys. Rev. A*, 1995, **51**(6): 4712~4727
- 6 H. Jing, J. L. Chen, M. L. Ge. Quantum-dynamical theory for squeezing the output of a Bose-Einstein condensate[J]. *Phys. Rev. A*, 2001, **63**(1): 015601
- 7 Zhou Ming, Huang Chunjia. Squeezing properties of two-mode squeezed field interacting with Bose-Einstein condensate of V-type three-level atoms[J]. *Acta Physica Sinica*, 2002, **51**(11): 2514~2516
周 明, 黄春佳. V型三能级原子玻色-爱因斯坦凝聚体与双模压缩光场相互作用系统中光场的压缩特性[J]. *物理学报*, 2002, **51**(11): 2514~2516
- 8 Zhou Ming, Fang Jiayuan, Huang Chunjia. Squeezing effect of light caused by Bose-Einstein condensate composed of interactive atoms[J]. *Acta Physica Sinica*, 2003, **52**(8): 1916~1919
周 明, 方家元, 黄春佳. 相互作用原子玻色-爱因斯坦凝聚体诱导的光场压缩效应[J]. *物理学报*, 2003, **52**(8): 1916~1919
- 9 Zhou Yuxin, Xia Qingfeng, Sun Changyong. Influence of the interaction between atoms on the squeezing properties of V-type three-level atomic lasers[J]. *J. Atomic and Molecular Physics*, 2008, **25**(3), 633~637
周玉新, 夏庆峰, 孙长勇. 原子间相互作用对 V-型三能级原子激光压缩性质的影响[J]. *原子与分子物理学报*, 2008, **25**(3): 633~637
- 10 Zhao Jiangang, Sun Changyong, Liang Baolong *et al.*. Influence of the virtual photon field on the squeezing properties of light field in the system of binomial state field interacting with atomic Bose-Einstein condensate[J]. *Acta Physica Sinica*, 2009, **58**(7): 263~268
赵建刚, 孙长勇, 梁宝龙 等. 虚光场对玻色-爱因斯坦凝聚体与二项式光场相互作用系统中光场压缩性质的影响[J]. *物理学报*, 2009, **58**(7): 263~268
- 11 Li Ming, Sun Jiuxun. Influence of the interaction between atoms on the squeezing of light field and atomic lasers[J]. *Acta Physica Sinica*, 2006, **55**(6): 2702~2706
李 明, 孙久勋. 原子间相互作用对光场和原子激光压缩性质的影响[J]. *物理学报*, 2006, **55**(6): 2702~2706
- 12 Zhao Jiangang, Sun Changyong, Wen Linghua *et al.*. Influence of the virtual photon field on the squeezing properties of atom laser[J]. *Chinese Physics B*, 2009, **18**(6): 2294~2299
- 13 Chunjia Huang, Huiyong He, Lijun Tang. Generating ofsqueezed atom laser via stimulated Raman transition[J]. *Opt. Commun.*, 2009, **26**(282): 3177~3180