一维光子晶体中能流密度的分布

黄永清

(江西中医药高等专科学校公共基础部, 江西 抚州 344000)

摘要 利用传输矩阵法和傅里叶变换,讨论了光脉冲通过光子晶体时能流密度的时-空分布,这有助于了解每一时 刻光脉冲在光子晶体中各处的能量输运细节。这种能量输运行为主要是光脉冲的各傅里叶分量经历了不同的相 移和幅度变化后重新相干叠加的结果。同时,也讨论了在出射端电场强度随时间的变化关系。

关键词 光子晶体;能流密度;传输矩阵法;光脉冲

中图分类号 O431.1 文献标识码 A doi: 10.3788/LOP48.122301

Distribution of Energy Flux Density in One-Dimensional Photonic Crystals

Huang Yongqing

(Department of Basic Courses, Jiangxi College of Traditional Chinese Medicine, Fuzhou, Jiangxi 344000, China)

Abstract The temporal-spatial evolution behaviors of the dimensionless energy flux density is calculated by means of transfer matrix method and Fourier transform when the optical pulse passes through one-dimensional photonic crystals. It will help us to know the details of energy transportation at any position and any time. The energy transportation behavior is a result of the coherent superposition of all Fourier components which experience different phase shifts and different amplifications in the medium. The electric field of a Gaussian pulse at the output port is also discussed as a function of time.

Key words photonic crystals; energy flux density; transfer matrix method; optical pulse OCIS codes 230.5298; 160.5298; 260.2160

1 引 言

光子晶体是一种折射率周期性分布的人工晶体材料,其最基本的特征是具有光子晶体禁带^[1,2]。这种 禁带起源于被周期性晶格多重散射后波的相干叠加。若在光子晶体中引入缺陷,将破坏光子晶体的周期性 结构,从而形成缺陷模即局域模。由于光子晶体的光子禁带和光子局域的特征,使得其具有广泛的应用,如 光子晶体光滤波器、光子晶体天线、光子晶体光纤等^[3~6]。而对于由正折射率材料组成的光子晶体,光脉冲 通过一维完整、含有缺陷的光子晶体传播时,若光脉冲的中心频率位于光子带隙中,则光脉冲以超光速传播; 若光脉冲的中心频率位于带边或缺陷模频率处,则光脉冲将以慢光速传播^[7]。当缺陷含色散吸收介质时,光 脉冲传播出现超光速行为^[7]。文献[7]进行了无量纲能流密度的计算推导。而当缺陷含色散增益介质时,光 脉冲传播出现超光速和慢光速两种行为^[8],光脉冲通过该光子晶体的无量纲能流密度也得到了分析^[8]。

负折射率材料是指介电常数 ϵ 和磁导率 μ 同时为负数的一种人工材料^[9,10]。在这种材料中,电磁波的能流密度 S 的方向与波矢 k 的方向相反,即 E, H 和 k 之间呈左手正交系。它具有一些奇异的性质,如多普勒效应与切伦科夫辐射的逆转、界面上的反常折射等。随着负折射率材料的兴起,目前光脉冲在负折射率材料中的传播也被广泛研究^[11~13]。如文献[11]研究了窄带脉冲通过介电常数 ϵ 和磁导率 μ 同时为负的一种色散材料时的群延迟现象,文献[12]利用实验手段证实了在左手材料中的负群速度和群延迟,而文献[13]则研究了光脉冲在一维正负交替的光子晶体中的传播情况。但有关能流密度的报道不多^[7,8]。因此,本文考虑光脉

收稿日期: 2011-07-15; 收到修改稿日期: 2011-09-01; 网络出版日期: 2011-10-21

作者简介:黄永清(1982—),女,硕士,助教,主要从事光子晶体方面的研究。E-mail: hyqncu@126.com

激光与光电子学进展

冲在一维光子晶体中传播时的能流密度时-空演化情况,这有助于了解每一时刻光脉冲在光子晶体中各处的 能量输运的细节。同时,在出射端描述了电场强度随时间的变化关系,这有利于了解出射端脉冲情况。

2 模型和理论推导

考虑一从 z=0 垂直入射光子晶体的高斯光脉冲:

$$E_{i}(0,t) = E_{0} \exp(-t^{2}/\tau^{2}) \exp(-i\omega_{c}t), \qquad (1)$$

其傅里叶谱为

$$E_{i}(0,\omega) = E_{0} \frac{\tau}{2\sqrt{\pi}} \exp\left[-\left(\omega - \omega_{c}\right)^{2} \tau^{2}/4\right], \qquad (2)$$

式中 ω。为光脉冲的载波频率, τ 为光脉冲的特征时间。光脉冲可以表示为各傅里叶分量的叠加,即不同频 率、不同振幅的单色平面波的叠加。

对于单色波,考虑 TE 波,则光子晶体内部 z 和 z + Δz 处的电场和磁场分量可以通过传输矩阵连接。传 输矩阵可表示为

$$\boldsymbol{M}_{j}(\Delta \boldsymbol{z},\boldsymbol{\omega}) = \begin{pmatrix} \cos(k_{z}^{(j)}\Delta \boldsymbol{z}) & -\frac{\sqrt{\mu_{j}}}{\sqrt{\varepsilon_{j}}} \sin(k_{z}^{(j)}\Delta \boldsymbol{z}) \\ \frac{\sqrt{\varepsilon_{j}}}{\sqrt{1-\frac{\sin^{2}\theta}{\varepsilon_{j}\mu_{j}}}} \sin(k_{z}^{(j)}\Delta \boldsymbol{z}) & \cos(k_{z}^{(j)}\Delta \boldsymbol{z}) \end{pmatrix}, \quad (3)$$

式中 $k_z^{(j)} = \frac{\omega}{c} \sqrt{\epsilon_j} \sqrt{\mu_j} \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \theta}{\epsilon_j \mu_j}}, \epsilon_j \, \pi_{\mu_j} \, \beta$ 别为第 $j \in f$ 质的相对介电常数和相对磁导率。因此,光脉冲的电磁场时空分布函数可分别表示为^[7]

$$\begin{split} \psi_{1}(z,t) &= \int \psi_{1}(z,\omega) \exp(-i\omega t) d\omega = \\ \int E_{i}(0,\omega) \{ [1+r(\omega)] \mathcal{Q}_{11}(z,\omega) - i [1-r(\omega)] \mathcal{Q}_{12}(z,\omega) \} \exp(-i\omega t) d\omega, \end{split}$$
(4)
$$\psi_{2}(z,t) &= \int \psi_{2}(z,\omega) \exp(-i\omega t) d\omega = \\ \int E_{i}(0,\omega) \{ [1+r(\omega)] \mathcal{Q}_{21}(z,\omega) - i [1-r(\omega)] \mathcal{Q}_{22}(z,\omega) \} \exp(-i\omega t) d\omega, \end{aligned}$$
(5)

式中 $r(\omega)$ 为频率为 ω 的单色场的反射系数,矩阵 $Q(z,\omega)$ 满足

$$\boldsymbol{Q}(z_{j+1} + \Delta z, \omega) = \boldsymbol{M}_j(\Delta z, \omega) \prod_{i=1}^{j-1} M_i(d_i, \omega).$$

在出射端,总的光脉冲透射场表示为

$$E_{\tau}(z_N,t) = \int t(\omega) E_0 \frac{\tau}{2\sqrt{\pi}} \exp\left[-(\omega - \omega_c)^2 \tau^2/4\right] \exp\left(-i\omega t\right) d\omega.$$
(6)

式中 $t(\omega)$ 为频率为 ω 的单色场的透射系数。若引入无量纲物理量 $\phi_1(z,t), \phi_2(z,t), s(z,t)$ 分别来描述电场、 磁场、能流密度的时一空变化,则有

$$\psi_1(z,t) = E_0 \phi_1(z,t) \exp(-\mathbf{i}\omega_c t), \qquad (7)$$

$$\psi_2(z,t) = E_0 \phi_2(z,t) \exp(-i\omega_c t), \qquad (8)$$

$$\mathbf{S}(z,t) = c_0 \left| E_0 \right|^2 s(z,t), \qquad (9)$$

式中为无量纲的能流密度可表示为

$$s(z,t) = \frac{1}{2} \operatorname{Re}\left[-\operatorname{i} \phi_1^*(z,t) \phi_2(z,t)\right].$$
(10)

无量纲能流密度给出的是单位时间内通过单位横截面的能量,其方向代表能量的输运方向。

122301-2

3 计算结果

设高斯光脉冲的载波频率为 $\omega_c = \omega_0 (\omega_0 为 1/4 波堆对应的截止带中心频率),对应的光学周期为 <math>\tau_0 = 2\pi/\omega_0$,取 $\tau = 10\tau_0$,取 z = 0是 t = 0时脉冲峰值的位置。先考虑具有相同的常数折射率 n = 1.5的块材料的 情况。图 1(a)为光脉冲在该块材料中的能流密度的时空分布,网格的横线连接同一时刻的能流密度值。可 以看到,脉冲能流密度总为正,即能量是向前输运的。在入射端脉冲达到峰值时,出射端还没有达到峰值,光 脉冲表现出正常的时间延迟行为。图 1(b)为在该材料出射端的脉冲透射场,从图中可见,光脉冲表现出正 常的时间延迟行为,出现了慢光速现象。



图 1 (a) 光脉冲通过正折射率块材料时能流密度的时-空演化图;(b)通过正折射率块材料时高斯脉冲在出射端场强 随时间的变化

Fig. 1 (a) Temporal-spatial evolution behaviors of the dimensionless energy flux density when the Gaussian pulse passes through a slab containing traditional materials; (b) electric field of a Gaussian pulse through a slab containing traditional materials as a function of time at the output port

若考虑的块材料为负折射率材料(n=-1.5),图 2(a)给出了光脉冲在该材料中传播的能流密度时空分 布。从图中发现,尽管在负折射率材料中波矢的方向与 z 轴相反,但能流密度总为正,即能量是向前输运的。 与正折射情况不同的是,在出射端脉冲达到峰值时,在入射端脉冲还未达到峰值。这是因为在负折射率的块 材料中,光脉冲的各傅里叶分量经历了负的相移,它们的相干叠加导致了峰值的提前出现,其时间延迟是反 常的,即所谓的光脉冲群速度的超光速传播行为。图 2(b)为在该材料出射端的脉冲透射场,从图中可见,光 脉冲表现出超光速现象。



图 2 (a)光脉冲通过负折射率块材料时能流密度的时-空演化图;(b)通过负折射率块材料时高斯脉冲在出射端场强 随时间的变化

Fig. 2 (a) Temporal-spatial evolution behaviors of the dimensionless energy flux density when the Gaussian pulse passes through a slab containing negative refraction index materials; (b) electric field of a Gaussian pulse through a slab containing negative refraction index materials as a function of time at the output port

下面考虑结构为 ABABABABABA 的完整的 1/4 波堆体系光子晶体,材料 A 和 B 的折射率分别为 $n_A = 2.5, n_B = 1.5,$ 光学厚度为 $n_A d_A = 0.25\lambda_0, n_B d_B = 0.25\lambda_0$ 。考虑一高斯脉冲通过该光子晶体,其载波频率为截止带中心频率 ω_0 ,特征时间为 $\tau = 10\tau_0$ 。图 3 给出了光脉冲通过该光子晶体时能流密度的时空分布。从图中可以发现,在入射端附近,当脉冲进入光子晶体一段时间后,向后传播的反射场将占主导地位,即能流密

度为负值;在出射端附近,脉冲的前行透射场的能量要大于向后传播的反射场能量。

若考虑的光子晶体为正负折射率材料交替排列的 ABABABABABA 结构,材料 A 和 B 的折射率分别为 $n_A = 2.5, n_B = -1.5,$ 光学厚度为 $n_A d_A = 0.25\lambda_0, |n_B d_B| = 0.25\lambda_0$ 。图 4 给出了光脉冲通过该光子晶体时能 流密度的时空分布。从图中可以看到,由于负折射率层的存在,在光子晶体内部的能量输运过程变得更复 杂,在时-空中出现了多个极大和极小。在不同空间位置,反射场占主导地位的时刻也不同,如有时是前行场 占主导地位,有时是反射场占主导地位。这显示了光脉冲的各傅里叶分量复杂的相干叠加行为。





Fig. 3 Temporal-spatial evolution behaviors of the dimensionless energy flux density when the Gaussian pulse passes through one-dimensional traditional photonic crystals

若考虑该光子晶体中两种正、负折射率材料阻抗匹 配,取 n_A=1.5,n_B=-1.5,图 5 给出了光脉冲通过这种 光子晶体时能流密度的时空分布图。从图中可以看出, 光脉冲在这种阻抗匹配的正、负折射率材料交替排列的 光子晶体中传播时,能量总是向前输运的,并且在同一时 刻的能流密度曲线呈现折波的形状,这是因为光脉冲在 正折射率材料中获得正的相移,而在负的折射率材料中 则获得负的相移。

4 结 论

利用传输矩阵法,对光脉冲在光子晶体中传播时能 流密度的时-空分布进行了描述,这有助于了解每一时刻 光脉冲在光子晶体中各处的能量输运细节。这种能量输 运行为主要是光脉冲的各傅里叶分量经历了不同的相移 和幅度变化后重新相干叠加的结果。



- 图 4 光脉冲通过一维正负折射率材料交替排列的 光子晶体时能流密度的时-空演化图
- Fig. 4 Temporal-spatial evolution behaviors of the dimensionless energy flux density when the Gaussian pulse passes through one-dimensional photonic crystals containing negative refractive materials



- 图 5 光脉冲通过阻抗匹配的光子晶体时能流密度的 时-空演化图
- Fig. 5 Temporal-spatial evolution behaviors of the dimensionless energy flux density when the Gaussian pulse passes through one-dimensional impedance matching photonic crystals

文 献

- 1 E. Yablonovitch. Inhibited spontaneous emission in solid-state physics and electronics [J]. Phys. Rev. Lett., 1987, 58(20): 2059~2062
- 2 S. John. Strong localization of photons in certain disordered dielectric superlattices[J]. Phys. Rev. Lett., 1987, 58(23): 2486~2489
- 3 Wang Jizhou, Xiong Yuqing, Wang Duoshu *et al.*. Filtering characteristics and application of defect mode of onedimensional photonic crystal[J]. Acta Optica Sinica, 2009, **29**(10): 2914~2919 王济洲, 熊玉卿, 王多书等. 一维光子晶体缺陷模的滤波特性及应用研究[J]. 光学学报, 2009, **29**(10): 2914~2919

4 Su An, Gao Yingjun. Filter characteristics of one-dimensional photonic crystal with complex dielectric constant[J]. *Chinese* J. Lasers, 2009, **36**(6): 1535~1538

苏 安, 高英俊. 含复介电常数一维光子晶体的滤波特性[J]. 中国激光, 2009, 36(6): 1535~1538

- 5 B. Temelkuran, M. Bayindir, E. Ozbay *et al.*. Photonic crystal-based resonant antenna with a very high directivity[J]. J. *Appl. Phys.*, 2000, **87**(1): 603~605
- 6 Hu Minglie, Song Youjian, Liu Bowen *et al.*. Development and advanced applications of femto second photonic crystal fiber laser technique[J]. *Chinese J. Lasers*, 2009, **36**(7): 1660~1670 胡明列, 宋有建,刘博文等. 光子晶体光纤飞秒激光技术研究进展及其前沿应用[J]. 中国激光, 2009, **36**(7): 1660~1670
- 7 Nian-Hua Liu, Shi-Yao Zhu, Hong Chen *et al.*. Superluminal pulse propagation through one-dimensional photonic crystals with a dispersive defect[J]. *Phys. Rev. E*, 2002, **65**(4): 046607
- 8 Yu Tianbao, Liu Nianhua. Propgation of optical pulses through one-dimensional photonic crystals with a dispersive and gain defect layer[J]. Acta Physica Sinica, 2004, **53**(9): 3049~3053

于天宝,刘念华.光脉冲通过有色散与增益型缺陷的一维光子晶体的传播[J].物理学报,2004,53(9):3049~3053

- 9 V. G. Veselago. Electrodynamics of substances with simultaneously negative values of ε and μ [J]. Sov. Phys. Uspekhi, 1966, 10(4): 509~514
- 10 D. R. Smith, W. J. Padilla, D. C. Vier. Composite medium with simultaneously negative permeability and permittivity [J]. Phys. Rev. Lett., 2000, 84(18): 4184~4187
- 11 S. Dutta Gupta. Subluminal to superluminal propagation in a left-handed medium [J]. Phys. Rev. B, 2004, 69 (11): 113104
- 12 J. F. Woodley, M. Mojahedi. Negative group velocity and group delay in left-hand media[J]. *Phys. Rev. E*, 2004, **70**(4): 046603
- 13 V. S. C. Manga Rao, S. Dutta Gupta. Subluminal and superluminal pulse propagation in a left-handed/right-handed periodic structure[J]. J. Opt. A: Pure Appl. Opt., 2004, 6(8): 756~761