

# 一维亚波长光栅等效折射率描述光栅光谱特性的有效性研究

桑田<sup>1,2</sup> 蔡托<sup>1</sup> 刘晓春<sup>1</sup> 蔡绍洪<sup>2\*</sup>

(<sup>1</sup> 黔南民族师范学院物理与电子科学系, 贵州 都匀 558000  
<sup>2</sup> 贵州财经学院贵州省经济系统仿真重点实验室, 贵州 贵阳 550004)

**摘要** 运用有效媒质、薄膜干涉及耦合波理论,结合数值寻优算法,采用不同形式的等效折射率来描述一维亚波长光栅的光谱特性。借助光谱误差函数及耦合波折射率,分别针对 TE 和 TM 模,对其他等效折射率在描述亚波长光栅时的有效性加以分析比对。研究表明:在光栅结构参数已确定的情况下,当归一化光栅周期  $\Lambda/\lambda < 0.30$  时,TE 模的二级近似折射率和精确近似折射率能够对其光谱特性给出高精度的描述;而对于 TM 模,由于光栅层中高级次谐波影响效应的显著性,导致用相应等效折射率描述其光谱特性时精度下降。此外,在采用不同形式的等效折射率计算亚波长光栅光谱特性随光栅深度变化关系时,除 TE 模情形的二级近似折射率以及精确近似折射率外,其他情形采用等效折射率计算得到的光谱均可能与实际光谱产生较大偏差。

**关键词** 光栅;亚波长光栅;等效折射率;等效媒质理论;严格耦合波理论

中图分类号 O436.1 文献标识码 A doi: 10.3788/LOP48.100501

## Study on Validity of Effective Refractive Indices of One-Dimensional Subwavelength Gratings on Grating Spectral Properties

Sang Tian<sup>1,2</sup> Cai Tuo<sup>1</sup> Liu Xiaochun<sup>1</sup> Cai Shaohong<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Department of Physics and Electronic Science, Qiannan Normal College for Nationalities,  
Duyun, Guizhou 558000, China

<sup>2</sup> Guizhou Key Laboratory of Economic System Simulation, Guizhou University of Finance and  
Economics, Guiyang, Guizhou 550004, China

**Abstract** By using the effective medium theory, thin film theory, rigorous coupled-wave analysis, and elaborated root finding method, the spectral properties of one-dimensional subwavelength gratings are investigated by using different expressions of the effective refractive index. By using the defined error function of the spectra, the validation of other effective refractive indices is evaluated by using the rigorous refractive index in both cases of TE and TM modes. For the given grating parameters, it is shown that the second order effective refractive index and the exact effective refractive index can provide solid results in estimating the spectral properties of one-dimensional subwavelength gratings for TE mode when the normalized grating period  $\Lambda/\lambda$  is less than 0.30. For TM mode, the effective refractive indices cannot give solid estimations because more evanescent waves are excited in this case. In addition, it cannot provide solid estimations by using the effective refractive indices in calculating the spectrum as a function of the grating thickness except the second order effective refractive index and the exact effective refractive index for TE mode.

**Key words** gratings; subwavelength gratings; effective refractive index; effective medium theory; rigorous coupled-wave analysis

**OCIS codes** 050.1950; 310.6628; 230.3990

收稿日期: 2011-05-04; 收到修改稿日期: 2011-05-24; 网络出版日期: 2011-08-20

基金项目: 国家自然科学基金(10647005, 11064010)和贵州省科学技术基金(J20072004)资助课题。

作者简介: 桑田(1978—),男,博士,副教授,主要从事衍射光学和导波光学等方面的研究。

E-mail: sangtian99@163.com

\* 通信联系人。E-mail: caish@mail.gzife.edu.cn

# 1 引言

亚波长光栅又称为零级光栅,是衍射光学中一个引人注目的研究方面<sup>[1]</sup>。这种光栅的周期小于波长量级,传播的衍射级次在入射媒质和基底中只有零级,其余的高级次衍射波均为倏逝波。由于只存在零级衍射级次,在光栅层两侧光线传播性质类似于均匀媒质情形,因而可以将亚波长光栅等效为一层特殊薄膜,其等效折射率可以近似视为光栅层的折射率<sup>[2]</sup>。利用亚波长光栅的等效折射率,可以有效地简化分析设计浅光栅滤光片<sup>[3]</sup>、共振布儒斯特滤光片<sup>[4]</sup>、反射型导模共振滤光片<sup>[5]</sup>、宽带高反射镜<sup>[6]</sup>、减反射面<sup>[7]</sup>、衍射棱镜<sup>[8]</sup>等。

目前,一维亚波长光栅的等效折射率广泛采用 Rytov<sup>[2]</sup>提出的零级近似和二级近似形式。这种近似是将亚波长光栅视为各向异性的均质薄膜,光栅层的周期性调制使得亚波长光栅具有形式双折射效应,即产生了偏振效应。不同偏振态的入射光波对应不同的等效折射率形式。1993年,Haggans等<sup>[9]</sup>研究了锥形入射情形下的亚波长光栅有效媒质理论,得到了相应的数学表达式。1995年,Kikuta等<sup>[10]</sup>从能量透射和透射相位特性两方面研究亚波长光栅有效媒质理论的有效性及其适用性。此外,Kikuta等<sup>[11]</sup>还研究了非准静态情形二维亚波长光栅的有效媒质理论。2011年,Jing等<sup>[12]</sup>研究了有效媒质理论在衍射相位光栅中透射特性的应用。此外,Jing等<sup>[13]</sup>还研究了有效媒质理论在抗反射面微结构中分析评价透射光衍射效率的适用性。

本文利用有效媒质理论、薄膜干涉理论及严格的耦合波分析方法(RCWA),结合数值寻优算法,分别针对TE模和TM模情形,通过定义光谱误差函数,借助耦合波折射率 $n_{rcwa}$ ,从反射光谱和透射光谱两方面对零级近似折射率 $n_0$ 、二级近似折射率 $n_2$ 、精确近似折射率 $n_{exact}$ 的有效性进行分析研究。探究不同等效折射率描述亚波长光栅光谱的适用范围及可靠程度,并对相关原因加以分析讨论。

## 2 基本原理

### 2.1 装置结构

图1为一维亚波长光栅结构示意图。光栅平面的法线方向沿 $z$ 轴,光栅矢量沿 $x$ 轴,入射媒质和基底的折射率分别为 $n_c$ 和 $n$ ,光栅层由折射率分别为 $n$ 和 $n_c$ 的材料交替构成,光栅深度为 $d_g$ ,光栅填充系数为 $f$ ,光栅周期为 $\Lambda$ 。入射光波在自由空间中的波长为 $\lambda$ ,正入射条件下入射。由于光栅为亚波长结构,入射媒质和基底中只有零级传播的衍射级次,此时,光栅周期满足

$$\Lambda \leq \min\left(\frac{\lambda}{n_c}, \frac{\lambda}{n}\right). \quad (1)$$

对于光栅区域,它包含了两种介质的周期分布,故可将光栅区域的相对介电常数进行傅里叶展开

$$\epsilon(x) = \epsilon(x + \Lambda) = \sum_{h=-\infty}^{\infty} \epsilon_h \exp\left(j \frac{2\pi h x}{\Lambda}\right), \quad (2)$$

式中 $\epsilon_h$ 为光栅区域相对介电常数的第 $h$ 级傅里叶系数。

### 2.2 严格的耦合波分析方法

对亚波长光栅而言,传统标量衍射理论中的假设和近似不再成立,此时,光学元件的偏振性质不能忽略,不同偏振光之间的相互作用对衍射结果起着重要影响。因此,亚波长光栅的分析设计必须依赖于严格的电磁波矢量衍射理论。严格的耦合波分析方法<sup>[14,15]</sup>是一种严格的电磁波矢量衍射理论,该方法能够对亚波长光栅的衍射特性做出精确描述。

对图1所示的光栅结构,对于TE模,电场矢量平行于光栅刻槽方向,根据严格的耦合波分析方法,入射光波电场可表示为

$$E_0 = \exp[-j(k_{0,x}x + k_{0,z}z)], \quad (3)$$

在入射媒质和基底,光波电场可分别表示为

$$E_1 = E_0 + \sum_{i=-\infty}^{\infty} R_i \exp[-j(k_{x,i}x - k_{z,i}z)], \quad (4)$$

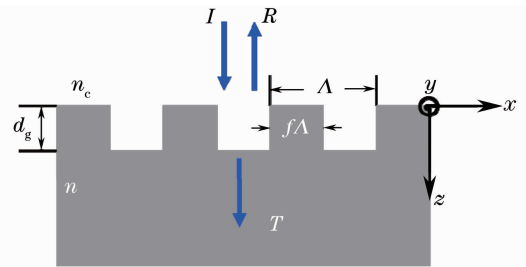


图1 一维亚波长光栅结构示意图

Fig.1 Schematic diagram of a subwavelength grating structure

$$E_2 = E_0 + \sum_{i=-\infty}^{\infty} T_i \exp[-jk_{xi}x - jk_{2,zi}(z-d)], \quad (5)$$

式中  $R_i$  和  $T_i$  分别为第  $i$  个衍射级次的反射和透射电场振幅;  $k_{xi} = k_0 \sin \theta - m2\pi/\Lambda$ ,  $\theta$  为入射角;  $k_{zi} = \pm \sqrt{k_0^2 \epsilon - k_{xi}^2}$ , 正负号的选择与该衍射级次是否为衰减波有关。

利用(2)式,同时将光栅区域的电场强度和磁场强度的切向分量进行傅里叶展开,代入麦克斯韦方程组,就可以得到耦合波方程

$$\begin{cases} \frac{\partial S_{h,yi}}{\partial z} = k_0 U_{h,xi} \\ \frac{\partial U_{h,xi}}{\partial z} = \left(\frac{k_{h,xi}^2}{k_0}\right) S_{h,yi} - k_0 \sum_{p=-\infty}^{\infty} \epsilon_{h,(i-p)} S_{h,yp} \end{cases} \quad (6)$$

将(6)式和光栅层上下边界的连续条件联立求解,就可以得到光栅在入射媒质和基底中各个级次的衍射效率<sup>[16]</sup>。对于亚波长光栅,衍射级次只有零级,对于无吸收媒质,根据能量守恒定律,可得

$$R_0 + T_0 = 1. \quad (7)$$

对于 TM 模,磁场矢量平行于刻槽方向,通过借助入射光波、入射媒质区域和基底区域的磁场表达式,结合光栅区域的电磁场傅里叶表示式,利用麦克斯韦方程组和电磁场边界条件,同理可得光栅在入射媒质和基底中各个级次的衍射效率。对于无吸收媒质, TM 模情形亚波长光栅的衍射效率同样满足(7)式。

### 2.3 等效折射率

对于图 1 所示亚波长光栅结构,由于光栅层相对介电常数在  $x$  方向周期性变化,  $x$  方向的波矢  $k_x$  对应于 Bloch 波矢。根据周期媒质理论<sup>[17]</sup>,对于 TE 模,  $k_x$  和  $z$  方向的波矢  $k_z$  满足下列关系式

$$\cos(k_x \Lambda) = \cos(k_{1x} f \Lambda) \cos[k_{2x} (1-f) \Lambda] - \frac{1}{2} \left( \frac{k_{1x}}{k_{2x}} + \frac{k_{2x}}{k_{1x}} \right) \sin(k_{1x} f \Lambda) \sin[k_{2x} (1-f) \Lambda], \quad (8)$$

式中

$$k_{1x} = \left[ \left( \frac{n\omega}{c} \right)^2 - k_z^2 \right]^{1/2}, \quad k_{2x} = \left[ \left( \frac{n_c \omega}{c} \right)^2 - k_z^2 \right]^{1/2}, \quad (9)$$

式中  $c$  为光在真空中的速度,  $\omega$  为光波频率。

对于 TM 模,  $k_x$  和  $k_z$  满足下列关系式

$$\cos(k_x \Lambda) = \cos(k_{1x} f \Lambda) \cos[k_{2x} (1-f) \Lambda] - \frac{1}{2} \left( \frac{n^2 k_{1x}}{n_c^2 k_{2x}} + \frac{n_c^2 k_{2x}}{n^2 k_{1x}} \right) \sin(k_{1x} f \Lambda) \sin[k_{2x} (1-f) \Lambda]. \quad (10)$$

正入射条件下,光波沿  $z$  方向传播,  $k_x = 0$ 。此时,(8)式和(9)式的左边均等于 1。在这种情形下,可以得到  $k_z$ , 进而得到相应的等效折射率,称之为精确近似折射率  $n_{\text{exact}}$ , 满足

$$n_{\text{exact}} = \frac{c}{\omega} \sqrt{k_z^2}. \quad (11)$$

由于(8)和(10)式均为超越方程,因而采用数值寻优算法可以分别求解出 TE 模和 TM 模的精确近似折射率  $n_{\text{exact}}$ 。

当归一化光栅周期  $\Lambda/\lambda \rightarrow 0$  时, Rytov<sup>[2]</sup> 求解出  $k_z$ , 分别给出了 TE 模和 TM 模情形零级近似等效折射率的解析式

$$n_{0,\text{TE}} = \sqrt{fn^2 + (1-f)n_c^2}, \quad (12)$$

$$n_{0,\text{TM}} = \frac{m_c}{\sqrt{fn_c^2 + (1-f)n^2}}. \quad (13)$$

当归一化光栅周期  $\Lambda/\lambda$  较小时,还可以分别得到 TE 模和 TM 模情形二级近似等效折射率的解析式

$$n_{2,\text{TE}} = \sqrt{n_{0,\text{TE}}^2 + \frac{\pi^2}{3} f^2 (1-f)^2 (n^2 - n_c^2)^2 \left(\frac{\Lambda}{\lambda}\right)^2}, \quad (14)$$

$$n_{2,\text{TM}} = \sqrt{n_{0,\text{TM}}^2 + \frac{\pi^2}{3} f^2 (1-f)^2 \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n_c^2}\right)^2 n_{0,\text{TM}}^6 n_{0,\text{TE}}^2 \left(\frac{\Lambda}{\lambda}\right)^2}. \quad (15)$$

对图 1 所示的亚波长光栅,通过将其等效为一层各向异性的均质薄膜,根据等效折射率的具体形式可以

计算出相应的反射和透射光谱。此时,对应薄膜的特征矩阵方程为<sup>[18]</sup>

$$\begin{bmatrix} B \\ C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \delta_1 & j \sin \delta_1 / \eta_1 \\ -j \eta_1 \sin \delta_1 & \cos \delta_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ \eta_2 \end{bmatrix}, \quad (16)$$

式中  $\delta_1 = 2\pi d_g n_{\text{eff}} \cos \theta / \lambda$ ,  $\eta_2 = n$ ; 对于 TE 模,  $\eta_1 = n_{\text{eff}} \cos \theta$ , 而对于 TM 模,  $\eta_1 = n_{\text{eff}} / \cos \theta$ ,  $\theta$  为入射角,  $n_{\text{eff}}$  为光栅层等效折射率的具体形式。对应的等效导纳为

$$Y = C/B = (\eta_2 \cos \delta_1 + j \eta_1 \sin \delta_1) / [\cos \delta_1 + j(\eta_2 / \eta_1) \sin \delta_1]. \quad (17)$$

相应等效薄膜的反射率为

$$R = r \cdot r^* = \frac{(\eta_0 - \eta_2)^2 \cos^2 \delta_1 + (\eta_0 \eta_2 / \eta_1 - \eta_1)^2 \sin^2 \delta_1}{(\eta_0 + \eta_2)^2 \cos^2 \delta_1 + (\eta_0 \eta_2 / \eta_1 + \eta_1)^2 \sin^2 \delta_1}, \quad (18)$$

式中  $\eta_0 = n_c$ 。对于无吸收媒质,可得等效薄膜的透射率为

$$T = 1 - R = \frac{4\eta_0 \eta_2}{(\eta_0 + \eta_2)^2 \cos^2 \delta_1 + (\eta_0 \eta_2 / \eta_1 + \eta_1)^2 \sin^2 \delta_1}. \quad (19)$$

可以看到,利用有效媒质理论计算亚波长光栅的光谱特性时,计算结果的精度依赖于具体的等效折射率形式。这就造成采用不同等效折射率来描述亚波长光栅光谱特性时近似程度也不一样,因此区分别不同等效折射率形式的计算精度及其适用性显得尤为重要。为了精确分析评价不同形式等效折射率在描述亚波长光栅光谱特性的有效性,定义光谱误差函数为

$$e = |R(n_{\text{rcwa}}) - R(n_{\text{eff}})|^2 + |T(n_{\text{rcwa}}) - T(n_{\text{eff}})|^2, \quad (20)$$

式中  $R(n_{\text{eff}})$  和  $T(n_{\text{eff}})$  分别为采用不同等效折射率形式计算的亚波长光栅反射率和透射率,  $R(n_{\text{rcwa}})$  和  $T(n_{\text{rcwa}})$  分别为采用严格的耦合波分析方法计算的反射率和透射率。只要光谱误差函数  $e$  足够小,就能对(20)式采用数值寻优算法求出相应的解,得到对应的耦合波折射率  $n_{\text{rcwa}}$ , 并达到预设的精度。此外,与仅考虑反射或透射情形的光谱误差函数相比,该光谱误差函数还能较好地分析处理媒质存在吸收的情形。因此,其他形式等效折射率计算结果的精度及其适用性可以借助耦合波折射率  $n_{\text{rcwa}}$  来描述,在本文的计算中,  $e$  取  $10^{-5}$ 。

### 3 数值计算与分析

图 2 为不同形式等效折射率  $n_{\text{eff}}$  随归一化光栅周期  $\Lambda/\lambda$  变化关系。光栅参数为:  $n = 2.5$ ,  $n_c = 1.0$ , 归一化光栅深度  $d_g/\lambda = 0.3$ ,  $f = 0.5$ 。从图 2 中可以看到,当归一化光栅周期  $\Lambda/\lambda$  不断增大时,除了零级近似折射率  $n_0$  外,其他形式的等效折射率均呈增大趋势。与 TE 模等效折射率相比, TM 模等效折射率小于 TE 模等效折射率,且 TM 模的耦合波折射率  $n_{\text{rcwa}}$  随归一化光栅周期  $\Lambda/\lambda$  上升变化趋势不太显著。此外,对于 TE 模,其二级近似折射率  $n_2$  和精确近似折射率  $n_{\text{exact}}$  能够较好地吻合耦合波折射率  $n_{\text{rcwa}}$ 。而对于 TM 模,其零级近似折射率  $n_0$ 、二级近似折射率  $n_2$  和精确近似折射率  $n_{\text{exact}}$  都与耦合波折射率  $n_{\text{rcwa}}$  有较大偏差,在归一化光栅周期  $\Lambda/\lambda = 0.17$  处,二级近似折射率  $n_2$  和精确近似折射率  $n_{\text{exact}}$  与耦合波折射率  $n_{\text{rcwa}}$  曲线产生交叠。这表明对 TM 模,采用不同形式的等效折射率来描述亚波长光栅均可能存在较大偏差。这是由于与 TE 模相比, TM 模情形光栅层中高级次谐波的影响效应将更为显著,导致采用等效折射率来描述其光谱特性时计算结

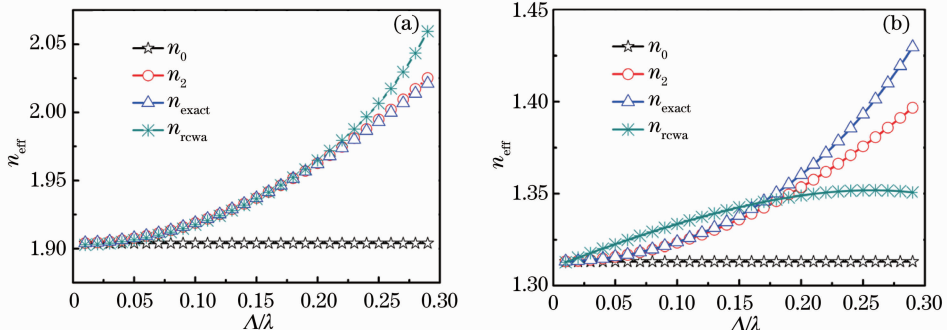


图 2 不同形式等效折射率  $n_{\text{eff}}$  随归一化光栅周期  $\Lambda/\lambda$  变化关系。(a) TE 模; (b) TM 模

Fig. 2 Effective refractive indices of  $n_{\text{eff}}$  as a function of the normalized grating period  $\Lambda/\lambda$ . (a) TE mode; (b) TM mode

果精度下降。这也体现在光栅衍射效率的计算中, TM 模情形要取得收敛的计算结果往往需要选用更多的谐波数<sup>[19]</sup>。在本文的计算中,为了保证计算结果的收敛性,对 TE 模情形,谐波数取 41;对 TM 模情形,谐波数取 81。

图 3 为不同形式等效折射率对应的反射率与耦合波反射率之差  $\Delta R$  随归一化光栅周期  $\Lambda/\lambda$  变化关系。光栅参数为:  $n = 2.5, n_c = 1.0$ , 归一化光栅深度  $d_g/\lambda = 0.3, f = 0.5$ 。从图 3(a) 中可以看到,对于 TE 模,对于其二级近似折射率  $n_2$  和精确近似折射率  $n_{\text{exact}}$ ,采用薄膜传输矩阵法计算得到的反射率与严格的耦合波分析方法计算得到的反射率吻合很好,在归一化光栅周期  $\Lambda/\lambda < 0.30$  的范围内,其对应的反射率与耦合波反射率之差  $\Delta R < 0.005$ 。而对于零级近似折射率  $n_0$  情形,对应的反射率与耦合波反射率之差  $\Delta R$  较大,且其反射率之差  $\Delta R$  随归一化光栅周期  $\Lambda/\lambda$  的增大而加剧。从图 3(b) 中可以看到,对于 TM 模,当归一化光栅周期较小时( $\Lambda/\lambda < 0.22$ ),其二级近似折射率  $n_2$  和精确近似折射率  $n_{\text{exact}}$  计算得到的反射率与严格的耦合波分析方法计算得到的反射率吻合很好,其对应的反射率之差  $\Delta R < 0.005$ 。而当归一化光栅周期  $\Lambda/\lambda$  增大( $\Lambda/\lambda > 0.22$ )时,其零级近似折射率  $n_0$ 、二级近似折射率  $n_2$  和精确近似折射率  $n_{\text{exact}}$  对应的反射率都将与耦合波反射率产生较大偏差,此时各种等效折射率形式将不能对亚波长光栅光谱特性做出精确描述。当归一化光栅周期  $\Lambda/\lambda > 0.27$  时,其二级近似折射率  $n_2$  和精确近似折射率  $n_{\text{exact}}$  对应的反射率与耦合波反射率之差  $\Delta R$  将超过零级近似情形。

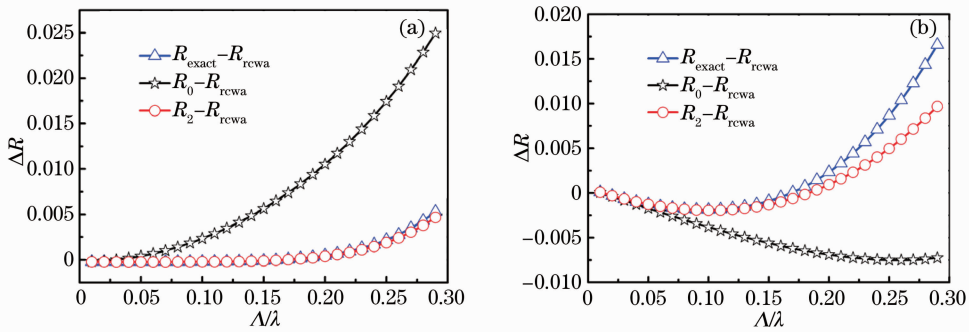


图 3 不同形式等效折射率对应的反射率与耦合波反射率之差  $\Delta R$  随归一化光栅周期  $\Lambda/\lambda$  变化关系。(a) TE 模; (b) TM 模

Fig. 3 Reflection difference  $\Delta R$  between the reflection of the effective refractive indices and that of the coupled wave as a function of the normalized grating period  $\Lambda/\lambda$ . (a) TE mode; (b) TM mode

图 4 为不同形式等效折射率对应的反射率  $R$  随归一化光栅深度  $d_g/\lambda$  变化关系。光栅参数为:  $n = 2.5, n_c = 1.0$ , 归一化光栅周期  $\Lambda/\lambda = 0.28, f = 0.5$ 。从图 4(a) 中可以看到,对于 TE 模,其二级近似折射率  $n_2$  和精确近似折射率  $n_{\text{exact}}$  对应的反射率随归一化光栅深度变化曲线几乎与耦合波情形完全重合,对应的反射率曲线随归一化光栅深度呈周期性变化,十分类似于薄膜干涉情形。而采用零级近似折射率  $n_0$  得到的反射率随归一化光栅深度变化曲线,其周期和振幅大小都较大地偏离耦合波情形。从图 4(b) 中可以看到,对于 TM 模,其二级近似折射率  $n_2$  和精确近似折射率  $n_{\text{exact}}$  对应的反射率随归一化光栅深度变化曲线互相吻合较

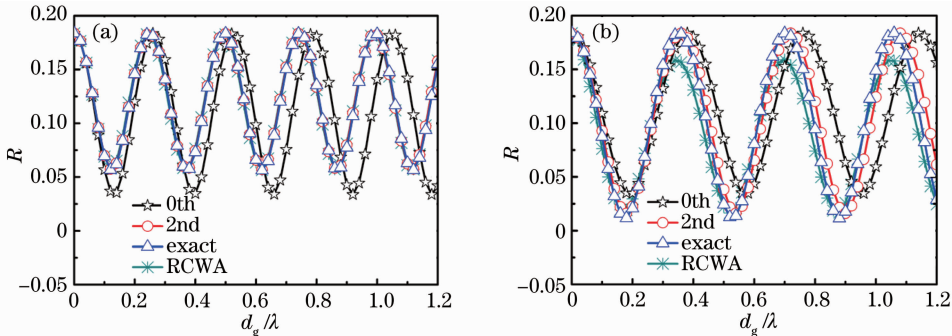


图 4 不同形式等效折射率对应的反射率  $R$  随归一化光栅深度  $d_g/\lambda$  变化关系。(a) TE 模; (b) TM 模

Fig. 4 Reflection of the effective refractive indices as a function of the normalized grating thickness  $d_g/\lambda$ .

(a) TE mode; (b) TM mode



好,然而二者的周期及振幅大小都与耦合波情形出现了较大的偏差。对于零级近似情形,其反射率曲线与耦合波曲线间偏差更为显著。此时,对 TM 模,很难借助不同形式的等效折射率来精确描述亚波长光栅光谱随刻蚀深度变化特性。值得指出的是,对于 TM 模,当归一化光栅深度较小时( $d_g/\lambda < 0.34$ ),耦合波情形的反射率随归一化光栅深度变化曲线的周期性不太理想,比如  $d_g/\lambda = 0$  处的峰值反射率显著高于其后  $d_g/\lambda$  取较大值情形。这是由于当归一化光栅深度  $d_g/\lambda$  较小时,在光栅层上下界面高级次谐波的衰减效应不可忽略,衰减波与传播波在光栅层上下界面间的耦合效应增强,从而影响了入射媒质和基底中衍射光场的分布,因而此时亚波长光栅的等效折射率与光栅深度存在较大的依赖关系。而对于 TE 模,其衰减波的振幅远小于 TM 模情形,因此当归一化光栅深度较小时高级次衰减波的影响也较弱,其反射率随归一化光栅深度几乎呈周期性变化。而由于各种形式等效折射率的大小与光栅深度无关,因而其对应反射率随归一化光栅深度均呈周期性变化。

图 5 为不同形式等效折射率对应的反射率与耦合波反射率之差  $\Delta R$  随归一化光栅深度  $d_g/\lambda$  变化关系。光栅参数为: $n = 2.5$ ,  $n_c = 1.0$ , 归一化光栅深度  $\Lambda/\lambda = 0.28$ ,  $f = 0.5$ 。从图 5(a)中可以看到,对于 TE 模,其二级近似折射率  $n_2$  和精确近似折射率  $n_{\text{exact}}$  对应的反射率与耦合波法计算得到的反射率之差  $\Delta R$  很小,在归一化光栅深度  $d_g/\lambda < 1.20$  的范围内, $\Delta R$  随归一化光栅深度  $d_g/\lambda$  呈小振幅( $\Delta R < 0.005$ )周期性变化,且两种近似情形下  $\Delta R$  曲线几乎完全重合。而对于零级近似情形, $\Delta R$  的大小随归一化光栅深度  $d_g/\lambda$  的增大而不断波动,且  $\Delta R$  的振幅随  $d_g/\lambda$  的增大而不断增加,这主要是由于零级近似反射率随归一化光栅深度变化的周期与耦合波情形存在一定差异,在一定范围内,当归一化光栅深度  $d_g/\lambda$  不断增大时,导致二者光谱特性的差异  $\Delta R$  不断累积呈增大趋势。从图 5(b)中可以看到,对于 TM 模,采用零级近似、二级近似和精确近似计算得到的反射率均与耦合波情形出现较大的偏差,其中,零级近似情形的反射率偏差最为显著( $\Delta R > 0.131$ ),精确近似情形的反射率偏差相对最小( $\Delta R < 0.028$ )。此外,在归一化光栅深度  $d_g/\lambda < 1.20$  的范围内,不同近似情形下的  $\Delta R$  随归一化光栅深度  $d_g/\lambda$  呈准周期变化的同时,其振幅大小均有增大趋势。因此,当不断改变光栅深度大小时,除了 TE 模情形的二级近似折射率  $n_2$  和精确近似折射率  $n_{\text{exact}}$  外,采用其他形式的等效折射率来描述亚波长光栅光谱随刻蚀深度变化关系时,在一定范围内,对某一归一化光栅深度而言,计算结果的偏差大小将视具体刻蚀深度大小而定,具有不确定性。

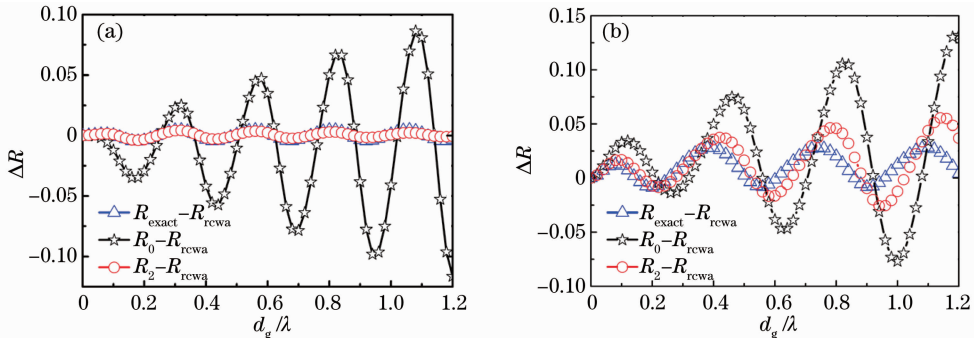


图 5 不同形式等效折射率对应的反射率与耦合波反射率之差  $\Delta R$  随归一化光栅深度  $d_g/\lambda$  变化关系。(a)TE 模;(b)TM 模

Fig. 5 Reflection difference  $\Delta R$  between the reflection of the effective refractive indices and that of the coupled wave as a function of the normalized grating thickness  $d_g/\lambda$ . (a) TE mode; (b) TM mode

可以预计,随着光栅调制( $\Delta\epsilon = n^2 - n_c^2$ )的增大,光栅层中高级次谐波的影响将被增强,此时,无论对 TE 模还是 TM 模,采用各种形式等效折射率来描述亚波长光栅光谱特性时,都可能导致计算结果精度降低。此外,光栅填充系数的变化将改变入射光波和衰减衍射级次之间的耦合强度<sup>[6]</sup>,从而影响和制约各种形式等效折射率评价亚波长光栅光谱特性的有效性。因此,上述结论均建立在光栅结构参数已给定基础之上。

## 4 结 论

不同形式的等效折射率描述亚波长光栅光谱特性的精度高视具体情况而定。在光栅结构参数已确定的情况下,对于 TE 模,当归一化光栅周期  $\Lambda/\lambda < 0.30$  时,二级近似折射率  $n_2$  和精确近似折射率  $n_{\text{exact}}$  能够给

出高精度的描述。而对于 TM 模,由于光栅层中高级次谐波的影响更为显著,导致采用不同形式的等效折射率描述其光谱特性时精度下降。此外,由于有效媒质理论自身不考虑光栅深度的大小,而光栅层中存在高级次谐波的影响,此时,除 TE 模的二级近似折射率  $n_2$  和精确近似折射率  $n_{\text{exact}}$ ,其他情形下采用等效折射率计算光栅光谱随刻蚀深度变化关系时,计算结果均可能存在较大的偏差,具有一定的不确定性。

### 参 考 文 献

- 1 Jin Guofan, Yan Yingbai, Wu Minxian *et al.*. Binary Optics[M]. Beijing: National Defence Industry Press, 1998. 45~46  
金国藩, 严瑛白, 邬敏贤 等. 二元光学 [M]. 北京: 国防工业出版社, 1998. 45~46
- 2 S. M. Rytov. Electromagnetic properties of a finely stratified medium [J]. *Sov. Phys. JETP*, 1956, **2**(3): 466~475
- 3 Liu Wenxing, Lai Zhenquan, Guo Hao *et al.*. Guided-mode resonance filters with shallow grating [J]. *Opt. Lett.*, 2010, **35**(6): 865~867
- 4 Sang Tian, Wang Zhanshan, Zhu Jingtao *et al.*. Linewidth properties of double-layer surface-relief resonant Brewster filters with equal refractive index[J]. *Opt. Express*, 2007, **15**(15): 9659~9665
- 5 Wang Zhenhua, Wu Yonggang, Sang Tian *et al.*. Reflection spectra properties of guided-mode resonance filters with buffer layer[J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, **28**(7): 1425~1428  
王振华, 吴永刚, 桑田 等. 带缓冲层的导模共振滤光片反射光谱特性[J]. 光学学报, 2008, **28**(7): 1425~1428
- 6 Sang Tian, Wang Li, Ji Shiyin *et al.*. Systematic study of the mirror effect in a poly-Si subwavelength periodic membrane [J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 2009, **26**(3): 559~565
- 7 R. E. Smith, M. E. Warren, J. R. Wendt *et al.*. Polarization-sensitive subwavelength antireflection surfaces on a semiconductor for 975 nm [J]. *Opt. Lett.*, 1996, **21**(15): 1201~1203
- 8 J. N. Mait, D. W. Prather, M. S. Mirotznik. Design of binary subwavelength diffractive lenses by use of zeroth-order effective-medium theory[J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1999, **16**(5): 1157~1167
- 9 C. W. Haggans, L. Li, R. K. Kostuk. Effective-medium theory of zeroth-order lamellar gratings in conical mountings[J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1993, **10**(10): 2217~2225
- 10 Hisao Kikuta, Hideo Yoshida, Koichi Iwata. Ability and limitation of effective medium theory for subwavelength gratings [J]. *Opt. Rev.*, 1995, **2**(2): 92~99
- 11 Hisao Kikuta, Yasushi Ohira, Hayao Kubo *et al.*. Effective medium theory of two-dimensional subwavelength gratings in the non-quasi-static limit[J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1998, **15**(6): 1577~1585
- 12 Jing Xufeng, Jin Yunxia. Transmittance analysis of diffraction phase grating[J]. *Appl. Opt.*, 2011, **50**(9): C11~C18
- 13 Jing Xufeng, Ma Jianyong, Liu Shijie *et al.*. Analysis and design of transmittance for an antireflective surface microstructure[J]. *Opt. Express*, 2011, **17**(18): 16119~16134
- 14 T. K. Gaylord, M. G. Moharam. Analysis and applications of optical diffraction by gratings[J]. *Proc. IEEE*, 1985, **73**(5): 894~937
- 15 M. G. Moharam, E. B. Grann, D. A. Pommet *et al.*. Formulation for stable and efficient implementation of the rigorous coupled-wave analysis of binary gratings[J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1995, **12**(5): 1068~1076
- 16 Cai Tuo, Sang Tian, Zhao Hua. Coupled-wave analysis, numerical calculation and discussion for diffraction properties of grating[J]. *Opto-Electronic Engineering*, 2010, **37**(4): 141~146  
蔡托, 桑田, 赵华. 光栅衍射特性的耦合波分析、计算与讨论[J]. 光电工程, 2010, **37**(4): 141~146
- 17 A. Yariv, P. Yeh. Optical Waves in Crystals: Propagation and Control of Laser Radiation[M]. New York: John Wiley & Sons, 1983. 165~174
- 18 Tang Jinfa, Zheng Quan. Applied Thin Film Optics[M]. Shanghai: Shanghai Science and Technology Publishing House, 1984. 45~46  
唐晋发, 郑权. 应用薄膜光学[M]. 上海: 上海科学技术出版社, 1984. 45~46
- 19 L. Li, C. W. Haggans. Convergence of the coupled-wave method for metallic lamellar diffraction gratings[J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1993, **10**(6): 1184~1189