# 纳米压印 λ/4 相移分布反馈激光器的单模稳定性

周 宁1 李林松1 曹明德1 王定理1 王 磊2 刘 文2 李 洵2

(1武汉光迅科技股份有限公司,湖北武汉 430074; 2华中科技大学武汉光电国家实验室,湖北武汉 430074)

**摘要** 利用沿谐振腔体的一维数值模型着重研究了采用纳米压印技术制作的 λ/4 相移光栅分布反馈半导体激光器(QPS-DFB-LD)的光谱特性对谐振腔体参数的依赖性。通过将理论计算的结果与实测光谱对照,抽取了用于理论计算的 QPS-DFB-LD 模型参数。计算结果表明,相移区对中心位置的偏离量较小时(不超过 10%)不会对器件的光谱特性造成很大影响,而仅仅是带来微小的蓝移和边模抑制比(SMSR)的变化。而当相移区对中心位置的偏离实际存在时,距离相移区较近的一端光输出功率增大而另一端光输出功率减小,并且距离相移区较近的一端输出光谱 SMSR 略高。器件两端蒸镀减反膜后所残留的反射率仍会使激射模在一定范围内产生漂移,并使其 SMSR 产生一定程度上的劣化。

**关键词** 激光器;模式稳定性;λ/4 波长相移;纳米压印;分布反馈;光谱;边模抑制比;面反射 **中图分类号** TN248.4 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/LOP48.011401

# Lasing Mode Stability in Nano-Imprinted Quarter-Wavelength Phase-Shifted Distributed Feedback Laser Diodes

Zhou Ning<sup>1</sup> Li Linsong<sup>1</sup> Cao Mingde<sup>1</sup> Wang Dingli<sup>1</sup> Wang Lei<sup>2</sup> Liu Wen<sup>2</sup> Li Xun<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Accelink Technologies Co., Wuhan, Hubei 430074, China

<sup>2</sup> Wuhan National Laboratory for Optoelectronics, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan, Hubei 430074, China

Abstract Based on one-dimensional numerical model for resonant cavity, the dependence of laser spectrum on resonant cavity parameters in quarter-wavelength phase-shifted distributed feedback laser diodes (QPS-DFB-LD) is studied. Comparing theoretical calculation result with measured spectrum, the model parameters of QPS-DFB-LD used in theoretical calculation are given. Simulation results show that the minor deviation of QPS (<10%) cannot affect laser spectrum greatly, but brings a minor blue shift and a slight change on the side-mode-suppression-ration (SMSR). Once the deviation of QPS exists, higher output power will be obtained from the facet closer to QPS region while lower output power will be collected from the other facet. The side of output spectrum SMSR closer to QPS region will be slightly higher. After coating anti-reflective film, residue reflection index of both facets will introduce a drift to the laser mode wavelength within certain range, and will deteriorate the SMSR.

Key words lasers; mode stability; quarter-wavelength phase shift; nano-imprinting lithography; distributed feedback; optical spectrum; side-mode-suppression-ratio; facet reflection

OCIS 140.0140; 140.5960; 110.4235

# 1引言

分布反馈半导体激光器(DFB-LD)作为载波光源是高速长距离光纤通信系统中必不可缺的器件<sup>[1]</sup>,而 基于均匀光栅的普通 DFB-LD 在两端对称的情形下双模工作<sup>[2]</sup>。尽管利用端面高反-减反镀膜可破坏其两 端的对称性而实现单模激射,但因无法控制选取布拉格(Bragg)阻带某一边的激射波长,使得特定波长激光 器的成品率最多只有一半。此外,这种结构的单模稳定性及边模抑制比(SMSR)极大程度地依赖于被镀高 反膜一侧的端面光栅相位。因管芯解理工艺而造成的随机性使我们无法精确控制端面的最佳光栅相位,从

作者简介:周 宁(1963-),女,教授级高工,主要从事半导体光电器件研发与制造方面的研究。

E-mail: ning.zhou@accelink.com

收稿日期: 2010-09-26; 收到修改稿日期: 2010-10-20

基金项目:国家 863 计划(2009AA03Z418)资助课题。

而满足一定单模稳定性及 SMSR 要求的激光器成品率进一步降低。解决这一问题的一个有效途径是采用 具有 λ/4 相移(QPS)光栅的 DFB-LD<sup>[3]</sup>。在 QPS 位于光栅正中,两端面又无反射的理想情况下,QPS-DFB-LD 在布拉格阻带的中心,以单模的方式激射。此时,工作模式的稳定性及 SMSR 均达到最佳,并且由于没 有结构上的不确定因素而使得成品率极高。因此,此种结构的激光器在高速长距离光纤通信系统,尤其是在 密集波分复用(DWDM)系统中被大量使用<sup>[4]</sup>。此外,因单管成品率高,QPS-DFB-LD 还被广泛地应用于单 片集成光电器件中。采用通常的全息曝光技术不易制作具有 QPS 的光栅。而将具有 QPS 的光栅图形直接 翻转至半导体基片表面的掩蔽胶膜上的纳米压印技术却可解决带有 QPS 的光栅制作问题<sup>[5]</sup>。然而在 QPS-DFB-LD 的实际制作中,由于管芯解理的不确定性和两端减反膜的一般蒸镀工艺难以做到反射率极小,因此 完全理想的 QPS-DFB-LD 设计是无法实现的。那么由制作工艺引起的谐振腔体参数偏差究竟会给 QPS-DFB-LD 的单模稳定性及 SMSR 带来何种影响就成了一个值得研究的问题。其结果一方面可明确为达到 一定的稳定度及 SMSR 需求应该对制作工艺的精细程度提出何种要求,另一方面也可在确定的制作工艺条 件下预知此种器件的成品率。尽管有关 QPS-DFB-LD 的分析、模拟、设计、制作、特性测试及应用方面的报 道很多<sup>[6~11]</sup>,但尚未见有关此种器件的单模稳定性对其腔结构参数依赖性的报道。本文探究了这种依赖关 系,将器件制作工艺精度与可达到的成品率两者联系起来。

# 2 理论模型

采用一阶折射率耦合光栅 DFB-LD 一维物理模型可表示为[12]

$$\begin{cases} \left(\frac{1}{v_{g}}\frac{\partial}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial z}\right)e^{i}(z,t) = \left[j\delta+\frac{1}{2}\Gamma(1+j\alpha)g(z,t)-\frac{1}{2}\alpha_{L}\right]e^{i}(z,t)+j\kappa e^{b}(z,t)+\tilde{s}^{i},\\ \left(\frac{1}{v_{g}}\frac{\partial}{\partial t}-\frac{\partial}{\partial z}\right)e^{b}(z,t) = \left[j\delta+\frac{1}{2}\Gamma(1+j\alpha)g(z,t)-\frac{1}{2}\alpha_{L}\right]e^{b}(z,t)+j\kappa e^{i}(z,t)+\tilde{s}^{b},\end{cases}$$
(1)

(1)式描述了沿谐振腔波导传播的行波光场随时间 t 与空间 z 的变化,其中  $e^{f,b}(z,t)$  为光场前向与后向行波 缓变包络, $v_g$  为光行波 在谐振 腔中的传播 群速,j 为单位虚数, $\delta = \beta_0 - \pi/\Lambda$  为单位波长相移量,而  $\beta_0 = n_{eff}k_0 = 2\pi n_{eff}/\lambda$  为波导中行波光场的传播常数, $k_0 = 2\pi/\lambda$  为在自由空间中波长为 $\lambda$  的光波传播常数,  $n_{eff}$  为波导等效折射率, $\Lambda$  为布拉格光栅周期, $\Gamma$  为波导横截面上的光场限制因子, $\alpha$  为光谱线宽展宽因子, g(z,t) 为有源区中的光增益, $\alpha_L$  为波导散射及自由电子吸收损耗, $\kappa$  为光栅折射率耦合系数(在非均匀光栅 如带有 QPS 的光栅中, $\kappa$ 并非为单一常数,而必须沿腔分区赋值), $s^{f,b}$  为耦合进入光场前向与后向行波的自 发辐射噪声。有源区中的载流子浓度变化描述为

$$\frac{\partial N(z,t)}{\partial t} = \frac{\eta J(z,t)}{ed} - \left[AN(z,t) + BN^{2}(z,t) + CN^{3}(z,t)\right] - \frac{n_{\text{eff}}}{2\hbar\omega_{0}} \sqrt{\frac{\varepsilon_{0}}{\mu_{0}}} \frac{\Gamma}{\Sigma_{\text{ar}}} g(z,t) \left| e^{f}(z,t) \exp(j\beta_{0}z) + e^{b}(z,t) \exp(-j\beta_{0}z) \right|^{2},$$
(2)

其中 N(z,t) 为有源区中的载流子浓度, $\eta$  为有源区电流注入效率,J(z,t) 为注入电流密度,e 为单位电荷,d 为有源区厚度,A,B 和 C 分别为表面及 Shockley-Read-Hall,双分子及自发辐射和各类俄歇(Auger)吸收系数, $\hbar\omega_0$  为对应波长 $\lambda$ 的单个光子能量, $\varepsilon_0$  和 $\mu_0$  为真空介电常数和导磁率, $\Sigma_{ar}$  为有源区横截面积。有源区中的光增益与载流子浓度的依赖关系:

 $g(z,t) = a \ln[N(z,t)/N_{tr}]/[1+\varepsilon|e^{t}(z,t)\exp(j\beta_{0}z) + e^{b}(z,t)\exp(-j\beta_{0}z)|^{2}], \quad (3)$ 其中 a 为增益系数, N<sub>tr</sub> 为透明载流子浓度,  $\varepsilon$  为非线性增益抑制因子。

在这一模型中,注入电流密度 J(z,t) 及自发辐射噪声 s<sup>f,b</sup> 为已知变量,载流子浓度 N(z,t),光增益 g(z,t) 及行波光场包络 e<sup>f,b</sup>(z,t) 为待求未知变量,其余均设为已知参数,通过联立(1)~(3)式,理论上恰好应得到 关于未知变量的唯一解。

### 3 数值分析

一般情况下,(1)~(3)式不存在解析解,因此解的获取只能依靠数值分析方法。采用标准的时域一维有

#### 激光与光电子学进展

限差分法<sup>[13]</sup>,如图1所示,可将总腔长为L的QPS-DFB-  
LD沿谐振腔体方向(z)分割成N份,而后采用时间网格  
(以
$$k$$
标示)前向差分、空间网格(以 $n$ 标示)后向差分的  
方法离散(1)~(3)式得到  
 $\Gamma e_{\pm 1}^{t} h_{\pm} \Delta z = A_{\pm}^{12} h_{\pm} \Delta z = \Gamma e_{\pm}^{t} h_{\pm} \Box = \Gamma \delta_{\pm}^{t} h_{\pm} \Box$ 

$$\begin{bmatrix} a_{n+1} \\ e_{n-1,k+1}^{\mathbf{b}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{n+1} \\ A_{n,k}^{21} \Delta z \\ A_{n,k}^{21} \Delta z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{n+1} \\ A_{n,k}^{22} \Delta z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{n+1} \\ e_{n,k}^{\mathbf{b}} \end{bmatrix} + \Delta z \begin{bmatrix} a_{n+1} \\ \tilde{s}_{n,k}^{\mathbf{b}} \end{bmatrix},$$
(4)

式中

$$A_{n,k}^{11} = A_{n,k}^{22} = j\delta + \frac{1}{2}\Gamma(1+j\alpha)g_{n,k} - \frac{1}{2}\alpha_{L},$$
 (5)



#### 图 1 谐振腔结构的计算划分



 $A_{n,k}^{12} = A_{n,k}^{21} = \mathbf{j} \boldsymbol{\kappa}_{n,k}.$ 

对于 QPS-DFB-LD 腔结构, $\kappa_{n,k}$  在z < L/2 区域内为一常数值 $\kappa$ ,而在 $z \ge L/2$  区域内则为 $\kappa \exp(j\pi/2)$ 。在谐振腔的两个端面上,前、后向行波场必须满足边界条件

$$e_{0,k}^{f} = r_{1}e_{0,k}^{b}, \quad e_{N,k}^{b} = r_{r}e_{N,k}^{f},$$
 (6)

式中 r<sub>1,r</sub>分别为腔左、右端面的光场幅度反射率。此外还有

$$N_{n,k+1} = N_{n,k} + \left\{ \frac{\eta J_{n,k}}{ed} - (AN_{n,k} + BN_{n,k}^{2} + CN_{n,k}^{3}) - \frac{n_{\text{eff}}}{4\hbar\omega_{0}} \sqrt{\frac{\varepsilon_{0}}{\mu_{0}}} \frac{\Gamma}{\Sigma_{ar}} g_{n,k} \{ |e_{n,k}^{f} \exp(j\beta_{0} n\Delta z) + e_{n,k}^{b} \exp(-j\beta_{0} n\Delta z)|^{2} + |e_{n-1,k}^{f} \exp[j\beta_{0} (n-1)\Delta z] + e_{n-1,k}^{b} \exp[-j\beta_{0} (n-1)\Delta z]|^{2} \} \right\} \Delta t,$$

$$g_{n,k} = a \ln(N_{n,k}/N_{\text{tr}}) / \left\{ 1 + \frac{1}{2} \varepsilon \{ |e_{n,k}^{f} \exp(j\beta_{0} n\Delta z) + e_{n,k}^{b} \exp(-j\beta_{0} n\Delta z)|^{2} + \right\} \right\} \Delta t,$$
(7)

$$\left|e_{n-1,k}^{\mathrm{f}}\exp\left[j\beta_{0}\left(n-1\right)\Delta z\right]+e_{n-1,k}^{\mathrm{b}}\exp\left[-j\beta_{0}\left(n-1\right)\Delta z\right]^{2}\right\}\right|.$$
(8)

在(4) ~ (8) 式中,有  $n = 0, 1, 2, \dots, N, k = 1, 2, 3, \dots, \Delta z = v_g \Delta t$ 。针对离散方程(4) ~ (8) 式的求解一般由  $N_{n,1} = N_{tr}$  开始,此时  $g_{n,1} = 0, e_{n,1}^{f,b} = 0$ 。

另外,(4)式中的 sf.b 由伪随机码发生程序产生满足独立、零均值高斯分布的自相关函数为

$$\langle \left| \tilde{s}_{n,k}^{\mathrm{f,b}} \right| \left| \tilde{s}_{n',k'}^{\mathrm{f,b}} \right| \rangle = 2 \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \frac{\gamma \Gamma n_{\mathrm{sp}} g_{n,k} \hbar \omega_0}{n_{\mathrm{eff}}} \delta_{m'} \delta_{kk'}, \qquad (9)$$

式中 $s_{n,k}^{f,b}$ 为伪随机序列, $n_{sp}$ 为抽运反转常数, $\gamma$ 为自发辐射耦合到激射模的光谱-空间综合系数, $\delta_{m',kk'}$ 均为克 罗内克(Kronecker)函数。将 $s_{n,1}^{f,b}$ 代入(4)式中获取 $e_{n,2}^{f,b}$ 。设 $J_{n,1} = (ed/\eta)(AN_{n,1} + BN_{n,1}^2 + CN_{n,1}^3) + \delta J$ 而由 (7)式获取 $N_{n,2}$ ,并通过(8)式而得到 $g_{n,2}$ 。再由(4)~(9)式获取 $e_{n,3}^{f,b}$ , $N_{n,3}$ , $g_{n,3}$ ,…,如此循环迭代,直到遍历 注入电流密度J经过的整个时间变化过程。

行波光场的缓变包络一经求出,激光器经左、右端面的输出光功率分别为

$$P_{1,k} = \frac{n_{\text{eff}}}{2} \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} (1 - |r_1|^2) |e_{0,k}^b|^2, \qquad P_{r,k} = \frac{n_{\text{eff}}}{2} \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} (1 - |r_r|^2) |e_{N,k}^f|^2.$$
(10)

只要将注入电流密度 J 设为一阶跃函数,并使阶跃幅度为给定的电流密度常数,经过充分长时间后,对由 (10) 式得到的光功率时间函数进行傅里叶变换,即可得到激光器经左、右端面的输出光功率谱。

### 4 计算结果

针对图 2(a)所示的实测光谱,通过逐渐调整上述模型中的各项参数,使得计算光谱与实测光谱达到一 定程度上的匹配,此时的计算光谱如图 2(b)所示,而此时获取的 QPS-DFB-LD 的参数如表 1 所示。

#### 011401-3





图 2 实测(a)和计算(b)的 QPS-DFB-LD 输出光谱 Fig. 2 Measured (a) and calculated (b) QPS-DFB-LD output spectra

		-			
Parameter	Value	Parameter	Value	Parameter	Value
$v_{\rm g}/(10^{10}~{\rm cm/s})$	0.833	η	1	$N_{\rm tr}/(10^{18}~{ m cm}^3)$	0.526
$n_{ m eff}$	3.243	d /nm	30	$\epsilon / (10^{-17} \text{ cm}^3)$	3
$\Lambda$ /nm	238.0	$A \ /\mathrm{ns}^{-1}$	1.362	γ	0.0001
$\Gamma$ / $\%$	1.817	$B / (10^{-10} \text{ cm}^3/\text{s})$	2.538	$n_{ m sp}$	1.7
α	-2.302	$C / (10^{-29} \text{ cm}^6/\text{s})$	3.463	$L/\mu m$	250
$\alpha_{\rm L}/{ m cm}^{-1}$	3.939	$\Sigma_{ m ar}/~\mu{ m m}^2$	0.06	$r_1$	0.1∠170°
$\kappa  / \mu \mathrm{m}^{-1}$	0.016	$a \ /\mathrm{cm}^{-1}$	1489.2	r <sub>r</sub>	0.1∠270°

	表 1 QPS-DFB-LD 计算参数
Table 1	Calculation parameters of QPS-DFB-LD

首先考虑 QPS 偏离谐振腔中心时的情况,此时假设两个端面为理想情况,即反射为零。计算结果如图 3,4 所示。当总腔长为 300 μm 不变时,尽管 QPS 离中心的偏离达 10%(即 30 μm),激光器的输出光谱除激 射波长有偏离布拉格波长的微小蓝移及 SMSR 有略微变化(左端优化而右端劣化)外并无显著改变。

然而激光器左右两端的光功率输出当 QPS 偏离中心时却由对称输出变为左端(即 QPS 距离近的一端) 输出功率大于右端。根据这一结果,可以得到下述结论:

1) 因管芯解理而引起的 QPS 微小偏移(一般在 5 µm 左右)对激光器的特性影响可完全忽略;

2) 故意引入的 QPS 偏移可使距离 QPS 近的端面输出光功率增强而使另一端面的输出光功率减弱,并 且输出光功率增大的一端 SMSR 还有所改善。这一效应可用于实际管芯的制作以期在没有任何代价的情 况下(仅需在解理时使中心微偏)提高 QPS-DFB-LD 的性能。当然,由图 4 发现,当偏离达到 10%(即 30μm)时,高电流注入下的功率与电流呈明显的非线性关系,这是由于强烈的空间烧空效应使得激射模式不 再稳定,所以利用 QPS 偏移改善器件特性时不能使偏移量过大而必须控制在 10%以内;

3) 故意引入的 QPS 偏移可使激射波长发生微小蓝移,偏移 10%时产生的蓝移量为 0.1 nm 左右。当需



图 3 激光器左端面(a)和右端面(b)输出光谱 Fig. 3 Output spectra of the left side (a) and the rifht side (b) of laser

要对激射波长进行精确控制时,也可以考虑利用这一效应。





其次考虑两端蒸镀减反膜后的实际情况,此时假设 QPS 位于谐振腔的中心,计算的结果示于图 5~7。 由图 5 可见,对于假设固定的两端光栅相位,减反膜残留的反射率不会给激光器的输出光谱造成显著影响, 仅仅是给 SMSR 带来微小的劣化。而由图 6,7 可见,考虑到两端光栅的相位实际上是随机的,减反膜残留 的反射率会使激光器的激射模偏离布拉格波长而产生漂移,漂移范围当残留反射率为 5%时约为0.25 nm, 并且 SMSR 也会略有劣化。这一漂移范围基本是由残留反射率较高的一端光栅相位随机性所决定的。由 于管芯解理工艺而引入的光栅相位的随机性是无法避免的,于是,通过压缩激射波长的漂移范围而提高波长 管芯成品率的唯一途径只能是减小减反膜的残留反射率。













图 7 激光器左端面(a)和右端面(b)输出光谱

Fig. 7 Output spectra of the left side (a) and the right side (b) of laser

## 5 结 论

通过基于物理模型针对 QPS-DFB-LD 的数值分析计算可知,若能将 QPS 区距器件中心的偏离控制在 10%以内,并且使器件两端的减反膜残留反射率低于 5%,则 QPS-DFB-LD 的光谱基本可不受因管芯解理 工艺而带来谐振腔参数不确定性的影响。相反,若故意使 QPS 区对器件中心产生一定程度的偏离(不超过 10%),并且在距离 QPS 区较近的一端收集输出光,则相比对称结构反而能够获取较高的输出光功率及 SMSR,其附带结果是器件的激射波长会有微小蓝移。此外,器件激射波长的漂移范围主要由蒸镀减反膜后 残留反射率较高一端光栅相位的随机性决定,而进一步压缩这一漂移范围的唯一途径似乎在于减小减反膜 的残留反射率。

#### 参考文献

- 1 K. Sakai, K. Utaka, S. Akiba *et al.*. 1.5 μm range InGaAsP/InP distributed feedback lasers[J]. *IEEE J. Quantum Electron.*, 1982, **18**(8): 1272~1278
- 2 H. Kogelnik, C. V. Shank. Coupled-wave theory of distributed feedback lasers [J]. J. Appl. Phys., 1972, 43(5): 2327~2335
- 3 Hermann A. Haus. Waves and Fields in Optoelectronics[M]. Prentice Hall, 1983
- 4 M. G. Young, T. Koch, U. Koren *et al.*. Wavelength uniformity in λ/4 shifted DFB laser array WDM transmitters[J]. *Electron. Lett.*, 1995, **31**(20): 1750~1752
- 5 Wang Dingli, Zhou Ning, Wang Lei *et al.*. DFB gratings for semiconductor laser diodes nanoimprint lithography[J]. *Microscope*, *Measurement*, *Microfabrication* & *Equipment*, 2010, **47**(1): 56~59 王定理,周 宁,王 磊等. 纳米压印制作半导体激光器的分布反馈光栅[J]. 显微、测量、微细加工技术与设备, 2010,
- 王定理,周 宁,王 磊等.纳米压印制作半导体激光器的分布反馈光栅[J].显微、测量、微细加工技术与设备,2010, 47(1):56~59
- 6 K. Utaka, S. Akiba, K. Sakai et al.. Longitudinal-mode behavior of λ/4-shifted InGaAsP/InP DFB lasers[J]. Electron. Lett., 1985, 21(9): 367~369
- 7 K. Utaka, S. Akiba, K. Sakai *et al.*.  $\lambda/4$  shifted InGaAsP/InP DFB lasers[J]. *IEEE J. Quantum Electron.*, 1986, **22**(7): 1042~1051
- 8 K. Uomi, M. Aoki, T. Tsuchiya *et al.*. Dependence of high-speed properties on the number of quantum wells in 1.55  $\mu$ m InGaAs-InGaAsP MQW  $\lambda/4$  shifted DFB lasers[J]. *IEEE J. Quantum Electron.*, 1993, **29**(2): 355~360
- 9 K. Uomi, M. Aoki, T. Tsuchiya et al.. High-speed 1.55 μm InGaAs/InGaAsP multi-quantum well λ/4- shifted DFB lasers[J]. Fiber and Integrated Optics, 1994, 13(1): 17~29
- 10 Y. P. Xi, X. Li, W. P. Huang. An efficient standing wave model for simulation of λ/4 shifted DFB lasers[C]. Asia Optical Fiber Communication & Optoelectronic Exposition & Conference, 2008. 1~3
- 11 Q. T. Ho, A. Suzuki, M. Yoshida et al. A λ/4- shifted distributed-feedback laser diode with a fiber ring cavity configuration having an OSNR of 85 dB and a linewidth of 7 kHz[J]. IEEE Photon. Technol. Lett., 2008, 20(18): 1578~1580
- 12 X. Li. Optoelectronic Devices: Design, Modeling, and Simulation[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2009
- 13 W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling *et al.*. Numerical Recipes in Fortran: The Art of Scientific Computing [M]. 2nd Edn., Cambridge: Cambridge University Press, 1992