

改进的最大后验概率估计法实现单幅图像超分辨率重建

张磊^{1,2} 杨建峰¹ 薛彬¹ 闫兴涛^{1,2}

(¹中国科学院西安光学精密机械研究所空间光学研究室, 陕西 西安 710119)
²中国科学院研究生院, 北京 100049)

摘要 从图像降质模型出发, 研究运用最大后验概率(MAP)估计法实现图像超分辨率重建。简单介绍了 MAP 方法的发展现状, 并分析了该算法中存在的缺陷, 即目标函数的吉布斯(Gibbs)项对于重建图像的噪声抑制力不均衡。针对该缺陷采用原始低分辨率图像插值后图像的梯度场对 MAP 目标函数的 Gibbs 项系数进行修正, 使该系数对各像素根据相应梯度值自适应的调整, 在一定程度上均衡了目标函数对于不同梯度值区域的约束力。采用共轭梯度法对改进前后 MAP 算法分别求解并进行了仿真。结果显示相比传统 MAP 算法, 改进的 MAP 算法得到的超分辨率图像, 既很好地恢复了细节, 又很好地抑制了重建过程中引入的噪声, 总体像质有了明显提高, 同时在迭代求解过程中也表现出很好的收敛性与稳定性。

关键词 图像处理; 超分辨率; 图像重建; 最大后验概率(MAP); 共轭梯度法; 吉布斯(Gibbs)模型

中图分类号 TN911.73

文献标识码 A

doi: 10.3788/LOP48.011003

Modified MAP Algorithm for Single Frame Super-Resolution Reconstruction

Zhang Lei^{1,2} Yang Jianfeng¹ Xue Bin¹ Yan Xingtao^{1,2}

(¹Space Optics Laboratory, Xi'an Institute of Optics and Precision Mechanics,
Chinese Academy Sciences, Shaanxi, Xi'an 710119, China)
²Graduate University of Chinese Academy Sciences, Beijing 10049, China)

Abstract The theory of image degraded model and maximum a posteriori probability (MAP) are introduced in brief. Then the defect of the MAP, the constraints of the Gibbs term (the second term of the objective function) to pixels with different gradients unbalanced are analysed. Based on this defect, a modified MAP algorithm for reconstruction is presented. The gradient matrix gotten from the interpolated image of the low-resolution image to modify the Gibbs term is used, so that the constraints are balanced to some extent. Then the updated MAP objective function is minimized by conjugate gradient method and the modified algorithm is simulated. The results show that, compared with the original MAP algorithm, the modified MAP algorithm can keep details well, and control noise (generated in reconstruction process) greatly in the reconstruction, and the image quality is improved obviously. Meanwhile, the modified MAP algorithm is steady and convergent in solving the problem.

Key words image processing; super-resolution; image reconstruction; maximum a posteriori probability (MAP); conjugate gradient method; Gibbs model

OCIS codes 100.2000; 100.6640; 100.3010

1 引言

超分辨率重建技术已广泛应用于遥感、军事、医学、视频监控和高清电视等诸多领域, 具有广阔的应用前

收稿日期: 2010-07-15; 收到修改稿日期: 2010-09-08

基金项目: 国家 863 计划(2009AA1122206)和国家自然科学基金(60808028)资助课题。

作者简介: 张磊(1986—), 男, 硕士研究生, 主要从事图像分辨率增强技术方面的研究。E-mail: zhlei1001@163.com

导师简介: 杨建峰(1969—), 男, 博士, 研究员, 博士生导师, 主要从事光学设计和干涉成像光谱等方面的研究。

E-mail: yangjf@opt.ac.cn

景^[1]。该技术经过近 20 来年的发展,目前已经发展了许多理论算法和模型^[2,3]。这些技术基本可以分为两类^[4]:频域法和空域法。频域算法理论简单,运算复杂度低,具有直观的去变形超分辨率机制。其缺点是所基于的理论前提过于理想化,只能局限于全局平移运动和线性空间不变退化模型,包含空域先验知识的能力有限。空域算法主要包括迭代反投影法(IBM)、凸集投影法(POCS)、最大似然(ML)估计和最大后验概率(MAP)估计、混合 MAP/POCS 方法以及自适应滤波方法等。其中最为典型且应用最为广泛的就是 POCS 和 MAP 估计。相比 POCS,MAP 估计具有运算速度快,算法稳定,解的唯一性等优势。

MAP 估计算法是一种广泛使用的统计重建方法,它把超分辨率图像重建问题看成一个统计估计问题。Schultz 等^[5]提出了多帧 MAP 估计算法进行超分辨率图像重建,采用 Huber-Markov 模型作为图像的先验信息,它是单帧图像插值算法的推广。Hardie 等^[6]提出了一种结合超分辨率图像和配准参数的目标函数,同时进行运动估计和图像重建。Nguyen 等^[7]引入 Tikhonov-Arsenin 正则化用以解决 MAP 重建问题的病态性。张新明等^[8]提出了一种边缘保持的 MAP 估计算法。Tipping 等^[9]提出利用低分辨率序列的边缘似然函数估计图像配准参数,再利用尺度共轭梯度法(SCG)重建高分辨率图像。Chantas 等^[10]提出了一种频域快速迭代算法求解 MAP 估计问题。

上述关于 MAP 的系列算法多应用于序列图像的超分辨率重建,对单幅图像实现超分辨率的研究较少。赵爱峰^[11]介绍了将 MAP 应用于单幅图像实现超分辨率的详细流程。孟庆武等^[12]利用插值将单幅图像模拟生成多帧低分辨率图像,再利用 MAP 重建高分辨率图像。然而目前在这方面的应用都是将起到平滑约束的吉布斯(Gibbs)项的系数设为常数,这样会导致重建结果在保持细节的同时增大了图像平滑区域的噪声。本文针对这种缺陷采用原始图像插值后图像的梯度场修正 Gibbs 项,用共轭梯度法进行求解。

2 图像降质模型

在超分辨率图像重建中,首先要建立一个联系原始高清目标和低分辨率图像的降质模型,一般的图像降质模型^[13,14]如图 1 所示。该模型可以用数学式表示为

$$G = DBW \times F + N, \quad (1)$$

式中 F 为原始高清目标, G 为低分辨率图像, W 为几何畸变; B 为光学系统滤波; D 为降采样; N 为噪声,通常为高斯白噪声。该模型给出了低分辨率图像 G 的影响因素。用 H 代替 DBW 可将(1)式简化为

$$G = H \times F + N. \quad (2)$$

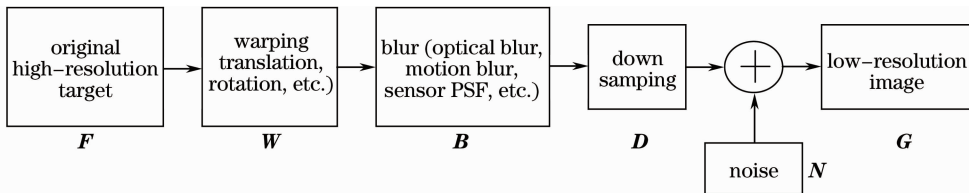


图 1 图像降质模型

Fig. 1 Imaging degradation mode

3 MAP 算法及改进

3.1 常规 MAP 算法

降质模型已经将低分辨率图像与原始高清目标联系到一起,如(2)式所示。超分辨率重建问题就是在已知低分辨率图像,并且知道或部分知道图像的降质因素,如光学系统调制转换函数(MTF),噪声类型等,来估计高分辨率图像。

假设 f 为估计的超分辨率图像, g 为原始低分辨率图像,在贝叶斯理论框架下,MAP 估计对该问题的求解可以表述为^[15,16]

$$\hat{f} = \underset{f}{\operatorname{argmin}} [-\lg P(g/f) - \lg P(f)]. \quad (3)$$

适当地选择 f 使(3)式中目标函数值达到最小,得到的 \hat{f} 称为超分辨率图像的最佳估计。条件似然概率密

度模型 $P(g/f)$ 采用高斯模型; 先验概率密度模型 $P(f)$ 采用 Gibbs 模型, 将其应用到(3)式中并简化得^[12,17]

$$\hat{f} = \operatorname{argmin}_f \left\{ \frac{1}{2\sigma^2} \sum_{m=1}^M (g_m - \sum_{r=1}^N H_{m,r} f_r)^2 + \frac{1}{2\lambda} \sum_{i=1}^N \left(\sum_{j=1}^N d_{i,j} f_j \right)^2 \right\}, \quad (4)$$

式中 M, N 为低分辨率图像和高分辨率图像的像素个数, σ^2 为概率密度函数的方差, λ 为概率密度函数的“温度”参数, $d_{i,j}$ 为 Gibbs 模型^[18]的系数, $H_{m,r}$ 为低分辨率图像第 m 个像素值与高分辨率图像第 r 个像素值的相关系数。(4)式在已知 H 的情况下, 采用共轭梯度法就可求得极值 \hat{f} , 即为常规 MAP 估计结果^[11,12]。

已知(4)式中第二项为一个平滑因子, 用来在其所表征的图像平滑性和约束估计的一致性之间取一个折衷。令 $t_i = \left(\sum_{j=1}^N d_{i,j} f_j \right)^2$, 由于(4)式第二项中所有 t_i 的系数为一常数, 所以在待估计图像 f 梯度较大的地方(代表图像细节信息) t_i 值就越大。在求极小值时, 较大 t_i 将主导目标函数值, 会首先变小, 表现为对应区域首先被平滑; 相反由于较小 t_i (代表图像平缓区域) 对应像素值的变化对目标函数值影响不大, 即该区域像素所受约束力较弱, 再加上(4)式第一项的影响, 最终导致原本平缓的区域会随着迭代过程的进行而变得明锐, 这意味引入了伪信息(噪声)。本文就是基于削减这种影响因素进行算法改进的。

3.2 算法改进

根据常规 MAP 算法的缺陷提出的改进思想是, 减小较大 t_i 的系数, 而增大较小 t_i 的系数, 使得目标函数对于这两种区域的约束力均衡, 从而在迭代求最优解时, 既保留了图像的细节, 又在图像平缓的区域保持了其平滑性。具体做法是先对低分辨率图像插值, 然后再求得其梯度并对其取模, 将该矩阵记作 \mathbf{A} 。这样 \mathbf{A} 中值较大的元素对应图像中梯度较大的区域, 值较小的元素对应图像中的平缓区域。对 \mathbf{A} 中的元素值做修正(具体做法很多, 如用 1 减去归一化后的 \mathbf{A} 等), 得到修正后的矩阵 $\mathbf{A}(\mathbf{E})$ 。将矩阵 \mathbf{E} 作用到(4)式中可得

$$\hat{f} = \operatorname{argmin}_f \left\{ \frac{1}{2\sigma^2} \sum_{m=1}^M (g_m - \sum_{r=1}^N H_{m,r} f_r)^2 + \frac{1}{2\lambda} \sum_{i=1}^N E_i \left(\sum_{j=1}^N d_{i,j} f_j \right)^2 \right\}, \quad (5)$$

式中 E_i 为矩阵 \mathbf{E} 的第 i 个元素。用(5)式替代(4)式来求最优解。

4 仿真结果与分析

4.1 目标函数初始化

由(5)式可知目标函数为

$$D = \frac{1}{2\sigma^2} \sum_{m=1}^M (g_m - \sum_{r=1}^N H_{m,r} f_r)^2 + \frac{1}{2\lambda} \sum_{i=1}^N E_i \left(\sum_{j=1}^N d_{i,j} f_j \right)^2, \quad (6)$$

优化前先对该式进行初始化。其中目标函数中两求和项前的系数为常数, 可以不用考虑, 只留下一个作为两项的协调因子, 假设为 a , 则(6)式变为

$$D = \sum_{m=1}^M (g_m - \sum_{r=1}^N H_{m,r} f_r)^2 + a \sum_{i=1}^N E_i \left(\sum_{j=1}^N d_{i,j} f_j \right)^2, \quad (7)$$

分析可知 a 值越大图像越平滑, 高频信息越少; 相反 a 值越小, 图像的高频信息越多, 同时噪声也越大。本文采用峰值信噪比(PSNR)作为权衡标准来确定 a 的取值。取使 PSNR 最大的 a 值作为最优值。对于不同图像, a 值有所不同; 同一幅图像采用常规算法和改进算法所得 a 值也不同。其大概的范围是 0.005~0.02。

为了便于理解和编程, 本文采用简单的 Gibbs 随机场的一阶系统, 如图 2^[18]所示。其中系统的相关系数取值为

$$d_{i,j} = \begin{cases} 1 & i = j \\ -1/4 & i \neq j \end{cases}, \quad (8)$$

完成了对目标函数的初始化后, 就可以采用共轭梯度法进行求解了。求解过程中较为复杂的是对目标函数求偏导数, 其偏导数为

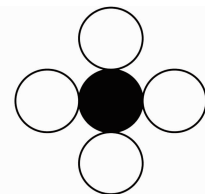


图 2 一阶 Gibbs 系统

Fig. 2 First-order Gibbs system

$$\frac{\partial D}{\partial f_k} = - \sum_{m=1}^M \left[2H_{m,k} \left(g_m - \sum_{r=1}^N H_{m,r} f_r \right) \right] + a \sum_{i=1}^N \left[2E_i d_{i,k} \sum_{j=1}^N d_{i,j} f_j \right]. \quad (9)$$

4.2 仿真结果

采用尺寸为 256 pixel×256 pixel 的 Lena 标准图像和 Coins 图像进行试验仿真。原始高清图像如图 3(a)所示(原始目标)。先后通过低通滤波、降采样等步骤得到尺寸为 128 pixel×128 pixel 的降质图像[图 3(b)]。其中滤波所用的矩阵(PSF)可在合理范围内任意假设。本文采用 Matlab 中的函数 fspecial() 获取一高斯模型矩阵。

先对降质后的图像进行插值得到图 4(a),将其作为迭代的初始估计。分别采用常规 MAP 方法和改进后的 MAP 进行超分辨率重建后得到图 4(b),(c)。

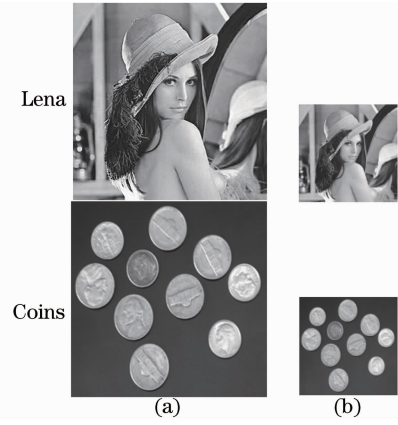


图 3 图像降质过程。(a)原始高清图像,(b)降质图像
Fig. 3 Process of image degradation. (a) original high-resolution image, (b) degraded image

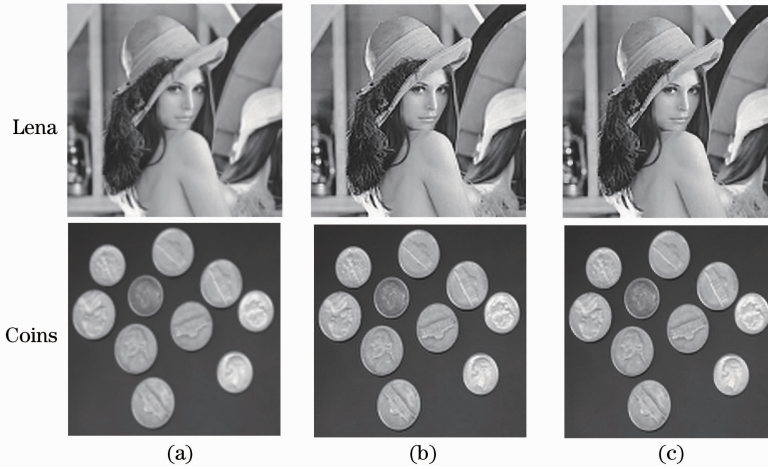


图 4 不同方法所得结果。(a)插值法,(b)常规 MAP 法,(c)改进 MAP 法

Fig. 4 Results by different methods. (a) interpolation, (b) original MAP, (c) modified MAP

4.3 数据分析

比较常规 MAP 算法与改进 MAP 算法所得图像可以看出,后者不仅在轮廓上比前者更加清晰,而且在平缓区域很好地抑制了噪声,其平滑性也优于前者。采用 PSNR、归一化互相关(NCC)^[18]和结构质量相似度(SSIM)进行定量分析。

表 1 重建图像关于 PSNR, NCC 和 SSIM 的比较

Table 1 Comparison about PSNR, NCC and SSIM of the reconstructions

Index	Image	Interpolated images	Original MAP	Modified MAP
PSNR/dB	Lena	25.0388	26.3714	26.6966
	Coins	30.6530	33.5096	34.2651
NCC	Lena	0.9955	0.9967	0.9970
	Coins	0.998	0.9988	0.9991
SSIM	Lena	0.9686	0.9777	0.9793
	Coins	0.9908	0.9953	0.9961

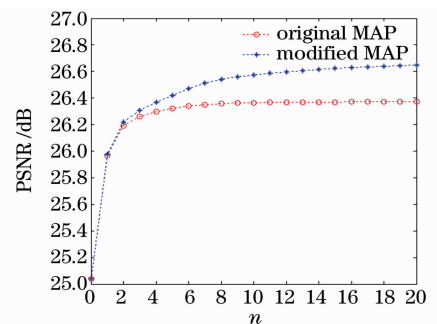


图 5 算法改进前后的 PSNR 与迭代次数 n 的关系曲线
Fig. 5 Curves of PSNR and iteration number n about original MAP and modified MAP

表 1 对插值图像、常规 MAP 和改进后 MAP 所得图像从上述 3 项指标进行了对比。可以看出,改进后的算法在 PSNR 相比常规算法分别提高了 0.3252 和 0.7555。而且相比插值图像,改进后算法的峰值信噪比分别提高了 1.6578 和 3.611,这对于单幅图像超分辨率已经是很高的指标^[19]。对于 NCC^[18] 指标和 SSIM^[20] 指标,其值越接近 1,表示重建图像越逼近于真实图像。所以表 1 中在这两项指标上说明了改进算法所得图像更逼近真实图像。

图 5 给出了 Lena 图像的 PSNR 与迭代次数的曲线图(Coins 图像曲线与之相似)。可以看出改进后 MAP 算法显著优于常规 MAP 算法。并且迭代到第 4 次所得的 PSNR 值就已经相当于常规 MAP 算法的最大 PSNR 值了。这也说明了该改进算法具有很好的稳定性和收敛性。

最后再从频域进行分析。图 6 为原始高清图像、常规 MAP 算法和改进 MAP 算法所得图像的中心化频谱图。可以看出,常规 MAP 算法得到的频谱图分布集中于中心区域,高频信息较少,并且在图像的横轴和纵轴的边缘有明显的噪声;而改进 MAP 算法的频谱图分布则比较均匀,没有明显的噪声,且含有大量的高频信息。这说明了本文所采用的改进 MAP 算法在图像高频信息的恢复和抑制噪声上明显优于常规 MAP 算法。

5 结 论

介绍了传统 MAP 估计算法应用于单帧低分辨率图像超分辨率重建的原理,分析了该算法的不足并提出了改进算法。实验结果表明,采用改进的 MAP 算法在图像细节的恢复和噪声的抑制上都有了明显的提高,同时改进 MAP 算法在迭代过程中也表现出了良好的稳定性和收敛性。

参 考 文 献

- Zhang Qiang, Guo Baolong. Remote sensing image fusion based on the nonsubsampled coutourlet transform[J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, **28**(1): 74~80
张 强, 郭宝龙. 基于非采样 Contourlet 变换的遥感图像融合算法[J]. *光学学报*, 2008, **28**(1): 74~80
- Wu Qiong, Tian Yue, Zhou Chunping *et al.*. Review of super-resolution in remote-sensing image[J]. *Science of Surveying and Mapping*, 2008, **33**(6): 66~69
吴 琼, 田 越, 周春平等. 遥感图像超分辨率研究的现状和发展[J]. *测绘科学*, 2008, **33**(6): 66~69
- Pu Jian, Zhang Junping, Huang Hua. A survey of super resolution algorithms[J]. *Journal of Shandong University (Engineering Science)*, 2009, **39**(1): 27~32
浦 剑, 张军平, 黄 华. 超分辨率算法研究综述[J]. *山东大学学报(工学版)*, 2009, **39**(1): 27~32
- Wang Xiaowen, Liu Yu. Survey of image super-resolution investigation[J]. *Information Technology*, 2009, **7**: 236~239
王晓文, 刘 雨. 图像超分辨率研究综述[J]. *信息技术*, 2009, **7**: 236~239
- R. R. Schultz, R. L. Stevenson. Extraction of high-resolution frames from video sequences[J]. *IEEE Trans on Image Processing*, 1996, **5**(6): 996~1011
- R. C. Hardie, K. J. Barnard, E. E. Armstrong. Joint MAP registration and high-resolution image estimation using a sequence of undersampled images[J]. *IEEE Trans. on Image Processing*, 1997, **12**(6): 1621~1633
- N. Nguyen, P. Milanfar. A computationally efficient super resolution image reconstruction algorithm[J]. *IEEE Trans. on Image Processing*, 2001, **4**(8): 573~583
- Zhang Xinming, Shen Lansun. Super-resolution restoration with multi-scale edge-preserving regularization[J]. *Journal of*

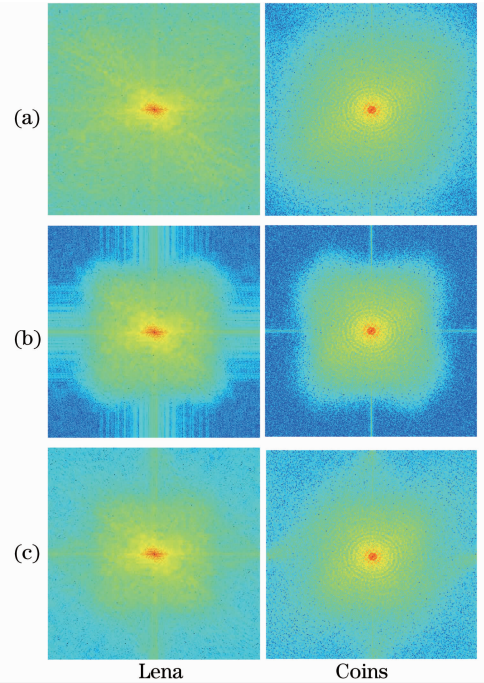


图 6 中心化频谱图。(a)原始图像频谱,(b)常规 MAP 图像频谱,(c)改进 MAP 图像频谱
Fig. 6 Centralized spectra. (a) spectrum of original image, (b) spectrum of image by origin MAP, (c) spectrum of image by modified MAP

- Software, 2003, **14**(6): 1075~1081
- 张新明, 沈兰荪. 基于多尺度边缘保持正则化的超分辨率复原[J]. 软件学报, 2003, **14**(6): 1075~1081
- 9 M. E. Tipping, C. M. Bishop. Bayesian image super-resolution[C]. Proc Advances in Neural Information Processing Systems 15. Cambridge: MIT Press, 2003
- 10 G. K. Chantas, N. P. Galatsanos, N. A. Woods. Super-resolution based on fast registration and maximum a posteriori reconstruction[J]. *IEEE Trans on Image Processing*, 2007, **16**(7): 1821~1829
- 11 赵爱峰. Bayesian 框架下单帧非压缩图像超分辨率重建的研究[J]. 黑龙江科技信息, 2007, **22**: 97~98
- 12 Meng Qingwu, Bai Xiuyun. SFMAP algorithm of high-resolution reconstruction from single frame low-resolution image[J]. *Computer Science*, 2004, **31**(8): 147~150
- 孟庆武, 柏秀云. 单帧低分辨率图像的 SFMAP 高分辨率重建算法[J]. 计算机科学, 2004, **31**(8): 147~150
- 13 Xiao Chuangbai, Yu Jing, Xue Yi *et al.*. A novel fast algorithm for MAP super-resolution image reconstruction[J]. *Journal of Computer Research and Development*, 2009, **46**(5): 872~880
- 肖创柏, 禹晶, 薛毅等. 一种基于 MAP 的超分辨率图像重建的快速算法[J]. 计算机研究与发展, 2009, **46**(5): 872~880
- 14 Xu Jing, Wang Guoyu, Qu Xunzheng. MAP-based image super-resolution reconstruction[J]. *Microcomputer Information*, 2007, **23**(7-3): 295~296
- 许静, 王国宇, 曲训正. 基于 MAP 算法的图像超分辨率重建[J]. 微计算机信息, 2007, **23**(7-3): 295~296
- 15 Xu Luping. Digital Image Prossing[M]. Beijing: Science Press, 2007. 126~136
- 许录平. 数字图像处理 [M]. 北京: 科学出版社, 2007. 126~136
- 16 Wu Wei, Yang Xiaomin, Chen Mo *et al.*. Super-resolution restoration algorithms based on improved nonsubsampling contourlet transform[J]. *Acta Optica Sinica*, 2009, **29**(6): 1493~1501
- 吴炜, 杨晓敏, 陈默等. 基于改进的非降采样 Contourlet 变换的超分辨率复原算法[J]. 光学学报, 2009, **29**(6): 1493~1501
- 17 Meng Qingwu. An aliasing degree pre-estimated MAP algorithm of super-resolution processing[J]. *Journal of Software*, 2004, **15**(2): 207~214
- 孟庆武. 预估计混叠度的 MAP 超分辨率处理算法[J]. 软件学报, 2004, **15**(2): 207~214
- 18 Peng Xujun, Zhang Guilin. Restoration of high resolution image based on Gibbs model [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2003, **32**(6): 613~616
- 彭旭俊, 张桂林. 基于 Gibbs 模型的提高图像分辨率方法[J]. 红外与激光工程, 2003, **32**(6): 613~616
- 19 Wang Jing, Zhang Shiping, Sun Quansen *et al.*. MAP based remote sensing image super-resolution with frequency domain correction[J]. *Journal of Southeast University (Natural Science Edition)*, 2010, **40**(1): 84~88
- 王静, 章世平, 孙权森等. 基于 MAP 估计的遥感图像频域校正超分辨率算法[J]. 东南大学学报(自然科学版), 2010, **40**(1): 84~88
- 20 Fan Chong. Super-Resolution Reconstruction of Three-Line-Scanner Images[D]. Changsha: Central South University, 2007. 103~105
- 范冲. 三线阵影像超分辨率重建[D]. 长沙: 中南大学, 2007. 103~105