

有限光束的表示方法及物理性质

李春芳^{1,2} 何英² 杨艳芳²

(¹中国科学院西安光学精密机械研究所瞬态光学与光子技术国家重点实验室, 陕西 西安 710119)

²上海大学理学院物理系, 上海 200444

摘要 介绍了在非近轴光束的表示理论、非近轴光束的整体参量、轨道角动量、横向效应以及光的自旋霍尔(Hall)效应等有限光束的物理性质研究中所取得的进展。以平面波谱表示方法为基础,发展了一套有限光束的表示理论,在规定光束全局琼斯矢量(称为广义琼斯矢量)的基础上,提出了一个全局特征单位矢量,发现这两个全局量在有限光束的表示中具有重要的作用。利用该表示理论很好地解决了非近轴光束的角动量问题,发现非近轴光束的总角动量可以严格地分解成自旋和轨道两部分,但是两者都依赖于由偏振椭圆度表征的光束的偏振状态。采用特征单位矢量的变化可以很好地解释近两年来国内外学者从实验上分别观测到折射光和反射光的所谓自旋 Hall 效应。

关键词 有限光束; 有限光束表示理论; 特征单位矢量; 轨道角动量; 自旋霍尔效应

中图分类号 O431.1

OCIS 260.2110 140.3295

文献标识码 A

Representation Theory and Physical Properties of Finite Electromagnetic Beams

Li Chunfang^{1,2} He Ying² Yang Yanfang²

(¹ State Key Laboratory of Transient Optics and Photonics, Xi'an Institute of Optics and Precision Mechanics of Chinese Academy of Sciences, Xi'an, Shaanxi 710119, China

² Department of Physics, Shanghai University, Shanghai 200444, China

Abstract Our research of the representation theory of nonparaxial light beams and their physical properties such as a global parameter of a unit vector, the orbital angular momentum, the transverse effect, and the so-called spin Hall effect of light is introduced. On the basis of the plane-wave spectrum expansion, a representation formalism for finite beams is developed. After postulating a Jones vector that acts as a global quantity to represent the beam's polarization, another global quantity, a unit vector is introduced. Both of the two global quantities are important in the representation formalism of finite beams. By using this formalism, the total angular momentum of an arbitrary free electromagnetic field is separated rigorously into spin and orbital parts, both of which are dependent on the state of polarization and the polarization ellipticity. In addition, the observed so-called spin Hall effect of light in both refraction and reflection is explained satisfactorily in terms of the change of the characteristic unit vector.

Key words finite beams; representation theory of finite beams; characteristic unit vector; orbital angular momentum; spin Hall effect

1 引言

有限电磁束在光学囚禁和微操作^[1]、光学旋转^[2]、光传导^[3]、光学数据存储、暗场成像^[4]等不同领域发挥着重要的作用。在激光技术已经获得广泛应用的今天,我们所熟悉的激光束只不过是光束中最为简单的一种——均匀偏振激光束。矢量激光区别于标量激光的特点是,在近轴条件下标量激光在横截面上的偏振分

收稿日期: 2010-01-30; 收到修改稿日期: 2010-03-20

基金项目: 国家自然科学基金(60877055, 60806041)、上海市科委基金(08JC1409701, 08QA14030)、上海市教育发展基金(2007CG52)和上海市重点学科(S30105)资助课题。

作者简介: 李春芳(1964—),男,博士,教授,主要从事光物理和量子物理中有关波束物理性质等方面的研究。

E-mail: cfli@shu.edu.cn

布是均匀的,而矢量激光在横截面上的偏振分布是不均匀的。10多年来,有关矢量激光的研究得到了飞速的发展,人们认识比较清楚的矢量激光是柱矢量激光,即偏振呈圆柱对称分布的激光束^[5~7]。柱矢量激光在不同领域中的应用也大力开展起来^[8~13],包括光刻技术、量子信息技术、微小粒子的俘获及操控(光镊及光扳手)、电子加速和暗场成像等。但是自从激光器出现以来,有限光束的表示理论远不够完善^[14~18],表现之一是在分析 Imbert-Fedorov 效应时对光束的物理性质存在争议^[19,20]。考虑光场的矢量性后,会揭示出更多光场本身的性质,包括非均匀偏振光场、光场的轨道角动量以及非傍轴光束的性质及其传播规律等。因此建立并完善包括矢量光束在内的有限光束表示理论并探索有限光束的物理性质就显得很有价值。近年来我们在光束表示理论、非近轴光束的自旋和轨道角动量、横向效应以及光的自旋霍尔(Hall)效应等光束的物理性质研究方面取得了一定的进展,本文主要对这些研究成果进行了介绍。

2 非近轴光束表示理论的发展

自从激光器出现以来,人们发现两类不同的近轴光束^[18,21,22],一类是均匀偏振光束,包括基本高斯光束、拉盖尔-高斯光束、贝塞尔-高斯光束、修正的贝塞尔-高斯光束和厄米-高斯光束等,如图 1 所示;另一类是圆柱矢量光束,例如贝塞尔-高斯光束、面包圈光束、修正的贝塞尔-高斯光束和拉盖尔-高斯光束等,这类光束是径向偏振或方位角偏振的光束,如图 2 所示。如何理解这两类光束的差别和联系是个重要的课题。早在 1975 年, M. Lax 等^[14]从精确的麦克斯韦方程出发,讨论光束在非均匀的、各向同性、非线性介质中的传播,把电场矢量按级数展开,发现近轴近似解就是麦克斯韦方程的零阶解。他们发现线偏振光束的解不满足麦克斯韦方程,横向性条件要求光束具有纵向分量。1980 年, D. N. Pattanayak 等^[16]提出了 Whittaker 标势理论并引入了一个单位矢量,与波矢量 \mathbf{k} 垂直的两个相互正交的单位矢量 \mathbf{u} 和 \mathbf{v} 可以用另一个单位矢量 \mathbf{I} 定义为

$$\mathbf{v} = \frac{\mathbf{k} \times \mathbf{I}}{|\mathbf{k} \times \mathbf{I}|}, \quad \mathbf{u} = \mathbf{v} \times \frac{\mathbf{k}}{k}, \quad (1)$$

单位矢量 \mathbf{I} 可以取垂直于光束轴线的任意方向。在差不多相同时间, L. W. Davis 等^[15,17,23]提出电磁势理论,首先规定矢势 \mathbf{A} 垂直于传播方向, $\mathbf{A} = \mathbf{e}_x \psi \exp(ikz)$, \mathbf{e}_x 为 x 方向的单位矢量, z 为光束传播方向,在近轴条件下,得到了均匀偏振光束。随后他又规定矢势平行于传播方向, $\mathbf{A} = \mathbf{e}_z \psi \exp(ikz)$,在近轴条件下得到了自由空间的 TM 和 TE 电磁波束,即径向偏振和方位角偏振。1982 年, L. W. Davis 等^[24]指出, Whittaker 标势理论中的单位矢量 \mathbf{I} 若平行于光束的传播方向,可以得到与垂直情况下的偏振性质完全不同的光束,得出结论,单位矢量 \mathbf{I} 既可以垂直于光束的传播方向,也可以平行于光束的传播方向,错误地认为 \mathbf{I} 的这两种状态结合起来可以表示任意偏振的光束。

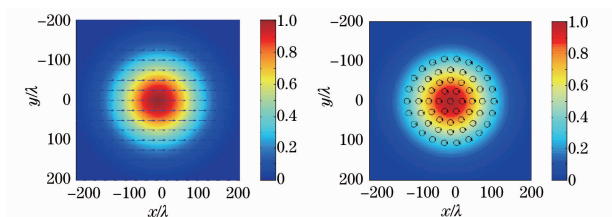


图 1 基本高斯光束示意图

Fig. 1 Fundamental Gaussian beams

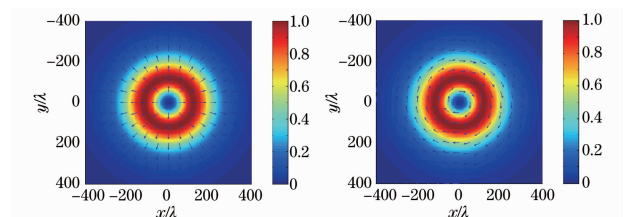


图 2 径向偏振和方位角偏振光束

Fig. 2 Radially and azimuthally polarized laser beams

3 非近轴光束的整体参量——广义琼斯矢量和特征单位矢量

C. F. Li^[25~28]提出了一种矢量激光束的表示理论。电磁波束的每个平面波分量都有它自己的投影矩阵和琼斯矢量,而投影矩阵存在一个自由度,这个自由度允许我们找到一类光束解:每个平面波分量都由同一个固定的单位矢量表征,并且具有相同的归一化琼斯矢量,这个琼斯矢量称为广义琼斯矢量。这时,光束作为一个整体有它自己的投影矩阵,把归一化的广义琼斯矢量投影到场矢量,因此有限光束的场矢量可以因式分解成投影矩阵和广义琼斯矢量的乘积

$$\mathbf{F}(\mathbf{x}) = \mathbf{M}\tilde{\boldsymbol{\alpha}}, \quad \tilde{\boldsymbol{\alpha}} = \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{bmatrix}, \quad (2)$$

$$\mathbf{M} = \frac{1}{2\pi} \int \mathbf{m} f(k_x, k_y) \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}) dk_x dk_y, \quad \mathbf{m} = (\mathbf{u}\mathbf{v}), \quad (3)$$

$$\sigma = -i(\alpha_1^* \alpha_2 - \alpha_2^* \alpha_1), \quad (4)$$

式中 \mathbf{x} 表示场点的位置矢量, $\tilde{\boldsymbol{\alpha}}$ 是广义琼斯矢量, 表示光束的一个整体性质, 即光束的偏振态, α_1 和 α_2 是复数, 满足归一化条件: $|\alpha_1|^2 + |\alpha_2|^2 = 1$; σ 为偏振椭圆度; \mathbf{M} 为光束的投影矩阵, 由波矢空间的局域投影矩阵 \mathbf{m} 决定。可见, 位形空间的场矢量 $\mathbf{F}(\mathbf{x})$ 由归一化的广义琼斯矢量通过投影矩阵投影得到。单位矢量 \mathbf{u} 和 \mathbf{v} 满足: $|\mathbf{u}| = |\mathbf{v}| = 1, \mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = \mathbf{u} \cdot \mathbf{k} = \mathbf{v} \cdot \mathbf{k} = 0$, 因此可以通过(1)式来定义。

假设单位矢量 \mathbf{I} 处在 xoz 平面内, 如图 3 所示, 并且取角谱的标量振幅 $f(k_x, k_y)$ 包含相位因子 $\exp(il\varphi)$, 其中 l 为整数, 则电场的角谱标量振幅、单位矢量和投影矩阵可分别表示为

$$f(k_\rho, \varphi) = f_l(k_\rho) \exp(il\varphi), \quad (5)$$

$$\mathbf{I} = \mathbf{e}_z \cos \Theta + \mathbf{e}_x \sin \Theta, \quad (6)$$

$$\mathbf{m} = \frac{1}{k|\mathbf{k} \times \mathbf{I}|} \begin{bmatrix} (k_y^2 + k_z^2) \sin \Theta - k_z k_x \cos \Theta & k k_y \cos \Theta \\ -k_y (k_z \cos \Theta + k_x \sin \Theta) & k(k_z \sin \Theta - k_x \cos \Theta) \\ (k_x^2 + k_y^2) \cos \Theta - k_z k_x \sin \Theta & -k k_y \sin \Theta \end{bmatrix}. \quad (7)$$

1) 单位矢量 \mathbf{I} 垂直于光束的传播方向

$$\Theta = \frac{\pi}{2}, \quad \mathbf{m} = \frac{1}{k(k^2 - k_x^2)^{1/2}} \begin{bmatrix} k^2 - k_x^2 & 0 \\ -k_x k_y & k k_z \\ -k_z k_x & -k k_y \end{bmatrix}, \quad (8)$$

在近轴近似条件下, 忽略 k_x/k 和 k_y/k 一级以上的项(包括忽略一级项), 则有

$$\mathbf{m} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (9)$$

其纵向分量为零, 此时 \mathbf{m} 独立于波矢量, 描述的是均匀偏振光束, 场矢量可以写为

$$\mathbf{F}(\mathbf{x}) = (\alpha_1 \mathbf{e}_x + \alpha_2 \mathbf{e}_y) \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}) F(r, z), \quad (10)$$

$$F(r, z) = i^{|l|} \int_0^k f_l(k_\rho) \exp(ik_z z) J_{|l|}(rk_\rho) k_\rho dk_\rho. \quad (11)$$

$\tilde{\boldsymbol{\alpha}}$ 恢复到传统的含义, 其中不同的分布函数 f_l 代表不同的场分布 $F(r, z)$ 。如对于拉盖尔-高斯光束^[29], 有

$$f_l(k_\rho) = (\omega_0 k_\rho)^{|l|} \exp\left(-\frac{\omega_0^2 k_\rho^2}{2}\right) L_n^{|l|}(\omega_0^2 k_\rho^2), \quad (12)$$

$$F(r, z) = \frac{i^{|l|}}{\omega^2} \left(-\frac{\omega_0^2}{\omega^2}\right)^n \left(\frac{\omega_0 r}{\omega^2}\right)^{|l|} \exp\left(-\frac{r^2}{2\omega^2}\right) L_n^{|l|}\left(\frac{\omega_0^2 r^2}{\omega^2}\right) \exp(ikz), \quad (13)$$

$$\omega^2 = \omega_0^2 \left(1 + i \frac{z}{k\omega_0^2}\right). \quad (14)$$

对于贝塞尔-高斯光束^[30], 有

$$f_l(k_\rho) = \exp\left[-\frac{\omega_0^2}{2}(k_\rho^2 + \beta^2)\right] I_{|l|}(\beta\omega_0^2 k_\rho), \quad (15)$$

$$F(r, z) = \frac{i^{|l|}}{\omega^2} \exp\left[-\frac{1}{2\omega^2}\left(r^2 + i\beta^2\omega_0^2 \frac{z}{k}\right)\right] J_{|l|}\left(\frac{\omega_0^2}{\omega^2}\beta r\right) \exp(ikz). \quad (16)$$

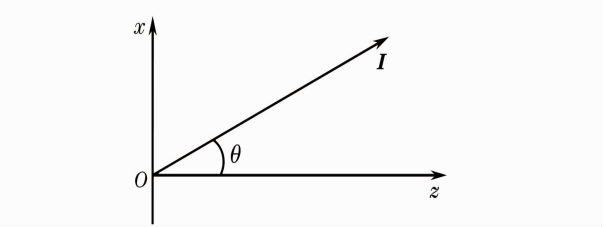


图 3 单位矢量

Fig. 3 Unit vector in the xoz plane

对于修正的贝塞尔-高斯光束^[31,32],如图4所示,有

$$f_l(k_\rho) = \exp\left[-\frac{\omega_0^2}{2}(k_\rho^2 - \beta^2)\right] J_{|l|}(\beta\omega_0^2 k_\rho), \quad (17)$$

$$F(r, z) = \frac{i^{|l|}}{\omega^2} \exp\left[-\frac{1}{2\omega^2}\left(r^2 - i\beta^2\omega_0^2 \frac{z}{k}\right)\right] I_{|l|}\left(\frac{\omega_0^2}{\omega^2}\beta r\right) \exp(ikz), \quad (18)$$

对于基本高斯光束和面包圈光束,如图1所示,有

$$f_l(k_\rho) = (\omega_0 k_\rho)^{|l|} \exp\left(-\frac{\omega_0^2}{2}k_\rho^2\right), \quad (19)$$

$l=0$ 对应基本高斯光束:

$$F(r, z) = \frac{1}{\omega^2} \exp\left(-\frac{r^2}{2\omega^2}\right) \exp(ikz), \quad (20)$$

$l \neq 0$ 对应面包圈光束:

$$F(r, z) = \frac{i^{|l|}}{\omega^2} \left(\frac{\omega_0 r}{\omega^2}\right)^{|l|} \exp\left(-\frac{r^2}{2\omega^2}\right) \exp(ikz), \quad (21)$$

2) 单位矢量 \mathbf{I} 平行于光束的传播方向^[33]

$$\Theta = 0, \quad \mathbf{m} = \begin{bmatrix} (k_z/k) \cos \varphi & -\sin \varphi \\ (k_z/k) \sin \varphi & \cos \varphi \\ -k_\rho/k & 0 \end{bmatrix} = \left[\frac{k_z}{k} \mathbf{e}_\rho - \frac{k_\rho}{k} \mathbf{e}_z \quad \mathbf{e}_\varphi \right]. \quad (22)$$

在近轴近似下可得 $\mathbf{m} = (\mathbf{e}_\rho \quad \mathbf{e}_\varphi)$ 。当 $l=0$ 时,

$$\begin{aligned} \mathbf{F}(\mathbf{x}) &= (\alpha_1 \mathbf{e}_r + \alpha_2 \mathbf{e}_\varphi) F(r, z), \\ F(r, z) &= i \int_0^k f_0(k_\rho) \exp(ik_z z) J_1(rk_\rho) k_\rho dk_\rho, \end{aligned} \quad (23)$$

这是圆柱矢量光束: $\tilde{\boldsymbol{\alpha}} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ 代表径向偏振; $\tilde{\boldsymbol{\alpha}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ 代表方位角偏振; $\tilde{\boldsymbol{\alpha}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ i \end{bmatrix}$ 代表圆偏振。不同的分布函数 f_0 代表不同的场分布 $F(r, z)$ 。例如对于贝塞尔-高斯光束^[18],如图5(a)所示,有

$$f_0(k_\rho) = \exp\left[-\frac{\omega_0^2}{2}(k_\rho^2 + \beta^2)\right] I_1(\beta\omega_0^2 k_\rho), \quad (24)$$

$$F(r, z) = \frac{i}{\omega^2} \exp\left[-\frac{1}{2\omega^2}\left(r^2 + i\beta^2\omega_0^2 \frac{z}{k}\right)\right] J_1\left(\frac{\omega_0^2}{\omega^2}\beta r\right) \exp(ikz). \quad (25)$$

对于拉盖尔-高斯光束^[22],如图5(b)所示,有

$$f_0(k_\rho) = \omega_0 k_\rho \exp\left(-\frac{\omega_0^2 k_\rho^2}{2}\right) L_n^1(\omega_0^2 k_\rho^2), \quad (26)$$

$$\begin{aligned} F(r, z) &= \frac{i}{\omega^2} \left(-\frac{\omega^* r}{\omega^2}\right)^n \frac{\omega_0 r}{\omega^2} \exp\left(-\frac{r^2}{2\omega^2}\right) \times \\ &L_n^1\left(\frac{\omega_0^2 r^2}{|\omega|^4}\right) \exp(ikz), \end{aligned} \quad (27)$$

对于面包圈光束^[33],如图6所示,有

$$f_0(k_\rho) = \exp\left(-\frac{\omega_0^2}{2}k_\rho^2\right), \quad (28)$$

$$F(r, z) = \frac{\sqrt{2\pi}}{4} \frac{i}{\omega^2} \frac{r}{\omega} \exp\left(-\frac{r^2}{4\omega^2}\right) \left[I_0\left(\frac{r^2}{4\omega^2}\right) - I_1\left(\frac{r^2}{4\omega^2}\right) \right] \exp(ikz). \quad (29)$$

3) Θ 等于光束发散角,单位矢量 \mathbf{I} 既不垂直于光束的传播方向,也不平行于光束的传播方向,光场强度分布如图7所示。比较图7与图6可知,光束的质心偏离了 \mathbf{I} 与传播方向构成的特征平面。

4 轨道角动量: 偏振和特征单位矢量的影响

光的轨道角动量问题直到1992年才开始引起广泛的注意,L. Allen等^[29]表明拉盖尔-高斯光束既可以携带自旋角动量,也可以携带轨道角动量。他们发现,自旋由光束的偏振 σ 携带,轨道角动量由光束的螺旋

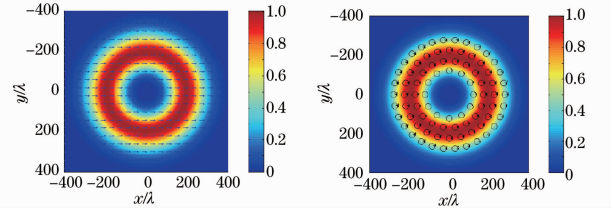


图4 修正的贝塞尔-高斯光束示意图

Fig. 4 Modified Bessel-Gaussian beams

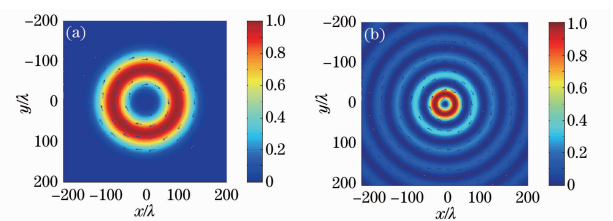


图5 (a) 贝塞尔-高斯光束,(b)拉盖尔-高斯光束

Fig. 5 (a) Bessel-Gaussian beam,

(b) Laguerre-Gaussian beam

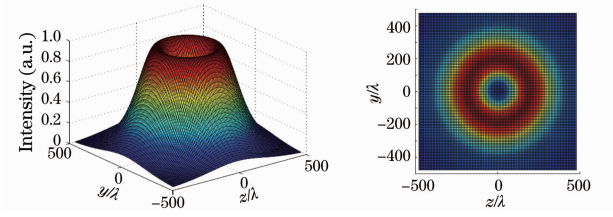
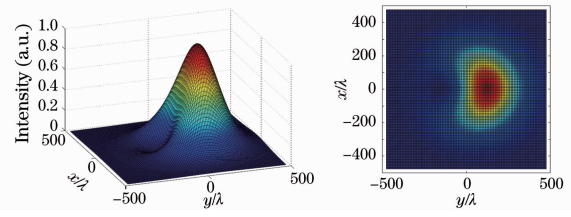


图 6 面包圈光束

Fig. 6 Doughnut vector beam

图 7 Θ 等于发散角时的矢量光束强度分布图Fig. 7 Intensity distribution of vector beam for Θ being equal to the divergence angle

型波前携带,由相位因子 $\exp(il\varphi)$ 表征,其中 l 是整数。从那时起,实验上取得了巨大的进步,测量到了轨道角动量,观察到自旋角动量和轨道角动量可以转移到微粒和液晶。最近实验结果表明,非近轴光束的自旋角动量和轨道角动量,在和光镊中囚禁于光轴外的双折射微粒相互作用时产生不同的作用。观察到光的自旋使粒子绕自轴旋转,而轨道角动量使粒子绕光束轴旋转;近轴光束的部分自旋可以通过高数值孔径转移到非近轴光束的轨道角动量。这些实验结果表明光束的自旋角动量和轨道角动量既有区别又有联系。

具备了有限光束的表示方法,就可以研究它的自旋和轨道角动量了。自由空间电磁场的角动量线密度定义为

$$\mathbf{J} = \int \mathbf{j} dx dy = \int \mathbf{x} \times \mathbf{p} dx dy, \quad (30)$$

式中 $\mathbf{j} = \mathbf{x} \times \mathbf{p}$ 为角动量密度,动量密度 $\mathbf{p} = \epsilon_0 \mu_0 \mathbf{E} \times \mathbf{H}$ 。光束电场可由角谱表示成

$$\mathbf{E}(\mathbf{x}) = \frac{1}{2\pi} \int \mathbf{f}(k_x, k_y) \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}) dk_x dk_y, \quad (31)$$

式中 $\mathbf{f}(k_x, k_y) = \tilde{\mathbf{m}} \mathbf{a} f(k_x, k_y)$ 。可以证明,光束的总角动量可以严格地分为轨道和自旋两部分^[28]。

1) 轨道角动量

$$\begin{cases} L_x = \frac{\epsilon_0}{i\omega} \int \mathbf{f}^* \cdot \left(-k_z \frac{\partial}{\partial k_y}\right) \mathbf{f} dk_x dk_y, & L_y = \frac{\epsilon_0}{i\omega} \int \mathbf{f}^* \cdot \left(k_z \frac{\partial}{\partial k_x}\right) \mathbf{f} dk_x dk_y, \\ L_z = \frac{\epsilon_0}{i\omega} \int \mathbf{f}^* \cdot \left(k_x \frac{\partial}{\partial k_y} - k_y \frac{\partial}{\partial k_x}\right) \mathbf{f} dk_x dk_y, \end{cases} \quad (32)$$

式中 \mathbf{f}^* 为 \mathbf{f} 的复共轭。

2) 自旋角动量

$$\begin{cases} S_x = \frac{\epsilon_0}{2i\omega} \int (f_y^* f_z - f_z^* f_y) dk_x dk_y, & S_y = \frac{\epsilon_0}{2i\omega} \int (f_z^* f_x - f_x^* f_z) dk_x dk_y, \\ S_z = \frac{\epsilon_0}{i\omega} \int (f_x^* f_y - f_y^* f_x) dk_x dk_y + \frac{\epsilon_0}{2i\omega} \int \left[\frac{f_z^*}{k_z} (f_x k_y - f_y k_x) - c.c. \right] dk_x dk_y. \end{cases} \quad (33)$$

对于非近轴光束,单位矢量 \mathbf{I} 位于 xoz 平面,且有 $\mathbf{I} = \mathbf{e}_z \cos \Theta + \mathbf{e}_x \sin \Theta$ 。单频光束的波数一定,采用圆柱坐标,假设角谱电场标量振幅为 $f(k_\rho, \varphi) = f_l(k_\rho) \exp(il\varphi)$,直接计算就可以求得轨道角动量为

$$\begin{cases} \frac{L_x}{W} = -\frac{\sigma \cot \Theta}{\omega} \frac{2\pi\epsilon_0}{W} \int_0^k \frac{1}{2} \left(1 + \frac{k_z - k \cos \Theta}{|k_z - k \cos \Theta|}\right) |f_l(k_\rho)|^2 k_\rho dk_\rho, & \frac{L_y}{W} = 0, \\ \frac{L_z}{W} = \frac{l}{\omega} + \frac{\sigma}{\omega} \frac{2\pi\epsilon_0}{W} \int_0^k \left[\frac{1}{2} \left(1 + \frac{k_z - k \cos \Theta}{|k_z - k \cos \Theta|}\right) - \frac{k_z}{k} \right] |f_l(k_\rho)|^2 k_\rho dk_\rho, \end{cases} \quad (34)$$

式中 $W = 2\pi\epsilon_0 \int_0^k |f_l(k_\rho)|^2 k_\rho dk_\rho$,为光束的总能量。由此可见,轨道角动量位于 \mathbf{I} 和传播方向构成的平面 xoz 内,并依赖于偏振 σ 和光束参数 Θ 。

5 横向效应和自旋霍尔效应

横向效应是指光束的质心离开传播轴和单位矢量 \mathbf{I} 构成的平面的横向位移,横向位移定义成 x 坐标和

y 坐标的期望值^[27]

$$x_b = \frac{\int \mathbf{F}^\dagger x \mathbf{F} dx dy}{\int \mathbf{F}^\dagger \mathbf{F} dx dy}, \quad y_b = \frac{\int \mathbf{F}^\dagger y \mathbf{F} dx dy}{\int \mathbf{F}^\dagger \mathbf{F} dx dy}, \quad (35)$$

对于沿 z 轴正方向传输的单频光束,由(2),(3),(6),(7)和(36)式计算可得

$$x_b = 0, \quad y_b = - \left\{ \sigma \cot \Theta \left[2 \int_0^k |f_l(k_\rho)|^2 k_\rho dk_\rho \right] \right\} \left(1 + \frac{k_z - k \cos \Theta}{|k_z - k \cos \Theta|} \right) \frac{|f_l(k_\rho)|^2}{k_z} k_\rho dk_\rho. \quad (36)$$

如图 8 所示,光束的质心相对于由特征矢量 **I** 和传播方向构成的平面产生了一个横向位移;横向位移依赖于“偏振”σ 以及特征矢量 **I** 与传播方向之间的夹角 Θ。横向位移正比于 σ,但是对 Θ 的依赖关系较为复杂。如果 |Θ| ≫ 1/(kw₀),在近轴近似下^[26]有

$$y_b = - \frac{\sigma}{k} \cot \Theta. \quad (37)$$

这个横向效应可以用来解释光的自旋霍尔效应^[19,20,34]。折射光束偏离入射面的横向位移由图 9 所示。一般情况下,这个横向位移太小,在纳米尺度范围内,很难从实验上直接测量到。2008 年 O. Hosten 等^[35]采用弱测量技术测量到了这个位移,并且给出了一个理论解释,他们认为光的自旋霍尔效应起源于与自旋轨道相互作用所对应的几何相位。在他们的实验方案中,假设近轴近似条件成立,入射光束为线偏振光,折射光束也为线偏振光;把线偏振的折射光束看作左、右旋圆偏振的叠加,采用弱测量技术将左旋和右旋成分分开。

Y. Qin 等^[36]从实验上观测到了反射光束的自旋霍尔效应,测量到了和偏振相关的纳米尺度的位移,实验装置和测量结果如图 10 所示。

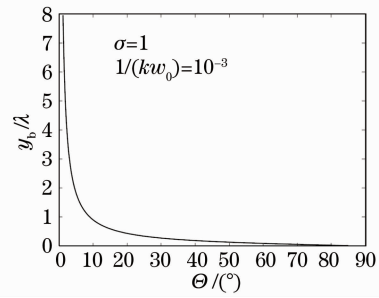


图 8 横向位移对 Θ 的依赖关系
Fig. 8 Dependence of y_b on Θ

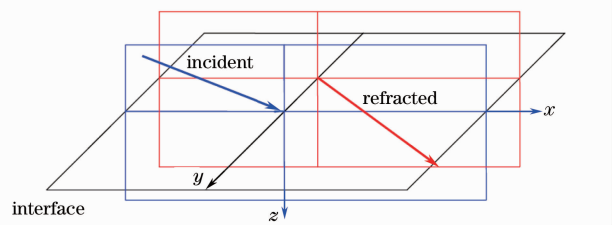


图 9 折射过程产生自旋霍尔效应示意图
Fig. 9 Schematic diagram for the spin Hall effect produced in refraction

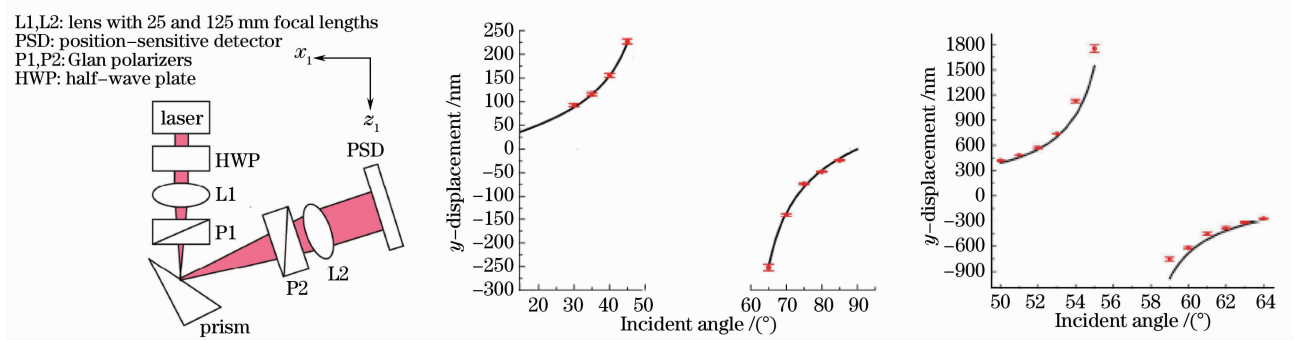


图 10 观测反射光束自旋霍尔效应的实验原理和实验结果

Fig. 10 Experimental setup and results for observing the spin Hall effect in reflection

用特征矢量 **I** 的变化来解释自旋霍尔效应。在一级近似下入射的线偏振光束其特征单位矢量 **I** 总认为在入射面内^[27],如图 11 所示,场的角谱矢量表示为

$$\hat{\mathbf{f}} = m \tilde{\boldsymbol{\alpha}} \approx \frac{1}{k} \begin{bmatrix} k & 0 \\ 0 & k \\ -k_x & -k_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{bmatrix}. \quad (38)$$

广义琼斯矢量在水平偏振和垂直偏振时分别为 $\tilde{\boldsymbol{\alpha}} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ 和 $\tilde{\boldsymbol{\alpha}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ 。计算表明,折射光束的角谱电场表示为

$$\hat{f}' \approx \begin{bmatrix} 1 & -\frac{k'_y}{k'} \frac{\cos \theta'_0 - (t_p/t_s) \cos \theta_0}{\sin \theta'_0} \\ \frac{k'_y}{k'} \frac{\cos \theta'_0 - (t_s/t_p) \cos \theta_0}{\sin \theta'_0} & 1 \\ -\frac{k'_{x'}}{k'} & -\frac{k'_{y'}}{k'} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t_p \alpha_1 \\ t_s \alpha_2 \end{bmatrix}, \quad (39)$$

由此,折射光束的单位矢量和传播轴的夹角 θ' 表示为

$$\theta' = -\arccot \frac{\cos \theta'_0 - (t_p/t_s) \cos \theta_0}{\sin \theta'_0}, \quad (40)$$

$$\theta' = -\arccot \frac{\cos \theta'_0 - (t_s/t_p) \cos \theta_0}{\sin \theta'_0}, \quad (41)$$

其中(41)式对应垂直偏振情况,(42)式对应水平偏振情况。可见,折射光束的特征单位矢量不再垂直于传播轴,并且依赖于入射光束的偏振状态,两者之间的夹角 θ' 和入射角的关系如图 12 所示。

值得指出的是,尽管折射光束也是线偏振的,其偏振椭圆度满足 $\sigma' = 0$,但是由于其特征矢量与传播方向不再垂直,因此横截面上的横向场不再是“线偏振”的,如图 13 所示。

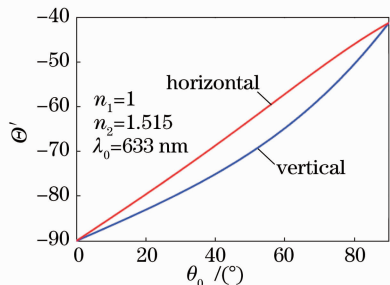


图 12 折射光束参数 θ' 与入射角的关系

Fig. 12 Dependence of θ' on θ_0

折射光束质心的横向位移为

$$y'_b = -(\sigma'/k') \cot \theta'. \quad (42)$$

考虑到线偏振是方向相反的两个圆偏振的叠加,当 $\sigma' = 1$ 时,不同的入射偏振所对应的横向位移随入射角的变化关系如图 14(a)所示,实验结果如图 14(b)所示,与 O. Hosten 等^[35]的实验结果符合得很好。

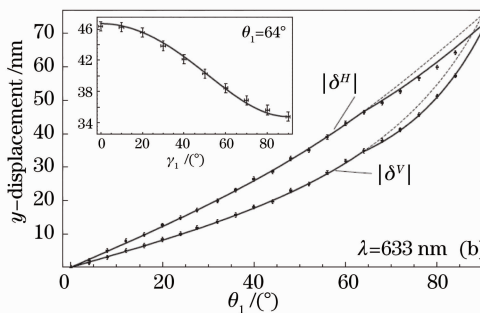
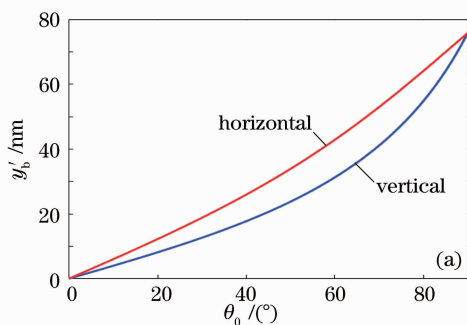


图 14 (a) 由(42)式预言的横向位移随入射角的变化,(b) 实验结果

Fig. 14 (a) Dependence of transverse displacement on the incident angle predicted by Eq. (42), (b) experimental results

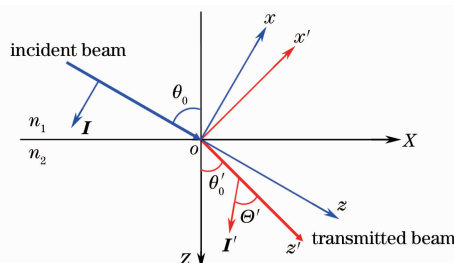


图 11 入射光束和折射光束的参考坐标系

Fig. 11 Reference frames xyz , $x'y'z'$ and XYZ associated, respectively, with the incident beam, refracted beam, and the laboratory for the refraction at an interface between two different media

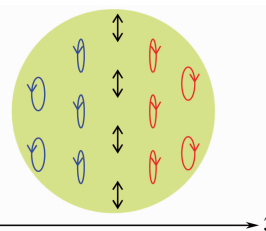


图 13 折射光束横向场的“偏振”分布

Fig. 13 “Polarization distribution” of the transverse component in the cross section of the refracted beam

6 结论与展望

在介绍国际上关于非近轴矢量光束表示理论发展进程的基础上,比较详细地描述了由特征单位矢量和广义琼斯矢量表征的有限光束的表示理论,并使用该表示理论讨论了轨道角动量的特性,解释了光的自旋霍尔效应。电磁场本质上是一个矢量场,可以预期对矢量激光的研究必将发展成一个重要的领域。现在已经看到,矢量光束的含义正在发生具体的演变,人们一开始把近轴均匀偏振光束(高斯光束)的纵向分量修正认为是矢量光束,接着发现了横向分量的偏振状态分布不均匀的柱矢量光束(径向和方位角偏振光束),而我们给出的表示理论显示可由特征单位矢量 \mathbf{I} 和广义琼斯矢量描述一大类的矢量光束。发展一套统一的表示理论来描述任意矢量光束势必会打开矢量光束在物理、化学、生物、医学和信息技术等各个领域应用的新局面。

参 考 文 献

- 1 A. Ashkin. History of optical trapping and manipulation of small-neutral particle, atoms, and molecules[J]. *IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron.*, 2000, **6**(6): 841~856
- 2 L. Paterson, M. P. MacDonald, J. Arlt *et al.*. Controlled rotation of optically trapped microscopic particles[J]. *Science*, 2001, **292**(5518): 912~914
- 3 X. Xu, K. Kim, W. Jhe *et al.*. Efficient optical guiding of trapped cold atoms by a hollow laser beam[J]. *Phys. Rev. A*, 2001, **63**(6): 063401
- 4 D. P. Biss, K. S. Youngworth, T. G. Brown. Dark-field imaging with cylindrical-vector beams[J]. *Appl. Opt.*, 2006, **45**(3): 470~479
- 5 M. Stalder, M. Schadt. Linearly polarized light with axial symmetry generated by liquid-crystal polarization converters[J]. *Opt. Lett.*, 1996, **21**(23): 1948~1950
- 6 T. Moser, H. Glur, V. Romano *et al.*. Polarization-selective grating mirrors used in the generation of radial polarization[J]. *Appl. Phys. B*, 2005, **80**(6): 707~713
- 7 Y. Kozawa, S. Sato. Generation of a radially polarized laser beam by use of a conical Brewster prism[J]. *Opt. Lett.*, 2005, **30**(22): 3063~3065
- 8 K. S. Youngworth, T. G. Brown. Focusing of high numerical aperture cylindricalvector beams[J]. *Opt. Express*, 2000, **7**(2): 77~87
- 9 R. Dorn, S. Quabis, G. Leuchs. Sharper focus for a radially polarized light beam[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2003, **91**(23): 233901
- 10 Q. Zhan. Trapping metallic Rayleigh particles with radial polarization[J]. *Opt. Express*, 2004, **12**(15): 3377~3382
- 11 H. Guo, J. Chen, S. Zhuang. Vector plane wave spectrum of an arbitrary polarized electromagnetic wave[J]. *Opt. Express*, 2006, **14**(6): 2095~2100
- 12 Zhou Guoquan. Propagation of nonparaxial vector Gaussian beam[J]. *Acta Physica Sinica*, 2005, **54**(4): 1572~1577
周国泉. 非傍轴矢量高斯光束的传输[J]. *物理学报*, 2005, **54**(4): 1572~1577
- 13 S. Yan, B. Yao. Radiation forces of a highly focused radially polarized beam on spherical particles[J]. *Phys. Rev. A*, 2007, **76**(5): 053836
- 14 M. Lax, W. H. Louisell, W. B. McKnight. From Maxwell to paraxial wave optics[J]. *Phys. Rev. A*, 1975, **11**(4): 1365~1370
- 15 L. W. Davis. Theory of electromagnetic beams[J]. *Phys. Rev. A*, 1979, **19**(3): 1177~1179
- 16 D. N. Pattanayak, G. P. Agrawal. Representation of vector electromagnetic beams[J]. *Phys. Rev. A*, 1980, **22**(3): 1159~1164
- 17 L. W. Davis, G. Patsakos. TM and TE electromagnetic beams in free space[J]. *Opt. Lett.*, 1981, **6**(1): 22~23
- 18 R. H. Jordan, D. G. Hall. Free-space azimuthal paraxial wave equation: the azimuthal Bessel-Gauss beam solution[J]. *Opt. Lett.*, 1994, **19**(7): 427~429
- 19 M. Onoda, S. Murakami, N. Nagaosa. Hall effect of light[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2004, **93**(8): 083901
- 20 Bliokh K. Yu, Y. P. Bliokh. Conservation of angular momentum, transverse shift, and spin Hall effect in reflection and refraction of an electromagnetic wave packet[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2006, **96**(7): 073903
- 21 D. G. Hall. Vector-beam solutions of Maxwell's wave equation[J]. *Opt. Lett.*, 1996, **21**(1): 9~11
- 22 A. A. Tovar. Production and propagation of cylindrically polarized Laguerre-Gaussian laser beams[J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1998, **15**(10): 2705~2711
- 23 D. Pohl. Operation of a ruby laser in the purely transverse electric mode TE_{01} [J]. *Appl. Phys. Lett.*, 1972, **20**(7): 266~267
- 24 L. W. Davis, G. Patsakos. Comment on "representation of vector electromagnetic beams"[J]. *Phys. Rev. A*, 1982, **26**(6): 3702~3703

- 25 C. F. Li. Unified theory for Goos-Hänchen and Imbert-Fedorov effects[J]. *Phys. Rev. A*, 2007, **76**(1): 013811
- 26 C. F. Li. Representation theory for vector electromagnetic beams[J]. *Phys. Rev. A*, 2008, **78**(6): 063831
- 27 C. F. Li. Physical evidence for a new symmetry axis of electromagnetic beams[J]. *Phys. Rev. A*, 2009, **79**(5): 053819
- 28 C. F. Li. Spin and orbital angular momentum of a class of nonparaxial light beams having a globally defined polarization[J]. *Phys. Rev. A*, 2009, **80**(6): 063814
- 29 L. Allen, M. W. Beijersbergen, R. J. C. Spreeuw *et al.*. Orbital angular momentum of light and the transformation of Laguerre-Gaussian laser modes[J]. *Phys. Rev. A*, 1992, **45**(11): 8185~8190
- 30 R. Borghi, M. Santarsiero, M. A. Porras. Nonparaxial Bessel-Gauss beams[J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 2001, **18**(7): 1618~1626
- 31 S. Ruschin. Modified Bessel nondiffracting beams[J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1994, **11**(12): 3224~3228
- 32 V. Bagini, F. Frezza, M. Santarsiero *et al.*. Generalized Bessel-Gauss beams[J]. *J. Mod. Opt.*, 1996, **43**(6): 1155~1166
- 33 C. F. Li. Integral transformation solution of free-space cylindrical vector beams and prediction of modified Bessel-Gaussian vector beams[J]. *Opt. Lett.*, 2007, **32**(24): 3543~3545
- 34 K. Y. Bliokh, A. Niv, V. Kleiner *et al.*. Geometrodynamics of spinning light[J]. *Nature Photonics*, 2008, **2**(12): 748~753
- 35 O. Hosten, P. Kwiat. Observation of the spin Hall effect of light via weak[J]. *Science*, 2008, **319**(5864): 787~790
- 36 Y. Qin, Y. Li, H. He *et al.*. Measurement of spin Hall effect of reflected light[J]. *Opt. Lett.*, 2009, **34**(17): 2551~2553