

# 激光自混合微位移测量的 FFT 相位提取方法

张照云<sup>1,2</sup> 高杨<sup>1,3</sup> 赵兴海<sup>1</sup> 赵翔<sup>1,2</sup>

(<sup>1</sup>中国工程物理研究院电子工程研究所, 四川 绵阳 621900; <sup>2</sup>中国工程物理研究院北京研究生部, 北京 100088)  
<sup>3</sup>重庆大学光电技术及系统教育部重点实验室, 重庆 400044)

**摘要** 提出一种基于快速傅里叶变换(FFT)提取相位的方法,分析自混合干涉信号,不增加系统复杂度就能将激光自混合(SMLD)微位移测量精度提高到纳米量级。在激光自混合微位移测量原理的基础上,介绍了FFT提取相位信号处理的思想,并对反馈光水平、傅里叶变换周期大小、物体运动快慢、物体振动幅度大小4种影响因素进行了仿真分析。从仿真和实验结果可知,该信号处理方法适合低速、小幅度运动物体的测量。应用该方法,选择合适的反馈光水平、傅里叶变换周期,可使激光自混合微位移测量精度达到10 nm以内。

**关键词** 微位移测量; 快速傅里叶变换; 自混合干涉; 激光测量

中图分类号 TN248

OCIS 120.505 120.1880

文献标识码 A

## FFT Phase Detection Method for Self-Mixing Laser Diode Micro-Displacement Measurement

Zhang Zhaoyun<sup>1,2</sup> Gao Yang<sup>1,3</sup> Zhao Xinghai<sup>1</sup> Zhao Xiang<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Institute of Electronic Engineering, China Academy of Engineering Physics, Mianyang, Sichuan 621900, China

<sup>2</sup>Department of Graduate Student, China Academy of Engineering Physics, Beijing 100088, China

<sup>3</sup>Key Laboratory of Optoelectronic Technology and System, Ministry of Education, Chongqing University, Chongqing 400044, China

**Abstract** Fast Fourier transform (FFT) phase detection method is used to analyze the self-mixing interference signal, without increasing the system's complexity. By this technique, the self-mixing laser diode (SMLD) micro-displacement measurement technology can obtain nanometre measurement precision. The principle of the self-mixing laser micro-displacement measurement technology is analyzed. The FFT phase detection signal processing is introduced. The optical feeding level, Fourier transform periods length, target moving speed and target vibrating range are analyzed by simulation. Simulation and experimental results show that, this method is suitable to measure target with low speed and small moving range. Choosing proper optical feeding level and Fourier transform periods length, the SMLD micro-displacement sensing technology can obtain measurement precision less than 10 nm.

**Key words** micro-displacement measurement; fast Fourier transform; self-mixing interference; laser measurement

## 1 引言

激光自混合(SMLD)干涉测量是一种新兴的精密光电测量技术。激光器发出的光被物体反射或散射,部分光反馈回激光器与腔内激光发生混合,调制激光器输出的功率和频率,由于输出信号特点与传统双光束干涉信号有相似之处而得名自混合。其测量系统结构简单、紧凑、易准直、易于小型化、造价低廉,在很多应用场合可以取代传统干涉仪而广泛应用于位移<sup>[1~3]</sup>、距离<sup>[4]</sup>、速度<sup>[5]</sup>、振动<sup>[6]</sup>等物理量的测量。

收稿日期: 2009-09-08; 收到修改稿日期: 2009-10-10

基金项目: 中国工程物理研究院科学技术发展基金重点课题(2007A05001)、中国工程物理研究院电子工程研究所科技创新基金(S20070202)、总装预研基金(9140A05070208ZW0502)和教育部访问学者基金资助。

作者简介: 张照云(1984—),男,硕士研究生,主要从事激光测量、微弱信号检测与处理方面的研究。

E-mail: zzy\_caep@163.com

导师简介: 高杨(1972—),男,博士,副研究员,硕士生导师,主要从事微光机电系统方面的研究。

E-mail: gaoyang@caep.ac.cn(通信联系人)

SMLD 干涉位移测量的一个主要发展方向是提高测量精度,开发出纳米精度的信号处理方法。很多学者都对提高自混合干涉微位移的测量精度进行了有益的探索,但很多都引入了外部的器件,增加了系统的复杂度,削弱了 SMLD 干涉测量系统的潜在应用优势。如郭冬梅<sup>[7]</sup>报道的快速傅里叶变换(FFT)方法、四像限积分方法,虽能达到 10 nm 以内的测量精度,但引入了电光调制晶体,系统复杂度大大提高。本文介绍的基于 FFT 的相位提取法,不需要引入额外的器件,保持了系统结构原有的优势,能达到小于 10 nm 的测量精度。讨论了 SMLD 微位移测量的原理和 FFT 提取相位的信号处理方法,对该方法的性能进行了仿真分析。

## 2 位移测量原理

### 2.1 SMLD 干涉模型

对激光二极管自混合干涉测量原理的分析方法主要有 Lang-Kobayashi 方程法<sup>[8]</sup>和三镜腔法<sup>[9]</sup>两种。三镜腔模型具有简单、直观的特点,常用于分析自混合干涉现象。考虑被测物体反射面,将自混合测速仪等效为三镜腔模型,如图 1 所示。 $r_1$  和  $r_2$  构成激光器的内腔; $r_3$  与外部运动物体表面构成激光器的外腔。三镜面的反射系数分别为  $r_1$ ,  $r_2$  和  $r_3$ 。

由三镜腔模型可得激光二极管自混合干涉数学模型为<sup>[9]</sup>

$$g_{th} = g_0 - \frac{\xi}{L} \cos(2\pi f \tau_{ext}), \quad f = f_0 - \frac{C}{2\pi \tau_{ext}} \sin(2\pi f \tau_{ext} + \arctan \alpha), \quad p = p_0 [1 + m \cos(2\pi f \tau_{ext})], \quad (1)$$

式中  $g_0$  为初始增益,  $g_{th}$  为阈值增益, 频率  $f = f_0 + \Delta f$ ,  $f_0$  为激光器的初始频率,  $\Delta f$  为反馈光作用下的频率变化量;  $\tau_{ext} = 2L_{ext}/c$  为光在外腔往返所用时间,  $C$  为表示反馈强度的参数,  $\alpha$  为激光器线宽展宽因子,  $\xi$  为反馈光耦合系数,  $m$  为反馈光调制系数,  $p_0$ ,  $p$  分别为激光器的初始输出光强和存在反馈光时的输出光强。

$C$  对 SMLD 干涉产生重要的影响。当  $C \leq 0.1$  时, 光反馈水平被定义为很弱光反馈, 此时激光器输出的干涉信号波形为正弦波; 当  $0.1 < C < 1$  时, 光反馈水平为弱光反馈, 干涉信号为类锯齿波形, 半导体激光器单模运转, 光学频率和输出强度是时间的单值函数; 当  $1 \leq C < 4.6$  时, 光反馈水平为中等强度反馈, 干涉信号为类锯齿波形, 半导体激光器仍单模运转, 但是信号出现滞后现象, 光学频率和输出光强不再是时间的单值函数; 当  $C \geq 4.6$  时, 光反馈水平为强反馈, 此时信号出现严重的迟滞效应, 激光器处于不稳定工作状态。

### 2.2 微位移的信号处理方法

由 SMLD 干涉的数学模型可知, 当反馈光存在时, 激光器的输出光强为

$$p = p_0 \left[ 1 + m \cos \left( 4\pi f \frac{L_{ext}}{c} \right) \right]. \quad (2)$$

由半导体的特性可知, 激光器的驱动电流可以调制激光器的输出光频, 设激光器被锯齿波调制, 则输出光频为<sup>[10]</sup>

$$f(t) = f'_0 + \beta(t - T), \quad t \leq T \quad (3)$$

式中  $f'_0$  为调制时的初始光频[当有反馈光时, 把(1)式中第 1 式的  $f$  作为  $f'_0$ ],  $\beta$  为激光器的频率调制系数。

由(2)式, (3)式可得, 在周期内输出光强为

$$p = p_0 \left[ 1 + m \cos \left( 2\pi \frac{f'_0}{c} 2L_{ext} + 2\pi \frac{2\beta L_{ext}}{c} t \right) \right], \quad t \leq T, \quad (4)$$

当外部被测物体运动时, 将会引起激光器外腔长度发生变化, 即  $L_{ext}(t) = L_0 + d$ , 其中  $L_0$  为外腔初始长度, 此时(4)式可写为

$$p = p_0 \left[ 1 + m \cos \left( 2\pi \frac{f'_0}{c} 2L_0 + 2\pi \frac{f'_0}{c} 2d + 2\pi \frac{2\beta L_0}{c} t + 2\pi \frac{2\beta d}{c} t \right) \right]. \quad (5)$$

由于  $L_0 \gg d$ ,  $2\pi \frac{2\beta d}{c} t$  可忽略不计, 则激光器输出相位表达式可写为

$$\phi = 2\pi \frac{f'_0}{c} 2L_0 + 2\pi \frac{f'_0}{c} 2d + 2\pi \frac{2\beta L_0}{c} t, \quad (6)$$

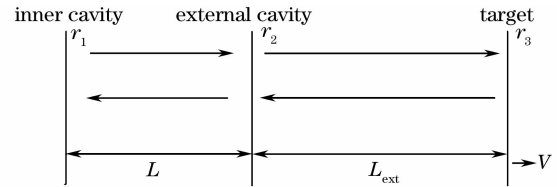


图 1 三镜腔自混合干涉示意图

Fig. 1 Schematic diagram of a three-mirror cavity self-mixing interference

令  $\varphi_0 = 2\pi \frac{f'_0}{c} 2L_0$ ,  $\varphi = 2\pi \frac{f'_0}{c} 2d$ ,  $f_m = \frac{2\beta L_0}{c}$ , 则激光器输出光强表达式可写为

$$p = p_0 [1 + m \cos(2\pi f_m t + \varphi + \varphi_0)], \quad (7)$$

通过快速傅里叶变换可以得到  $f_m, \varphi$  的值, 从而可以得到外腔初始长度和物体位移大小分别为

$$L_0 = c f_m / (2\beta), \quad d = c\varphi / (4\pi f'_0). \quad (8)$$

### 2.3 傅里叶变换求取初始外腔长和位移大小

对自混合干涉信号(1)式中第3式进行傅里叶变换

$$\hat{p}(\mu) = \int_{-\infty}^{\infty} p(t) \exp(-i2\pi\mu t) dt = \hat{p}_0(\mu) + \hat{p}_1(\mu - f_m) \exp(i\theta) + \hat{p}_1(\mu + f_m) \exp(-i\theta) + \dots, \quad (9)$$

式中

$$\hat{p}_0(\mu) = \int_{-\infty}^{\infty} p_0(t) \exp(-i2\pi\mu t) dt, \quad \theta = \varphi + \varphi_0$$

$$\hat{p}_1(\mu - f_m) \exp(i\theta) = \frac{1}{2} m p_0 \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left\{i\left[4\pi \frac{f(t)}{c} L_{\text{ext}}(t)\right]\right\} \exp(-i2\pi\mu t) dt,$$

$$\hat{p}_1(\mu + f_m) \exp(-i\theta) = \frac{1}{2} m p_0 \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left\{-i\left[4\pi \frac{f(t)}{c} L_{\text{ext}}(t)\right]\right\} \exp(-i2\pi\mu t) dt,$$

$\hat{p}_0(\mu)$  和  $\hat{p}_1(\mu)$  分别为零级和一级谱分量, 一级谱分量对应的频率为干涉信号的基本频率  $f_m$ , 从而由(8)式可以求出初始外腔长度  $L_0$ 。

从(9)式可以看出, 当  $\mu = f_m$  时,  $\hat{p}(f_m) = \hat{p}_1(0) \exp(i\theta)$ ,  $\hat{p}_1(0)$  为一常数, 因此可以用

$$\theta = \arctan\left[\frac{\text{Im}\hat{p}(f_m)}{\text{Re}\hat{p}(f_m)}\right], \quad \theta = \varphi + \varphi_0 \quad (10)$$

来求出相位  $\varphi$ , 然后利用(8)式求出物体的位移。

## 3 仿真分析

仿真条件: 初始外腔长  $L_0 = 10$  cm, 光初始波长为 1550 nm, 频率调制系数  $\beta = 3.5 \times 10^{12}$  Hz/s, 锯齿波周期  $T = 10$  ms, 外腔运动规律为  $L(t) = L_0 + d \cos(4\pi t)$ 。当  $d = 0.3$   $\mu\text{m}$  时, 每个锯齿波周期(10 ms)内采样 1024 个点, 用 FFT 得到一个相位点, 从而得到一个位移值, 总的测量时间为 1 s, 一共得到 100 个位移值, 图 2 为仿真结果。由(10)式可知  $\theta$  范围为  $-\pi/2 \sim \pi/2$ , 因此求取的相位  $\varphi$  的曲线如图 2(a)所示, 用其求得的位移曲线将与相位曲线类似。需要对其进行解卷处理: 当相邻两点的相位差大于  $\pi/4$ , 就减去  $\pi/2$  直到相邻两点的差值小于  $\pi/4$ ; 当相邻两点的相位差小于  $-\pi/4$ , 就加上  $\pi/2$  直到相邻两点的差值大于  $-\pi/4$ 。用解卷后的相位计算出的位移曲线如图 2(b)所示。图 2(c)是误差曲线, 可以看出, 当物体运动变化较快时, 测量误差

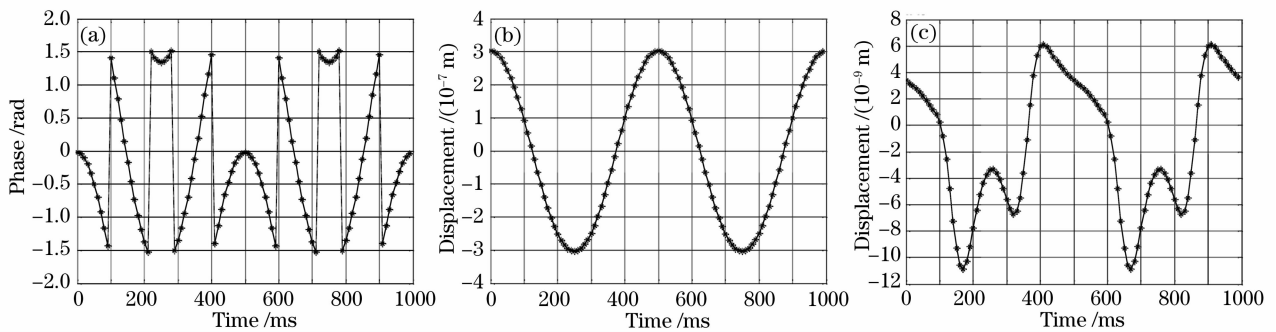


图 2 位移测量仿真。(a)未解卷相位,(b)解卷后位移,(c)位移测量误差

Fig. 2 Simulation of displacement measurement. (a) wrapped phase, (b) unwrapped displacement (c) displacement retrieved error

变大。为了对该算法进行评估,还需对其性能进行多方面的仿真分析。

### 3.1 物体运动快慢(振动频率)对测量精度的影响

仿真条件:物体振动幅度  $d=0.3\ \mu\text{m}$ ,振动频率 2 Hz,  $C=0.01$ ,  $\alpha=5$ ,采样速度为 500 kHz,傅里叶变换周期 0.5 ms(256 个点),一共取 2000 个傅里叶变换周期,得到 2000 个位移值(总时间为 1 s)。其仿真结果如表 1 所示。可见当物体振动快时测量误差变大。原因是每个位移值是傅里叶变换周期内的平均位移值,当物体振动变快时,位移值在该周期内的变化较大,从而测量误差变大。

表 1 物体运动快慢对测量精度的影响

Table 1 Precision effects by target moving speed

Frequency /Hz	2	4	8	10	20	40	60
Error /nm	11	12	14	15	20	30	40

### 3.2 傅里叶变换周期大小对测量精度的影响

仿真条件:物体振动幅度  $d=0.3\ \mu\text{m}$ ,振动频率 3 Hz,  $C=0.01$ ,  $\alpha=5$ ,采样速度 100 kHz。采样速度不变,位移点数不变(设每 10 ms 得到一个值),单纯减少做傅里叶变换的点数,即对 10 ms 内采样得到的数据进行抽取,仿真结果如表 2 所示。可见适当降低傅里叶变换的点数能提高测量精度。这是傅里叶变换本身的性质决定的。采样速度不变,缩短做傅里叶变换的周期,即增加得到的位移点数,仿真结果如表 3 所示。可以看出,缩短傅里叶变换的周期能提高测量精度。注意当周期为 1 ms 时,精度反而变差,这是由于傅里叶变换点数太少而对测量精度带来的影响。

表 2 傅里叶变换点数对测量精度的影响

Table 2 Precision effects by Fourier transform length

Length	1024	512	256	128	64
Error /nm	30	16.6	9.8	6.5	31.6

表 3 傅里叶变换周期对测量精度的影响

Table 3 Precision effects by Fourier transform period length

Period /ms	1	2	4	10
Error /nm	12	8	10	20

### 3.3 物体振动幅度大小对测量精度的影响

仿真条件:物体振动幅度  $d=0.3\ \mu\text{m}$ ,振动频率 2 Hz,  $C=0.01$ ,  $\alpha=5$ ,采样速度为 500 kHz,傅里叶变换周期 0.5 ms(256 个点),一共取 2000 个傅里叶变换周期,得到 2000 个位移值。仿真结果如表 4 所示。可以看出,当物体的振动幅度接近光波长时出现很大的误差。

表 4 物体振动幅度大小对测量精度的影响

Table 4 Precision effects by target vibrating range

Range / $\mu\text{m}$	0.1	0.7	1	5	8	12	13
Error /nm	9	13	21	28	37	51	4700

表 5 C 大小对测量精度的影响

Table 5 Precision effects by C size

C size	0.5	0.1	0.05	0.01	0.005
Error /nm	98.8	19.1	12.8	7.6	6.9

### 3.4 C 的大小对测量精度的影响

仿真条件:物体振动幅度  $d=0.3\ \mu\text{m}$ ,振动频率 2 Hz,  $\alpha=5$ ,采样速度为 100 kHz,傅里叶变换点数为 256,一共取 100 个傅里叶变换周期,得到 100 个位移值,仿真结果如表 5 所示。可以看出,  $C$  适当减小,当反馈水平为很弱光反馈时,测量精度最高。其原因是当反馈光很弱时,可以忽略反馈光对光频的影响,即  $f'_0 = f_0 \approx f$ 。综合考虑以上条件,对该算法进行仿真,仿真条件为:物体振动幅度  $d=0.3\ \mu\text{m}$ ,振动频率 2 Hz,  $C=0.01$ ,  $\alpha=5$ ,采样速度 100 kHz,取傅里叶变换点数为 128,共得 100 个位移点,仿真结果如图 3 所示。可以看

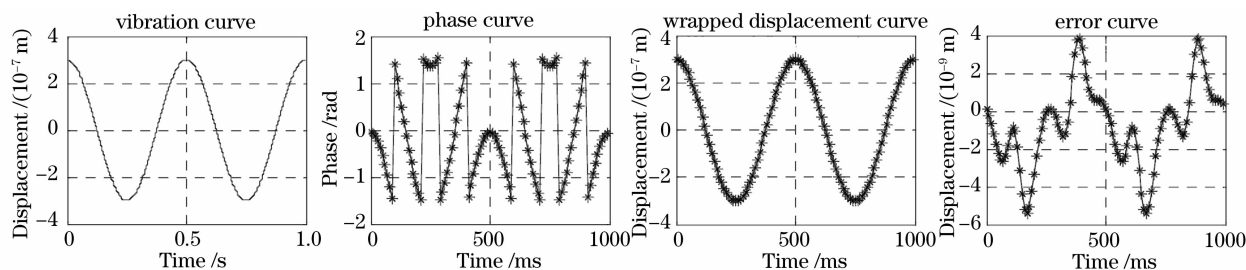


图 3 位移测量仿真结果

Fig. 3 Simulation results of the displacement measurement

出,该算法可以达到 5.4 nm 的测量精度,测量精度非常高。而在同样的仿真条件下,只是不考虑反馈光的影响,测量精度也可达到 4 nm,再次验证了仿真结果。

## 4 实验结果

实验研究中将信号发生器输出的 10 V 正弦信号加载在压电陶瓷微位移器上,通过示波器采集数据,然后通过计算机处理得到实验结果。由于不知道压电陶瓷在 10 V 正弦电压下的位移曲线,因此无法进行很好的比较。我们只有用清华的激光微位移测量仪 KEYENCE LC-2400A 在直流电压驱动下的位移值,用该仪器进行了 3 次测量,在 10 V 直流电压下的位移值为:0.43,0.45,0.42  $\mu\text{m}$ ,平均值为 0.433  $\mu\text{m}$ 。而本文所用方法在 10 V 正弦电压下所得的最大位移值为 0.425  $\mu\text{m}$ 。由于没有成熟设备在正弦驱动下的测试结果,该结果只能进行初步的实验方法验证,无法进行精度分析,这部分工作将在下一阶段展开。

## 5 结 论

提出了一种基于快速傅里叶变换提取相位来分析自混合干涉信号的方法,可以使 SMLD 微位移测量的精度优于 10 nm 而无需引入了新的器件。根据理论分析和仿真验证,该方法适用于低速(低频)、小幅度运动物体的测量,该方法还需要进一步的实验验证。由于没有引入新的器件,保持了自混合干涉测量仪结构简单、易准直、造价低廉等优点,能够发展出小型化、高精度、适用于在线测量和过程控制的微位移传感器。

## 参 考 文 献

- 1 J. Kato, N. Kikuchi. Optical feedback displacement sensor using a laser diode and its performance improvement[J]. *Meas. Technol.*, 1995, **6**(1): 45~52
- 2 N. Servagent, T. Bosch, M. Lescure. A laser displacement sensor using the self-mixing effect for modal analysis and defect detection[J]. *Instrum. Meas.*, 1997, **46**(4): 847~850
- 3 Yu Yanguang, Qiang Xifu. Displacement measurement by differential type of self-mixing interference system[J]. *Acta Optica Sinica*, 1999, **19**(9): 1269~1273  
禹延光, 强锡富. 差动型激光自混合干涉式位移测量系统[J]. *光学学报*, 1999, **19**(9): 1269~1273
- 4 N. Servagent, T. Bosch, G. Flore. Absolute distance measurement with an optical feedback interferometer[J]. *Appl. Opt.*, 1998, **37**(28): 6684~6689
- 5 N. Servagent, T. Bosch, G. Planrier. A low-cost optical feedback interferometer for real-time velocity measurement[C]. *Instrumentation and Measurement Technology Conference*, 2000, **2**: 738~743
- 6 P. A. Roos, M. Stephens, C. E. Wieman. Laser vibrometer based on optical feedback-induced frequency modulation of a single-mode laser diode[J]. *Appl. Opt.*, 1996, **35**(34): 6754~6761
- 7 Guo Dongmei. Study on micron and nano measurement by the phase modulation self-mixing laser interference[D]. Nanjing: Nanjing Normal University, 2007. 51~81  
郭冬梅. 相位调制型激光自混合干涉测量微纳米技术的研究[D]. 南京: 南京师范大学, 2007. 51~81
- 8 Sun Xiaoming, Ma Junsan, Qiang Xifu. Theoretical analysis of self-mixing laser diode interference[J]. *Chinese J. Lasers*, 1998, **A25**(11): 1018~1022  
孙晓明, 马军山, 强锡富. 半导体激光自混合干涉理论研究[J]. *中国激光*, 1998, **A25**(11): 1018~1022
- 9 M. Fujiwara, K. Kwabata, R. Long. Long-frequency intensity fluctuation in laser diode with external optical feedback[J]. *Appl. Phys. Lett.*, 1981, **38**(4): 217~220
- 10 Wang Ming, Nie Shouping, Li Ming *et al.*. Self-mixing interferometry for micro displacement measurement[J]. *Chinese J. Scientific Instrument*, 2004, **25**(4): 428~431  
王 鸣, 聂守平, 李 明 等. 自混合干涉微位移传感器[J]. *仪器仪表学报*, 2004, **25**(4): 428~431