

电子散斑干涉条纹处理偏微分方程方法的 回顾与展望

唐 晨^{1,2} 任宏伟² 陈 霞¹ 蔡元学³ 韩 林¹ 张 芳¹
卢文静¹ 王文平¹ 王志芳¹ 高 涛¹

(¹天津大学理学院应用物理系, 天津 300072; ²天津大学电气与自动化工程学院, 天津 300072)
³哈尔滨工业大学航天学院, 黑龙江 哈尔滨 150080)

摘要 介绍了偏微分方程(PDE)图像处理的基本原理, 构造偏微分方程模型的变分法和常见的滤波模型, 并给出常见滤波模型的能量泛函。回顾了近几年偏微分方程图像处理技术在电子散斑干涉(ESPI)条纹处理中的应用成果, 包括应用偏微分方程图像处理方法同时实现电子散斑干涉条纹图和相位图的滤波和增强处理, 提出用于密集电子散斑干涉条纹处理的方向偏微分方程模型及提取电子散斑干涉条纹骨架线的偏微分方程方法。介绍了这些方法与传统方法相比的优势, 并进一步展望了偏微分方程图像处理在光测技术中的发展趋势。

关键词 图像处理; 偏微分方程; 条纹分析; 电子散斑干涉技术; 变分法

中图分类号 O436.1 OCIS 120.6160 110.6150 文献标识码 A

Review and Trends of Image Processing Method Based on Partial Differential Equations for Electronic Speckle Pattern Interferometry

Tang Chen^{1,2} Ren Hongwei² Chen Xia¹ Cai Yuanxue³ Han Lin¹ Zhang Fang¹
Lu Wenjing¹ Wang Wenping¹ Wang Zhifang¹ Gao Tao¹

(¹Department of Applied Physics, University of Tianjin, Tianjin 300072, China
²School of Electrical Engineering and Automation, University of Tianjin, Tianjin 300072, China
³School of Astronautics, Harbin Institute of Technology, Harbin, Heilongjiang 150080, China)

Abstract The basic principle of image processing methods based on partial differential equations (PDE) is introduced, the variational methods used to derive PDE models are described, and the energy functional of widely used PDE denoising models is given. Our recent works of PDE-based image processing on electronic speckle pattern interferometry (ESPI) are reviewed, including performing contrast enhancement and denoising simultaneously for ESPI fringes, proposing new oriented PDE denoising models for dense ESPI fringes and a nearly preprocessing-free method for skeletonization of gray scale ESPI fringes. The main advantages of our methods are given and some suggestions are presented for the development and the research of PDE-based image processing methods on optics test technology.

Key words image processing; partial differential equation; fringe analysis; electronic speckle pattern interferometry; variational method

收稿日期: 2009-06-15; 收到修改稿日期: 2009-07-03

基金项目: 国家自然科学基金(60877001)资助课题。

作者简介: 唐 晨(1963—), 女, 教授, 博士生导师, 主要从事现代光测技术与光信息处理, 数字图像处理与模式识别等方面的研究。E-mail: tangchen@tju.edu.cn

1 引言

电子散斑干涉术(ESPI)是一种非接触式全场光学测试技术,它开辟了光测技术应用的新前景、新领域,突破了以前光测技术应用的局限性。目前这种技术在新材料研究、电子元器件与工程结构件的力学性能试验、部件的振动测试及无损检测等方面已经得到了广泛的应用^[1-3]。高精度快速提取全场相位是电子散斑干涉技术成功应用的关键,目前用于电子散斑干涉技术相位提取的主要方法有:1)从单幅条纹图提取全场相位的方法;2)傅里叶变换方法^[4];3)相移法^[5,6]。近年来发展了基于单幅条纹图提取全场相位的方法,包括条纹骨架线法^[7]、同步方法^[8]、相位锁定循环法^[9]、相位跟踪法^[10]和遗传算法^[11]等。每一种技术都有一定的优势和局限性^[7],其中基于骨架线的插值方法和相移法是应用最广泛的方法。基于骨架线的插值方法需要对散斑条纹图进行滤波增强、提取骨架线、修饰和标识骨架线等处理,然后插值可获得全场位移。相移法需要用变形前和变形后至少3幅散斑图来获得相位图,但是获得的相位图一般存在很高的噪声,需要专门的方法来消除相位图的噪声^[12,13],然后利用去包裹技术获得全场的相位。可见去除电子散斑干涉条纹图的噪声、提高其条纹的对比度、提取条纹骨架线,是基于骨架线插值方法亟待解决的关键技术,同样去除相位图的噪声是相移技术应用的基础。这些问题一直是电子散斑干涉法的瓶颈问题,严重阻碍了电子散斑干涉技术在较差的测量环境(如高温、动载荷、测量区域小)中的应用。对这些关键技术进行深入研究,提出有效的新方法、新技术,有着重要的学术意义和工程应用价值。

电子散斑干涉条纹图处理和相位提取的研究是与计算机图像处理技术的发展密切相关的。偏微分方程(PDE)图像处理方法是20世纪80年代逐渐兴起并迅速发展起来的一种新颖的图像处理方法,有关的内容日益成为相关领域研究人员关注的一个热点。其应用范围几乎覆盖了整个图像处理领域。基于微分方程的图像处理技术使人们越来越深刻地挖掘图像和图像处理的本质,并试图用严格的数学理论对现存的图像处理方法进行改造。与传统图像处理技术相比较,偏微分方程图像处理的主要优点是^[7,14]:1)基于偏微分方程的图像处理过程是一个逐渐演化的过程,它能够给出图像处理的中间状态,可选择最佳的处理结果;2)对于偏微分方程的数值解有长期深入的研究,利用数值计算可以获得偏微分方程高精度和稳定性好的数值解,所以基于偏微分方程的图像处理方法具有很高的精度和稳定性;3)该技术很容易将不同的图像处理算法结合起来,如可以使滤波和对比度增强这两个不同的处理过程同时进行。传统的图像处理技术是不可能同时完成滤波与增强的;4)该技术运算速度快,容易执行;5)该方法灵活,图像处理的结果取决于偏微分方程的数值解,数值解与迭代次数和离散步长有关,所以可根据被处理图像选择合适的迭代次数和时间离散步长。近几年偏微分方程图像处理技术已经成功地应用于电子散斑干涉技术中,本文将对电子散斑干涉条纹处理的偏微分方程方法进行回顾与展望。

2 偏微分方程图像处理的基本方法和常见模型

利用偏微分方程进行图像处理的基本思想是:设 $I:R^2 \rightarrow R$ 代表一幅灰度图像,其中 $I(x,y)$ 是像素点 (x,y) 处的灰度值, \rightarrow 表示映射。引入时间参数 t ,则图像演化过程可以表示为

$$\frac{\partial u}{\partial t} = F[u(x,y,t)], \quad u(x,y,0) = I(x,y), \quad (1)$$

式中 $u(x,y,t):R^2 \times [0,\tau] \rightarrow R$ 是演化图像, $F:R \rightarrow R$ 是针对不同的图像处理过程所给出的算子,原始图像 I 可看作初始条件。这样,此微分方程的解 $u(x,y,t)$ 就是在时间参数 t 下处理后的图像。

也就是说用偏微分方程进行图像处理的基本思想是把待处理的图像作为初始条件,把图像处理变换看作偏微分方程的算子,利用偏微分方程把初始图像变形,从而将偏微分方程的解与图像联系起来。

最早的 PDE 滤波模型是 A. P. Witkin^[15]提出的热方程

$$\frac{\partial u(x, y, t)}{\partial t} = \nabla^2 u(x, y, t), \quad u(x, y, 0) = I(x, y), \quad (2)$$

式中 $I(x, y)$ 是待处理的原始图像, (2) 式的解 $u(x, y, t)$ 是在尺度 t 下对原始图像滤波的结果。但是 (2) 式是一个各向同性的扩散方程, 因此该模型滤波的同时也破坏了图像边界。

P. Perona 等^[16]对 (2) 式模型进行了重要改进, 提出用一个非线性方程代替热传导方程

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \nabla [g(|\nabla u|)\nabla u], \quad u(x, y, 0) = I(x, y), \quad (3)$$

式中 g 是一个平滑的非增函数, 称为平滑系数, 满足 $g(0)=1$, $g(s) \geq 0$, 且 s 无限大时, $g(s)$ 趋于 0。通常 $g(s)$ 取为

$$g_k(s) = (1 + ks^2)^{-1}, \quad (4)$$

式中 k 是一个预先设定的参数。

这一思想的出发点是: 方程的扩散是“有条件的”。如果 $\nabla u(x, y)$ 较大, 此处扩散较弱, 因此局部边缘将保留; 如果 $\nabla u(x, y)$ 较小, 则扩散较强, 在 (x, y) 周围将趋于平滑。可见, g 的作用是控制了扩散的速度。

尽管 P. Perona 等提出的模型使滤波效果得到了改善, 但是该模型不能消除孤立噪声, 因为在这些噪声点处, 图像的梯度可能非常大, 使得平滑系数较小。因此, 这个模型将会把噪声的边缘也保存下来, 而这并不是我们所希望的。

为了克服 (3) 式模型不足, F. Cattl é 等^[17]提出了选择平滑模型

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \nabla [g(|\nabla G_\sigma * u|)\nabla u], \quad u(x, y, 0) = I(x, y), \quad (5)$$

式中 G_σ 是高斯函数, 该模型利用高斯滤波去除孤立噪声; $*$ 代表卷积。

为了从根本上克服边缘模糊的问题, L. Alvarez 等^[18]提出了退化扩散模

$$\frac{\partial u}{\partial t} = |\nabla u| \nabla \left(\frac{\nabla u}{|\nabla u|} \right), \quad u(x, y, 0) = I(x, y). \quad (6)$$

由于 (6) 式模型在垂直于边缘的方向上限制了方程的扩散, 所以在滤波去噪的同时, 较好地保护了图像的边缘。

将退化扩散和 g 函数相结合, 得到选择退化扩散模型

$$\frac{\partial u}{\partial t} = g(|\nabla G_\sigma * u|) |\nabla u| \nabla \left(\frac{\nabla u}{|\nabla u|} \right), \quad u(x, y, 0) = I(x, y). \quad (7)$$

(2)、(3)、(5)~(7) 式中的模型都是二阶偏微分方程, 由这些滤波模型处理后的图像有“块”效应^[19], 并且不能消除脉冲噪声^[20]。为解决这些问题, 人们提出了更复杂的 PDEs 滤波模型, 如 4 阶偏微分方程滤波模型^[19]和耦合偏微分方程滤波模型^[20]。

4 阶偏微分方程滤波模型为

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\nabla^2 \left[f'(|\nabla^2 u|) \frac{\nabla^2 u}{|\nabla^2 u|} \right] = -\nabla^2 [g(|\nabla^2 u|)\nabla^2 u], \quad (8)$$

式中

$$g_k(|\nabla^2 u|) = \frac{1}{1 + (|\nabla^2 u|/k)^2}. \quad (9)$$

耦合偏微分方程滤波模型为

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = \alpha g(|\nabla v|) |\nabla u| \nabla \left(\frac{\nabla u}{|\nabla u|} \right) + \alpha \nabla (g(|\nabla v|)) \nabla u - \beta (u - I) |\nabla u| \\ \frac{\partial v}{\partial t} = a(t) \nabla \left(\frac{\nabla v}{|\nabla v|} \right) - b(v - u) \end{cases}, \quad (10)$$

初值为

$$u(x, y, 0) = I(x, y), \quad v(x, y, 0) = I(x, y),$$

式中 $a(t)$ 是随时间变化的参数, b 是一个常数。

$$a^n = \begin{cases} 35 & 1 \leq n \leq 9 \\ a^{n-1} - 0.7 & 10 \leq n \leq 55 \\ \frac{1}{2} a^{n-1} & n \geq 55 \end{cases}, \quad (11)$$

式中 n 是迭代次数。

(10)式各项作用如下^[21]: $|\nabla u| \nabla \left(\frac{\nabla u}{|\nabla u|} \right)$ 表示退化扩散, 对 u 的扩散只发生在垂直于梯度 ∇u 的方向上,

在梯度 ∇u 的方向上并不扩散, 控制扩散方向; $g_k(|\nabla v|)$ 控制扩散的速度; $(u - I)$ 的作用是使得稳态解 u 是给定初始图像 I 的最佳逼近; $(v - u)$ 的作用是使得 v 与 u 相差不太大。

3 构造偏微分方程滤波模型的变分法

采用变分法可推导出图像滤波的偏微分方程模型^[21], 该方法的主要思想是: 设计一个能量泛函来评价图像的平滑程度, 通过变分法将这个泛函的极值问题转化为对偏微分方程的求解。

如能量泛函取为

$$E(u) = \int_{\Omega} f(|\nabla u|) dx dy = \int_{\Omega} \frac{1}{2} |\nabla u|^2 dx dy, \quad (12)$$

式中 f 是图像梯度的增函数, 且大于零, 所以当 (12) 式取极值时图像最平滑。

因为 $E(u) = \int_{\Omega} f(u, u_x, u_y) dx dy$, 所以取极值等价的 Euler 方程为

$$\frac{\partial f}{\partial u} - \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial f}{\partial u_x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial f}{\partial u_y} \right) = 0. \quad (13)$$

因为

$$\frac{\partial f}{\partial u} = 0, \quad \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial f}{\partial u_x} \right) = u_{xx}, \quad \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial f}{\partial u_y} \right) = u_{yy}, \quad (14)$$

代入(13)式得 $u_{xx} + u_{yy} = 0$, 当满足条件

$$-\nabla^2 u = 0, \quad (15)$$

泛函 $E(u)$ 取得极值。

用梯度下降法推导出热方程滤波模型

$$\frac{\partial u(x, y, t)}{\partial t} = \nabla^2 u(x, y, t), \quad (16)$$

当能量泛函 $E(u)$ 选为不同的形式时, 可建立不同的偏微分方程滤波模型。

如当能量泛函取

$$E(u) = \int_{\Omega} f(|\nabla u|) d\Omega, \quad (17)$$

其中要求 $f(\cdot)$ 是一个非负非减函数, 即 $f(\cdot) \geq 0$ 且 $f'(\cdot) > 0$ 。由变分法可构造(3)式的滤波模型。

当能量泛函取

$$E(u) = \int_{\Omega} f(\nabla^2 u) dx dy, \quad (18)$$

由变分法可构造(8)式的 4 阶 PDE 滤波模型。

文献[17]给出(5)式模型收敛性的证明, 令

$$\alpha^n \geq g \left(\|\nabla G * u^0\|_{L^\infty(\Omega)} \right), \quad (19)$$

因为

$$\frac{d}{dt} \left[\|u^{n+1}(t) - u(t)\|_{L^2(\Omega)}^2 \right] \leq \frac{4C}{v} \|\nabla u(t)\|_{L^2(\Omega)}^2 \|u^n - u(t)\|_{L^2(\Omega)}^2, \quad (20)$$

进一步 $\|u^0 - u(t)\|_{L^2(\Omega)}^2 \leq C_0$, $\forall t \in [0, T]$

式中 C_0 为常数, 仅与 G_σ , g , u_0 有关。对 $t \in [0, T]$, 有

$$\|u^1(t) - u(t)\|_{L^2(\Omega)}^2 \leq C_0 \int_0^t a(s) ds, \quad (21)$$

式中 $a(s) = \frac{4C}{v} \|\nabla u(s)\|_{L^2(\Omega)}^2$ 。又因为

$$\frac{d}{dt} \left[\|u^2(t) - u(t)\|_{L^2(\Omega)}^2 \right] \leq C_0 a(t) \int_0^t a(s) ds, \quad (22)$$

所以

$$\|u^2(t) - u(t)\|_{L^2(\Omega)}^2 \leq \frac{1}{2} C_0 \left[\int_0^t a(s) ds \right]^2. \quad (23)$$

最后, 推得

$$\|u^{n+1}(t) - u(t)\|_{L^2(\Omega)}^2 \leq C_0 \frac{1}{(n+1)!} \left[\int_0^T a(s) ds \right]^{n+1}. \quad (24)$$

4 偏微分方程在电子散斑干涉条纹处理中的应用

4.1 基于偏微分方程图像处理实现对电子散斑干涉条纹图滤波处理

在文献[14,22,23]中, 应用 PDE 滤波模型实现了电子散斑干涉条纹图的滤波处理, 在文献[7], 利用图像的保真度和平滑度对常用 PDE 模型的滤波效果进行了定量分析, 结论是对一般的电子散斑条纹图选择(7)式的退化扩散模型和(10)式的耦合偏微分方程模型可以获得比较好的结果。图 1(a)是一幅实验获得的电子散斑条纹图, 它是具有缺陷的复合材料板的散斑条纹图^[14], CCD 是敏通公司的 MIV-1802CB; 图 1(b)是采用(7)式模型获得的滤波结果。

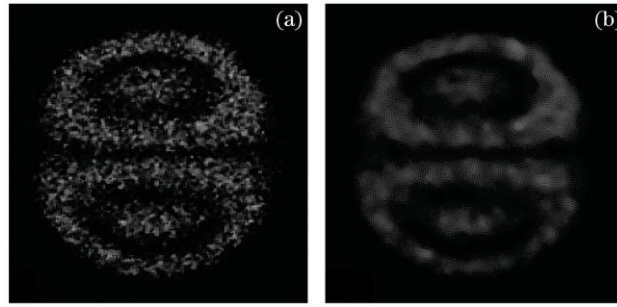


图 1 实验获得的电子散斑原始条纹图及其滤波结果。(a)原始图像；(b) 采用(7)式获得的滤波
Fig.1 Experimentally obtained ESPI fringe and its filtered image. (a) initial image; (b) the filtered image with Eq.(7)

4.2 基于偏微分方程图像处理实现对电子散斑干涉条纹图增强处理

在文献[24]中，我们提出电子散斑干涉条纹图增强的偏微分方程图像处理方法。直方图均衡化是传统的图像增强方法。在偏微分方程图像处理中，直方图均衡化过程可以由一个图像演化方程实现

$$\frac{\partial u(x, y, t)}{\partial t} = [M \times N - M \times N \times u(x, y, t)/L] - \eta_0(x, y), \quad u(x, y, 0) = I(x, y), \quad (25)$$

式中

$$\eta_0(x, y) = A[(v, w) : u(v, w, t) \geq u(x, y, t)], \quad 1 \leq x, v \leq M, \quad 1 \leq y, w \leq N, \quad (26)$$

$A[\cdot]$ 代表面积，对于离散图像而言，它代表像素数目。 $[0, M] \times [0, N] \times [0, T] \rightarrow [0, L]$.

当演化方程达到稳定，即 $\frac{\partial u}{\partial t} = 0$ 时，有

$$A[(v, w) : u(v, w) \geq u(x, y)] = [M \times N - M \times N \times u(x, y)/L], \quad (27)$$

则对于任意 $a, b \in [0, L]$ ， $b > a$ ，有

$$A[(v, w) : b \geq u(v, w) \geq a] = (M \times N/L) \times (b - a), \quad (28)$$

(28)式意味着图像的直方图达到了均衡。也就是说，当(25)式的解达到稳态时，图像 $u(x, y, t)$ 的直方图趋于均衡分布，即传统的直方图均衡化处理可通过数值计算(25)式实现，相对于传统方法而言，用偏微分方程调整图像直方图具有显著的优势。这是由于(25)式是逐渐调整图像直方图直到达到稳定状态的，它能够给出直方图调整过程中的中间状态，这有利于选择最优结果，避免出现传统方法的过增强现象。图 2(a)是一幅计算机模拟的电子散斑干涉加条纹图，图 2(b)是采用偏微分方程获得的增强结果。图 3(a)是一幅实验获得的电子散斑干涉减条纹图，它是周边固支的圆盘受集中力作用^[24]，图 3(b)是采用偏微分方程获得的增强结果。

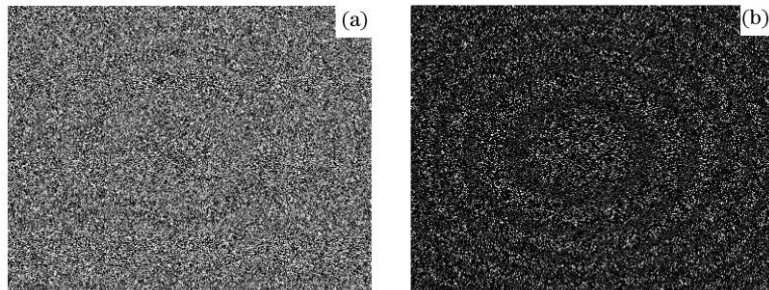


图 2 计算机模拟电子散斑干涉加条纹图及其偏微分方程增强结果。(a)原始图像；(b)增强图像
Fig.2 Computer-simulated ESPI addition fringe pattern and its enhanced image. (a) initial image; (b) enhanced image

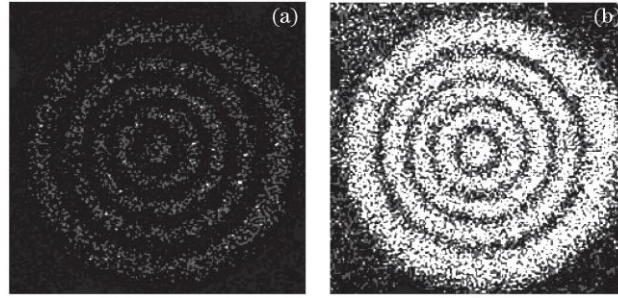


图 3 实验获得的电子散斑干涉减条纹图及其偏微分方程增强结果。(a) 原始图像；(b) 增强图像

Fig.3 Experimentally obtained ESPI subtraction fringe pattern and its enhanced image. (a) initial image; (b) enhanced image

4.3 基于偏微分方程图像处理方法同时实现对电子散斑干涉条纹图不同的图像处理

与传统图像处理方法相比，偏微分方程图像处理最主要的优势是可同时实现不同的图像处理，假设有两种不同的图像处理

$$\frac{\partial u(x, y, t)}{\partial t} = F_1(u), \quad \frac{\partial u(x, y, t)}{\partial t} = F_2(u) \quad (29)$$

式中 F_1 , F_2 表示两种不同的图像处理。

采用偏微分方程图像处理方法很容易实现两种不同的图像处理，如

$$\frac{\partial u(x, y, t)}{\partial t} = F_1(u) + CF_2(u), \quad (30)$$

式中 C 是一个正常数，其作用是平衡两种图像处理方法的影响。如果 F_1 表示滤波处理， F_2 表示增强处理，那么由(31)式就可以同时实现对图像的滤波和增强处理。

在文献[25]中，我们给出同时实现电子散斑干涉条纹图滤波和增强处理模型方程，

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = C_1 \left\{ \alpha g(|\nabla v|) |\nabla u| \nabla \left[\frac{\nabla u}{|\nabla u|} \right] + \alpha \nabla [g(|\nabla v|)] \cdot \nabla u - \beta (u - I) |\nabla u| \right\} + \\ \gamma(t) [(M \times N - M \times N \times u/L) - \eta_0] \\ \frac{\partial v}{\partial t} = C_2 \left[a(t) \nabla \left[\frac{\nabla v}{|\nabla v|} \right] - b(v - u) \right] \end{cases}, \quad (31)$$

式中 C_1 , C_2 是大于零的常量，用于平衡滤波与增强效果。图 4(a) 是一幅计算机模拟的电子散斑干涉减条纹图，图 4(b) 是采用(32)式模型获得的滤波增强结果。图 5(a) 是一幅实验获得的电子散斑干涉减条纹图，它是周边固支的圆盘受集中力作用^[25]；图 5(b) 是采用(31)式模型获得的滤波增强结果。

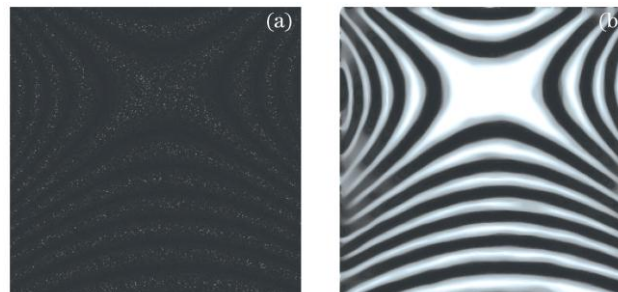


图 4 计算机模拟的电子散斑干涉减条纹图和用(31)式模型获得滤波和增强的结果。(a) 原始图像；(b) 滤波和增强图像

Fig.4 Computer-simulated ESPI subtraction fringe pattern and its filtered and enhanced image with Eq. (31). (a) initial image; (b) its filtered and enhanced image

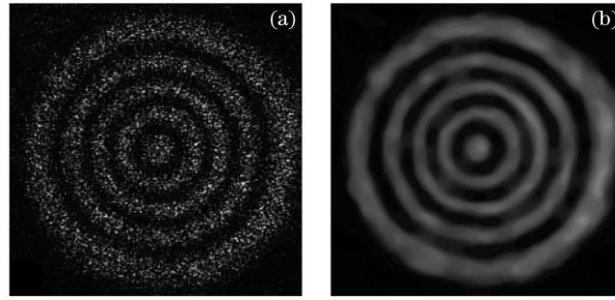


图 5 实验获得的电子散斑干涉减条纹图和用(31)式模型获得滤波和增强的结果。(a) 原始图像; (b)滤波和增强图像
Fig.5 Experimentally obtained ESPI subtraction fringe pattern and its filtered and enhanced image with Eq. (31). (a) initial image; (b) its filtered and enhanced image

4.4 方向偏微分方程的构造及在电子散斑干涉技术中的应用

PDE 滤波模型在电子散斑干涉条纹图滤波和增强处理中取得了很好的效果, 但是如果条纹较密集, 像其他的滤波方法一样, 该方法也会模糊了条纹。为解决这个问题, 需要考虑条纹的方向。方向性是 ESPI 条纹图与相位图的一个重要特征, 对于指导滤波具有重要作用。在文献[26]中, 我们基于变分法和控制扩散方向, 构造了方向偏微分方程。

我们提出了新的能量泛函

$$E(u) = \int_{\Omega} \frac{1}{2} \left| \frac{\partial u}{\partial \rho} \right|^2 dx dy = \int_{\Omega} \frac{1}{2} (u_x \cos \theta + u_y \sin \theta)^2 dx dy, \quad (32)$$

式中 ρ 代表条纹的方向, θ 是条纹方向与 x 轴之间的夹角。

由变分法推导出方向退化扩散方程

$$\frac{\partial u}{\partial t} = u_{xx} \cos^2 \theta + u_{yy} \sin^2 \theta + 2u_{xy} \sin \theta \cos \theta, \quad (33)$$

引入 g 函数, 可获得方向选择退化扩散方程

$$\frac{\partial u}{\partial t} = g(|\nabla u|) (u_{xx} \cos^2 \theta + u_{yy} \sin^2 \theta + 2u_{xy} \sin \theta \cos \theta). \quad (34)$$

条纹的方向角 θ 可由梯度法等不同的方法计算出^[27-29]。方向 PDE 滤波模型使得扩散仅沿着条纹方向进行, 这样就不会模糊条纹, 即使条纹十分密集。

传统的沿方向滤波方法需要先计算出每个像素的条纹方向角, 接着沿条纹方向建立小的滤波窗口, 滤波后再移动到下一个像素点, 重复这个过程。而基于方向偏微分方程滤波方法也需要先计算出每个像素的条纹方向角, 然后数值计算(33)式和(34)式就可以实现整幅图沿条纹方向的滤波, 不需要逐个像素建立小的滤波窗口, 移动滤波窗口, 这是很大的突破。图 6(a)是一幅计算机模拟的电子散斑干涉减条纹图, 图 6(b)是采用方向 PDE 滤波模型(33)式获得的滤波结果。图 7(a)是一幅实验获得的电子散斑干涉减条纹图, 它是周边固支的圆盘受集中力作用^[26], 图 7(b)是采用方向 PDE 滤波模型(34)式获得的滤波结果。图 8(a)是一幅实验获得的电子散斑干涉相位图, 它是周边固支的方板受集中力作用的错位散斑干涉条纹图^[26], 图 8(b)是采用方向 PDEs 滤波模型(34)式获得的滤波结果。

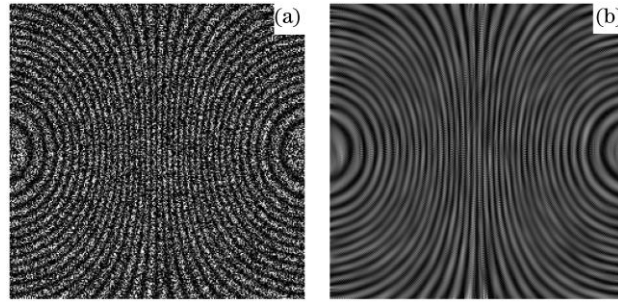


图 6 计算机模拟的电子散斑干涉减条纹图和用方向 PDE 滤波(33)式模型获得的滤波结果。(a)原始图像；(b)滤波图像
Fig.6 Computer-simulated ESPI subtraction fringe pattern and its filtered image with the oriented PDEs Eq. (33). (a) initial image; (b) its filtered image

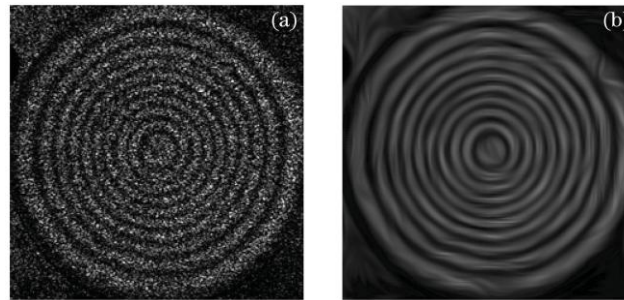


图 7 实验获得的电子散斑干涉减条纹图和用方向 PDE 滤波(34)式模型获得的滤波结果。(a) 原始图像；(b)滤波图像
Fig.7 Experimentally obtained ESPI subtraction fringe pattern and its filtered image with the oriented PDE Eq. (34). (a) initial image; (b) its filtered image

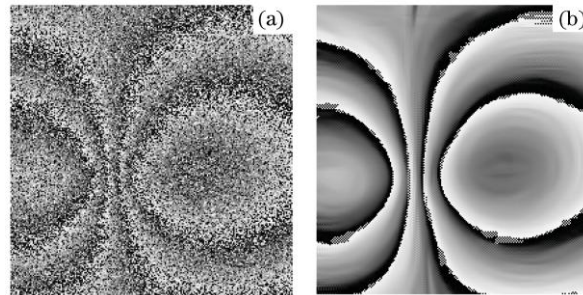


图 8 实验获得的电子散斑干涉相位图和用方向 PDE 滤波(34)式模型获得的滤波结果。(a)原始图像；(b)滤波图像
Fig.8 Experimentally obtained ESPI subtraction fringe pattern and its filtered image with the oriented PDE Eq. (34). (a) initial image; (b) its filtered image

4.5 基于偏微分方程图像处理实现对电子散斑干涉条纹图骨架线的提取

偏微分方程图像处理提取骨架线的原理是：由变分法可推导出计算图像梯度矢量场（GVF）的偏微分方程模型，然后利用 GVF 的拓扑性获得骨架线。

图像梯度矢量场最早由 C. Xu 等^[30]提出，图像 I 的梯度矢量场的定义为

$$V(x, y) = [u(x, y), v(x, y)] = \left(\frac{\partial I}{\partial x}, \frac{\partial I}{\partial y} \right). \quad (35)$$

在文献[31]，我们提出新的能量泛函

$$E_1 = \int_{\Omega} \left\{ \left[\alpha g(|\nabla V'|) |\nabla V| + \beta (V - \nabla I)^2 \right] + \mathcal{F}(|\nabla V|) \right\} dx dy, \quad (36)$$

式中 α, β 和 γ 是常量， g 函数取(4) 式形式，函数 f 要求是非负的增函数， $|\nabla V| = \sqrt{u_x^2 + u_y^2 + v_x^2 + v_y^2}$ ， u_x 和 u_y 是 $u(x, y)$ 的一阶偏导数， v_x 和 v_y 是 $v(x, y)$ 的一阶偏导数， I 是待处理的图像， V' 由最小化能量泛函获得

$$E_2 = \int_{\Omega} [a|\nabla V'| + (b/2)|V' - V|^2] dx dy, \quad (37)$$

式中 $a(t)$ 取(11)式形式, b 为常量。

利用变分法获得用于计算 GVF 场的 PDE 模型

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = \alpha g(|\nabla u'|) |\nabla u| \nabla \left(\frac{\nabla u}{|\nabla u|} \right) + \alpha \nabla [g(|\nabla u'|)] \nabla u - \beta(u - I_x) |\nabla u| + \gamma \nabla [g(|\nabla u'|) \nabla u] \\ \frac{\partial u'}{\partial t} = a(t) \nabla \left(\frac{\nabla u'}{|\nabla u'|} \right) - b(u' - u) \\ \frac{\partial v}{\partial t} = \alpha g(|\nabla v'|) |\nabla v| \nabla \left(\frac{\nabla v}{|\nabla v|} \right) + \alpha \nabla [g(|\nabla v'|)] \nabla v - \beta(v - I_y) |\nabla v| + \gamma \nabla [g(|\nabla v'|) \nabla v] \\ \frac{\partial v'}{\partial t} = a(t) \nabla \left(\frac{\nabla v'}{|\nabla v'|} \right) - b(v' - v) \end{cases}, \quad (38)$$

方程的初值为

$$V_0 = [u(x, y, 0), v(x, y, 0)] = \left(\frac{\partial I}{\partial x}, \frac{\partial I}{\partial y} \right), \quad V'_0 = [u'(x, y, 0), v'(x, y, 0)] = \left(\frac{\partial I}{\partial x}, \frac{\partial I}{\partial y} \right).$$

由(32)式可获得 GVF 场, 然后对其进行“归一化”得

$$u_N = \frac{u}{\sqrt{u^2 + v^2}}, \quad v_N = \frac{v}{\sqrt{u^2 + v^2}}. \quad (39)$$

基于归一化梯度矢量场 (NGVF) 的拓扑性, 可获得条纹的骨架线。根据 NGVF 的拓扑性, 白条纹骨架线处 NGVF 偏导数的强度较大, 同时 NGVF 的雅克比矩阵本征值的实部为负。而黑条纹骨架线处 NGVF 偏导数的强度较大, 同时 NGVF 的雅克比矩阵本征值的实部为正。像素 (x, y) NGVF 偏导数的强度定义 $S(x, y)$ 为

$$S(x, y) = \frac{\left[\frac{\partial u_N(x, y)}{\partial x} \right]^2 + \left[\frac{\partial v_N(x, y)}{\partial y} \right]^2}{\max \left\{ \left[\frac{\partial u_N(x, y)}{\partial x} \right]^2 + \left[\frac{\partial v_N(x, y)}{\partial y} \right]^2 \right\}}, \quad (40)$$

像素 (x, y) NGVF 的雅克比矩阵为

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial u_N}{\partial x} & \frac{\partial u_N}{\partial y} \\ \frac{\partial v_N}{\partial x} & \frac{\partial v_N}{\partial y} \end{bmatrix}_{(x,y)}. \quad (41)$$

为检测像素 (x, y) NGVF 雅克比矩阵本征值的实部符号, 计算方程

$$JM(x, y) = \left[\frac{\partial u_N(x, y)}{\partial x} + \frac{\partial v_N(x, y)}{\partial y} \right] - \frac{1}{\lambda} \operatorname{real} \sqrt{\left[\frac{\partial u_N(x, y)}{\partial x} \right]^2 - 2 \left[\frac{\partial u_N(x, y)}{\partial x} \right] \left[\frac{\partial v_N(x, y)}{\partial y} \right] + \left[\frac{\partial v_N(x, y)}{\partial y} \right]^2 + 4 \left[\frac{\partial u_N(x, y)}{\partial y} \right] \left[\frac{\partial v_N(x, y)}{\partial x} \right]}, \quad (42)$$

式中 λ 是常量。

给定一阈值 \bar{T} , 白条纹骨架线图 $f_{\text{WFS}}(x, y)$, 黑条纹骨架线图 $f_{\text{BFS}}(x, y)$ 和所有条纹的骨架线图 $f_{\text{FS}}(x, y)$ 可根据规则获得

$$f_{\text{WFS}}(x, y) = \begin{cases} 1, \text{ skeleton pixel} & \text{if } S(x, y) > \bar{T}, JM(x, y) < 0 \\ 0, \text{ non - skeleton pixel} & \text{otherwise} \end{cases} \quad (43)$$

和

$$f_{\text{BFS}}(x, y) = \begin{cases} 1, \text{ skeleton pixel} & \text{if } S(x, y) > \bar{T}, JM(x, y) > 0 \\ 0, \text{ non - skeleton pixel} & \text{otherwise} \end{cases} \quad (44)$$

$$f_{\text{FS}}(x, y) = \begin{cases} 1, \text{ skeleton pixel} & \text{if } S(x, y) > \bar{T} \\ 0, \text{ non - skeleton pixel} & \text{otherwise} \end{cases} \quad (45)$$

偏微分方程图像处理提取骨架线的优点是可直接对灰度图像进行处理, 传统方法一般先将灰度图像转换为二值图像, 再进行细化处理, 获得的骨架线往往存在断裂和许多分支, 还需要进一步修饰。

图 9 分别是计算机模拟的电子散斑干涉减条纹图和实验获得的电子散斑干涉减条纹图, 对它们进行一次中值滤波后, 由 PDE 方法可获得条纹的黑、白骨架线, 如图 10 所示。实验结果表明 PDE 方法给出十分理想的结果。

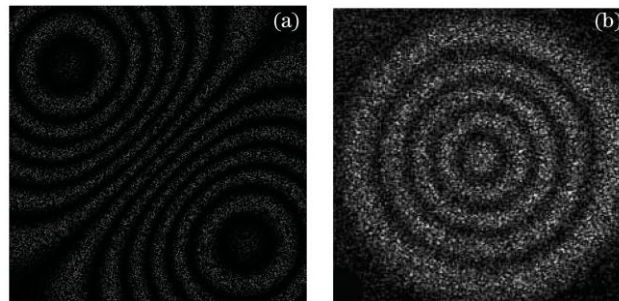


图 9 待实验的图像。(a)计算机模拟的电子散斑干涉减条纹图; (b)实验获得的电子散斑干涉减条纹图
Fig.9 Tested images. (a) the computer-simulated ESPI subtraction fringe pattern; (b) the experimentally obtained ESPI subtraction fringe pattern

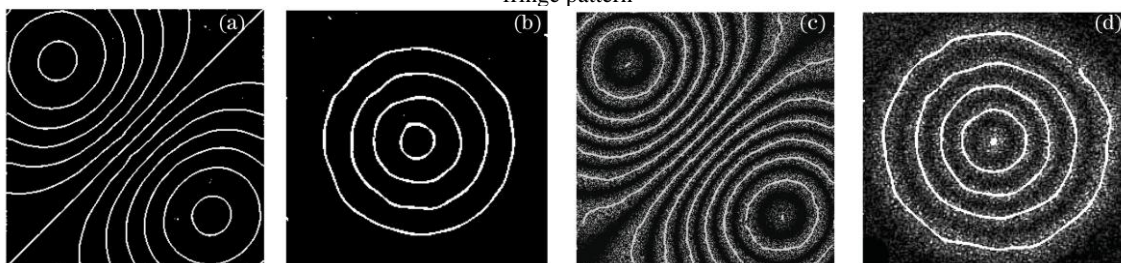


图 10 由 PDE 方法获得的图 9 黑(a, b)、白(c, d)条纹的骨架线图
Fig.10 Skeletons of black (a,b), white (c,d) fringes of Fig. 9 with PDE method

5 展 望

尽管我们在应用偏微分方程图像处理技术对电子散斑干涉条纹图进行处理方面取得了一定的研究成果, 但是还有很多问题有待深入研究, 面临着很多挑战, 如考虑散斑的统计特性, 建立更有效的滤波偏微分方程模型的研究; 新能量函数的提出及模型解的存在唯一性研究; 与图像处理有关的非线性偏微分方程高精度高效率的数值计算方法的研究以及各种数值模拟格式的收敛性和稳定性的研究; 扩大偏微分方程图像处理在其他光测技术中的应用研究等, 如在数字全息干涉技术, 合成孔径雷达干涉测量技术的应用, 这些问题是这一领域的发展方向 and 趋势。

致谢: 感谢天津大学佟景伟教授与陈金龙教授提供的一些图像及帮助。

参 考 文 献

- 1 P. D. Ruiz, J. M. Huntley, R. D. Wildman. Depth-resolved whole-field displacement measurement by wavelength-scanning electronic speckle pattern interferometry[J]. *Appl. Opt.*, 2005, **44**(19): 3945~3953
- 2 D. I. Farrant, G. H. Kaufmann, J. N. Petzing *et al.*. Measurement of transient deformations with dual-pulse addition electronic speckle-pattern interferometry[J]. *Appl. Opt.*, 1998, **37**(31): 7259~7267
- 3 A. Davila, G.H. Kaufmann, C. Pe íez-Lo íez. Transient deformation analysis by a carrier method of pulsed electronic speckle-shearing pattern interferometry[J]. *Appl. Opt.*, 1998, **37**(19): 4116~4122
- 4 T. Kreis. Digital holographic interference-phase measurement using the Fourier transform method[J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1986, **3**(6): 847~855
- 5 S. Nakadate, H. Saito. Fringe scanning speckle-pattern interferometry[J]. *Appl. Opt.*, 1985, **24**(14): 2172~2180
- 6 K. Creath. Phase-shifting speckle interferometry[J]. *Appl. Opt.*, 1985, **24**(18): 3053~3058
- 7 C. Tang, F. Zhang, B. Li *et al.*. Performance evaluation of partial differential equation models in electronic speckle pattern interferometry and δ -mollification method of phase map[J]. *Appl. Opt.*, 2006, **45**(10): 7392~7400
- 8 K. H. Womack. Interferometric phase measurement using spatial synchronous detection[J]. *Opt. Eng.*, 1984, **23**(4): 391~395
- 9 M. Servin, D. Malacara, R. Rodriguez-Vera. Phase-locked-loop interferometry applied to aspheric testing with a computer-stored compensator[J]. *Appl. Opt.*, 1994, **33**(13): 2589~2595
- 10 M. Servin, J. L. Marroquin, F. J. Cuevas. Fringe-follower regularized phase tracker for demodulation of closed-fringe interferograms[J]. *J. Opt. Soc. Am. A.*, 2001, **18**(3): 689~695
- 11 F. J. Cuevas, J. H. Sossa-Azuela, M. Servin. A parametric method applied to phase recovery from a fringe pattern based on a genetic algorithm[J]. *Opt. Commun.*, 2002, **203**(3-6): 213~223
- 12 C. K. Hong, H. S. Ryu, H. C. Lim. Least-squares fitting of the phase map obtained in phase-shifting electronic speckle pattern interferometry[J]. *Opt. Lett.*, 1995, **20**(8): 931~933
- 13 H. A. Aebischer, S. Waldner. A simple and effective method for filtering speckle-interferometric phase fringe patterns[J]. *Opt. Commun.*, 1999, **162**(4): 205~210
- 14 C. Tang, F. Zhang, H. Yan *et al.*. Denoising in electronic speckle pattern interferometry fringes by the filtering method based on partial differential equations[J]. *Opt. Commun.*, 2006, **260**(1): 91~96
- 15 A. P. Witkin. Scale-space filtering[C]. Proceedings of IJCAI, Karlsruhe, 1983. 1019~1021
- 16 P. Perona, J. Malik. Scale-space and edge detection using anisotropic diffusion[J]. *IEEE TPAMI.*, 1990, **12**(7): 629~639
- 17 F. Catt é P.-L. Lions, J.-M. Morel *et al.*. Image selective smoothing and edge detection by nonlinear diffusion[J]. *SIAM J. Numer. Anal.*, 1992, **29**(1): 182~193
- 18 L. Alvarez, P.-L. Lions, J.-M. Morel. Image selective smoothing and edge detection by nonlinear diffusion[J]. *SIAM J. Numer. Anal.*, 1992, **29**(1): 845~866
- 19 Y. You, M. Kaveh. Fourth-order partial differential equations for noise removal[J]. *IEEE Trans. Image Process.*, 2000, **9**(10): 1723~1730
- 20 Y. Chen, C. A. Z. Barcelos, B. A. Mairz. Smoothing and edge detection by time-varying coupled nonlinear diffusion equations[J]. *Comput. Vis. Image Underst.*, 2001, **82**(2): 85~100
- 21 Y. Chen, B. C. Vemuri, L. Wang. Image denoising and segmentation via nonlinear diffusion[J]. *Comput. Math. Appl.*, 2000, **39**(5-6): 131~149
- 22 C. Tang, W. Lu, S. Chen *et al.*. Denoising by coupled partial differential equations and extracting phase by backpropagation neural networks for electronic speckle pattern interferometry[J]. *Appl. Opt.*, 2007, **46**(30): 7475~7484
- 23 F. Zhang, W. Liu, C. Tang *et al.*. Variational denoising method for electronic speckle pattern interferometry[J]. *Chin. Opt. Lett.*, 2008, **6**(1): 38~40
- 24 C. Tang, F. Zhang, Z. Chen. Contrast enhancement for electronic speckle pattern interferometry fringes by the differential equation enhancement method[J]. *Appl. Opt.*, 2006, **45**(10): 2287~2294
- 25 C. Tang, W. Lu, S. Chen *et al.*. Denoising by coupled partial differential equations and extracting phase by backpropagation neural networks for electronic speckle pattern interferometry[J]. *Appl. Opt.*, 2007, **46**(30): 7475~7484
- 26 C. Tang, L. Han, H. Ren *et al.*. Second-order oriented partial-differential equations for denoising in electronic-speckle-pattern interferometry fringes[J]. *Opt. Lett.*, 2008, **33**(19): 2179~2181
- 27 L. Hong, Y. Wan, Anil Jain. Fingerprint image enhancement: algorithm and performance evaluation[J]. *IEEE Transactions on pattern analysis and machine intelligence.*, 1998, **20**(8): 777~789
- 28 M. Kawagoe, A. Tojo. Fingerprint pattern classification[J]. *Pattern Recogn.*, 1984, **17**(3): 295~303
- 29 M. Kass, A. Witkin. Analyzing oriented patterns[J]. *Comput. Vis. Graph. Image Process.*, 1987, **37**(3): 362~385
- 30 C. Xu, J. L. Prince. Snakes shapes and gradient vector flow[J]. *IEEE Trans. Image Process.*, 1998, **7**(3): 359~369
- 31 C. Tang, W. Lu, Y. Cai *et al.*. Nearly preprocessing-free method for skeletonization of gray-scale electronic speckle pattern interferometry fringe patterns via partial differential equations[J]. *Opt. Lett.*, 2008, **33**(2): 183~185