

基于眼波前像差数据的客观验光研究

张振华 饶丰 王肇圻

(南开大学现代光学研究所, 天津 300071)

摘要 研究了利用波前像差数据的客观验光技术。用波前像差仪测得人眼波前像差,然后采用菲涅耳衍射积分计算出框架眼镜镜片处的波前,通过最小二乘拟合,得到矫正屈光不正所需最优镜片的球度、柱度、散光轴位角。将上述数据分别与仅通过第2阶泽尼克系数计算及通过第2,4阶泽尼克系数计算的值进行比较,发现最优球度、柱度、散光轴位角与仅用第2阶泽尼克系数计算的值相比,平均误差分别为:1.20 D, 0.13 D, 1.53°,与采用第2,4阶泽尼克系数计算的值相比,误差分别为:0.14 D, 0.13 D, 1.37°。结果表明,使用第2,4阶泽尼克系数计算屈光度已经能够满足要求,而只用第2阶泽尼克系数计算误差较大。计算结果为波前眼镜工程数据的获取提供了依据。

关键词 视觉光学;客观验光;波前像差;菲涅耳衍射积分;泽尼克多项式

中图分类号 O435.2;R778

OCIS 330.2210 330.5370

文献标识码 A

Study of Objective Refraction Based on Wave-Front Aberrations of Human Eyes

Zhang Zhenhua Rao Feng Wang Zhaoqi

(Institute of Modern Optics, Nankai University, Tianjin 300071, China)

Abstract Objective optometry method based on the wave-front aberration data is explored. Wave-front aberrations of human eyes are measured by the wave-front aberrometer, and the wave-front at the plane located at spectacle lens is calculated by use of Fresnel diffraction integral formula. The best spherical power, cylindrical power and cylindrical axis of the spectacle lens fitting the wave-front are calculated though least-squares method. The results are compared with those computed with the second order coefficients only, and with the Zernike coefficients of the second order as well as the fourth order. It is shown that the mean spherical power difference, the mean cylindrical power difference, and the mean cylindrical axis difference are 1.20 D, 0.13 D and 1.53° respectively from those with the second order Zernike coefficients only, and they are 0.14 D, 0.13 D and 1.37° respectively from those with the second and fourth order Zernike coefficients. Therefore, the method with the second and fourth order Zernike coefficients can reach the accuracy requirement, while the method with the second order Zernike coefficients only has a large discrepancy.

Key words visual optics; objective refraction; wave-front aberration; Fresnel diffraction integral formula; Zernike polynomials

1 引言

早在13世纪,人类就开始使用眼镜矫正视力^[1]。传统框架眼镜的镜片有球面镜片、柱面镜片和球柱面镜片等,其屈光度通过验光得出。验光方法主要有两种:主观验光和客观验光。目前临床上公认的验光方法是主观显然验光^[2]。近年来波前像差技术被广泛运用于眼科领域^[3,4],如个性化准分子激光矫正术、个性化人工晶体植入等,同时也提供了客观验光的新途径^[5]。客观验光与主观验光相比,具有速度快、避免被测者主观判断对检查结果产生影响的优点。根据波前像差的第2阶泽尼克多项式系数,可计算出矫正屈光不正

收稿日期: 2010-06-10; 收到修改稿日期: 2010-07-12

基金项目: 国家自然科学基金(60978068, 60777011)资助课题。

作者简介: 张振华(1984—),男,硕士研究生,主要从事眼视光学方面的研究。E-mail: abory@126.com

导师简介: 王肇圻(1944—),男,博士,研究员,主要从事眼视光学、衍射光学和光学信息等方面的研究。

E-mail: wangzq@nankai.edu.cn

所需的镜片屈光度^[6~8]。但是该方法不够准确,因为它既没有考虑到高阶像差的影响,也没有考虑到瞳孔平面和眼镜片平面处人眼屈光度的不同。另一种方法是在第2阶泽尼克多项式系数的基础上,再加入更高阶的偶数阶泽尼克多项式系数来计算屈光度^[9]。研究发现,使用第2阶和第4阶泽尼克多项式系数计算时,得到的屈光度与主观验光的结果已经吻合较好^[10]。Ophthonix公司推出的iZon眼镜,通过人眼波前像差的第2~6阶拟合得出矫正人眼屈光不正所需最优的球柱镜,获得了较传统框架眼镜更好的视觉效果^[11]。由于波前像差仪测得的是人眼瞳孔处的波前像差,与眼镜片处的波前像差不同,所以在通过波前像差的数据计算所需屈光度时,要将瞳孔处的波前像差换算成镜片处的波前像差。但是,前面的方法都没有把波前的传播计算在内。

本文基于在瞳孔平面测得的人眼波前像差数据,计算出镜片平面等效的波前像差,通过对2~6阶的等效波前像差进行拟合,得到最优的镜片屈光度,并将最优屈光度分别与第2阶泽尼克多项式系数计算的屈光度和由2,4阶泽尼克多项式系数计算的屈光度进行比较,结果表明,使用第2阶和第4阶的泽尼克多项式系数计算的屈光度较为准确,只用第2阶泽尼克多项式系数计算,误差较大。因此,使用第2,4阶泽尼克系数计算屈光度已经能够满足要求。

2 方 法

框架眼镜矫正屈光不正,可以看作是利用眼镜片产生的波相差补偿人眼波前像差,补偿之后的波前与人眼波前均方根(RMS)值越小,则人眼可以获得的视觉效果就越好^[12]。

通过使用Hartmann-Shack波前像差仪测量人眼波前像差,可以得到泽尼克多项式系数来重构人眼波前^[13]。

$$W(x, y) = \sum_k C_k Z_k(x, y), \quad (x^2 + y^2 \leq 1) \quad (1)$$

式中 $Z_k(x, y)$ 为泽尼克多项式的第 k 项, C_k 为泽尼克多项式系数, x, y 为归一化半径。瞳孔平面处波前的复振幅 $u_0(x, y)$ 可表示为

$$u_0(x, y) = P(x, y) \exp[jkW(x, y)], \quad (2)$$

式中 $P(x, y)$ 为光瞳函数,可定义为

$$P(x, y) = \begin{cases} 1 & x^2 + y^2 \leq r^2 \\ 0 & \text{others} \end{cases}, \quad (3)$$

式中 r 为波前像差的测量半径。根据衍射理论^[14],设在瞳孔平面处光场复振幅分布为 $u_0(x, y)$,则其角谱

$$A_0\left(\frac{\cos \alpha}{\lambda}, \frac{\cos \beta}{\lambda}\right) = \iint_{-\infty-\infty}^{\infty \infty} u_0(x, y) \exp\left[-j2\pi\left(\frac{\cos \alpha}{\lambda}x + \frac{\cos \beta}{\lambda}y\right)\right] dx dy, \quad (4)$$

式中 λ 为波前像差的测量波长, $\lambda=555 \text{ nm}$ 。镜片平面处的角谱以 $A\left(\frac{\cos \alpha}{\lambda}, \frac{\cos \beta}{\lambda}\right)$ 表示,有

$$A\left(\frac{\cos \alpha}{\lambda}, \frac{\cos \beta}{\lambda}\right) = A_0\left(\frac{\cos \alpha}{\lambda}, \frac{\cos \beta}{\lambda}\right) \exp\left(j \frac{2\pi z}{\lambda} \sqrt{1 - \cos^2 \alpha - \cos^2 \beta}\right), \quad (5)$$

式中 z 为波前在瞳孔和镜片两个平面间传播的距离,取该距离为 15.6 mm (其中瞳孔到角膜前表面距离为 3.6 mm ^[15],角膜前表面到镜片的距离-镜眼距为 12 mm ^[1]),设镜片处光场复振幅为 $u(x, y)$,有

$$u(x, y) = \iint_{-\infty-\infty}^{\infty \infty} A_0\left(\frac{\cos \alpha}{\lambda}, \frac{\cos \beta}{\lambda}\right) \exp\left(j \frac{2\pi z}{\lambda} \sqrt{1 - \cos^2 \alpha - \cos^2 \beta}\right) \exp\left[j2\pi\left(\frac{\cos \alpha}{\lambda}x + \frac{\cos \beta}{\lambda}y\right)\right] d\left(\frac{\cos \alpha}{\lambda}\right) d\left(\frac{\cos \beta}{\lambda}\right). \quad (6)$$

(6)式可由傅里叶变换及其逆变换改写为

$$u(x, y) = \mathcal{F}^{-1}\left\{\mathcal{F}\{u_0(x, y)\} \exp\left[jkz \sqrt{1 - (\lambda\xi)^2 - (\lambda\eta)^2}\right]\right\}, \quad (7)$$

式中 $\mathcal{F}\{\}$ 表示傅里叶变换, $\mathcal{F}^{-1}\{\}$ 表示傅里叶逆变换。由光场的复振幅分布 $u(x, y)$ 可得到光场的相位分布,设 ϕ_D 是由镜片处波前解出的相位值,使用反正切函数可解出相位,有

$$\phi_D = \arctan\left\{\frac{\text{Im}[u(x, y)]}{\text{Re}[u(x, y)]}\right\}, \quad (8)$$

但 ϕ_D 是不连续的包裹相位,其值均在 $[-\pi, \pi]$ 之间,需要进行相位解包裹^[16]。

设 ϕ_C 是要得到的真实连续的相位值,则

$$\phi_C(x, y) = \phi_D(x, y) + 2n(x, y)\pi, \quad (9)$$

相位解包裹,就是确定正确的整数 $n(x, y)$,在 ϕ_D 的基础上得到 ϕ_C 。则镜片平面处人眼的等效波前为

$$W(x, y) = \frac{\phi_C(x, y)}{2\pi/\lambda}. \quad (10)$$

由人眼在镜片处的等效波前拟合出镜片屈光度时,首先建立了一个眼镜片模型,镜片的前表面为球面,后表面为柱面。表达式分别为

$$Z_1 = \frac{C_s(x^2 + y^2)}{1 + \sqrt{1 - C_s^2(x^2 + y^2)}}, \quad (11)$$

$$Z_2 = \frac{C_c y^2}{1 + \sqrt{1 - C_c^2 y^2}}, \quad (12)$$

式中 C_s 为球面的曲率, C_c 为柱面的曲率。考虑到散光轴位,还要对 Z_2 进行坐标旋转。设原坐标系用 (x, y) 表述,旋转后的坐标系用 (x', y') 表述,定义旋转变换矩阵为

$$\mathbf{R}_\theta = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}, \quad (13)$$

则旋转后的坐标系可以表示为

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}, \quad (14)$$

式中 θ 为柱面的母线与 x 轴正向所成夹角。这样,即建立了带有 3 个参数 C_s, C_c 和 θ 的镜片模型。由这 3 个参数可以得到镜片的波前像差。计算镜片最优球柱度,是根据所矫正人眼的波前像差,拟合计算出一组 C_s, C_c, θ 的值,使其与人眼波前像差的 RMS 最小。

用第 2 阶泽尼克多项式系数计算波前屈光度的公式为^[6]

$$S_2 = -\frac{4\sqrt{3}c_2^0}{R^2} - \frac{2\sqrt{6}\sqrt{(c_2^{-2})^2 + (c_2^2)^2}}{R^2}, \quad (15)$$

$$C_2 = \frac{4\sqrt{6}\sqrt{(c_2^{-2})^2 + (c_2^2)^2}}{R^2}, \quad (16)$$

$$\theta_2 = \frac{1}{2}\arctan(c_2^{-2}/c_2^2), \quad (17)$$

式中 S_2 为球镜度数,下标 2 意为由第 2 阶泽尼克系数计算得出,以下同理, C_2 为柱镜度数, θ_2 为柱镜轴向(柱面母线沿最小屈光力的方向), R 为瞳孔半径,使用的是波前像差的测量半径, c_2^0, c_2^{-2} 和 c_2^2 为第 2 阶泽尼克多项式系数,分别代表离焦、倾斜像散和 45° 像散。

用第 2 阶和第 4 阶泽尼克多项式系数计算波前屈光度的方法为^[10]

$$M = -(4\sqrt{3}c_2^0 - 12\sqrt{5}c_4^0)/R^2, \quad (18)$$

$$J_{180} = -(2\sqrt{6}c_2^2 - 6\sqrt{10}c_4^2)/R^2, \quad (19)$$

$$J_{45} = -(2\sqrt{6}c_2^{-2} - 6\sqrt{10}c_4^{-2})/R^2, \quad (20)$$

式中 M 为平均等效球镜, J_{180} 表示轴向为 180° 和 90° 方向的散光, J_{45} 表示沿 45° 和 135° 方向的散光, c_4^0, c_4^{-2} 和 c_4^2 分别为第 4 阶泽尼克多项式系数中的球差、倾斜 2 阶像散和 45° 角 2 阶像散。由式(18)~(20)式可计算出屈光度

$$C_{2\&4} = -2\sqrt{(J_{180}^2 + J_{45}^2)}, \quad (21)$$

$$S_{2\&4} = M - C/2, \quad (22)$$

$$\theta_{2\&4} = [\arctan(J_{45}/J_{180})]/2, \quad (23)$$

本文将把上两种方法计算的屈光度与最优屈光度进行比较。

3 结 果

研究中使用 Visx 公司的 Hartmann-Shack 波前像差仪测量了 62 只人眼的波前像差。这 62 只人眼的电脑验光的平均球度为 -5.19 D, 范围 $-1.64 \sim -8.96$ D; 平均柱度为 -1.03 D, 范围 $-0.08 \sim -4.05$ D。波前像差测量的直径范围为 $6 \sim 7$ mm。研究过程中首先计算了出瞳平面处的人眼波前传播到眼镜平面的状态, 根据每只人眼在镜片处的 2~6 阶波前像差, 计算出矫正屈光不正所需的最优球度、柱度和散光轴位, 并将最优球度、柱度、散光轴位与由第 2 阶泽尼克系数计算的人眼屈光度、第 2,4 阶泽尼克多项式系数计算的屈光度进行比较。

波前在人眼出瞳平面与眼镜平面之间的传播对由波前计算出的屈光度结果有较大影响。考虑传播与不考虑传播得到的球度最大差值为 1.24 D, 柱度最大差值为 1.14 D。由于配镜时, 镜片的最小屈光度间隔为 0.25 D, 由波前传播引入的屈光度差已经超过了该最小间隔, 所以计算屈光度时应该把传播考虑在内。

表 1 列出了 2~6 阶波前像差拟合的最优屈光度与第 2 阶泽尼克, 第 2,4 阶泽尼克两种方法得到屈光度差异的统计结果, 分别为平均值、标准差、最大值和最小值。瞳孔直径为波前像差的测量直径。结果表明, 只使用第 2 阶泽尼克系数计算屈光度, 得到的球度与最优球度之间差异较大, 平均误差超过了 1 D, 而柱度和散光轴位角与最优柱度和最优散光轴位角差异较小。使用第 2,4 阶泽尼克系数计算屈光度, 球度、柱度和散光轴位角均与最优的球度、柱度和散光轴位角较为接近, 平均球度差和平均柱度差分别为 0.15 D 和 0.17 D, 平均散光轴位角差小于 1° 。

表 1 2~6 阶像差拟合屈光度与第 2 阶泽尼克系数、第 2 阶和第 4 阶泽尼克系数计算的屈光度差异比较

Table 1 Difference between the results computed from 2nd~6th order wave-front aberrations and two other methods

Methods	Spherical power difference /D				Cylindrical power difference /D				Axis difference /($^\circ$)			
	Mean	SD	Min	Max	Mean	SD	Min	Max	Mean	SD	Min	Max
2nd order only	1.20	0.45	0.24	2.20	0.17	0.39	-0.58	1.49	-0.54	9.06	-39.12	20.86
2nd and 4th orders	0.15	0.34	0.48	1.07	0.17	0.42	-0.91	1.25	0.93	10.85	-29.50	30.86

图 1 为 3 种方法对随机选取的 20 只人眼所计算出的屈光度的直观比较, (a)~(c) 分别为球度、柱度和散光轴位角。浅灰色为 2~6 阶波前像差拟合的最优值, 深灰色为第 2,4 阶泽尼克多项式系数计算的, 白色为第 2 阶泽尼克多项式系数计算的。可以看出, 3 种方法计算出的散光轴位角之间的差异比较小。第 2,4 阶泽尼克系数计算的球度与最优球度之间普遍差异较小, 而只用第 2 阶计算的球度与最优球度之间差

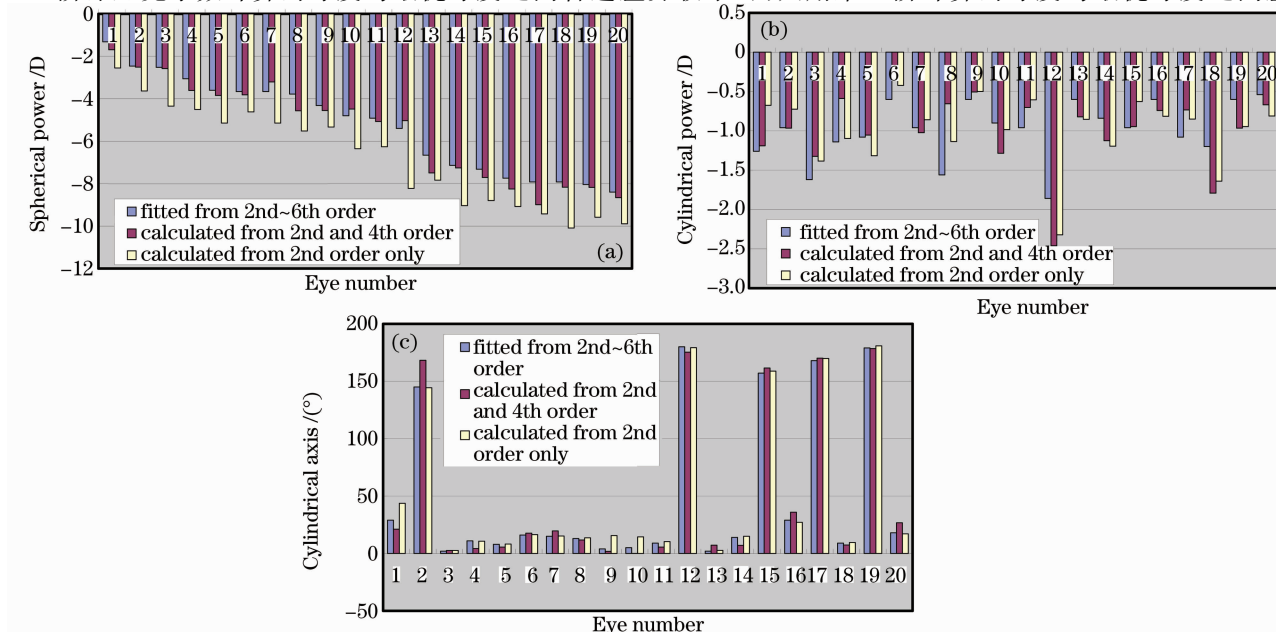


图 1 三种方法计算结果的直观比较。(a)球度,(b)柱度,(c)散光轴位角

Fig. 1 Results calculated from three methods. (a) spherical power, (b) cylindrical power, (c) cylindrical axis

异较大。

4 结 论

本文在瞳孔平面测得的人眼波前像差数据基础上,计算出眼镜片平面等效的波前像差,通过对 2~6 阶的波前像差进行拟合,得到最优的眼镜片球度、柱度和散光轴位角,并将上述数据与第 2 阶泽尼克多项式系数计算的结果和由第 2,4 阶泽尼克多项式系数计算的结果进行比较。结果表明,在波前像差测量的瞳孔条件下,与第 2 阶泽尼克多项式系数计算的结果相比,平均球度差、柱度差、散光轴位角差分别为 1.20 D, 0.13 D, 1.53°。与第 2,4 阶泽尼克多项式系数计算的结果相比,以上值分别为 0.14 D, 0.13 D, 1.37°。说明只使用第 2 阶泽尼克多项式系数计算屈光度,误差较大,使用第 2,4 阶的泽尼克系数计算屈光度,结果比较准确,可以满足要求。

参 考 文 献

- 1 Mei Manhai. Practical Spectacle[M]. Tianjing: Tianjing Science of Technology Press, 2000. 33~44
梅满海. 实用眼镜学[M]. 天津: 天津科学技术出版社, 2000. 33~44
- 2 D. A. Goss, T. Grosvenor. Reliability of refraction-a literature review[J]. *J. Am. Optom Assoc.*, 1996, **67**(10): 619
- 3 J. Liang, B. Grimm, S. Goelz *et al.*. Objective measurement of wave aberrations of the human eye with the use of a Hartmann-Shack wave-front sensor[J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1994, **11**(7): 1949~1957
- 4 J. Liang, D. R. Williams. Aberrations and retinal image quality of the normal human eye[J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1997, **14**(11): 2873~2883
- 5 Fang Lihua, He Xingdao, Chen Min. A new method to objective refraction based on the curvature distributions of wave-front aberrations surface[J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, **30**(2): 486~490
方利华, 何兴道, 陈敏. 基于波前曲率的客观验光新方法[J]. 光学学报, 2010, **30**(2): 486~490
- 6 Guangming Dai. Wavefront Optics for Vision Correction[C]. Bellingham: SPIE, 2007. 51~55
- 7 Shen Jianxin, Ye Han, Zhang Yunhai. Relationship between second-order Zernike coefficients and conventional spectacles and aberration correction[J]. *Journal of Southeast University (Med. Sci. Edi.)*, 2004, **23**(1): 6~12
沈建新, 叶寒, 张运海. 第二阶 Zernike 多项式与屈光不正的关系及其像差的矫正[J]. 东南大学学报(医学版), 2004, **23**(1): 6~12
- 8 L. N. Thibos, X. Hong, A. Bradley *et al.*. Accuracy and precision of objective refraction from wavefront aberrations[J]. *J. Vis.*, 2004, **4**(4): 329~351
- 9 D. A. Atchison, M. H. Cox, D. H. Scott. Mathematical treatment of ocular aberrations; a user's guide[C]. Optical Society of America, TOPS2000, **35**: 110~130
- 10 D. A. Atchison. Recent advances in representation of monochromatic aberrations of human eyes[J]. *Clin. Exp. Optom.*, 2004, **87**(3): 138~148
- 11 H. S. Williams, P. S. Janet. Clinical investigation into the vision performance provided by the izon spectacle lens system [J]. *Review of Optometry*, 2008. 2~18
- 12 A. Guirao, D. R. Williams. A method to predict refractive errors from wave aberration data[J]. *Optom Vis. Sci.*, 2003, **80**(1): 36~42
- 13 J. Y. Wang, D. E. Silva. Wave-front interpretation with Zernike polynomials[J]. *Appl. Opt.*, 1980, **19**(9): 1510~1518
- 14 Su Xianyu, Li Jitao. Information Optics[M]. Beijing: Science Press, 1999. 39~41
苏显渝, 李继陶. 信息光学[M]. 北京: 科学出版社, 1999. 39~41
- 15 H. Liou, N. Brennan. Anatomically accurate, finite model eye for optical modeling[J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1997, **14**(8): 1684~1695
- 16 M. Takeda, H. Ina, S. Kobayashi. Fourier-transform method of fringe-pattern analysis for computer-based topography and interferometry[J]. *J. Opt. Soc. Am.*, 1982, **72**(1): 156~160