doi: 10.3788/LOP47.111501

一种逐级标定相机参数的方法

苑 云1 朱肇昆1 张小虎1 姜广文2

(¹国防科技大学航天与材料工程学院,湖南长沙410073) ²国防科技大学光电科学与工程学院,湖南长沙410073)

摘要现有标定方法得到的相机参数与真实物理意义并不能精确对应,因为物理参数不能作为独立的未知数出现 在方程中而是耦合在一起。当需要独立使用某参数时,必须分解投影矩阵,造成很大误差。为此提出了一种逐级 标定相机各参数的方法。鉴于位姿对等效焦距敏感,基于位姿估计的变化量来标定等效焦距,然后采用平面单应 提供的约束方程求解主点,用正交迭代算法来估计外参,最后计算畸变系数。实验验证了方法的正确和高精度。 避免了参数之间的耦合,各参数与其物理意义相符,可独立使用。

关键词 机器视觉;标定;位姿估计;耦合

中图分类号 O436 OCIS 150.0150 150.1488 文献标识码 A

A Stepwise Method for Camera Calibration

Yuan Yun¹ Zhu Zhaokun¹ Zhang Xiaohu¹ Jiang Guangwen²

¹ College of Aerospace and Material Engineering, National University of Defense Technology, Changsha, Hunan 410073, China ² College of Optoelectric Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha, Hunan 410073, China

Abstract Because physical camera parameters do not exist independently in equation but couple to each other, the camera parameters obtained by existing calibration methods do not actually match their physical meanings. Decomposing parameter directly from projection matrix can cause considerable error. To cope with this problem, a stepwise method for camera calibration is proposed. Since pose estimation is sensitive to equivalent focal length, equivalent focal length can be calibrated based on pose estimation variance; then principal point is calibrated by homographic constraint; extrinsic camera parameters are calibrated by orthogonal iteration algorithm; finally the distortion coefficients are calculated. Experiments have proved this method's correctness and high precision, and show that this method can effectively avoid coupling of camera parameters, in which way each parameter can match its own physical meaning pretty well, and can be used independently.

Key words machine vision; calibration; pose estimation; coupling

1 引 言

现有的相机标定主要分为传统标定、基于主动视觉的标定^[1]和自标定方法三类^[2~6]。它们普遍存在参数标定结果与真实物理意义并不精确对应的问题,这是因为各种参数之间存在严重的耦合,即求解时各参数不是作为独立的未知数,而是以代数的形式组合在一起,最后由方程解分离出来。传统标定方法中,内参与外参共同耦合在投影矩阵中。自标定方法^[7]主要指标定相机内参,等效焦距和主点是耦合在绝对二次曲线中的。相机的位姿估计中,除直接线性变换方法外,平移向量一般根据旋转矩阵求得,姿态角与平移向量之间几乎不存在耦合。联合平差有时也会加剧参数间的耦合。

当将内外参以投影矩阵形式整体使用时,不影响测量精度。比如两个固定相机的交会,首先标定投影矩阵,然后进行交会测量。实际上两者都是基于最小代数距离或者最小二乘意义来求解方程组,只是标定时投影

作者简介:苑 云(1986—),男,博士研究生,主要从事三维重建、空天图像测量和视觉导航等方面的研究。 E-mail: yuanyun_0101@163.com

收稿日期: 2010-04-27; 收到修改稿日期: 2010-06-01

矩阵是未知数,空间点是已知数,而交会测量时恰恰相反。但是,在机器人视觉导航、折线光路测量^[8]等应用 中,常常需要单独使用个别参数。这时需要对投影矩阵进行分解,结果会存在较大的误差,特别是使用简化模 型^[9]标定的结果。如以某位置标定分解出的内参作为下一位置标定外参时的内参,位姿估计结果误差很大。

本文通过定性分析和仿真实验验证了等效焦距是影响相机位姿的最主要因素,在可控旋转标定等效焦 距^[10]的方法基础上,提出了基于位姿估计的变化量标定等效焦距的方法。相比之下,该方法不受安装位置 误差影响,受安装姿态角误差影响也较小。在此基础上,提出了一种逐级标定相机各参数的方法,即以等效 焦距、主点、外参数、畸变系数的顺序对各参数逐级独立标定。其中主点采用由空间平面单应约束提供的方 程求解,外参数以线性解为初值的正交迭代^[11]来估计。能够将各参数的相互影响降到最小,避免参数之间 的耦合。实验验证了该方法的正确和高精度。

2 逐级标定方法

若想比较独立地标定相机各种参数,必须分析各参数之间的相互影响关系。下面从相机位姿估计入手, 分析几种主要因素对相机外参数标定的影响程度。根据位姿对等效焦距比较敏感的特点,提出了基于位姿 估计变化量标定等效焦距的方法,然后逐级独立标定剩余参数。

2.1 基于位姿估计的变化量标定等效焦距

已标定内参的相机是个方向传感器^[7],因为空间中 任意两点同光心的夹角能够利用像点和内参来计算。反 之,在已知像点和夹角的条件下能反算等效焦距,如图 1 所示。基于此,文献[10]提出了基于可控旋转的相机高 精度标定技术。相机固定在坐标轴基本对正、原点基本 重合的可控的二维旋转平台(以下称平台)上。平台带动 相机做微小俯仰(或偏航)运动,运动前后对同一空间点 两次成像,相当于空间点在相机系中围绕相机转动。以 平台俯仰角近似作为像点与光心的夹角,计算列方向等 效焦距为





$$f_{y} = |y_{2} - y_{1}|/\theta = \Delta y/\theta, \qquad (1)$$

同理,平台控制相机做偏航运动时,行方向等效焦距表示为

(2)

文献[10]方法精度较高,但安装条件与运动条件较苛刻。安装姿态角误差要求在1°以内,当光轴方向安装 位移误差大于5 cm时标定结果不准确。一方面,一些平台自身体积较大,相机无法安装在离旋转中心较近 的位置;另一方面,对于组合透镜形式的相机,由于光心位置事先很难确定,安装要求难保证。由于(1),(2) 式是基于微小角度变化量的近似结果,安装误差直接影响求解结果。

 $f_x = \Delta x / \varphi$.

所谓"位姿"在相机标定中则指相机的外参数,相机的位姿估计是指在已知内参数条件下估计相机的外参数,因此有时称为相机外参标定。影响位姿估计的主要因素有:相机内参数,即等效焦距和主点;给定的对应结构特征如点、直线、轮廓等的精度大小。对于点结构特征,相机中心投影模型为

$$\mathbf{x} = \mathbf{P}\mathbf{X} = \mathbf{K}[\mathbf{R} \mid \mathbf{T}]\mathbf{X},\tag{3}$$

式中 P 为投影矩阵, R 为旋转矩阵, T 为平移向量, X 为空间点, x 为像点, 都用齐次坐标表示。已知物点、像 点和内参数时就可估计相机的外参数, 对(3)式直接线性变换得到

$$\begin{bmatrix} \mathbf{X}^{\mathrm{T}} & 0 & -\hat{x}\mathbf{X}^{\mathrm{T}} & 1 & 0 & -\hat{x} \\ 0 & \mathbf{X}^{\mathrm{T}} & -\hat{y}\mathbf{X}^{\mathrm{T}} & 0 & 1 & -\hat{y} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_{1} \\ r_{2} \\ r_{3} \\ T_{x} \\ T_{y} \\ T_{z} \end{bmatrix} = 0, \qquad (4)$$

式中 $x = (x - c_x)/f_x$, $y = (y - c_y)/f_y$ 为归一化的图像坐标, r_i^T 对应**R**的行。必须指出, 此方程要求物点异面。

主点在图像中心附近,将图像中心作为主点求解方程组会引入一定误差,但是误差有限。由(1)式知,等 效焦距直接影响角度的大小,换句话说,角度对等效焦距比较敏感。

以线性解作为初始值优化位姿的算法有很多,其中正交迭代算法^[11]是一个全局收敛、计算精度和速度 均较好的位姿估计算法。当除了等效焦距外其他已知数都是真实值时优化位姿,只能得到一个近似状态,目 标函数优化值不可能为零。如图 2 所示,多个空间控制点在真实相机系 O 中成像,其中两点如图中所示。 考虑在空间点与像点都采用真实值,而等效焦距小于真实值情况下估计位姿 O'。由于等效焦距小于真实 值,则像元间距大于真实值。而图像像素坐标值相同,从而成像的实际物理尺寸大于真实值,估计的位姿 O' 必然在 O 的前面。因此,空间点在 O'中的夹角比在 O 中的大。

对于相机系 O 由(1)式得到

 $\overline{\Delta y} = \overline{f_y} \cdot \overline{\theta},$ 而相机 O'与 O 图像完全相同,也应该满足 $\overline{\Delta y} = f_y \cdot \theta,$

结合(5)和(6)式得到

$$\overline{f_{y}} = f_{y} \cdot \theta / \overline{\theta}. \tag{7}$$

在此,提出基于位姿估计的变化量标定等效焦距的 方法。空间中在 X₁ 位置有一组控制点,当相机 O 绕 X_c 轴旋转向下旋转 角后,这组控制点在图像中由位置 x₁ 变化到 x₂。在等效焦距未知时,设定一个初始值,不妨假





设小于真实值。用正交迭代算法估计相机转动前、后的位姿,两次位姿估计的相对变化量就是 θ 。真实的旋转 角 $\bar{\theta}$ 仍然使用可控的方法,用平台的旋转角近似代替。利用(7)式计算真实的焦距值。

本文方法不受安装位置误差的影响。由于用平台的俯仰角近似代替相机的俯仰角,安装的姿态角误差 会影响标定精度,但影响程度比文献[10]要小。以仿真实验来说明,相机行列方向等效焦距都为 5000,平台 与控制点确定的世界系相距 10 m,相机与平台间存在安装误差,3 个姿态角误差相同,位置的 3 个方向的误 差也相同。平台带动相机作俯仰运动。由真实参数生成运动前后的图像,给像点添加方差为 0.5 pixel 的随 机噪声。对比两种方法标定出的等效焦距与真实值的相对误差,结果如图 3 所示,A。表示姿态角误差。

由图 3 中看出,对于相同的姿态角误差,随着安装位 置误差的加大,文献[10]方法标定的等效焦距的相对误差 不断加大,而本文方法基本不变。位置误差较小时,对于 相同的姿态角误差,本文方法受影响程度较小。原因主要 是当位置误差偏大时,(1)式中的像点坐标差与真实值误 差过大,从而导致等效焦距的计算误差较大。而本文方法 使用的是位姿估计的变化量,不受安装位置误差影响。

行方向等效焦距由平台控制相机做偏航运动来计算。在设定的焦距与真实值相差太大时,以更新的焦距 值代入(7)式中再次计算焦距作为最终结果。显然,当计 算(7)式中使用的焦距等于真实焦距时,位姿估计的结果 与实际相重合。



图 3 等效焦距标定的相对误差结果对比



(8)

2.2 标定主点

空间共面的点与相对应的像点之间由单应 H ——对应[12]

$$x = Hx'$$

式中 $\mathbf{x}' = [\mathbf{X}\mathbf{Y}1]^{\mathrm{T}}$ 为空间平面上点的齐次坐标,空间平面上点的 \mathbf{Z} 坐标为零,代入(3)式得

$$\boldsymbol{x} = \boldsymbol{K} \begin{bmatrix} \boldsymbol{R} & \boldsymbol{T} \end{bmatrix} \boldsymbol{X} = \boldsymbol{K} \begin{bmatrix} r_1 & r_2 & \boldsymbol{T} \end{bmatrix} \boldsymbol{x}', \tag{9}$$

对比两(8)和(9)式得

$$\boldsymbol{H} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{h}_1 & \boldsymbol{h}_2 & \boldsymbol{h}_3 \end{bmatrix} = \boldsymbol{K} \begin{bmatrix} \boldsymbol{r}_1 & \boldsymbol{r}_2 & \boldsymbol{T} \end{bmatrix}, \qquad (10)$$

根据旋转矩阵 R 正交性,消除 R,有

$$\boldsymbol{h}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{K}^{-\mathrm{T}}\boldsymbol{K}^{-1}\boldsymbol{h}_2 = 0, \quad \boldsymbol{h}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{K}^{-\mathrm{T}}\boldsymbol{K}^{-1}\boldsymbol{h}_1 = \boldsymbol{h}_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{K}^{-\mathrm{T}}\boldsymbol{K}^{-1}\boldsymbol{h}_2, \quad (11)$$

对于扭曲系数为零的相机,式中

$$\boldsymbol{\omega} = \boldsymbol{K}^{-\mathrm{T}} \boldsymbol{K}^{-1} = \begin{bmatrix} 1/f_x^2 & 0 & -c_x/f_x^2 \\ 0 & 1/f_y^2 & -c_y/f_y^2 \\ -c_x/f_x^2 & -c_y/f_y^2 & c_x^2/f_x^2 + c_y^2/f_y^2 + 1 \end{bmatrix}$$
(12)

为绝对二次曲线的像。

单应提供了内参数的约束,根据空间共面点或共面直线及其对应的像,可计算单应,并用极大似然估计进行优化。在单应与焦距已知条件下,只有主点的两个未知数。空间平面成像一次,能够提供(11)式的两个方程。(11)式线性变换得

$$a_1 + a_2 x + a_3 y + a_4 (x^2 + y^2 + 1) = 0, \quad b_1 + b_2 x + b_3 y + b_4 (x^2 + y^2 + 1) = 0,$$
 (13)

式中

$$x = c_x/f_x, \quad y = c_y/f_y, \tag{14}$$

是关于主点的未知数。方程系数分别为

$$a_{1} = \frac{h_{11} \cdot h_{21}}{f_{x}^{2}} + \frac{h_{12} \cdot h_{22}}{f_{y}^{2}}, a_{2} = -\frac{1}{f_{y}}(h_{11} \cdot h_{23} + h_{13} \cdot h_{21}), a_{3} = -\frac{1}{f_{y}}(h_{12} \cdot h_{23} + h_{13} \cdot h_{22}), a_{4} = h_{13} \cdot h_{23},$$

$$b_{1} = \frac{h_{11}^{2} - h_{21}^{2}}{f_{x}^{2}} + \frac{h_{12}^{2} - h_{22}^{2}}{f_{y}^{2}}, b_{2} = -\frac{2}{f_{y}}(h_{11} \cdot h_{13} + h_{23} \cdot h_{21}), b_{3} = -\frac{2}{f_{y}}(h_{12} \cdot h_{13} - h_{23} \cdot h_{22}), b_{4} = h_{13}^{2} - h_{23}^{2},$$

其中 h_{ij} 表示单应第 i 列的第 j 个元素。对比(13)式两个方程得到

将(15)式代入(13)式第一个方程得

$$a_4(1+p^2)x^2 + (a_2 + a_3p + 2a_4pq)x + a_1 + a_3q + a_4(1+q^2) = 0.$$
 (16)

(16)式为一元二次方程,求解此方程,并利用(14),(15)式得到主点坐标的精确值。此方法建立在等效焦距已标定基础上,避免了平面靶板标定^[12]中同时求解等效焦距与主点而引起的耦合,也降低了求解的难度。

必须指出,为减少镜头畸变的影响,应使空间平面的成像在图像中心附近。此外,当空间平面在一些特殊位置时,例如,(10)式中旋转矩阵的旋转角至少两个为零时,可能导致(13)式中方程的部分系数为零,本文方法失效。换言之,空间平面在一般位置,本文方法都有解。

2.3 标定外参及畸变系数

在内参高精度求解之后,利用正交迭代算法进行位姿估计,标定相机外参。最后再标定畸变系数,采用 综合考虑径向像差和切向像差的5参数像差模型,求解线性方程组^[2]。

联合平差只是局部最优化方法,且可能使得各参数之间相互影响,形成耦合。因此,标定完成后不再进 行联合平差。

3 实验结果与分析

3.1 标定实验

如图 4 所示,实验相机采用微视 MVC930DAM-GE30,分辨率为 1024 pixel×1024 pixel,采图频率可达 30 frame/s,镜头焦距标准值为 50 mm,可变焦,两个方向等效焦距相等,扭曲系数为零。辅助测角平台采用 工程用的小型经纬仪,相机固定安装在经纬仪的目镜上,安装姿态角误差 1°左右,安装位置误差 20 cm 左右。

如图 5 所示,实验标定控制点共 9 个,其中前平面上 4 个点,后平面上 5 个点。点的坐标精确已知。 标定方法的步骤为 1)标定等效焦距。首先设定一个值作为等效焦距初 值,采用基于位姿估计的变化量的方法,根据(7)式,即位 姿估计的变化量与实际运动变化量的比例等于实际等效 焦距与设定的等效焦距的比例。标志自动提取消除人工 误差。为消除随机误差,位姿取多次对同一状态估计的 平均值。

2)标定主点。在高精度标定出等效焦距后,利用一 个空间平面上的结构如点、直线或曲线等,计算其与对应 图像的单应。使用前平面上的4个控制点计算单应。利 用单应提供的内参数约束,求解一元二次方程得到主点 的精确解。将步骤1)中位姿估计使用的主点坐标由图 像中心修改为当前值,重新标定等效焦距和主点。前两 步可重复两次,直到结果稳定。

3)标定外参。采用正交迭代算法,以线性解作为初 值,精确估计位姿。

4)标定畸变系数。采用综合考虑径向像差和切向像 差的5参数像差模型,标定线性成像的理想点与实际成 像点之间的关系。

图 6 为标定控制点的成像,控制点的提取和跟踪都是自动化完成。图 7 为实验的软件界面,对相机同一 位置进行实验时的、多次的姿态估计,其变化量用曲线形式实时显示。



图 5 标定控制点 Fig.5 Control points used for calibration



图 6 标定控制点的成像 Fig. 6 Image of control points



图 7 软件界面 Fig. 7 Software interface



图 4 标定用相机和平台 Fig. 4 Camera and platform used for calibration

3.2 验证实验

当标定完成后,手动控制平台做某角度的转动,软件实时计算相机位姿的变化量。偏航运动和俯仰运动 的角度范围均为[-3°,3°],间隔 2'记录一次,统计姿态估计的变化量结果与平台转动量之间的误差均方根, 为 0. 23'。当安装姿态角很小时^[10],平台的转动可近似代替相机的实际转动。由此可知姿态估计的变化量 结果与相机实际运动姿态的变化量相一致,它表明了等效焦距的标定结果可信。

下面来验证相机除等效焦距外其他参数的标定结果。首先利用基于两次非纯平移运动的手眼标定方法^[13]标定出相机与平台(本文为经纬仪)之间的位姿关系,并记录下相机初始位置的参数。手眼标定过程中相机标定方法为本文方法。手眼标定出的安装姿态角误差分别为 0.35°,0.28°,0.52°,安装位置误差分别为 50,170,230 mm。

转动平台到任意位置,需要保证标定物在相机视场范围内,在此位置执行以下三步:

1)此位置相机的外参数可以通过手眼标定结果与平台转动角度直接计算得到,作为外参数的标定参考值。

2)采用逐级标定方法标定此位置的相机。标定等效焦距需要在此位置基础上再次转动平台,为省略此 运动,等效焦距用相机在初始位置的标定值代替。然后标定主点;利用正交迭代算法估计相机的外参数,作 为外参数的实际标定值;最后标定畸变系数。为消除随机误差的影响,将此位置相机 100 次标定结果的平均 值作为最终结果。

3)比较外参数的实际标定值与标定参考值之间的误差。同时比较此位置的主点和畸变系数同上一位置 标定的误差。

将平台转动 20 次,得到 20 个位置的标定结果。统计所有位置中主点和畸变系数的误差。主点误差均 方差为行方向 1.3 pixel,列方向 1.1 pixel,所有畸变系数误差均方差在 10⁻⁴ 以内。所有位置中外参数的实 际标定值与标定参考值之间的误差为:姿态角误差在 1[']以内,光心位置误差在 5 mm 以内。

若相机标定结果中的各参数之间存在耦合,即外参数标定值不能代表其真实的物理含义,则同一位置的 外参数实际标定值与标定参考值之间的偏差应该会很大,各位置的标定结果之间的差别也会很大。而本文 的验证实验结果中的各参数误差的均方差都很小,因此表明,外参数与其真实的物理意义相符,主点与畸变 系数的标定稳定性好。

3.3 误差分析

分析标定误差主要来源于空间控制点坐标误差、像点提取误差和安装姿态角误差三个方面。取多次标 定结果的均值作为最终结果能够有效去除随机误差的影响,但不能消除一些系统差,如已经存在的控制点坐 标误差等。

4 结 论

提出以等效焦距、主点、外参数、畸变系数的顺序逐级标定的方法,能够有效避免解算中相机各参数间的 耦合,如内参与外参之间,以及自标定中等效焦距与主点之间的耦合。实验验证了该方法的正确和高精度。 标定后不需要进行平差优化就能保证标定精度。各参数与其物理意义相符,可独立使用。

在标定等效焦距时使用了二维旋转平台,逐级标定完成后借助二维旋转平台能够对标定结果的精度进 行检验。结合该标定方法,根据手眼标定的结果,可将相机的坐标轴调整到与二维旋转平台的坐标轴严格平 行,能够更方便地用于机器人视觉导航等场合中。

参考文献

1 Hu Zhanyi, Wu Fuchao. Review on some active vision based camera calibration techniques[J]. Chinese J. Computer, 2002, 25(11): 1149~1156

胡占义,吴福朝.基于主动视觉摄像机标定方法[J].计算机学报,2002,25(11):1149~1156

2 Yu Qifeng, Shang Yang. Videometrics: Principles and Researches[M]. Beijing: Science Press, 2009. 53~60 于起峰,尚 洋. 摄像测量学原理与应用研究[M]. 北京:科学出版社, 2009. 53~60

- 3 Zhang Zhengyou. Camera calibration with one-dimensional objects [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2004, 26(7): 892~899
- 4 Wu Fuchao, Hu Zhanyi, Zhu Haijiang. Camera calibration with moving one-dimensional objects[J]. *Pattern Recognition*, 2005, **38**(5): 755~765
- 5 Wang Liang, Wu Fuchano. Multi-camera calibration based on 1D calibration object[J]. Acta Automation Sinica, 2007, **33**(3): 225~231
- 王 亮,吴福朝. 基于一维标定物的多摄像机标定[J]. 自动化学报,2007,33(3):225~231
- 6 Sun Junhua, Liu Zhen, Zhang Guangjun *et al.*. Camera calibration based on flexible 3D target[J]. Acta Optica Sinica, 2009, **29**(12): 3433~3439

孙军华,刘 震,张广军等.基于柔性立体靶标的摄像机标定[J].光学学报,2009,29(12):3433~3439

- 7 R. Hartley, A. Zisserman. Multiple View Geometry in Computer Vision[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2000. 323~330
- 8 Jiang Guangwen. Study on Pose Relay Videometrics Method with Camera-Series and Ship Deformations Measurement[D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2010. 39~48

姜广文. 像机链位姿传递摄像测量方法及船体变形测量研究[D]. 长沙,国防科技大学,2010. 39~48

9 Shang Yang. Researches on Vision-Based Pose Measurements for Space Targets[D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2006. 10~22

尚 洋.基于视觉的空间目标位置姿态测量方法研究[D].长沙,国防科技大学,2006.10~22

10 Jiang Guangwen, Chao Zhichao, Fu Sihua et al.. High-accurate camera calibration technique based on controllable rotation [J]. Acta Optica Sinica, 2010, 30(5): 1308~1314

姜广文, 晁志超, 伏思华 等. 基于可控旋转的像机高精度标定技术[J]. 光学学报, 2010, 30(5): 1308~1314

- 11 C. P. Lu, G. D. Hager, E. Mjolsness. Fast and globally convergent pose estimation from video images [J]. IEEE Transactions on Patten Analysis and Machine Intelligence, 2000, 22(6): 610~622
- 12 Z. Zhang. A flexible new technique for camera calibration [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2000, 22(11): 1330~1334
- 13 Ma Songde, Zhang Zhengyou. Computer Vision[M]. Beijing: Science Press, 1998. 63~67 马颂德,张正友. 计算机视觉[M]. 北京: 科学出版社, 1998. 63~67