

# 径向偏振光高数值孔径物镜聚焦的研究

高兴宇<sup>1</sup> 刘书桂<sup>2</sup>

(<sup>1</sup>桂林电子科技大学机电工程学院光机电一体化研究所, 广西 桂林, 541004)  
<sup>2</sup>天津大学精密测试技术及仪器国家重点实验室, 天津, 300072)

**摘要** 推导了基于矢量德拜理论的径向偏振光通过两种介质分界面聚焦的三维电场矢量分布计算公式。将德拜理论计算的离焦平面电场分布作为入射源代入三维时域有限差分(FDTD)程序进行聚焦过程的仿真,其结果与用德拜理论计算的结果相一致。对于德拜理论无法计算的径向偏振光束通过半球形纳米孔聚焦问题,采用了设置介质结构灵活的FDTD进行仿真,观察并讨论了半球形纳米孔的焦移和场强增强现象。

**关键词** 显微; 径向偏振光; 矢量德拜理论; 聚焦; 纳米结构

中图分类号 O431.1

OCIS 180.6900 180.4243 310.6628

文献标识码 A

## Study on Focusing of Radially Polarized Beam by High Numerical Aperture Objective

Gao Xingyu<sup>1</sup> Liu Shugui<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Institute of Opto-Mechatronics, School of Mechanical & Electrical Engineering,  
Guilin University of Electronic Technology, Guilin, Guangxi 541004, China

<sup>2</sup>State Key Laboratory of Precision Measuring Technology and Instruments, Tianjin University,  
Tianjin 300072, China

**Abstract** The formulas of three-dimensional (3D) electric field of radially polarized beam focusing through the interface of two dielectric media are deduced based on the vectorial Debye theory. The electric field in a defocus plan calculated by Debye theory is introduced into 3D finite difference time domain(FDTD) program as input source for the simulation of focusing process. The FDTD simulation results agree well with that calculated by Debye theory. Due to its facility of setting the structures for different media, the FDTD method is applied for simulating the problem of radially polarized beam focusing through half ball shaped nano-holes which can not be calculated by Debye theory. The focus shift and field intensity enhancement phenomena caused by the half ball shaped nano-holes are observed and analyzed.

**Key words** microscopy; radially polarized beam; rectorial Debye theory; focusing; nano-structure

## 1 引言

径向偏振光在横向截面内任意点的电矢量的偏振方向都通过光束中心轴,经过高数值孔径物镜聚焦后产生了很强的轴向偏振分量,总电场具有完全轴对称特性<sup>[1,2]</sup>。近年来随着径向偏振光产生器件的不断完善和径向偏振光理论研究的深入<sup>[3,4]</sup>,径向偏振聚焦光束在纳米光捕获技术<sup>[5,6]</sup>、超分辨率聚焦<sup>[7,8]</sup>、高密度光存储<sup>[9]</sup>等领域获得了广泛的应用。2000年K. S. Youngworth等<sup>[10]</sup>得出了径向偏振聚焦光束在焦点区域光场的理论公式。2001年D. P. Z. Biss等<sup>[11]</sup>推导出了通过两种介质分界面的径向偏振光聚焦的理论公式。随后很多文献都相继报道了径向偏振光束聚焦的计算<sup>[12~14]</sup>,但是大多数都是对焦点光场解析公式的特性分析,而对聚焦于复杂纳米结构的光学特性问题的研究则极为少见。

本文推导了以矢量德拜积分理论<sup>[15]</sup>为基础的径向偏振光束通过两种介质分界面的高数值孔径聚焦电

收稿日期: 2010-06-17; 收到修改稿日期: 2010-06-22

基金项目: 广西制造系统与先进制造技术重点实验室开放课题(桂科能 07109008\_026\_K)和广西科技厅科技攻关与产品试制(桂科攻 0815001-6)资助课题。

作者简介: 高兴宇(1981—),男,博士,讲师,主要从事纳米结构光学性质及其在三维亚微米级测量中应用的研究。

E-mail: gaoxy1981@hotmail.com

场计算公式,并与时域有限差分(FDTD)<sup>[16]</sup>方法结合仿真计算了整个焦点区域的三维光场分布。在半球形纳米孔的聚焦问题上,FDTD方法克服了德拜理论无法设置非平面的介质结构的缺陷,对此问题取得了成功的仿真研究,并分析了半球形纳米孔的焦移现象和焦点强度增强的物理机制。

## 2 径向偏振光通过两种介质分界面聚焦的计算

高数值孔径物镜聚焦因为入射孔径很大,孔径边缘光线和轴上光线到焦点平面的距离差不可以简单地按照近轴非涅耳近似的衍射理论忽略掉,必须考虑切趾、变偏振态和像差等效应<sup>[15]</sup>。如图1所示,设焦点区域三维坐标为  $x, y, z$ , 单位矢量分别为  $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ , 原点为焦点  $O$ ; 再设极坐标系  $r, \Psi, z$ , 它与三角坐标的关系为  $x = r \cos \Psi$ ,  $y = r \sin \Psi$ ; 物镜后方两种介质折射率分别为  $n_1$  和  $n_2$ , 分界面与原焦点距离为  $d$ , 光线入射角和折射角分别为  $\theta_1$  和  $\theta_2$ , 折射后汇聚于实际焦点  $S$ 。根据矢量德拜积分理论,在焦点区域任意一点  $P_2(r, \Psi, z)$  的电场计算公式为<sup>[15]</sup>

$$\mathbf{E}(r, \Psi, z) = \frac{i}{\lambda_1} \int_0^{\pi} \int_0^{2\pi} \mathbf{E}_0(\theta_2, \varphi) \exp[-ikr_2 \sin \theta_1 \cos(\varphi - \psi) - ikz_2 \cos \theta_1] \sin \theta_1 d\theta_1 d\varphi, \quad (1)$$

式中  $\mathbf{E}_0(\theta_2, \varphi)$  为界面后入射电场矢量,  $\varphi$  为入射电场矢量偏振方向与  $x$  轴正向的夹角,  $\lambda_1$  为第一种介质中波长。径向偏振光在物镜孔径内任何位置都是沿径向振动,它的极坐标单位矢量只有径向的  $\mathbf{a}_\rho$ 。切趾效应使得平面波前变为球面波前  $W$ , 入射波的径向单位矢量  $\mathbf{a}_\rho$  也变为球面切向矢量  $\mathbf{a}_{\theta_1}$ , 通过两种介质的界面后为  $\mathbf{a}_{\theta_2}$ , 表示为

$$\mathbf{a}_{\theta_2} = \cos \theta_2 \cos \varphi \mathbf{i} + \cos \theta_2 \sin \varphi \mathbf{j} + \sin \theta_2 \mathbf{k}. \quad (2)$$

由(2)式可以发现由于出现了轴向偏振分量  $\mathbf{k}$ , 平面单位矢量  $\mathbf{a}_\rho$  变为空间矢量  $\mathbf{a}_{\theta_2}$ , 这就是物镜的变偏振效应。对于圆透镜,切趾函数表示为

$$P(\theta_1) = P(a) \sqrt{\cos \theta_1} = \sqrt{\cos \theta_1}, \quad (3)$$

式中  $P(a)$  为物镜瞳函数并归一化为 1, 这里假设均匀平面波入射至物镜孔径内, 场强与位置无关。经过界面折射后入射光电场矢量表示为

$$\mathbf{E}_0(r) = P(\theta_1) t_p \mathbf{a}_{\theta_2}, \quad (4)$$

式中  $t_p$  为垂直于界面偏振分量的透射率<sup>[15]</sup>。将(2)式和(3)式代入(4)式,得界面后方入射电场矢量为

$$\mathbf{E}_0(\theta_2, \varphi) = \sqrt{\cos \theta_1} t_p (\cos \theta_2 \cos \varphi \mathbf{i} + \cos \theta_2 \sin \varphi \mathbf{j} + \sin \theta_2 \mathbf{k}). \quad (5)$$

将(5)式代入(1)式并化简,得焦点电场矢量计算公式为

$$\mathbf{E}(r, \Psi, z) = ik_1 (\cos \Psi I_1 \mathbf{i} + \sin \Psi I_1 \mathbf{j} + I_0 \mathbf{k}), \quad (6)$$

式中变量  $I_0$  和  $I_1$  定义为

$$I_0 = \int_0^{\alpha} \sqrt{\cos \theta_1} \sin \theta_1 t_p \sin \theta_2 \exp[-ik_0 \Phi(\theta_1)] J_0(k_1 r \sin \theta_1) \exp(-ik_2 z \cos \theta_2) d\theta_1, \quad (7)$$

$$I_1 = \int_0^{\alpha} \sqrt{\cos \theta_1} \sin \theta_1 t_p \cos \theta_2 \exp[-ik_0 \Phi(\theta_1)] J_1(k_1 r \sin \theta_1) \exp(-ik_2 z \cos \theta_2) d\theta_1, \quad (8)$$

式中  $J_0$  和  $J_1$  分别为零阶和一阶的第一类贝塞耳函数,  $k_1 = 2\pi/\lambda_1$  为第一种介质中的波数。由界面两侧介质折射率差而引起的像差函数  $\Phi_1$  定义为

$$\Phi(\theta_1) = -d(n_1 \cos \theta_1 - n_2 \cos \theta_2). \quad (9)$$

由(6)式可以看出  $\mathbf{E}_x$  分量和  $\mathbf{E}_y$  分量的相位相差  $\pi/2$ , 从而导致  $\mathbf{E}_x$  关于  $y$  轴对称,  $\mathbf{E}_y$  关于  $z$  轴对称, 且大小和形状完全相同。  $\mathbf{E}_z$  由于  $J_0$  的圆对称性质而关于光轴对称。3 个分量叠加的总光场也关于光轴对称,

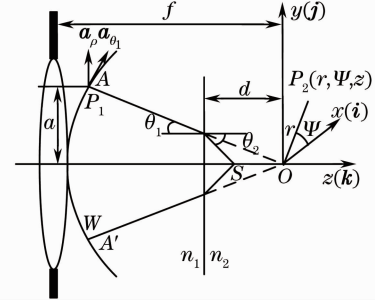


图1 通过两种介质界面的聚焦的计算  
Fig.1 Calculation of focusing through the interface of two dielectric media

这是径向偏振光焦点的最独特的分布规律。

### 3 实例仿真及结果分析

下面研究径向偏振光通过两种介质分界面聚焦情况下, FDTD 的仿真结果与直接用德拜理论计算的结果的比较。仿真条件为:物镜数值孔径为 1.65, 入射光波长  $\lambda = 532 \text{ nm}$ , 物镜后方两种介质折射率分别为  $n_1 = 1.78$  和  $n_2 = 1.0$ , 差分离散网格大小为  $\Delta x = \Delta y = \Delta z = 11.69 \text{ nm}$ 。按照上述条件用(6)式计算距离焦平面  $z = -2\lambda_1$  离焦面内复电场分布, 然后用 FDTD 算法中的总场/散射场方法<sup>[16]</sup> 将其代入三维 FDTD 计算空间中。在经过了 1200 个时间步的运算后, 得到光强分布如图 2(a)~(c)所示。由于径向偏振光的轴对称特性, 只需要观察在  $xz$  平面内的光强分布。从图 2(b)中可以看出, 在分界面处平行于分界面的  $E_x$  分量是连续的, 而图 2(c)中垂直于分界面的  $E_z$  分量发生突变, 且界面前后的  $E_z$  分量比值为  $|E_{z1}|/|E_{z2}| = 1/3.14 \approx (n_2/n_1)^2$ , 这说明 FDTD 算法完全符合电磁场的边界条件<sup>[17]</sup>。图 2(d)中焦平面上的  $E_x$  和  $E_z$  分量的光强以  $E_z$  分量的最大值为基准归一化。用 FDTD 计算的焦平面上的  $E_z$  和  $E_x$  的光强的最大值之比为  $|E_{z\max}|^2/|E_{x\max}|^2 = 7.0339$ , 而用德拜理论(5)式计算的结果为  $|E_{z\max}|^2/|E_{x\max}|^2 = 7.3399$ , 二者相对误差为 4.17%, 这在大多数仿真研究中是可被允许的。同时可以看出 FDTD 仿真的光强分布的各级极大值和极小值在  $x$  轴的位置都与德拜理论计算的位置完全相同。

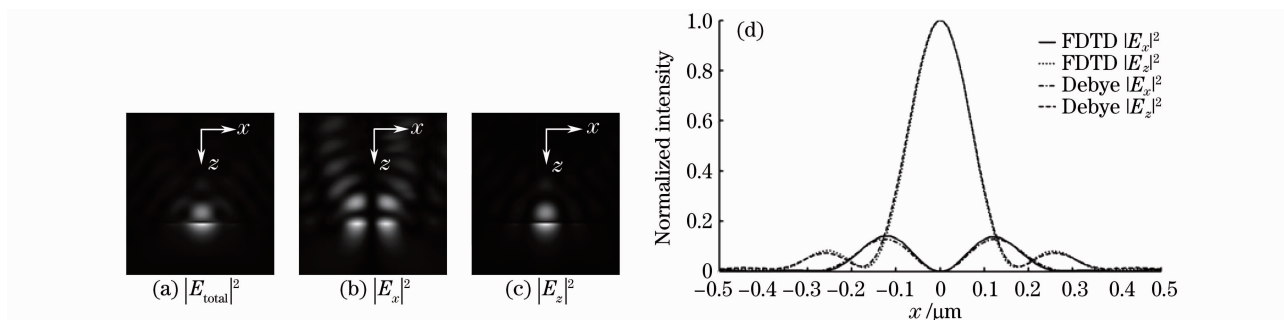


图 2 FDTD 仿真结果。(a)~(c)径向偏振光通过两种介质分界面聚焦在  $xz$  平面内的光强分布, (d)FDTD 仿真与德拜理论计算的聚焦平面  $x$  轴上的归一化电场强度的比较

Fig. 2 FDTD simulation results. (a)~(c) intensity distributions of radially polarized focal beam in  $xz$  plane. (d) comparison of the normalized intensity distributions calculated by FDTD simulation and Debye theory along the  $x$  axis in focal plan

(6)式只能计算聚焦光束通过分界面后某一个垂直于光轴的平面内的光场分布。如果在聚焦区域引入非平面的纳米结构, 德拜理论则无法计算, 而 FDTD 方法由于其设置介质结构的灵活性就适合进行这样的计算。下面用 FDTD 方法仿真径向偏振聚焦光束通过半球形纳米孔所产生的光学现象。在图 1 所示的分界面处, 向  $n_1$  介质中挖入 3 个半球形孔, 直径分别为 150 nm, 250 nm 和 400 nm, 孔的球心位于焦点  $O$  处, 孔内介质和分界面后介质折射率都为  $n_2 = 1.0$ , 如图 3 所示。分别对通过这 3 个直径的孔的聚焦进行仿真, 结果如图 4 所示。图 4(a)~(c)中三个半球形纳米孔的聚焦光强分布可以看出焦点位置和大小发生了改变; 图 4(d)中以无介质分界面时的焦点光强为基准归一化, 可以看出随着半球形纳米孔直径的增加, 焦点的位置向上分别移动了约 70 nm, 120 nm 和 140 nm, 光强也增强了 1~2 倍。

在此仿真结构中, 半球形纳米孔可看作一个微折射面, 由于焦点具有一定的焦深, 且  $n_1 > n_2$ , 聚焦光束入射到孔的边界处时会向光轴方向发生折射, 被折射面进一步二次聚焦, 光场能量聚集于半球形纳米孔空间中, 从而产生焦深缩短、光强增强和焦点移动的现象。随着半球形纳米孔的直径的增大, 二次聚焦的孔内空间也随之增加, 因此焦点位置逐渐向上移动, 光强减弱。由此可以得出, 在径

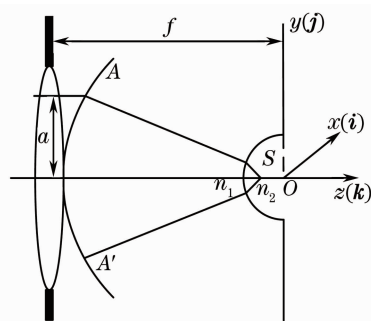


图 3 焦点处半球形纳米孔示意图  
Fig. 3 Scheme of half ball shape nano-hole in the focus region

向偏振聚焦光束通过半球形纳米孔时,无需移动物镜的位置,只通过改变焦点处半球形纳米孔的大小就可以改变焦点的轴向位置和光强。该结论在纳米光刻、超分辨聚焦和纳米光镊等领域具有潜在的应用价值。

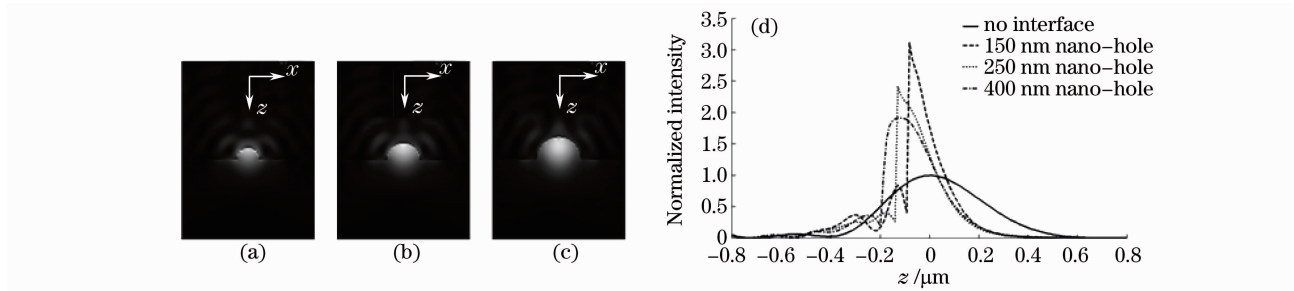


图4 径向偏振聚焦光束通过 150 nm(a), 250 nm(b), and 400 nm(c)半球形纳米孔的仿真, (d)与单一介质中聚焦沿  $z$  轴的焦点位置比较

Fig. 4 Shift effect of half ball shape nano-hole of 150 nm(a), 250 nm(b), and 400 nm(c) on the focus, (d) comparison of focus position along  $z$  axis with that of focusing in single medium

## 4 结 论

推导了基于德拜理论的径向偏振光通过两种介质分界面聚焦的理论公式,分析了计算公式中体现其轴对称特性的因素。对径向偏振光通过两种介质分界面聚焦的 FDTD 仿真计算,结果与直接用德拜理论计算的结果基本吻合,这证明了使用 FDTD 方法研究径向偏振光聚焦问题的精确性。对径向偏振光通过半球形纳米孔聚焦现象的仿真,证明了德拜理论与 FDTD 方法结合的必要性。

## 参 考 文 献

- 1 Qiwen Zhan, James R. Leger. Focus shaping using cylindrical vector beams[J]. *Opt. Express*, 2002, **10**(7): 324~331
- 2 Qing Li, Jia Wang, Jiying Xu *et al.*. Experimental research on focusing property of radially polarized beam based on solid immersion lens[J]. *Opt. Rev.*, 2006, **13**(4): 283~287
- 3 Zhang Yanli, Li Xiaoyan, Zhu Jiangqiang. Generation and focusing property with high-numerical aperture lens of vectorial polarized beam[J]. *Chinese J. Lasers*, 2009, **36**(1): 129~133  
张艳丽, 李小燕, 朱健强. 矢量偏振光束的产生及其高数值孔径聚焦性质[J]. *中国激光*, 2009, **36**(1): 129~133
- 4 Jianlang Li, Kenichi Ueda, Mitsuru Musha *et al.*. Radially polarized and pulsed output from passively Q-switched Nd:YAG ceramic microchip laser[J]. *Opt. Lett.*, 2008, **33**(22): 2686~2688
- 5 Yukiko Shimizu, Hiroyuki Sasada. Novel optical trap of atoms with a doughnut beam[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1997, **78**(25): 4713~4716
- 6 Qiwen Zhan. Trapping metallic Rayleigh particles with radial polarization[J]. *Opt. Express*, 2004, **12**(15): 3377~3382
- 7 R. Dorn, S. Quabis, G. Leuchs. Sharper focus for a radially polarized light beam[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2003, **91**(23): 233901
- 8 C. J. R. Sheppard, A. Choudhury. Annular pupils, radial polarization, and superresolution[J]. *Appl. Opt.*, 2004, **43**(22): 4322~4327
- 9 Wanchin Kim, Nocheol Park, Yongjoong Yoon *et al.*. Investigation of near-field imaging characteristics of radial polarization for application to optical data storage[J]. *Opt. Rev.*, 2007, **14**(4): 236~242
- 10 K. S. Youngworth, T. G. Brown. Focusing of high numerical aperture cylindrical-vector beams[J]. *Opt. Express*, 2000, **7**(2): 77~87
- 11 D. P. Z. Biss, T. G. Brown. Cylindrical vector beam focusing through a dielectric interface[J]. *Opt. Express*, 2001, **9**(10): 490~497
- 12 A. S. van de Nes, L. Billy, S. F. Pereira *et al.*. Calculation of the vectorial field distribution in a stratified focal region of a high numerical aperture imaging system[J]. *Opt. Express*, 2004, **12**(7): 1281~1293
- 13 Marcel Leutenegger, Ramachandra Rao, Rainer A. Leitgeb *et al.*. Fast focus field calculations[J]. *Opt. Express*, 2006, **14**(23): 11278~11290
- 14 Yongjoong Yoon, Wanchin Kim, Nocheol Park *et al.*. Feasibility study of the application of radially polarized illumination to solid immersion lens-based near-field optics[J]. *Opt. Lett.*, 2009, **34**(13): 1961~1963
- 15 M. Gu. *Advanced Optical Imaging Theory*[M]. Heidelberg: Springer, 1999
- 16 A. Taflove, S. C. Hagness. *Computational Electrodynamics: The Finite-Difference Time-Domain Method*[M]. 3rd ed. Norwood: Artech House, 2005
- 17 Max Born, Emil Wolf. *Principles of Optics*[M]. 6th ed. New York: Pergamon, 1980