

基于质心法的高分辨率高探测效率 N 光子纠缠 $N00N$ 态超分辨量子成像

张黄杰¹, 陈晨远¹, 郝然^{1*}, 占春连¹, 金尚忠¹, 张鹏举², 庄新港², 费丰²

¹中国计量大学光学与电子科技学院, 浙江 杭州 310018;

²中国电子科技集团有限公司第四十一研究所, 山东 青岛 266555

摘要 基于 N 光子纠缠量子成像的分辨率优势, 设计了一种通用的多光子纠缠 $N00N$ 态的超分辨量子成像系统, 理论上成像分辨率可实现 $(\sqrt{N}-1)$ 倍的增加, 成像系统的分辨率得到大幅提升。针对 $N00N$ 态探测效率过低的问题, 利用光学质心测量方法, 保留所有探测情况, 在不需要所有光子到达空间同一点的情况下, 通过光子计数和适当的后处理, 实现了任意数量光子下成像分辨率的提高。相较于 N 光子吸收方案, 该方法的理论效率增加了 D^{N-1} (假设有 D 个像素)。所提方案可以产生具有高保真度和高稳定性 (数天内保持稳定) 的 $N00N$ 态, 有利于拓展 $N00N$ 态的应用范围。所设计的系统在超分辨量子成像领域中具有较好的应用价值。

关键词 量子光学; 量子成像; 超分辨率; $N00N$ 态; 光学质心测量

中图分类号 O431.2 文献标志码 A

DOI: 10.3788/CJL230789

1 引言

超分辨率成像作为近年来的突破性技术, 是计算机视觉和图像处理领域中的重要研究内容, 在医疗、生物、安防等领域中有着广泛的应用。但经典成像技术受制于衍射分辨极限, 难以实现分辨率突破^[1]。随着量子技术的不断发展, 研究者利用量子纠缠实现了衍射分辨极限的突破^[2]。其中, 纠缠 $N00N$ 态因可以突破标准量子极限而得到了广泛研究, 通过模式 k_1 和 k_2 中的 N 个光子叠加, 可以得到 $N00N$ 态 $|\phi_N\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|N, 0\rangle_{k_1, k_2} + |0, N\rangle_{k_1, k_2})$ 。三光子纠缠 $N00N$ 态已被实验证明其干涉可见度远高于经典空间超分辨率的极限^[3], 而 N 光子纠缠 $N00N$ 态显示的图样比经典光所成图样精细 N 倍, 这表明通过 $N00N$ 态可将光学系统的分辨率提高 N 倍^[4]。这一结果推动了关于 $N00N$ 态的后续研究^[5-6] 及其在量子成像等方面的应用^[7-8]。2022 年, Li 等^[8] 通过深度学习方法将小 N 的 $N00N$ 态的成像便利性与大 N 的 $N00N$ 态的良好成像质量优势相结合, 推动了 $N00N$ 态在量子成像方面的应用。然而, $N00N$ 态存在一个弱点, 即所有 N 个光子到达同一位置的概率以及探测效率都会随着 N 的增加呈指数下降^[9], 这使得其优势备受争议。不过光学质心测量

(OCM)^[10] 的提出又推动了 $N00N$ 态在超分辨率成像方面的应用研究。OCM 技术能实现 N 倍超分辨率而不需要所有光子到达空间中的同一点, 它会跟踪每一个 N 光子事件, 通过适当的后处理后仍可揭示 N 光子的量子干涉规律。

本文利用 N 光子纠缠实现了成像分辨率的增强, 基于已有理论与技术进一步将 N 光子纠缠 $N00N$ 态的优势应用到超分辨量子成像领域, 设计了一种新的量子成像系统, 该系统的成像分辨率可超越衍射分辨极限。利用 OCM 方法提升了 $N00N$ 态的探测效率, 当存在 D 个像素时, 相较于 N 光子吸收方案^[11], 理论探测效率增加了 D^{N-1} 。

2 原理介绍

待成像物体可以用透射孔径函数 $A(\rho)$ 来描述, 其中 $\rho = (x, y)$ 为物体横坐标。对于波长为 λ 的空间相干单色均匀光源, 物体后的电场为 $E(\rho) \propto A(\rho)$ ^[12], 相干 N 光子的量子成像系统像平面上的场强度 $I(\rho)$ 可以表示为透射孔径函数和点扩散函数 (PSF)^[13] 卷积的平方模。假设平移不影响 PSF, 则可以用 PSF 的宽度表示图像分辨率, 并通过 $\sigma_{\text{PSF}} = \delta^{(2)}(\rho)$ 运算获得最佳图像, 其中, σ_{PSF} 为点扩散函数, $\delta(\rho)$ 为点脉冲狄拉克函数。

收稿日期: 2023-05-04; 修回日期: 2023-07-04; 录用日期: 2023-07-06; 网络首发日期: 2023-08-07

基金项目: 国防技术基础项目 (JSJL2020210A001)、国家自然科学基金面上项目 (61975182)、浙江省自然科学基金重点项目 (LZ23F050001)

通信作者: *ran.hao@cjlu.edu.cn

为了使成像系统传输小于 PSF 尺寸的物体特征, 可用量子相关多光子态代替物平面上的经典场分布以构造显式状态。通过引入质心简化该状态的分析, 质心位置(X)^[14]和偏差(ξ_k)定义为

$$\begin{cases} X = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \rho_k \\ \xi_k = \rho_k - X, k \in \{1, 2, \dots, N\} \end{cases}, \quad (1)$$

式中: ρ_k 为第 k 个光子的横坐标。在由质心位置 X 和偏差 ξ_k 形成的完整坐标系中, 利用质心位置的量子态对图像进行编码。

这里将文献[15]中的理论拓展至 N 光子, 得出 N 光子质心位置的分辨率损失(r)为

$$r = \frac{\sqrt{\text{Var}(\delta X_1 + \delta X_2 + \dots + \delta X_N)}}{N} = \frac{\sqrt{\text{Var}(\delta X_1) + \text{Var}(\delta X_2) + \dots + \text{Var}(\delta X_N)}}{N} = \frac{\sigma_{\text{PSF}}}{\sqrt{N}}, \quad (2)$$

式中: $\delta X_1, \delta X_2, \dots, \delta X_N$ 分别为 N 光子的检测横向位置与其入射位置之间的距离; $\text{Var}(\cdot)$ 为方差。由此可知,

理论上由 N 光子质心构成的图像的分辨率比空间不相关的经典成像高 $(\sqrt{N}-1)$ 倍, 系统的成像精度得到大大提高。

3 超分辨量子成像系统

本节将介绍所设计的一种量子成像系统, 其将 $N00N$ 态在超分辨量子成像方面的应用具体化。该系统包括激光器、 $N00N$ 态制备模块、成像系统模块、处理模块和锁定测量模块, 排布如图 1 所示。由激光器提供初始泵浦光源, 这里选择输出光中心波长为 808 nm 的飞秒 Ti:Sapphire 激光器。 $N00N$ 态制备模块将激光器提供的泵浦光转换为 N 个处于 $N00N$ 态的光子, 即耦合为 N 个路径呈纠缠状态的光子, 理论上 N 可以为 2、3、4 甚至更多。 $N00N$ 态的光子经过待成像物体后被成像系统模块接收, 成像系统模块根据接收到的信息确定 N 个光子的位置。而处理模块根据光子位置, 采用 OCM 方法计算出 N 光子的质心位置并对图像进行编码, 通过重复自卷积得到质心 PSF, 以此评估图像分辨率, 从而获得最佳图像。

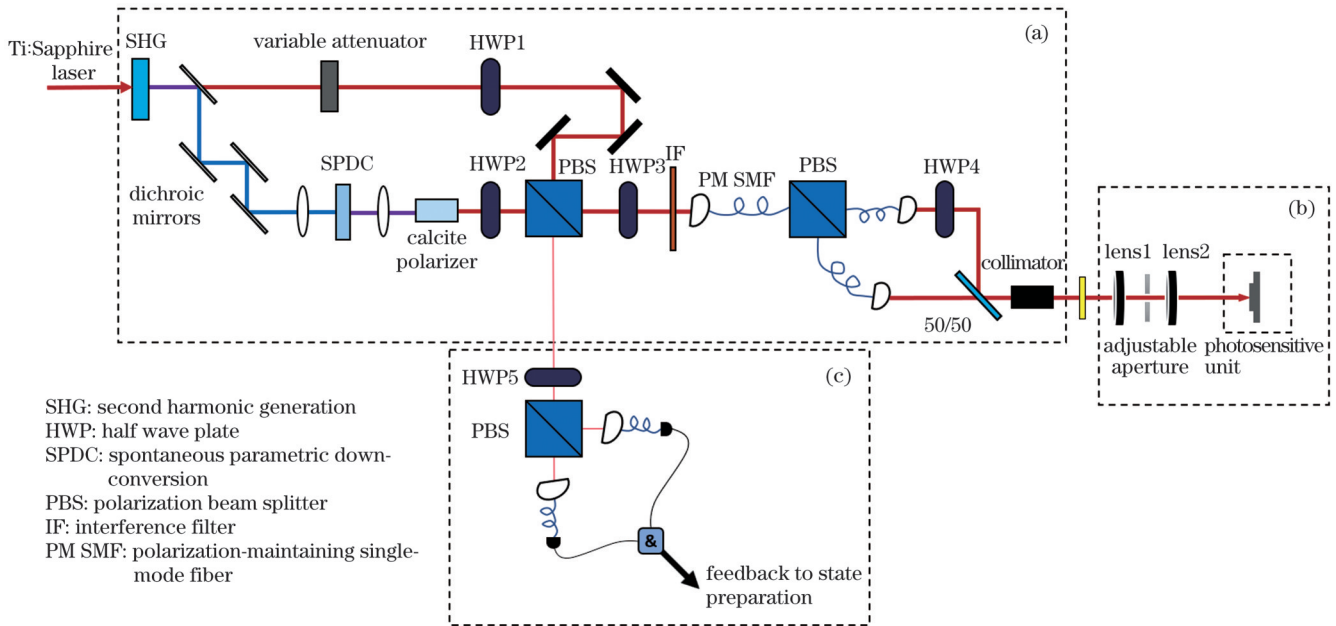


图 1 量子成像系统示意图。(a) $N00N$ 态制备模块和待成像物体; (b) 成像系统模块和处理模块; (c) 锁定测量模块

Fig. 1 Schematics of quantum imaging system. (a) $N00N$ state preparation module and object to be imaged; (b) imaging system module and processing module; (c) locking measurement module

3.1 $N00N$ 态制备

该模块结构如图 1(a) 所示, 其中激光和 I 型共线下转换(DC)光的速率相等。二次谐波(SHG)通过周期性极化铌酸锂(PPLN)晶体实现了激光倍频。第一块二向色镜将倍频的激光分为两路。第一路激光先经过可变衰减器, 光信号强度得到精确调节, 便于后续产生纠缠态时实现特定的相位匹配。该路激光再以 45° 角穿过半波片 1(HWP1), 光路方向经反射镜调节后, 激光进入水平放置的状态准备偏振分束器(PBS)。第

二路激光通过三块二向色镜, 经过残留光滤除及相位和角度调节后, 进行自发参量下转换以制备 DC 光。这里选择将泵浦光照射在 1 mm 厚的 BBO 晶体上以产生纠缠光子对, BBO 晶体为 I 型相位匹配^[16]。产生的 DC 光经过偏振片(这里选择方解石偏振片), 偏振态改变, 并获得相位延迟, 然后以 0° 角穿过 HWP2, 未转换的激光得到有效过滤。最后在状态准备 PBS 处与第一路激光会聚并产生偏振匹配。空间重叠后的激光以 22.5° 角穿过 HWP3, 并通过干涉滤光片耦合至保偏

单模光纤中,再传输至光纤 PBS 中转换为路径纠缠的 $N00N$ 态光子。在转换为 $N00N$ 态时,光纤 PBS 两臂之间的相对相位可以设置为 0,且相对振幅保持平衡^[17]。通过改变激光和 DC 光之间的相对振幅,可以针对不同 $N00N$ 态优化光源^[18]。光纤 PBS 分两路输出,上臂的光以 45° 角透过 HWP4,与下臂的光在 50:50 分束器处重叠,经过准直器准直,最后照射至待成像物体上。

上述激光透过 HWP 的角度可以根据实际需求进行设置,满足相位匹配条件即可。若 PBS、50:50 分束器的放置角度发生变化,HWP 的角度须相应改变。该系统的使用具有较大的灵活性,可选择实际所需波长的激光输入,使用相应的二向色镜、非线性晶体等器件,在满足生成 N 光子纠缠 $N00N$ 态的条件下,确保成像分辨率的增加。

3.2 成像部分

完成 $N00N$ 态的光子制备后,光通过待成像物体进入成像系统模块,依次经过透镜 1、可调孔径和透镜 2,最终由感光单元接收并检测,如图 1(b)所示。这里采用了单光子敏感的电子倍增 CCD(EMCCD)相机作为感光单元^[19]。可调孔径用于调整成像系统的衍射极限,从而补偿衍射极限光斑小于探测器像素尺寸的情况。利用孔径限制传输至 EMCCD 相机的光束直径,使最小分辨率增大,从而增加衍射极限。EMCCD 相机接受入射光并检测光子位置和动量的相关性^[20]。在 EMCCD 相机曝光后,将收集的电信号统一输入到放大器中进行放大和滤波,再送入到模数转换器(A/D)中转换为数字信号,这些数值即图像数据。将图像数据输入到数字信号处理器中进行后期处理,编码为 EMCCD 所支持的图像格式、数据格式并存储。

3.3 锁定测量

为了确保 $N00N$ 态的形成与稳定,该系统还设置了锁定测量模块。通过状态准备 PBS 的另一个端口,向该模块发送少量的 DC 光和激光,产生反馈信号以进行“锁定测量”,结构如图 1(c)所示。出射的少量 DC 光和激光通过 HWP5 进入 PBS 后被送入压电致动器。这里的 PBS 创建了一个低保真度的 $N00N$ 态,为使 $N00N$ 态得到成功制备,PBS 两个臂之间的相位须保持稳定,通过在激光路径中使用压电驱动的长号臂来实现这一点。压电致动器接收低保真度 $N00N$ 态的相位,跟踪相位漂移并校准,从而实现锁定测量^[21]。如果 PBS 两个臂之间的相位漂移,则该状态将发生相移,因此压电致动器可以用于跟踪相位漂移。利用压电致动器测量 $N00N$ 态的相位并校正两个臂之间的相位漂移, $N00N$ 态制备模块在数天内保持稳定,从而确保光子能形成高保真度和高稳定性的 $N00N$ 态,便于后续开展提高成像分辨率的工作。

$N00N$ 态的产生效率与光子数测量和质心确定相互关联,共同影响着 $N00N$ 态的性质和应用效果。较高的产生效率可以提高 $N00N$ 态的制备成功率,而准确地测量光子数并确定质心位置可以提供精确的光子信息。 $N00N$ 态的产生效率越高,测量的光子数越多,能够提供更多的统计信息和更精确的分布信息,从而获得更多的有效事件以估计质心的位置,减小意外事件引起的不确定性。

4 实验仿真与结果分析

4.1 利用调制传递函数分析分辨率的增加

基于所提出的方案构建模型模拟成像系统,使用倾斜边缘标准测量调制传递函数(MTF),从而量化分辨率增加能力。构建光子源模型生成相干光子,照射物体后传输至接收器,用 OCM 方法测量光子的质心位置。利用所得模拟数据计算该成像系统的 PSF,对其进行傅里叶变换得到 MTF。

MTF 曲线表示对比度变化程度与空间频率的关系,用于评价成像质量。图 2(a)给出了双光子在空间不相关状态与 $N00N$ 纠缠态下的仿真 MTF 曲线,并与双光子 $N00N$ 态理论分辨率增加曲线进行对比。随着空间频率的增加,MTF 曲线逐渐下降,但相较于空间不相关的双光子,纠缠双光子的曲线变化更为平缓,表明在相同空间频率处, $N00N$ 态的 MTF 值更高,而高 MTF 值意味着双光子纠缠成像在更高的空间频率下仍然能保持较好的细节传输能力,这使系统可以更好地捕捉和还原高频细节信息。高频细节对应着图像中的细小细节和边缘,当 MTF 的下降更平缓时,成像系统可以更好地捕捉到图像中的边缘信息,准确地再现它们,避免了细节信息的丢失或模糊,提高了图像的局部对比度和细节准确性,进而可得到更清晰、更详细的图像,从而实现分辨率增加。此外,MTF 的下降更平缓意味着 PSF 的尖锐程度更高,即光斑的空间分布更集中,图像细节更加清晰和精确,成像能力更好。与理论曲线相比,实际仿真所得的双光子 MTF 曲线对高频信息的分辨能力较弱,但相较于 41% 的理论分辨率增加上限,其分辨率仍能实现 $(16 \pm 2)\%$ 的增加,验证了纠缠 $N00N$ 态实现超分辨率量子成像的可行性。

根据 MTF 的截止频率计算分辨率,结果如表 1 所示。这里还选择了双光子、四光子和八光子纠缠的情况进行对比,如图 2(b)所示。可以直观地看出,光子数越大,MTF 曲线的下降越缓慢,越多的高频细节得到保留,这表明纠缠光子数的增加使得分辨率的增加更为明显。综合上述分析,利用 OCM 方法进行 N 光子纠缠 $N00N$ 态的超分辨成像,可实现分辨率的增加,且纠缠光子数越多,成像分辨率的增加越明显。考虑到检测效率与 EMCCD 的量子效率(QE)有关,这里在类实验的 QE 下计算 MTF(使用

与实验生成帧相同的处理方法统计模拟帧,从而合成 MTF 曲线),发现 MTF 的退化并不如预期般剧烈。此外,噪声会影响图像的倾斜边缘,为了契合实验的真实性,仿真的信噪比(SNR)并未选择理想情况。分析发现,与实验噪声类似的随机分布噪声对于通过计算倾斜边缘 MTF 来定量评估分辨率是不利的,不相关噪声事件的存在导致许多错误估计的质心被检测到,这是未实现理论分辨率增加的原因

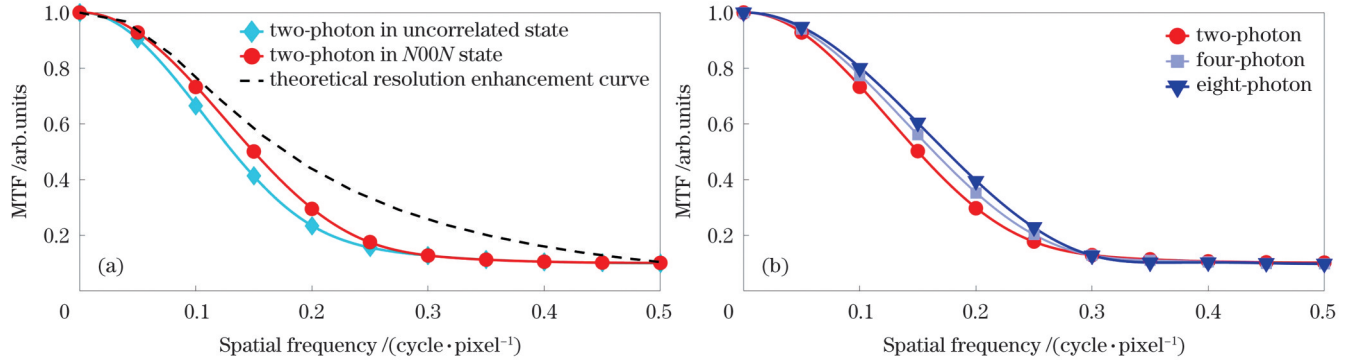


图2 MTF 曲线。(a)在非相关态和N00N态双光子的仿真曲线和理论分辨率增加曲线的对比;(b)二、四、八光子纠缠N00N态的分辨率增加对比

Fig. 2 MTF curves. (a) Comparison of simulation curves of two-photon in uncorrelated state and N00N state and theoretical resolution enhancement curve; (b) resolution enhancement comparison of two-, four- and eight-photon entangled N00N states

表1 分辨率增加量的对比

Table 1 Comparison of resolution enhancement

Photon	Two photons	Four photons	Eight photons
Resolution enhancement / %	16 ± 2	30 ± 3	41 ± 2

4.2 OCM 方法应用于 N00N 态实现的可见度提升

这里还通过仿真估计了不同光子数下的质心,从而计算可见度。利用多个单光子计数模块进行探测,通过模型仿真得到数据,将曲线拟合到数据点,计算可见度并进行分析。随着光子数的增加,经典光的可见度明显降低,三、四光子的可见度分别为(17 ± 4)%和(12 ± 2)%,如图3所示。而运用OCM方法得到的N00N态纠缠光的可见度较高,三、四光子的可见度分别为(44 ± 2)%和(42 ± 4)%。这里还在图3(e)中展示了可见度与光子数的关系,发现使用OCM方法后经典光也可以实现图像的增强,但其可见度会随光子数N的增加呈现 $1/2^{N-1}$ 的指数下降,而N00N态下的图像可见度则相对保持恒定。由此可见,相较于经典光下的图像可见度随光子数的增加而衰减的弊端,对N00N态使用OCM方法,图像的可见度远超经典极限,且受光子数的影响很小,几乎与N无关,OCM方法适用于较高的光子数。

这里通过测量N00N态的空间干涉模式计算所得的可见度与先前同类研究^[4,22]的结果较为接近,该方法具备可靠性。提升可见度并保持其稳定性在成

之一。此外,像素强度中的散粒噪声及质心估计图像的稀疏性导致OCM方法得到的MTF曲线的本底噪声较高。

受实验条件、测量误差等的影响,真实实验时的参数无法与仿真所设置的参数完全相同,且受到环境等因素的影响,系统存在不确定性,故无法避免差异。仿真时尽可能采用类似于实验的条件以提高结果的可靠性。

像中起到关键作用。将OCM方法运用于N00N态,可实现成像分辨率和可见度的提升,且随着光子数的增加,分辨率增加量进一步提升,同时能保持可见度相对恒定。由于具有超分辨率和高可见度,N00N态未来可能在成像领域和可视化领域中得到广泛的应用。

5 结 论

设计了量子成像系统,通过光学质心测量方法提升了N00N态的探测效率,发挥了N光子纠缠N00N态的优势,实现了物体的超分辨率成像。与N光子吸收方案相比,OCM不需要所有光子到达空间中的同一点,通过光子计数和适当的后处理就可以实现任意数量光子下成像分辨率的提高,大大提升了N00N态的探测效率。N00N态的OCM信号的可见度几乎与光子数N无关,因此该成像系统适用于更高的光子数。基于N光子纠缠的超分辨量子成像系统克服了N00N态的探测效率随着纠缠光子数的增加而呈指数下降的问题,有利于量子增强测量,并对海森堡有限相位检测和超分辨率量子成像的发展具有重要意义。该系统的成像分辨率在理论上能达到 $(\sqrt{N}-1)$ 倍的增加,且制备的N00N态具有高保真度和高稳定性。不过这里的方案仅是较佳实例,分辨率增加量未能达到理论计算值。后续有必要对N光子查找的算法、系统结构中的器件等进行优化,从而在实际成像中获得更显著的分辨率增加。

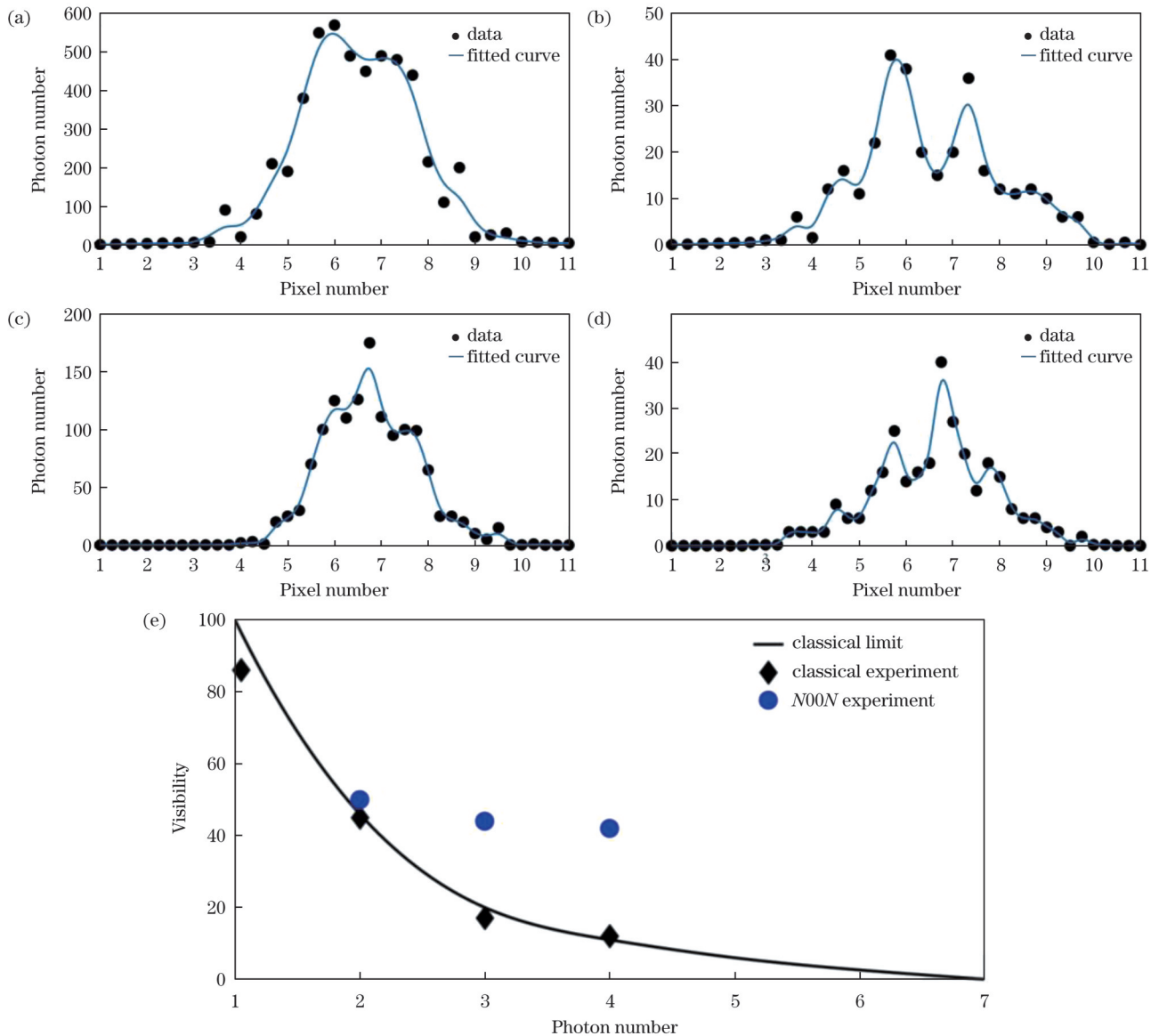


图3 经典光与N00N态纠缠光的质心测量结果。(a)三、(b)四光子经典光质心测量的结果;(c)三、(d)四光子N00N态下质心测量的结果;(e)可见度与光子数的关系

Fig. 3 Centroid measurement results of classical light and entangled light with $N00N$ state. Centroid measurement results of (a) three- and (b) four-photon classical light; centroid measurement results under (c) three- and (d) four-photon $N00N$ states; (e) relationship between visibility and photon number

参 考 文 献

[1] Lord Rayleigh. XXXI. Investigations in optics, with special reference to the spectroscope[J]. The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science, 1879, 8 (49): 261-274.

[2] Boto A N, Kok P, Abrams D S, et al. Quantum interferometric optical lithography: exploiting entanglement to beat the diffraction limit[J]. Physical Review Letters, 2000, 85(13): 2733-2736.

[3] Kim Y S, Kwon O, Lee S M, et al. Observation of Young's double-slit interference with the three-photon $N00N$ state[J]. Optics Express, 2011, 19(25): 24957-24966.

[4] Mitchell M W, Lundeen J S, Steinberg A M. Super-resolving phase measurements with a multiphoton entangled state[J]. Nature, 2004, 429(6988): 161-164.

[5] Chen Y, Lee C, Lu L, et al. Quantum plasmonic $N00N$ state in a silver nanowire and its use for quantum sensing[J]. Optica, 2018, 5 (10): 1229-1235.

[6] Migliore A, Messina A. Quantum optics parity effect on generalized $N00N$ states and its implications for quantum metrology [J]. Annalen Der Physik, 2022, 534(12): 2200304.

[7] Georgi P, Massaro M, Luo K H, et al. Metasurface interferometry toward quantum sensors[J]. Light: Science & Applications, 2019, 8: 70.

[8] Li F R, Sun Y F, Zhang X D. Deep-learning-based quantum imaging using $N00N$ states[J]. Journal of Physics Communications, 2022, 6(3): 035005.

[9] Steuernagel O. On the concentration behaviour of entangled photons[J]. Journal of Optics B: Quantum and Semiclassical Optics, 2004, 6(6): S606-S609.

[10] Tsang M. Relationship between resolution enhancement and multiphoton absorption rate in quantum lithography[J]. Physical Review A, 2007, 75(4): 043813.

[11] Giovannetti V, Lloyd S, Maccone L, et al. Sub-Rayleigh-diffraction-bound quantum imaging[J]. Physical Review A, 2009, 79(1): 013827.

[12] Unternährer M, Bessire B, Gasparini L, et al. Super-resolution

- quantum imaging at the Heisenberg limit[J]. *Optica*, 2018, 5(9): 1150-1154.
- [13] Aspelmeier T, Egner A, Munk A. Modern statistical challenges in high-resolution fluorescence microscopy[J]. *Annual Review of Statistics and Its Application*, 2015, 2: 163-202.
- [14] Tsang M. Quantum imaging beyond the diffraction limit by optical centroid measurements[J]. *Physical Review Letters*, 2009, 102(25): 253601.
- [15] Toninelli E, Moreau P A, Gregory T, et al. Resolution-enhanced quantum imaging by centroid estimation of biphotons[J]. *Optica*, 2019, 6(3): 347-353.
- [16] Di Domenico G, Pearl S, Kamieli A, et al. Direct generation of high brightness path entangled $N00N$ states using structured crystals and shaped pump beams[J]. *Optics Express*, 2022, 30(12): 21535-21543.
- [17] Afek I, Ambar O, Silberberg Y. High-NOON states by mixing quantum and classical light[J]. *Science*, 2010, 328(5980): 879-881.
- [18] Ra Y S, Lim H T, Oh J E, et al. Phase and amplitude controlled heralding of $N00N$ states[J]. *Optics Express*, 2015, 23(24): 30807-30814.
- [19] Defienne H, Cameron P, Ndagano B, et al. Pixel super-resolution with spatially entangled photons[J]. *Nature Communications*, 2022, 13: 3566.
- [20] Edgar M P, Tasca D S, Izdebski F, et al. Imaging high-dimensional spatial entanglement with a camera[J]. *Nature Communications*, 2012, 3: 984.
- [21] Rozema L A, Bateman J D, Mahler D H, et al. Scalable spatial superresolution using entangled photons[J]. *Physical Review Letters*, 2014, 112(22): 223602.
- [22] Müller M, Vural H, Michler P. Phase super-resolution with $N00N$ states generated by on demand single-photon sources[EB/OL]. (2016-03-02)[2023-03-05]. <https://arxiv.org/abs/1603.00906>.

Super-resolution Quantum Imaging of N -photon Entangled $N00N$ State with High Resolution and High Detection Efficiency Based on Centroid Method

Zhang Huangjie¹, Chen Chenyuan¹, Hao Ran^{1*}, Zhan Chunlian¹, Jin Shangzhong¹, Zhang Pengju², Zhuang Xingang², Fei Feng²

¹College of Optical and Electronic Technology, China Jiliang University, Hangzhou 310018, Zhejiang, China;

²The 41st Research Institute, China Electronics Technology Group Corporation, Qingdao 266555, Shandong, China

Abstract

Objective As a breakthrough technology in recent years, super-resolution imaging has become an important research problem in computer vision and image processing and has wide practical applications in medical, biological, security, and other fields. However, classical imaging technology is limited by the diffraction resolution limit, and it is difficult to achieve resolution breakthroughs. Quantum entanglement can transcend diffraction resolution limits by sharpening spatial interference fringes based on quantum technology evolution. The entangled $N00N$ state has been studied because it can exceed the standard quantum limit. The interference visibility of the three-photon $N00N$ state is higher than the limit of classical spatial super-resolution, and the pattern of the N -photon entangled $N00N$ state is N times finer than that of classical light. Thus, the $N00N$ state can improve the resolution of the optical system by N times. However, the probability of all N photons arriving at the same location and the detection efficiency decreases exponentially with increasing N , making the advantages of the $N00N$ state controversial. The optical centroid measurement (OCM) promotes the application of the $N00N$ state in super-resolution imaging. This study further applies the advantages of N -photon entangled $N00N$ state to super-resolution quantum imaging based on existing theories and technologies. This study further proposes a new quantum imaging system to improve the resolution of object imaging.

Methods This study primarily adopts theoretical analysis and simulation methods. A simulation model based on the proposed quantum imaging system is created, and the resolution enhancement of our scheme is quantified by measuring the modulation transfer function (MTF). A photon source model is constructed to generate coherent photons that are irradiated onto the object and transmitted to the receiver. The centroid position of the photons is measured using the OCM method, and the point spread function (PSF) of the imaging system is calculated using the obtained simulation data. Finally, the MTF is obtained using the Fourier transform method. In addition to the theoretical analysis of the detection efficiency enhancement of $N00N$ state by OCM, the advantages of OCM visibility are analyzed through simulation visibility. The data are obtained through model simulation, and the curve is fitted to the data point, following the visibility calculation and analysis using the fitted curve.

Results and Discussions The model simulation of the proposed imaging system shows that the MTF curve decreases with the increase of spatial frequency. However, the entangled two-photon curve changes more gently than the spatially uncorrelated two-photon curve, indicating that the resolution of entangled two-photon imaging is better than that of uncorrelated two-photon imaging. Similarly, the presence of more entangled photons changes the curve at a slower pace. The resolution of $(16 \pm 2)\%$ is enhanced in the two-photon $N00N$ entangled state, and the resolutions of 4 and 8 photons are $(30 \pm 3)\%$, and $(41 \pm 2)\%$, respectively (Fig. 2 and Table 1). The results verify the feasibility of the OCM imaging scheme for N -photon entangled $N00N$ state super-resolution imaging. Moreover, the resolution can be enhanced by increasing the number of photons. The visibilities obtained by OCM for classical light

and $N00N$ entangled light are compared. The visibility decreases significantly as the number of photons of classical light increases from 2 to 4. The visibilities of 2, 3 and 4 photons are $(45 \pm 5)\%$, $(17 \pm 4)\%$, and $(12 \pm 2)\%$, respectively, whereas the visibility obtained by OCM for $N00N$ entangled light remains relatively constant. The obtained visibilities of 2, 3, and 4 photons are $(50 \pm 4)\%$, $(44 \pm 2)\%$, and $(42 \pm 4)\%$, respectively (Fig. 3), achieving improved visibility.

Conclusions The quantum imaging system scheme presented in this study improves the detection efficiency of $N00N$ state by means of optical centroid measurement, and exploits the N -photon entanglement of $N00N$ state to realize super-resolution imaging of objects. OCM does not require all photons to reach the same point in space as compared to the N -photon absorption scheme. The resolution of any number of photons can be improved by photon counting and proper post-processing, which significantly improves the detection efficiency of $N00N$ entangled states. Moreover, the visibility of the OCM signal in $N00N$ state is almost independent of the change in photon number N ; therefore, the imaging system is suitable for higher photon numbers. The super-resolution quantum imaging system based on N -photon entanglement overcomes the problem in effectively detecting N -photon states, which improves quantum-enhanced measurement. Moreover, it is significant for Heisenberg finite phase detection and the development of super-resolution quantum imaging. Theoretically, the system can enhance $\sqrt{N}-1$ times of image resolution. The prepared $N00N$ state has high fidelity and stability. Thus, it is expected to be more commonly applied in research and promote new progress in the field of super-resolution quantum imaging.

Key words quantum optics; quantum imaging; super-resolution; $N00N$ states; optical centroid measurement