

望远镜光程稳定性测量方案设计与分析

海宏文, 孙启程, 赵凯, 邹濡锐, 闫勇*

中山大学(珠海校区)天琴中心&物理与天文学院, 国家航天局引力波研究中心, 天琴前沿科学中心,
天琴计划教育部重点实验室, 广东 珠海 519082

摘要 空间激光干涉测距系统对望远镜的光程稳定性提出了皮米级的要求。为了测量望远镜光程稳定性,基于法布里-珀罗(F-P)干涉仪设计了望远镜光程稳定性测量方案。介绍了基于PDH(Pound-Drever-Hall)锁频技术将望远镜腔内的光程长度变化转为激光频率变化的测量原理。根据已有的实验数据分析了在光程稳定性测量公式中对稳定性测量结果有影响的物理量,并对测量方案中各部件引入的外部噪声进行测量和分析。实验结果表明:光程稳定性测量公式中绝对激光频率测量误差和望远镜腔自由光谱范围测量误差对望远镜皮米级光程稳定性测量的影响非常小,影响量分别为 7.1×10^{-9} pm/Hz^{1/2}和 5.0×10^{-3} pm/Hz^{1/2}。在1~100 mHz频段内,与测量方案中电子噪声、拍频测量噪声和剩余幅度调制噪声等效的光程噪声分别为0.14、0.01、3.57 pm/Hz^{1/2}。为实现望远镜的皮米级光程稳定性测量,需要进一步开展抑制剩余幅度调制噪声方面的研究工作。

关键词 测量; 望远镜; 光程稳定性; 谐振腔; 测量方案

中图分类号 O439

文献标志码 A

DOI: 10.3788/CJL231251

1 引言

1916年,爱因斯坦提出了广义相对论并预言了引力波的存在^[1], LIGO^[2] (Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory)于2015年9月探测到了来自GW150914的引力波信号,人类进入到利用引力探测宇宙的全新时期。目前国际上已有的空间引力波探测计划包括国外的LISA计划^[3]、国内的太极计划^[4]和天琴计划^[5]等。

光学望远镜是空间激光干涉测距系统的关键组成部分,其探测精度对光程稳定性提出了皮米级的要求。因此需要开展望远镜光程稳定性测量方案研究,用于评估望远镜的光程稳定性。激光干涉仪由于测量精度高、抗干扰性强,成为测量光程稳定性的主要仪器。相比于单双频激光干涉仪,法布里-珀罗(F-P)干涉仪具有不存在由干涉条纹细分引起的非线性测量误差的优势,其理论上能达到皮米量级的测量精度。针对F-P干涉仪,Haitjema等^[6]利用激光器跳模锁定的方法使F-P腔位移测量不确定度达到1.2 nm。Chang^[7]、Joo等^[8]采用折叠式F-P干涉仪,位移测量系统的分辨率达到纳米级。Bitou^[9]提出将两个激光器分别锁定至F-P腔两个纵模的方法,位移测量分辨率达到1.3 nm,同年该作者还设计了一种差分F-P干涉仪^[10],在14 μm测量范围内的测量不确定度达到190 pm,位移控制分

辨率能达到24 pm。Lawall^[11]通过测量F-P腔的相邻谐振频率,实现在25 mm测量范围内位移测量不确定度达到10 pm。郭勇等^[12]采用PDH(Pound-Drever-Hall)技术将F-P腔锁定到激光器,理论分析表明,当误差信号值达到毫瓦量级时,腔长变化的精度可控制在4 pm以内。沈小燕等^[13]提出一种基于F-P标准及多光束干涉成像原理实现二维亚微米量级位移测量的方法。Durand等^[14-15]采用测量相邻纵模频率的方法,使测量系统在4 μm范围内的长度分辨率可达到 2×10^{-11} m/Hz^{1/2}。Sanjuán等^[16-17]和Kulkarni等^[18]基于PDH锁频原理测量了碳纤维增强聚合物复合材料、SiC同轴望远镜主次镜间距、拼接式连接结构的尺寸稳定性,结果表明该尺寸稳定性在10~1000 mHz频段内均优于1 pm/Hz^{1/2}。2015年,Zhu等^[19-20]利用飞秒光频梳、可调谐半导体激光器和F-P谐振腔建立了皮米级分辨率的位移测量系统,在80 ms的平均时间内测量精度可达到0.46 pm。

基于F-P干涉仪设计了望远镜光程稳定性测量方案。通过在望远镜的真空隔热隔振系统中添加两个高反射率反射镜形成谐振腔,利用PDH锁频技术将激光器频率锁定至望远镜谐振腔的谐振频率,将测量望远镜的光程稳定性转化为测量激光频率的变化。测量了光程稳定性测量方案中的参考系统噪声、拍频测量噪声、剩余幅度调制噪声、电子噪声等主要噪声,分析了

收稿日期: 2023-10-07; 修回日期: 2023-11-24; 录用日期: 2023-12-11; 网络首发日期: 2023-12-22

基金项目: 国家重点研发计划(2021YFC2202202, 2021YFC2202204, 2022YFC2203801)

通信作者: *yanyong5@mail.sysu.edu.cn

主要噪声对望远镜微米级光程稳定性测量的影响。

2 光程稳定性测量方案

2.1 方案构成

望远镜光程稳定性测量方案原理如图 1 所示, 主要包括三个部分。第一部分由超稳激光器 L1 和拍频测量光路组成, 超稳激光器的输出激光频率为拍频测量的参考频率, 拍频测量光路部分包括光路合束器和拍频测量仪器。第二部分是作为测量对象

的望远镜谐振腔, 放置在真空隔振隔热系统中, 使其内部光程稳定性达到微米量级。望远镜谐振腔是在离轴四反望远镜的反射镜 4 (M4) 之前和主镜 (M1) 之后分别放置一个高反射率反射镜, 能够使输入光在内部来回往返、多次传播形成稳定共振。第三部分是检测系统, 采用 PDH 锁频技术^[21-22]将激光器 L2 的频率值锁定至望远镜腔的谐振频率值, 通过实时测量激光器 L2 的频率变化来表征望远镜腔内部的光程变化。

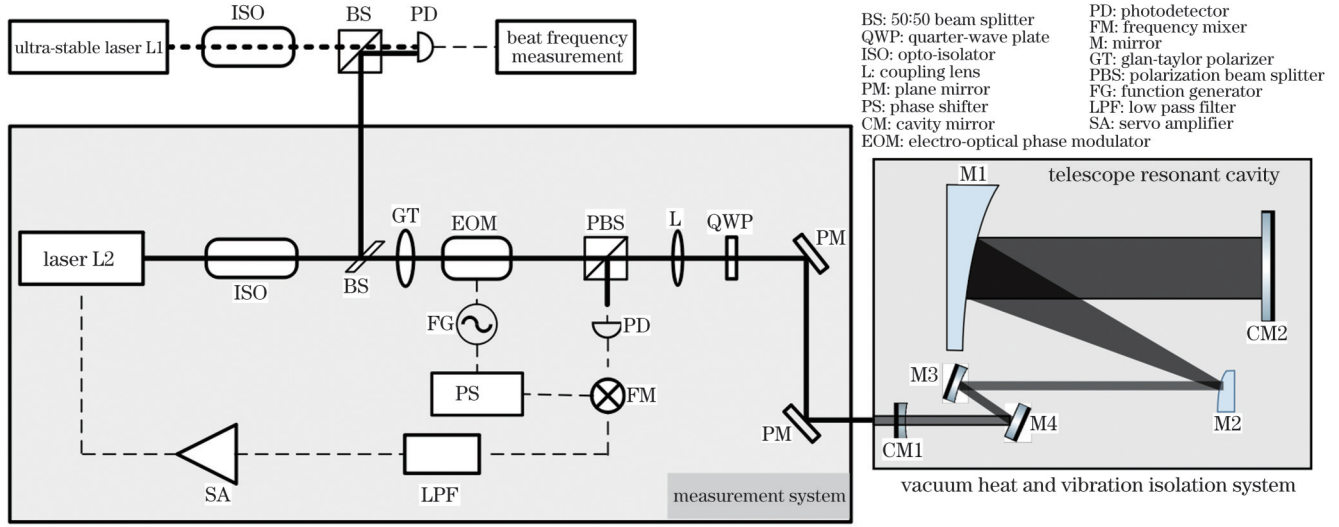


图 1 望远镜光程稳定性测量方案原理图

Fig. 1 Schematic diagram of telescope optical path stability measuring scheme

2.2 测量原理

根据 PDH 原理, 当激光器 L2 的频率在望远镜腔谐振频率附近波动时, 误差信号与频率偏移量、腔光学长度偏移量呈线性关系, 其幅值可表示为

$$e_{\text{PDH}} = -D_v \delta_f = -D_L \delta_L, \quad (1)$$

式中: δ_f 为频率偏移量; δ_L 为腔光学长度偏移量; D_v 和 D_L 分别为频率偏移的鉴频斜率和腔光学长度偏移的鉴频斜率, 可表示为

$$D_v = \eta G_{\text{PD}} \frac{16FL \sqrt{P_c P_s}}{c}, \quad (2)$$

$$D_L = \eta G_{\text{PD}} \frac{16F \sqrt{P_c P_s}}{\lambda}, \quad (3)$$

式中: L 为望远镜腔的光学长度; F 为精细度; η 为探测器响应率; G_{PD} 为探测器放大增益; c 为光速; λ 为激光波长; P_c 为载波功率; P_s 为边带功率。 P_0 为电光调制器 (EOM) 的入射光功率, β 为调制深度, $J_0(\beta)$ 和 $J_1(\beta)$ 分别为在 β 处的零阶和一阶贝塞尔函数, $P_c = J_0^2(\beta) P_0$, $P_s = J_1^2(\beta) P_0$ 。在实验中 λ 为 1064 nm, β 为 0.8, P_0 为 0.5 mW, η 为 0.6 A/W, G_{PD} 为 5000 V/A。本课题组设计的引力波望远镜形成腔的内部光程约为 3 m, 受望远镜结构失调、反射镜反射率等因素的影响, 望远镜腔的精细度约为 200。代入以上数据可得 D_v 为 15 V/MHz, D_L 为 1.4 V/nm。

当激光器 L2 的频率与望远镜腔的谐振频率发生共振时, 根据谐振腔理论, 在 $L=3$ m 的情况下的激光器频率表示为

$$\nu = N \times \nu_{\text{FSR}} = N \times \frac{c}{2nL}, \quad (4)$$

式中: N 为正整数; ν_{FSR} 为望远镜腔的自由光谱范围 ($\nu_{\text{FSR}}=0.05$ GHz); n 为折射率。此时望远镜腔内部的光程变化 $\Delta(nL)$ 和激光频率变化 $\Delta\nu$ 的关系可表示为

$$\frac{\Delta(nL)}{nL} = -\frac{\Delta\nu}{\nu}. \quad (5)$$

通过测量激光器 L2 的频率变化来表征望远镜腔内部的光学长度变化, 因此对式 (5) 进行变形, 转换为与激光器频率相关的公式

$$\Delta(nL) = \Delta nL + n\Delta L = -\frac{\Delta\nu}{\nu} \frac{c}{2\nu_{\text{FSR}}}. \quad (6)$$

测量激光器 L2 频率变化 $\Delta\nu$ 为待测量, 绝对激光频率 ν 和自由光谱范围 ν_{FSR} 为被测量。

3 测量系统噪声理论分析

3.1 测量系统指标分配

由望远镜光程稳定性测量方案和测量原理可知, 测量方案中的噪声主要包括三部分:

1) 第一部分是式(6)中绝对激光频率变化、自由光谱范围变化和空气折射率变化对光程稳定性的影响。空气折射率一般通过修改 Edlen 公式的计算结果来补偿其影响。但是修改 Edlen 公式本身的不确定度在 10^{-8} 量级^[19], 无法通过补偿的方式去除折射率的影响。因此采取抽真空的方式, 使折射率的影响降低到能够忽略不计的程度。

2) 第二部分是望远镜腔的内部噪声, 主要包括温度、振动、重力、结构变形失调、腔本身热噪声等引入的内部光程变化。内部噪声既是影响望远镜光程稳定性的直接因素, 也是目标待测量。因此保证望远镜光程稳定性达到皮米级的条件是降低环境因素影响和设计稳定性结构。本文不分析望远镜的保障条件, 只对内部噪声提出要求。

3) 第三部分是检测系统的外部噪声, 主要包括电

光相位调制器的剩余幅度调制(RAM)噪声、电子噪声(包括激光器幅度噪声、探测器噪声、反馈回路的噪声、数据采集系统的噪声)、拍频测量噪声、超稳激光器 L1 的激光频率噪声等。

由式(1)~(3)可知, 任何耦合到误差信号中的噪声都被认为是激光频率噪声或望远镜腔光程长度噪声, 并由反馈控制环补偿法将多余的噪声添加到激光频率中, 最后由拍频信号测量得到。同时鉴频斜率决定了其他噪声与腔光学长度噪声的耦合。在输入条件与探测条件不变的情况下, 鉴频斜率只与望远镜腔光学长度和望远镜腔精细度的乘积有关。因此利用鉴频斜率计算测量方案中引入的电压误差耦合到光程噪声的大小。对望远镜光程稳定性为 $1 \text{ pm/Hz}^{1/2}@ (1\sim 100 \text{ mHz})$ 的要求进行指标分配, 如表 1 所示。本文主要针对被测量变化和外部噪声展开分析和测量。

表 1 望远镜光程稳定性测量方案噪声指标分配及要求

Table 1 Noise index allocation and requirement for measurement scheme of telescope optical path length stability

Noise source	Noise	Noise index allocation / ($\text{pm/Hz}^{1/2}@1\sim 100 \text{ mHz}$)	Requirement ($L=3 \text{ m}$, $F=200$, $D_r=15 \text{ V/MHz}$, $D_t=1.4 \text{ V/nm}$)	Remark
Measure variable change	Absolute laser frequency change	0.01	Absolute laser frequency change $\leq 2.82 \text{ GHz}$	Effect of measure variable
	Free spectral range change	0.10	Free spectral range change $\leq 5 \text{ MHz}$	
Ultra-stable laser L1	Laser frequency noise	0.10	Laser frequency noise $\leq 10 \text{ Hz/Hz}^{1/2}$	
Laser L2	Laser intensity noise	0.01	Laser relative intensity noise (RIN) $\leq -101 \text{ dB/Hz}$	
Beat frequency measurement	Frequency noise	0.01	Background noise $\leq 1 \text{ Hz/Hz}^{1/2}$	
Electro-optical phase modulator	Residual amplitude modulation	0.40	Voltage noise of residual amplitude modulation $\leq 0.56 \text{ mV/Hz}^{1/2}$	External noise
Photodetector	Electronic noise	0.13	Voltage noise $\leq 0.168 \text{ mV/Hz}^{1/2}$	
Feedback loops	Electronic noise	0.13	Voltage noise $\leq 0.168 \text{ mV/Hz}^{1/2}$	
Data acquisition system	Electronic noise	0.01	Voltage noise $\leq 0.014 \text{ mV/Hz}^{1/2}$	
	Effect of temperature	0.78	Temperature stability $\leq 26 \mu\text{K/Hz}^{1/2}$ (coefficient of thermal expansion 10^{-8} K^{-1})	
Telescope resonant cavity	Effect of vibration	0.20	Vibration stability $\leq 6.67 \mu\text{g/Hz}^{1/2}$ (Vibrational sensitivity 10^{-8} g^{-1})	Internal noise
	Effect of pressure	0.10	Pressure stability $\leq 1.1 \times 10^{-5} \text{ Pa/Hz}^{1/2}$	
	Effect of gravity	0.20	Gravity causes changes in optical range inside telescope cavity $\leq 0.2 \text{ pm/Hz}^{1/2}$	
	Structural misalignment	0.30	Structural misalignment causes changes in optical range inside telescope cavity $\leq 0.3 \text{ pm/Hz}^{1/2}$	
Total noise of measurement system		≈ 1.00	-	-

3.2 被测量变化对光程稳定性测量的影响

在式(6)中, 使用绝对激光频率和自由光谱范围的平均值来计算望远镜的腔内光程稳定性。但锁定时的激光绝对频率和自由光谱范围是实时变化的, 因此需要评估这些变化对测量结果的影响。对式(6)中的绝

对激光频率和自由光谱范围求导, 分别计算其对光程稳定性测量结果的影响。

以激光频率为自变量求导, 得到绝对激光频率变化对光程稳定性的影响公式, 表示为

$$\delta_\nu[\Delta(nL)] = \frac{\Delta\nu}{\nu^2} \frac{c}{2\nu_{\text{FSR}}} \delta(\nu), \quad (7)$$

式中: $\delta_\nu(\cdot)$ 为绝对激光频率变化引入的光程噪声; $\Delta\nu$ 为拍频频率稳定性, 皮米级光程稳定性对应的拍频频率稳定性约为 $94 \text{ Hz/Hz}^{1/2}$; $\delta(\nu)$ 为绝对激光频率变化。当 $\delta(\nu)$ 的取值为 1 GHz 时, 等价于望远镜腔内光程长度变化 $10 \text{ }\mu\text{m}$, 这远超出皮米级光程稳定性测量的长度变化量。代入数值计算出 $\delta_\nu[\Delta(nL)] \approx 3.5 \times 10^{-6} \text{ pm/Hz}^{1/2}$, 所以绝对激光频率实际变化的影响忽略不计。

以自由光谱范围为自变量求导, 得到自由光谱范围变化对光程稳定性的影响公式为

$$\delta_{\text{FSR}}[\Delta(nL)] = \frac{\Delta\nu}{\nu} \frac{c}{2\nu_{\text{FSR}}^2} \delta(\nu_{\text{FSR}}), \quad (8)$$

式中: $\delta(\nu_{\text{FSR}})$ 为自由光谱范围变化, 可通过测量激光器 L2 锁定望远镜腔邻近频率之间的频率差得到。 $\delta(\nu_{\text{FSR}})$ 的测量精度是由望远镜腔的线宽决定, 腔线宽 $\nu_c = \nu_{\text{FSR}}/F = 0.25 \text{ MHz}$ 。若 $\delta(\nu_{\text{FSR}})$ 的取值为 1.00 MHz , 等价于望远镜腔内光程长度变化 60 mm , 这远超出皮米级光学长度稳定性测量的长度变化量。因此采用自由光谱范围的测量精度作为计算量, 来评估自由光谱

范围变化大小对光程稳定性的影响。代入数值计算出 $\delta_{\text{FSR}}[\Delta(nL)] \approx 5 \times 10^{-3} \text{ pm/Hz}^{1/2}$, 因此在皮米级光程稳定性测量中自由光谱范围的变化对光程稳定性的影响可以忽略不计。

3.3 外部噪声

3.3.1 电子噪声

电子噪声主要包括光电探测器的噪声、激光功率变化引入的噪声、PDH 技术中解调反馈电路的噪声、数据采集系统的噪声。本次实验使用 Preci-Lock 锁频集成模块作为解调电路, 如图 2 所示。Preci-Lock 锁频集成模块包含信号发生器、移相器、混频器、低通滤波器、放大器的功能。由于无法对内部电子仪器引入的噪声进行单独测量, 只能通过测量其整体噪声来评估反馈电路的噪声。电子噪声混合在误差信号中, 将扰动带入到激光器的调谐中, 转换为测量的不稳定性, 其等效到光程噪声公式为

$$\delta_{\text{elec}}[\Delta(nL)] = \frac{\sqrt{\Delta e_{\text{det}}^2 + \Delta e_{\text{laserP}}^2 + \Delta e_{\text{PDHelec}}^2}}{D_L}, \quad (9)$$

式中: Δe_{det} 为探测器的电子噪声; Δe_{laserP} 为激光功率波动引入的电子噪声; $\Delta e_{\text{PDHelec}}$ 为 Preci-Lock 锁频集成内部解调电路引入的电子噪声。

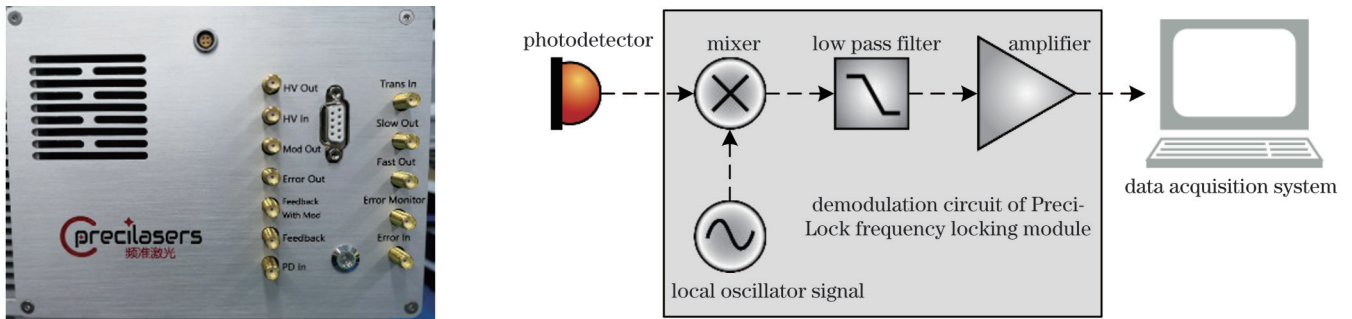


图 2 Preci-Lock 锁频模块及其内部解调电路

Fig. 2 Preci-Lock frequency locking module and its internal demodulation circuit

由于光电探测器在光电转换过程中的接收功率波动、本身电子噪声等因素会在反馈误差信号中引入额外的电压噪声, 其主要噪声包括暗电流噪声、热噪声、散粒噪声、激光器相对强度噪声引起的噪声, 计算公式为

$$\Delta e_{\text{det}} = \sqrt{V_{\text{D}}^2 + V_{\text{T}}^2 + V_{\text{S}}^2 + V_{\text{RIN}}^2}, \quad (10)$$

式中: V_{D} 为暗电流噪声; V_{T} 为热噪声; V_{S} 为散粒噪声; V_{RIN} 为激光功率相对强度噪声引入的噪声。各噪声的计算公式^[23]为

$$\begin{cases} V_{\text{D}} = \sqrt{2eI_{\text{D}}G_{\text{PD}}^2} \\ V_{\text{T}} = \sqrt{4kTG_{\text{PD}}^2/R} \\ V_{\text{S}} = \sqrt{2e\eta P_0 G_{\text{PD}}^2} \\ V_{\text{RIN}} = \sqrt{10^{H_{\text{RIN}}/10} P_0^2 \eta^2 G_{\text{PD}}^2} \end{cases}, \quad (11)$$

式中: I_{D} 为探测器暗电流平均值, 单位为 A; e 为电子电荷, $e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$; k 为玻尔兹曼常数, $k = 1.38 \times 10^{-23} \text{ J/K}$; T 为热力学温度, 单位为 K; R 为等效电阻;

H_{RIN} 为相对强度噪声。测量系统中电子噪声引入的光程噪声预分配为 $\delta_{\text{elec}}[\Delta(nL)] \approx 0.142 \text{ pm/Hz}^{1/2}$ 。

3.3.2 参考频率噪声和拍频测量噪声

基于 PDH 锁频技术测量光程稳定性的方案中, 将超稳激光器频率作为参考频率, 将其与测量激光器的频率进行拍频。在光电探测器上探测到参考光束和测量光束的信号表示为

$$P_{\text{beat}} = |E_1 + E_2|^2 =$$

$$P_1 + P_2 + 2A_1 A_2 \cos[(\omega_1 - \omega_2)t + \varphi_1 - \varphi_2], \quad (12)$$

式中: E_1 和 E_2 分别为参考光束和测量光束的光场, $E_1 = A_1 \exp(\omega_1 t + \varphi_1)$, $E_2 = A_2 \exp(\omega_2 t + \varphi_2)$, 其中 ω_1 和 ω_2 分别为对应光束的频率, φ_1 和 φ_2 分别为对应光束的初始相位, t 为时间; P_1 和 P_2 分别为对应光束的功率; A_1 和 A_2 分别为对应光束的光场强度。

将探测器的信号接入到频率测量仪器进行拍频测量, 当参考频率不变时, 拍频的频率波动就是测量激光

器的频率波动。但在实际测量结果中引入噪声包括参考激光的频率噪声和拍频测量仪器的频率噪声,拍频测量公式表示为

$$\Delta\omega = \omega_1 - \omega_2 + \Delta\omega_1 + \Delta\omega_{\text{beat}}, \quad (13)$$

式中: $\Delta\omega_1$ 为参考激光的频率波动; $\Delta\omega_{\text{beat}}$ 为测量仪器的频率波动。对于皮米级光程稳定性的测量,参考激光器的本底噪声需要比皮米级测量水平低一个数量级,因此参考激光器和拍频测量仪器引入的光程噪声分别预分配为 $\delta_{L1}[\Delta(nL)] = 0.1 \text{ pm/Hz}^{1/2}$ 和 $\delta_{L2}[\Delta(nL)] = 0.01 \text{ pm/Hz}^{1/2}$ 。

3.3.3 剩余幅度调制噪声

在PDH技术中,激光经过电光调制器进行相位调制,同时由于一级调制边带在频率分布上振幅不等,产生了RAM噪声。产生RAM噪声的主要因素包括散射、寄生干涉、输入光的偏振与晶体轴的不匹配、晶体温度波动等。同时,RAM噪声可被光程中光学元件的温度变化、激光强度变化和其他偏振元件放大^[24]。RAM噪声是一种探测噪声,通过影响反馈环路中的误差信号进而影响锁频质量,产生光程稳定性的测量噪声。其添加到误差信号中的噪声^[25]可以表示为

$$\Delta e_{\text{PDH}} = 8P_0 \eta G_{\text{PD}} \text{Im}[H_r(\omega)] \alpha \gamma [J_0(\phi_{\text{rf},z}) J_1(\phi_{\text{rf},y}) + J_0(\phi_{\text{rf},y}) J_1(\phi_{\text{rf},z})] [\cos(\Delta\phi_0 + \Delta\phi_{\text{dc}}) - 1], \quad (14)$$

式中: $H_r(\omega)$ 是腔反射传递函数; $\text{Im}(\cdot)$ 是 $H_r(\omega)$ 的虚部; α 和 γ 分别是输入和输出偏振器相对于晶体轴的角度; $\Delta\phi_0$ 是晶体双折射效应引起的相移; $\Delta\phi_{\text{dc}}$ 是晶体上直流电压引起的相移; $\phi_{\text{rf},z}$ 和 $\phi_{\text{rf},y}$ 分别是在Z轴和Y轴方向上的调制深度。根据式(1),RAM噪声在误差信号上产生直流偏移,使误差信号过零点远离真实过零点,可通过在反馈回路中添加一个恒定直流偏置进行补偿。RAM噪声引入的光程噪声预分配为 $\delta_{\text{RAM}}[\Delta(nL)] = 0.4 \text{ pm/Hz}^{1/2}$ 。

4 测量系统外部噪声测试

为了验证设计方案的可行性和评估测量系统的噪声水平,本研究基于PDH技术搭建了光程稳定性测量光路和反馈控制系统。根据图1设计的光程稳定性测量方案,搭建的测量系统实验装置如图3所示。图3(a)是超稳激光器,图3(b)是其电子部分,图3(c)是其光路部分。超稳激光器输出的参考光束在光路部分与测量激光器拍频,电子部分主要是数据采集系统与反馈电路模块。其中望远镜腔用同样低精细度的腔代替,将测量激光器锁定至低精细度腔,能够评估整个环路的噪声。基于3.3节分析的噪声理论分析,根据式(1)、(3),将测量的噪声结果等效为光程噪声,分析测量系统外部噪声的影响。

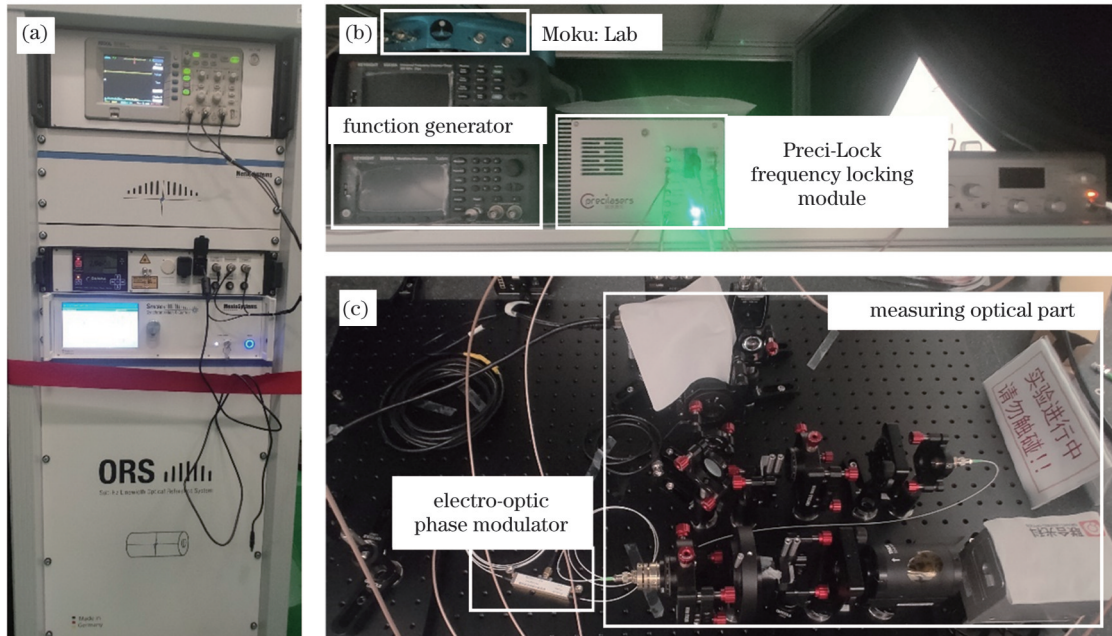


图3 测量系统实验装置。(a)超稳激光器;(b)电子部分;(c)光路部分

Fig. 3 Experimental setup for measurement system. (a) Ultra-stable laser; (b) electronic part; (c) optical part

对图2中探测器和反馈环路的整体电子噪声进行测量。实验所用半导体激光器的相对强度噪声 $H_{\text{RIN}} < -130 \text{ dB/Hz}$ 。探测器的响应度为 0.6 A/W @ 1064 nm ,增益为 5000 V/A ,暗电流为 10 nA 。将数据代入式(10)、(11),计算得到光电探测器的理论噪声,如图4所示,光电探测器引入的电压噪声为

$0.5 \mu\text{V/Hz}^{1/2}$ 。Moku:Lab作为数据采集系统采集电压变化。在不接入外部信号的情况下,采集Moku:Lab中数据记录器的电压变化作为其本底噪声。Moku:Lab的本底噪声如图5虚线所示。如图2右图所示,在Preci-Lock锁频模块接入探测器。打开所有仪器,使用Moku:Lab在Preci-Lock锁频模块的误差信号监控

端口采集电压变化信号,得到整个电路中的电子噪声,其结果如图 5 实线所示。由于 Moku:Lab 的本底噪声过大,使得电子噪声的测量结果无法识别,后续需要采用本底电压噪声相对较小的仪器测量,但是这并不妨碍评估电子噪声对光程稳定性测量的影响。使用 Moku:Lab 的本底噪声作为整个电路电子噪声的参考值,当电子噪声为 $0.2 \text{ mV}/\text{Hz}^{1/2}@ (1\sim 100 \text{ mHz})$ 时,由式(1)、(3)、(9)计算出电子噪声引入的光程噪声为 $0.14 \text{ pm}/\text{Hz}^{1/2}@ (1\sim 100 \text{ mHz})$ 。

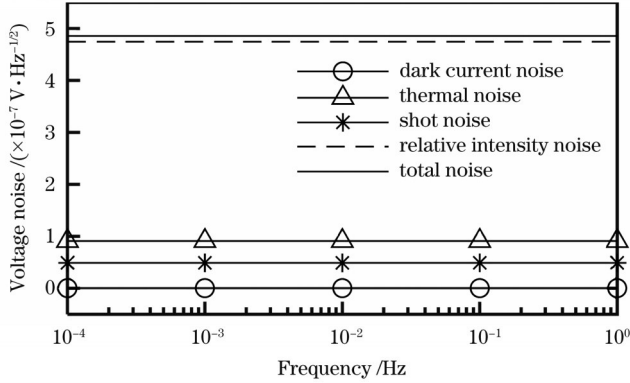


图 4 光电探测器的电压噪声谱密度

Fig. 4 Voltage noise spectral density of photodetector

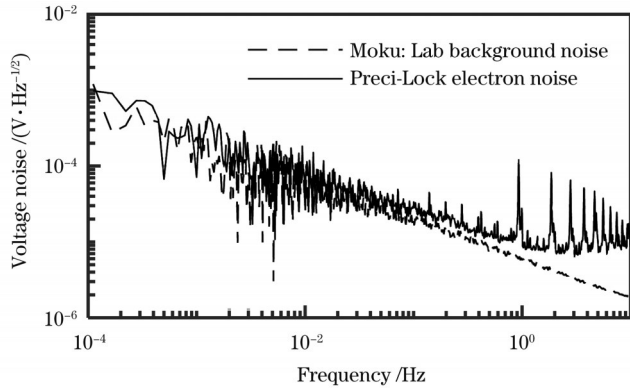


图 5 反馈环路电子噪声的功率谱密度

Fig. 5 Electronic noise power spectral density in feedback loop

对于内部光程为 3 m 的望远镜,其 $1 \text{ pm}/\text{Hz}^{1/2}$ 光程噪声对应的频率噪声为 $94 \text{ Hz}/\text{Hz}^{1/2}$ 。实验中所用的超稳激光器同样是采用的 PDH 技术,将激光器稳频到长为 12.1 cm 的超稳腔系统上,实现参考频率的稳定输出。超稳激光器的频率输出稳定性如图 6 所示。其比望远镜的指标小一个数量级以上,可作为频率参考源。测量激光器与超稳激光器的拍频信号采用 Moku:Lab 测量。Moku:Lab 中相位计本底频率测量噪声原理是使用信号发生器输入一个固定频率,通过测量固定频率的变化,得到 Moku:Lab 相位计的本底频率噪声,如图 7 所示,该相位计的量级低于 $1 \text{ Hz}/\text{Hz}^{1/2}@ (1\sim 1000 \text{ mHz})$,这比要求的低了 2 个数量级,因此不会成为限制测量的噪声源。由式(5)计算出拍频测量噪声引入的光程噪声约为 $0.01 \text{ pm}/\text{Hz}^{1/2}@ (1\sim 100 \text{ mHz})$ 。

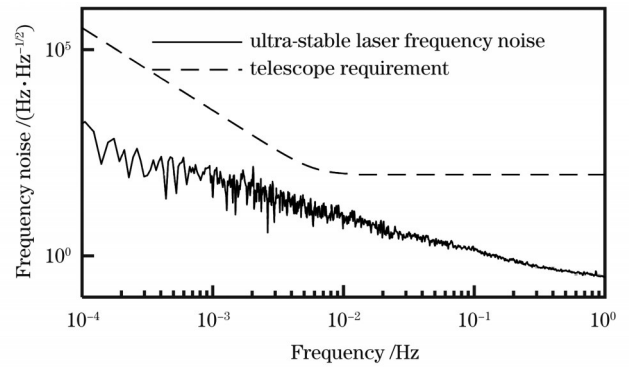


图 6 超稳激光器频率噪声

Fig. 6 Ultra-stable laser frequency noise

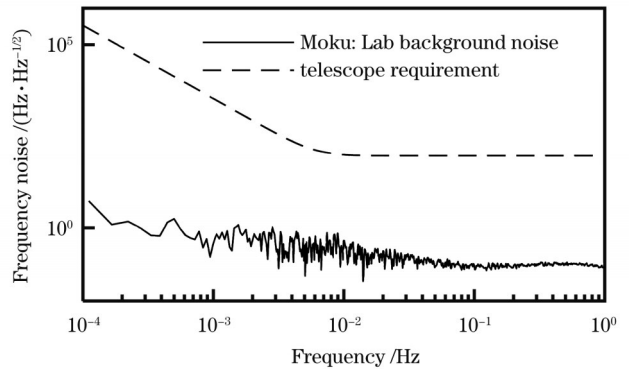


图 7 Moku:Lab 相位计的本底噪声

Fig. 7 Background noise of Moku:Lab phasemeter

RAM 噪声是将激光频率远离望远镜腔谐振点,使得腔起到反射镜的作用,从而使用 PDH 技术的解调电路直接探测 RAM 噪声引起的误差信号波动。本次实验采用的电光相位调制器是波导相位调制器,其在 X 切 Y 传(X 切指切出来的薄膜晶圆是晶体的 YOZ 平面, Y 传指波导沿晶体的 Y 方向)的铌酸锂晶体中采用质子交换工艺制作具有单偏振特性的光学波导。使用低精细度腔代替望远镜腔反射光束。使用 Preci-Lock 锁频模块解调光电探测器接收的电信号。使用 Moku:Lab 数据记录器完成解调后电压信号的频率变化采集,测量结果如图 8 所示。点线表示 Moku:Lab 的电压本底噪声,虚线表示 Preci-Lock 锁频电路的电子噪声,实线表示测量后的 RAM 噪声。在 $1\sim 1000 \text{ mHz}$ 频段内, RAM 噪声的量级较大,可以达到 $5 \text{ mV}/\text{Hz}^{1/2}$ 。在 1 Hz 以上频段,测量结果受限于解调电路的电子噪声。由式(1)、(3)计算出 RAM 噪声引入的光程噪声约为 $3.57 \text{ pm}/\text{Hz}^{1/2}$,因此在皮米级光程稳定性测量中需要进一步抑制 RAM 噪声。

综合以上噪声理论分析和实验结果,分析了所提光程稳定性测量方案的可行性。结果表明,目前影响检测系统的主要噪声是 RAM 噪声。为了进一步提高检测的测量精度,需要开展 RAM 噪声抑制研究。抑制 RAM 噪声的主要措施包括^[24,26-27]: 1) 选择对环境温度不敏感的晶体; 2) 对电光相位调制器的调制电压进

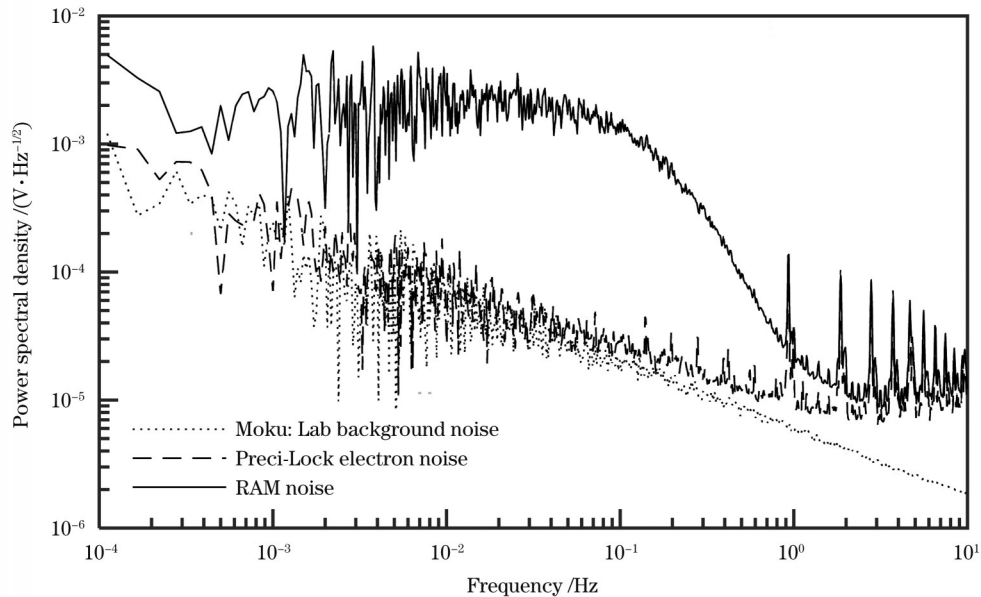


图 8 电光相位调制器的 RAM 噪声

Fig. 8 RAM noise of electro-optical phase modulator

行主动电压偏置控制;3)提高输入光的偏振度;4)对晶体进行主动控温。

5 结 论

空间激光干涉测距系统对望远镜光程稳定性提出了皮米级的要求,通过在望远镜上添加两个高反射镜以形成谐振腔,基于 F-P 干涉仪设计了望远镜光程稳定性的测量方案。利用 PDH 锁频技术将望远镜腔内的光程变化量转化为激光频率变化量。分析了在光程稳定性测量公式中对光程稳定性测量结果有影响的物理量,并对检测系统中各部件引入的外部噪声进行测量和分析。实验结果表明:在光程稳定性测量公式中,绝对激光频率和自由光谱范围的变化对皮米级光程稳定性测量的影响都远小于 $1 \text{ pm}/\text{Hz}^{1/2}$,可以忽略不计。在 $1 \sim 100 \text{ mHz}$ 频段内,与测量方案中电子噪声、拍频测量噪声和剩余幅度调制噪声等效的光程噪声分别为 0.14 、 0.01 、 $3.57 \text{ pm}/\text{Hz}^{1/2}$ 。因此剩余幅度调制噪声也是后期限望望远镜皮米级光程稳定性测量的因素之一,需要进一步开展剩余幅度调制噪声抑制工作。

参 考 文 献

- [1] Einstein A. Zur elektrodynamik bewegter Körper[J]. Annalen Der Physik, 1905, 322(10): 891-921.
- [2] Abbott B P, Abbott R, Abbott T D, et al. Observation of gravitational waves from a binary black hole merger[J]. Physical Review Letters, 2016, 116(6): 061102.
- [3] Peterseim M, Robertson D I, Danzmann K, et al. LISA interferometer sensitivity to spacecraft motion[J]. Advances in Space Research, 2000, 25(6): 1143-1147.
- [4] Ruan W H, Guo Z K, Cai R G, et al. Taiji program: gravitational-wave sources[J]. International Journal of Modern Physics A, 2020, 35(17): 2050075.
- [5] Luo J, Chen L S, Duan H Z, et al. TianQin: a space-borne gravitational wave detector[J]. Classical and Quantum Gravity, 2016, 33(3): 035010.
- [6] Haitjema H, Schellekens P J, Wetzels S L. Calibration of displacement sensors up to 300 m with nanometre accuracy and direct traceability to a primary standard of length[J]. Metrologia, 2000, 37(1): 25-33.
- [7] Chang C P, Tung P C, Shyu L H, et al. Modified Fabry-Perot interferometer for displacement measurement in ultra large measuring range[J]. Review of Scientific Instruments, 2013, 84(5): 652-658.
- [8] Joo K N, Ellis J D, Spronck J W, et al. Design of a folded, multi-pass Fabry-Perot cavity for displacement metrology[J]. Measurement Science and Technology, 2009, 20(10): 107001.
- [9] Bitou Y. Displacement metrology directly linked to a time standard using an optical-frequency-comb generator[J]. Optics Letters, 2009, 34(10): 1540-1542.
- [10] Bitou Y. High-accuracy displacement metrology and control using a dual Fabry-Perot cavity with an optical frequency comb generator [J]. Precision Engineering, 2009, 33(2): 187-193.
- [11] Lawall J R. Fabry-Perot metrology for displacements up to 50 mm [J]. Journal of the Optical Society of America A, 2005, 22(12): 2786-2798.
- [12] 郭勇, 邱琪, 王云祥, 等. 基于 PDH 的法布里-珀罗腔稳定性研究 [J]. 中国激光, 2016, 43(4): 0402003.
- [13] Guo Y, Qiu Q, Wang Y X, et al. Research on stability of Fabry-Perot cavity based on PDH[J]. Chinese Journal of Lasers, 2016, 43(4): 0402003.
- [14] 沈小燕, 蓝旭辉, 朱鹤年, 等. 基于法布里-珀罗标准具的亚微米级位移测量方法[J]. 中国激光, 2019, 46(12): 1204002.
- [15] Shen X Y, Lan X H, Zhu H N, et al. Submicron displacement measurement method based on Fabry-Perot etalon[J]. Chinese Journal of Lasers, 2019, 46(12): 1204002.
- [16] Durand M, Lawall J, Wang Y C. High-accuracy Fabry-Perot displacement interferometry using fiber lasers[J]. Measurement Science and Technology, 2011, 22(9): 094025.
- [17] Durand M, Lawall J, Wang Y C. Fabry-Perot displacement interferometry for next-generation calculable capacitor[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2011, 60(7): 2673-2677.
- [18] Sanjuán J, Preston A, Korytov D, et al. Carbon fiber reinforced polymer dimensional stability investigations for use on the laser interferometer space antenna mission telescope[J]. The Review of

- Scientific Instruments, 2011, 82(12): 124501.
- [17] Sanjuán J, Korytov D, Mueller G, et al. Note: silicon carbide telescope dimensional stability for space-based gravitational wave detectors[J]. Review of Scientific Instruments, 2012, 83(11): 116107.
- [18] Kulkarni S, Umińska A A, Sanjuán J, et al. Characterization of dimensional stability for materials used in ultra-stable structures[J]. Proceedings of SPIE, 2021, 11820: 1182008.
- [19] Zhu M H, Wei H Y, Wu X J, et al. Fabry-Perot interferometer with picometer resolution referenced to an optical frequency comb [J]. Optics and Lasers in Engineering, 2015, 67: 128-134.
- [20] Zhu M H, Wei H Y, Zhao S J, et al. Subnanometer absolute displacement measurement using a frequency comb referenced dual resonance tracking Fabry-Perot interferometer[J]. Applied Optics, 2015, 54(14): 4594-4601.
- [21] Guo X Q, Zhang L B, Liu J, et al. An automatic frequency stabilized laser with hertz-level linewidth[J]. Optics & Laser Technology, 2022, 145: 107498.
- [22] 郑公爵, 戴大鹏, 方银飞, 等. 基于 PDH 技术的光学传递腔的锁定[J]. 激光与光电子学进展, 2014, 51(12): 121401.
- Zheng G J, Dai D P, Fang Y F, et al. Locking of optical transfer cavity based on PDH technique[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2014, 51(12): 121401.
- [23] Watchi J, Cooper S, Ding B L, et al. Contributed Review: a review of compact interferometers[J]. Review of Scientific Instruments, 2018, 89(12): 121501.
- [24] Jin L. Suppression of residual amplitude modulation of ADP electro-optical modulator in Pound-Drever-Hall laser frequency stabilization[J]. Optics & Laser Technology, 2021, 136: 106758.
- [25] Kulkarni S. Technology development for ground verification of dimensional stability of the LISA Telescope[D]. Florida: University of Florida, 2022: 71-74.
- [26] Zhang W, Martin M J, Benko C, et al. Reduction of residual amplitude modulation to 1×10^{-6} for frequency modulation and laser stabilization[J]. Optics Letters, 2014, 39(7): 1980.
- [27] Li L F, Shen H, Bi J, et al. Analysis of frequency noise in ultra-stable optical oscillators with active control of residual amplitude modulation[J]. Applied Physics B, 2014, 117(4): 1025-1033.

Design and Analysis of a Telescope Optical Path Length Stability Measurement Scheme

Hai Hongwen, Sun Qicheng, Zhao Kai, Zou Rurui, Yan Yong*

MOE Key Laboratory of TianQin Mission, Frontiers Science Center for TianQin, Gravitational Wave Research Center of CNSA, TianQin Research Center for Gravitational Physics & School of Physics and Astronomy, Sun Yat-Sen University (Zhuhai Campus), Zhuhai 519082, Guangdong, China

Abstract

Objective An optical telescope is a crucial component of the space gravitational wave laser interferometer system, with its optical path length stability required to meet the picometer level. Therefore, it is significant to design a feasible measurement scheme for evaluating the optical path length stability of the telescope. Laser interferometry has become the predominant method for measuring optical path length stability owing to its high measurement precision and strong anti-interference capability. In this study, a measurement scheme for the optical path length stability of an off-axis four-reflection telescope is designed based on the Fabry-Perot interferometer. The noise analysis and measurement of each component in the scheme are performed to assess the feasibility of this scheme.

Methods A measurement scheme for the optical path length stability of the telescope is designed based on the Fabry-Perot interferometer. A resonant cavity is formed on the telescope by adding two high-reflectivity mirrors in a vacuum heat and vibration isolation system. The Pound-Drever-Hall (PDH) frequency-locking technique is utilized to lock the laser frequency to the resonant frequency of the telescope cavity, converting the optical path length variations within the telescope into laser frequency variations. The influence of absolute laser frequency and free spectral range on the measurement of optical path length stability is analyzed by utilizing their derivatives in the measurement principle formula. To assess the noise within the entire measurement loop, a low-precision cavity is employed as a substitute for the telescope cavity, and the measurement laser is locked to the low-precision cavity with a similarly low precision. Subsequently, the external noises in the scheme, including the reference system, beat frequency measurement, residual amplitude modulation, and electronic noise, are measured. The impact of these external noises on the measurement of optical path length stability is analyzed, and the primary noise source limiting the measurement accuracy is identified.

Results and Discussions The noise allocation requirements for each component in the measurement scheme within the frequency band of 1 mHz to 0.1 Hz are listed in Table 1. The influence of the absolute laser frequency and free spectral range on the measurement of optical path length stability is analyzed by utilizing their derivatives in the measurement principle formula. When the optical path noise and free spectral range change by 1 GHz and 0.25 MHz, respectively, they correspond to optical path length variations of 10 μm and 60 mm, respectively, both of which significantly exceed the optical path length stability measurement requirements. At these values, their impacts on optical path length stability are determined to be 3.5×10^{-6} pm/Hz^{1/2} and 5×10^{-3} pm/Hz^{1/2}, respectively. The overall measurement of electronic noise introduced in the measurement scheme reveals that the electronic noise is 0.2 mV/Hz^{1/2} (Fig. 5), which is below the specified requirement of 0.238 mV/Hz^{1/2}. The frequency stability of the ultra-stable laser is shown in Fig. 6. However, the optical path noise of 1 pm/Hz^{1/2} corresponds to a frequency noise of 94 Hz/Hz^{1/2}. Therefore, the frequency

noise of the ultra-stable laser is more than one order of magnitude smaller than the telescope requirement, making it suitable to be a frequency reference source. The beat frequency measurement device exhibits a noise level of $1 \text{ Hz}/\text{Hz}^{1/2}$ (Fig. 7), which is two orders of magnitude lower than the specified requirement, indicating that it will not be a limiting noise source for the measurements. The residual amplitude modulation (RAM) noise of the electro-optic phase modulator is determined to be $5 \text{ mV}/\text{Hz}^{1/2}$ (Fig. 8), which exceeds the requirement by one order of magnitude and becomes the primary noise source in the current scheme.

In the future, the impact of RAM noise can be mitigated through methods such as active temperature control and active voltage bias on the crystal.

Conclusions In this study, the off-axis four-reflection telescope is transformed into a resonant cavity by adding two highly reflective mirrors in the vacuum heat and vibration isolation system. A measurement scheme for assessing the optical path length stability of the telescope was designed based on the Fabry-Perot interferometer. The PDH frequency-locking technique is employed to measure the optical path length changes within the telescope cavity by converting them into laser frequency variations. The influence of the measurand changes and external noise on the measurement of optical path length stability is analyzed in the measurement scheme. Experimental results demonstrated that the absolute laser frequency and free spectral range variations had a negligible impact on the measurement of optical path length stability, both being less than $1 \text{ pm}/\text{Hz}^{1/2}$. Within the frequency band of 1 mHz to 0.1 Hz, the electronic, beat frequency measurement, and residual amplitude modulation noises in the measurement scheme are equivalent to optical path noise of 0.14, 0.01, and $3.57 \text{ pm}/\text{Hz}^{1/2}$, respectively. Therefore, the residual amplitude modulation noise emerged as one of the limiting factors in achieving picometer-level optical path length stability in telescope measurements, necessitating further studies on noise suppression techniques.

Key words measurement; telescope; optical path stability; resonant cavity; measuring scheme