

最大似然法精确重构不同状态混沌激光的相空间分布

邢梦宇^{1,2}, 郭晓敏^{1,2}, 张浩杰^{1,2}, 张建超^{1,2}, 郭龔强^{1,2*}¹太原理工大学物理与光电工程学院新型传感器与智能控制教育部重点实验室, 山西 太原 030024;²密码科学技术国家重点实验室, 北京 100878

摘要 在实验上重构了从准周期到相干塌陷混沌激光的相空间 Wigner 准概率分布函数, 为混沌保密通信中熵源的精确表征提供了重要依据。通过调控偏置电流和光反馈强度制备了准周期(带宽为 3.2 GHz)、中等强度(带宽为 7.3 GHz)、相干塌陷状态(带宽为 11.5 GHz)的混沌激光, 进而利用平衡零拍量子层析测量及最大似然法重构了获得的三种不同状态的混沌激光的密度矩阵及相空间 Wigner 准概率分布, 测得的混沌激光相空间 Wigner 准概率相较于真空散粒噪声极限增大了 1.5~3.0 倍。同时, 在重构测量过程中, 去除背景噪声并对现有实验测量系统的损耗进行补偿, 三种状态混沌激光相空间 Wigner 准概率分布的测量保真度分别从 74.9%、81.2%、84.8% 显著提升到 95.5%、97.0%、97.6%。

关键词 量子光学; 混沌激光; Wigner 准概率分布函数; 最大似然重构

中图分类号 O431.2

文献标志码 A

DOI: 10.3788/CJL220768

1 引言

混沌激光由于其宽带宽、大幅度类噪声振荡、初值超敏感且长时难以预测等特性而被广泛应用于高速同步通信^[1-7]、高速物理随机密钥产生^[8-12]及分发^[13-14]、传感测距^[15-18]、光计算^[19-20]等领域。混沌激光在上述应用领域中的快速发展对光源质量提出了更高要求^[21-25], 即需要对混沌激光实现更精确的表征^[26-27]。而目前针对混沌激光的评测主要是通过时域和频域宏观动力学特性的分析, 如综合利用时序、频谱、自相关、李雅普诺夫指数、互信息、熵值等多方面信息^[28-30]; 自相关和互信息度量是通过量化时延特征来度量混沌激光的复杂度, 李雅普诺夫指数度量是通过识别轨迹分离率正值特征来判定激光系统的混沌状态, 熵值度量是利用香农熵、KS 熵和排序熵的含量变化来评测混沌激光的随机性, 其中排序熵因其分析处理速度快、可测量及鲁棒性强等特点而被广泛应用于混沌激光熵值评测中^[31-33]。此外, 针对混沌激光量子统计特性的研究也已开展, 光子数统计分布与二阶相干度对控制参数更加敏感, 可用于表征混沌激光强度起伏及光子群聚等量子特性^[34-37], 进而通过测量光场的更高阶相干度和非平衡延时互相关完善其光子分布、相位起伏等量子统计特性表征^[38-39], 可精确测量区分不同状态混沌激光的相干性及光子统计特性。为了实现混沌熵源的精

确表征及在保密通信中制备高质量混沌熵源, 对混沌激光相空间信息的准概率分布进行深入研究十分必要。

光场相空间准概率分布的重构起源于 20 世纪 50 年代^[40], 之后研究者利用平衡零拍量子层析技术在实验上完成了对不同光场的相空间 Wigner 准概率分布函数的重构^[41-42]。目前, 基于平衡零拍量子层析测量的主要重构算法为逆 Radon 变换^[42]和最大似然法^[43-44]。逆 Radon 变换需要计算所有维度下的边缘分布, 且探测效率理想化。最大似然法通过提取合理有限维度, 多次迭代后获得与被测光场直接相关的密度矩阵, 同时不受低探测效率条件的限制, 重构结果也更接近实际物理情况。人们已在实验上成功重构了压缩态^[45-48]、薛定谔猫态^[49-50]、单光子 Fock 态^[51]、多光子 Fock 态^[52]等量子光场相空间的 Wigner 准概率分布。但在实际过程中如何降低系统损耗、减弱非理想器件的影响并精准高保真测得光场相空间 Wigner 准概率分布的全部信息仍需进一步研究。

本文利用平衡零拍量子层析探测技术及最大似然法重构了准周期、中等强度、相干塌陷三种不同状态的混沌激光的相空间 Wigner 准概率分布函数。在不同偏置电流和光反馈强度下产生了具有不同带宽和旁瓣的随机振荡的混沌激光, 并重构获得了不同混沌光场的密度矩阵和相空间 Wigner 准概率分布。研究分析

收稿日期: 2022-04-18; 修回日期: 2022-05-18; 录用日期: 2022-06-07; 网络首发日期: 2022-06-17

基金项目: 国家自然科学基金(62175176, 62075154, 61875147, 61731014)、山西省重点研发计划(国际科技合作 201903D421049)、山西省回国留学人员科研资助项目(HGKY2019023)

通信作者: *guoyanqiang@tyut.edu.cn

了混沌激光相对于真空散粒噪声的放大,并考虑探测过程中的系统损耗和背景噪声,分析了在探测系统损耗条件下光场重构保真度随平均光子数的变化。最终在去除背景噪声及对实验系统损耗进行补偿后,显著提升了实验重构的三种状态混沌激光相空间 Wigner 准概率分布的保真度。

2 实验装置及实验结果

2.1 不同状态混沌激光的产生

基于平衡零拍量子层析测量及最大似然法重构混沌激光相空间 Wigner 准概率分布的实验装置图如图 1 所示。利用光反馈产生混沌激光,如图 1 虚线框所示:分布反馈式半导体激光器 1(DFB-LD1,中心波长为 1550 nm)出射的单模连续激光,通过偏振控制器(PC)后到达光环形器(OC)和 80:20 光纤分束器(BS)。其中,80%(能量占比)的光反馈回光环形器,反馈环路中

使用光衰减器(VOA)精确控制光反馈强度,另外 20%(能量占比)的一端用于输出产生的混沌激光。通过对 DFB-LD1 的偏置电流及反馈环路中的反馈强度和光场偏振的调节,可制备产生不同状态的混沌激光。以制备产生的混沌激光作为信号光,同时以分布反馈式半导体激光器 2(DFB-LD2)产生的另一束与 DFB-LD1 同频的光作为本振光,通过扫描压电陶瓷(PZT)来改变本振光相位,以获得不同相位角条件下的正交分量强度信息。本振光与信号光通过分束器 1(PBS1)进行耦合,接着经过半波片 3(HWP3)和分束器 2(PBS2)后分成 50:50 的两束光,分别进入平衡零拍探测(BHD)系统的两路探测器(PD1 和 PD2)中,转化为电信号后再经过差分放大器(Sub),得到放大的差分信号。差分信号与信号发生器(SG)产生的射频信号通过混频器(M)和低通滤波器(LPF)进行混频滤波后,进入高速实时示波器(OSC)中,完成数据采集。

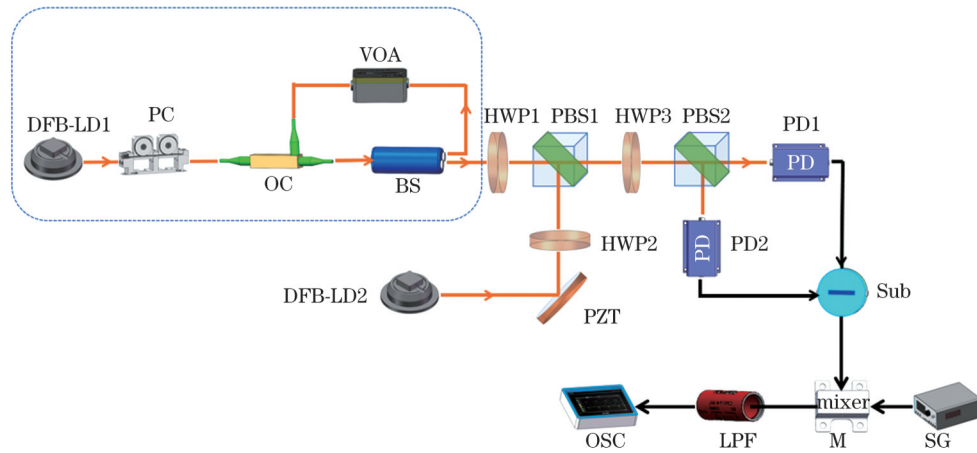


图 1 利用最大似然法精确重构混沌激光相空间 Wigner 准概率分布的实验装置示意图

Fig. 1 Schematic of experimental setup for precisely reconstructing Wigner quasi-probability distribution of chaotic lasers through maximum likelihood method

在实验中将半导体激光器 DFB-LD1 的偏置电流 (I) 分别设置为 1.5、2.5 倍的阈值电流 (I_{th}),通过调节光衰减器对反馈强度 η (反馈回衰减器的光功率与分束器出射光功率的比) 进行控制,进而制备产生不同

状态的混沌激光。此外,混沌激光在产生过程中由于外腔反馈周期会存在时延特征,它会降低混沌信号的复杂度。量化混沌激光时延特征的自相关函数具体为

$$C(\Delta t) = \frac{\langle [I(t) - \langle I(t) \rangle][I(t + \Delta t) - \langle I(t + \Delta t) \rangle] \rangle}{\sqrt{\langle [I(t) - \langle I(t) \rangle]^2 \rangle \langle [I(t + \Delta t) - \langle I(t + \Delta t) \rangle]^2 \rangle}}, \quad (1)$$

式中: $I(t)$ 为激光器在 t 时刻输出光的强度; Δt 为延迟时间; $\langle \cdot \rangle$ 为对采样时间内的强度取平均。

利用图 1 所示实验装置,首先制备了准周期、中等强度及相干塌陷三种典型状态的混沌激光。图 2(a1)、(a2)是在偏置电流为 $I = 1.5I_{th}$ 和反馈强度为 $\eta = 0.2$ 时产生的准周期状态的混沌激光(QCL),输出时序存在周期,频谱出现多个周期尖峰,表明光场并未进入完全的混沌状态,按 80% 能量

带宽定义其频谱带宽,带宽仅为 3.2 GHz。图 2(b1)、(b2)是在偏置电流为 $I = 2.5I_{th}$ 和反馈强度为 $\eta = 0.043$ 时产生的中等强度的混沌激光(MCL),输出的时序随机振荡,光场进入混沌状态,频谱开始变得平滑,此时混沌激光的带宽展宽至 7.3 GHz。图 2(c1)、(c2)是在偏置电流为 $I = 2.5I_{th}$ 和反馈强度为 $\eta = 0.079$ 时产生的混沌激光,此时输出的混沌激光进入相干塌陷的完全混沌状态(CCL),时序随机

大幅振荡, 频谱展宽至 11.5 GHz。从准周期状态到中等强度混沌状态再到相干塌陷的混沌状态, 混沌自相关特性由多周期振荡逐渐变为弱的外腔周期

性振荡, 旁瓣值从 0.567 降至 0.234 再低至 0.213, 外腔周期时延特征峰值逐渐减小, 混沌强度及复杂度不断提升。

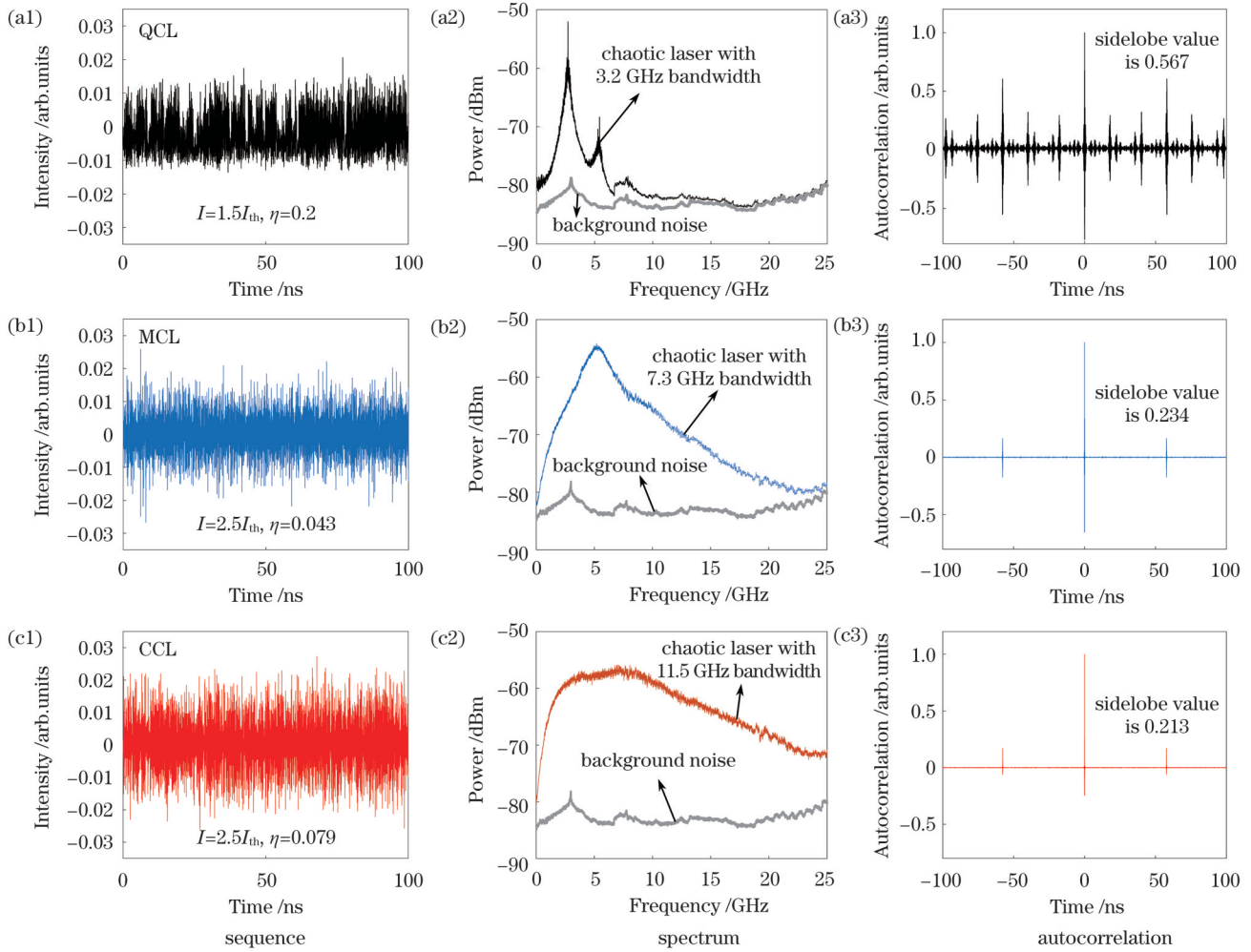


图 2 不同 I 和 η 下测得的混沌激光时序、频谱和自相关图。(a1)~(a3) $I=1.5I_{th}, \eta=0.2$; (b1)~(b3) $I=2.5I_{th}, \eta=0.043$; (c1)~(c3) $I=2.5I_{th}, \eta=0.079$

Fig. 2 Sequence, spectrum and autocorrelation diagrams of chaotic lasers measured under different I and η . (a1)~(a3) $I=1.5I_{th}, \eta=0.2$; (b1)~(b3) $I=2.5I_{th}, \eta=0.043$; (c1)~(c3) $I=2.5I_{th}, \eta=0.079$

2.2 最大似然法重构不同状态混沌激光的相空间 Wigner 准概率分布

将上述实验中制备的三种不同状态的混沌激光作为信号光, 以 DFB-LD2 产生的另一束光作为本振光, 两束光耦合后经 50:50 分束进入平衡零拍探测器。通过 PZT 来扫描本振光相位, 以获得不同相位角条件下的正交分量幅值信息。平衡零拍探测器输出的差分放大信号经过混频器和 10 MHz 低通滤波器后进入 OSC, 对正交分量信号进行采集 (带宽为 3 GHz, 采样率为 $20 \text{ GSa} \cdot \text{s}^{-1}$)。当本振光与信号光相对相位 $\theta=0$ 时, 平衡零拍量子层析测量得到的是混沌激光正交相位分量上的噪声方差; 当 $\theta=\pi/2$ 时, 测量得到的是混沌激光在正交振幅分量上的噪声方差; 当 θ 从 0 变化 π 时测量得到的是混沌激光在某一分析频率处随时间变化的噪声方差, 即通过扫描 PZT 改变本振光与信号光

的相对相位, 就可以测量得到该光场相空间 Wigner 准概率分布的全貌。

图 3 为三种不同状态混沌激光时域噪声信号正交分量的测量结果。其中, 上方和下方放大信号为平衡零拍量子层析测得的混沌激光信号, 中间区域信号为平衡零拍量子层析测得的真空态散粒噪声极限信号。图 3(a) 为测得的准周期混沌激光正交分量的时序振荡, 此时本振光的光功率与混沌激光的信号光功率之比为 20:1。图 3(b) 为平衡零拍量子层析测得的中等强度混沌激光正交分量的时序振荡, 此时本振光与混沌激光的光功率之比为 13:1。图 3(c) 为测得的相干塌陷混沌激光正交分量的时序振荡, 本振光与混沌激光的光功率之比为 9:1。可以看到, 随着混沌带宽的不断增大, 正交分量起伏 (相比于真空散粒噪声极限) 不断增大。

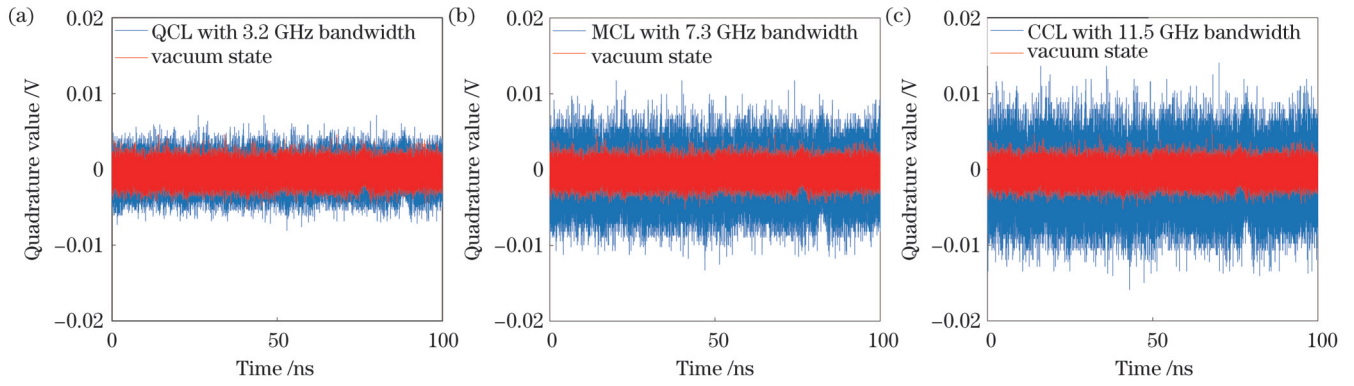


图 3 不同状态混沌激光与真空态散粒噪声极限的正交分量的起伏测量结果。(a)带宽为 3.2 GHz 的 QCL; (b)带宽为 7.3 GHz 的 MCL; (c)带宽为 11.5 GHz 的 CCL

Fig. 3 Measured fluctuation results of quadrature components between chaotic lasers in different states and shot noise limits in vacuum state. (a) QCL with 3.2 GHz bandwidth; (b) MCL with 7.3 GHz bandwidth; (c) CCL with 11.5 GHz bandwidth

基于上述测得的混沌激光正交分量结果,进行相空间 Wigner 准概率分布重构。在平衡零拍量子层析探测过程中,最大似然法不仅可以避免复杂的边缘分布计算,而且还具有以下优点:降低系统噪声的影响,提升结果的准确度,对探测效率无较高要求,重构结果更符合物理实际。利用最大似然法对上述三种不同状态混沌激光进行相空间 Wigner 准概率分布重构,具体过程如下。

在足够大的 von Neumann 测量集中,每个测量集都将系统的状态投影到测量仪器的本征态 $|y_j\rangle$ 上,所有可能的结果集合 $\{|y_j\rangle\}$ 可以与 j 个测量基相关联,其中, $j=1,2,\dots$ 。定义 f_j 为每个结果出现的频率,当系统处于量子态 $\hat{\rho}$ 时,某一特定数据集 $\{f_j\}$ 出现的概率为 $L(\hat{\rho}) = \hat{\Pi} p_j^j$, 其中, p_j 为产生 $|y_j\rangle$ 的概率且 $p_j = \langle y_j | \hat{\rho} | y_j \rangle = \text{Tr}[\hat{\Pi}_j \hat{\rho}]$, $\hat{\Pi}_j$ 为测量算符且 $\hat{\Pi}_j = |y_j\rangle\langle y_j|$, Tr 表示求迹。确定集合中使 $L(\hat{\rho})$ 最大的 $\hat{\rho}$, 引入算符 $\hat{R}(\hat{\rho}) = \sum_j f_j \hat{\Pi}_j / p_j$ 。对于可测量的数据集 $\{\hat{\rho}_0\}$, 有 $f_j \propto p_j$, $\hat{R}(\hat{\rho}_0) \propto \hat{1}$, 因此可以得到 $\hat{R}(\hat{\rho}_0) \hat{\rho}_0 = \hat{\rho}_0 \hat{R}(\hat{\rho}_0) \propto \hat{\rho}_0$ 及 $\hat{R}(\hat{\rho}_0) \hat{\rho}_0 \hat{R}(\hat{\rho}_0) \propto \hat{\rho}_0$, 基于上述关系进行迭代运算。

在平衡零拍层析探测过程中,每个测量得到的正交分量 \hat{X}_θ 都与可观测量 (q 和 p) 相关联: $\hat{X}_\theta = q \cos \theta + p \sin \theta$, 其中, q 为位置算符, p 为动量算符。在一定的相位 θ 下,探测到正交分量 x 的概率正比于 $p_\theta(x) = \text{Tr}[\hat{\Pi}(\hat{\theta}, x) \hat{\rho}]$, 其中, $p_\theta(x)$ 为平衡零拍层析探测的边缘分布,同时 Fock 基下测量算符 $\hat{\Pi}(\hat{\theta}, x)$ 的第 m 行第 n 列的矩阵元对应的表达式为 $\hat{\Pi}_{mn}(\theta, x) = \langle m | \hat{\Pi}(\hat{\theta}, x) | n \rangle$, 其中, m, n 为光子数。

由于理想情况下平衡零拍量子层析探测结果为无限维的连续变量,因此上述过程中的计算复杂度太大,在实际实验过程中需要对数据进行离散化,即把上述

连续探测过程中的相对相位 θ 等分,也就是对 θ 和 x 进行分类,使 f_j 的值只取 0 或 1。所以探测结果为数据集 $\{(\theta_i, x_i)\}$ 的概率(量子态的密度矩阵 $\hat{\rho}$ 的似然度),即

$$\ln L = \sum_i \ln p_{\theta_i}(x_i). \quad (2)$$

此时,迭代算子为

$$\hat{R}(\hat{\rho}) = \sum_j \hat{\Pi}(\theta_i, x_i) / p_{\theta_i}(x_i), \quad (3)$$

式中: i 为测量次数编号, $i=1, 2, \dots, N$, 其中 N 为测量次数。给定初始密度矩阵,重复迭代归一化后的密度矩阵为

$$\hat{\rho}^{(k+1)} = N[\hat{R}(\hat{\rho}^{(k)}) \hat{\rho}^{(k)} \hat{R}(\hat{\rho}^{(k)})], \quad (4)$$

式中: k 为迭代次数。

下面确定使 $\hat{\rho}$ 的似然度最大化的集合。

利用式(4)及平衡零拍量子层析测量中测得的正交分量信号重构出混沌激光的密度矩阵,通过重构的密度矩阵,可以重构出混沌激光相空间 Wigner 准概率分布 $W_{\hat{\rho}}(q, p)$, 即

$$W_{\hat{\rho}}(q, p) = \hat{\rho}_{mn}^{(k+1)} W_{|m\rangle\langle n|}(q, p), \quad (5)$$

式中: $\hat{\rho}_{mn}^{(k+1)}$ 为密度矩阵 $\hat{\rho}^{(k+1)}$ 第 m 行第 n 列对应的矩阵元; 当 $m \geq n$ 时, $W_{|m\rangle\langle n|}(q, p) = \frac{(-1)^n}{2\pi\delta_0^2} \sqrt{\frac{n!}{m!}}$.

$\left(\frac{q-ip}{\delta_0}\right)^{m-n} \exp\left[\frac{-(q^2+p^2)}{2\delta_0^2}\right] L_n^{m-n}\left(\frac{q^2+p^2}{\delta_0^2}\right)$, 其中, δ_0

为普朗克常数的二分之一, L_n^{m-n} 为拉盖尔多项式; 当 $m < n$ 时, $W_{|m\rangle\langle n|}(q, p) = W_{|n\rangle\langle m|}^*(q, p)$ 。

为了保证重构光场的相空间 Wigner 准概率分布信息,选取一个相位周期 ($0 \sim \pi$) 内的正交分量时域信号进行混沌激光相空间 Wigner 准概率分布重构,以单位矩阵为初始的密度矩阵,利用式(4)进行迭代。重构过程在光子数态基下进行,并对数态基作截断处理,大于某个值 s 的光子数态将被排除在重构之外。为了保证较高精度,完整重构混沌激光的相空间 Wigner 准概率分布,我们令 s 取值为 10, 并进行 2000

次迭代以完成最大似然法重构密度矩阵的过程, 重构获得密度矩阵后再通过式(5)得到对应的 Wigner 准概率分布。

图 4 所示为实验重构的带宽为 3.2 GHz 的 QCL、带宽为 7.3 GHz 的 MCL 和带宽为 11.5 GHz 的 CCL 结果。

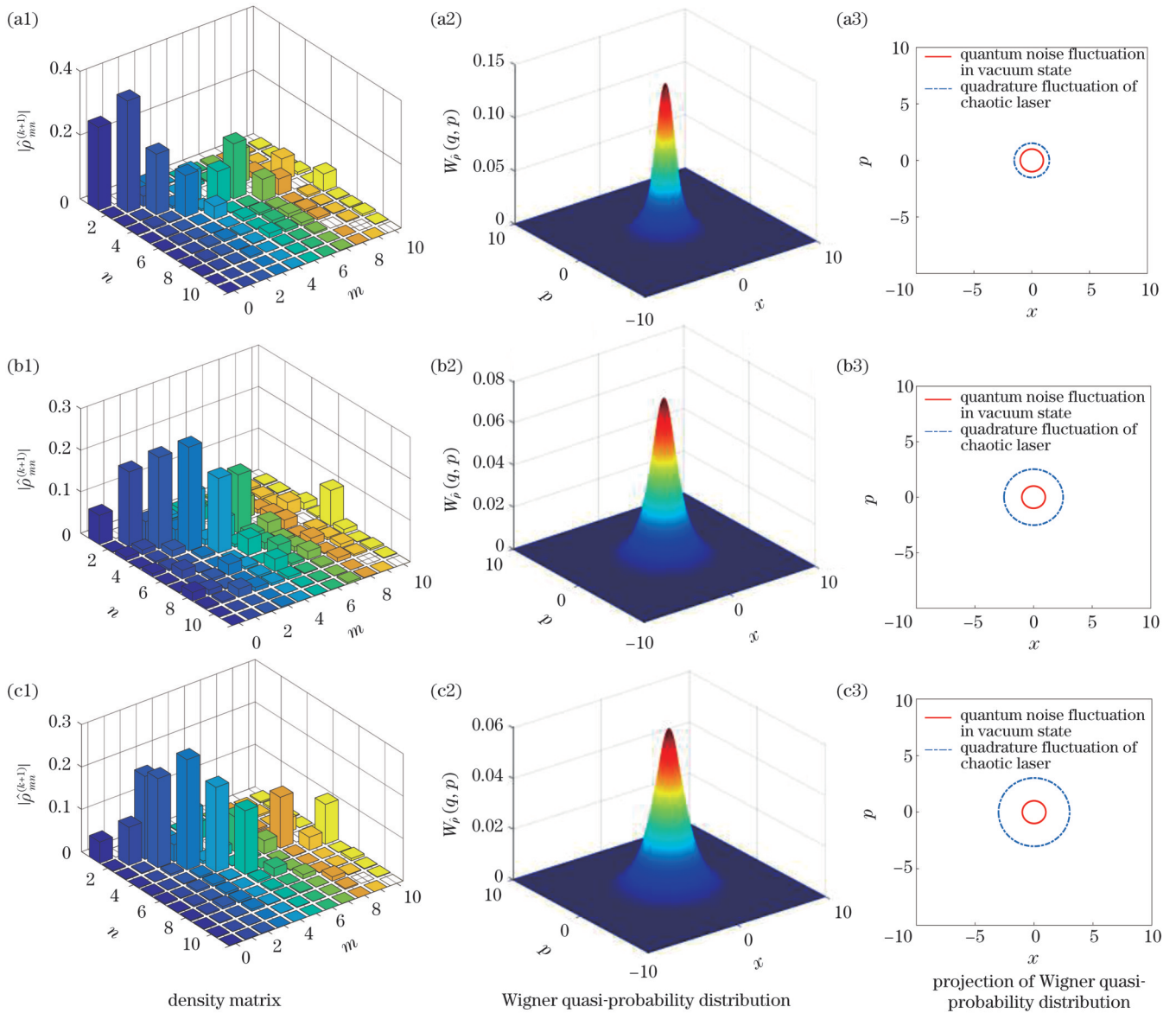


图 4 混沌激光的实验重构结果。(a1)~(a3)带宽为 3.2 GHz 的 QCL; (b1)~(b3)带宽为 7.3 GHz 的 MCL; (c1)~(c3)带宽为 11.5 GHz 的 CCL

Fig. 4 Experimental reconstruction results of chaotic laser. (a1)~(a3) QCL with 3.2 GHz bandwidth; (b1)~(b3) MCL with 7.3 GHz bandwidth; (c1)~(c3) CCL with 11.5 GHz bandwidth

可以明显看出, 随着混沌激光带宽的增加, 重构得到的混沌激光相空间 Wigner 准概率相较于真空散粒噪声极限不断增大。如图 4(a1)~(c1)所示, 密度矩阵的对角元为光子数的概率, 其对角元在重构 Wigner 函数时起决定作用。三种不同混沌状态下的光子数在 $n \leq 10$ 时对应的密度矩阵对角元如表 1 所示, QCL 对角元光子数概率最大为 0.35, MCL 对角元光子数概率最大为 0.25, CCL 对角元光子数概率最大为 0.26。图 4(a2)~(c2)为重构三种不同混沌激光获得的对应三维相空间 Wigner 准概率分布, 随着混沌带宽的增大, 重构得到的 Wigner 函数曲线更

加平滑, 峰值变小, 整体范围变大。图 4(a3)~(c3)为 Wigner 准概率分布在二维平面上的投影, 可知三种不同状态的混沌激光相较于真空态的 Wigner 准概率分布函数呈明显增大, 实线表示真空态量子噪声起伏的相空间 Wigner 准概率分布投影(半径为 1 的圆), 虚线表示三种混沌激光的正交分量起伏 Wigner 准概率分布投影。可以看出, 随着混沌激光带宽的增大, 混沌强度不断增强, 测得的混沌激光相空间 Wigner 准概率相较于真空态相空间 Wigner 准概率分别增大了 1.5、2.5、3.0 倍, 混沌的热放大效应不断增强。

表 1 测得的 QCL、MCL、CCL 的密度矩阵对角元
Table 1 Measured diagonal elements of density matrixes for QCL, MCL, and CCL

Laser	$n=0$	$n=1$	$n=2$	$n=3$	$n=4$	$n=5$	$n=6$	$n=7$	$n=8$	$n=9$	$n=10$
QCL	0.26	0.35	0.19	0.13	0.04	0.01	0.01	0.01	0	0	0
MCL	0.07	0.18	0.22	0.25	0.18	0.04	0.03	0.02	0.01	0	0
CCL	0.05	0.09	0.21	0.26	0.20	0.15	0.02	0.01	0.01	0	0

2.3 不同状态混沌激光相空间 Wigner 准概率分布重构的保真度

理想情况下混沌热态的相空间 Wigner 分布函数为

$$W(q, p) = \frac{1}{2\pi\delta_{th}^2} \exp\left(-\frac{q^2 + p^2}{2\delta_{th}^2}\right), \quad (6)$$

式中: 此信号方差 $\delta_{th}^2 = (2n_{th} + 1)\delta_0^2$ 大于真空态散粒噪声极限, 其中 n_{th} 为混沌光场的光子数。

重构混沌激光相空间 Wigner 准概率分布函数的保真度为

$$F = 2\pi \iint W_1(x, p) W_2(q, p) dq dp, \quad (7)$$

式中: W_1 为理想 Wigner 函数; W_2 为实际 Wigner 函数。

通过实验测量并利用最大似然法重构得到三种不同状态混沌激光的密度矩阵, 进而通过密度矩阵得到相应混沌激光的相空间 Wigner 准概率分布。同时, 通过式(6)可获得理想情况下不同状态混沌激光的相空间 Wigner 准概率分布函数。利用实验重构的相空间 Wigner 分布函数与理想情况下的相空间 Wigner 准概率分布, 通过式(7)得到带宽为 3.2 GHz 的 QCL、带宽为 7.3 GHz 的 MCL、带宽为 11.5 GHz 的 CCL 的 Wigner 准概率分布函数的保真度为 74.9%、81.2%、84.8%。相应状态混沌激光的密度矩阵对角元分布如图 5(a1)~(a3)所示。

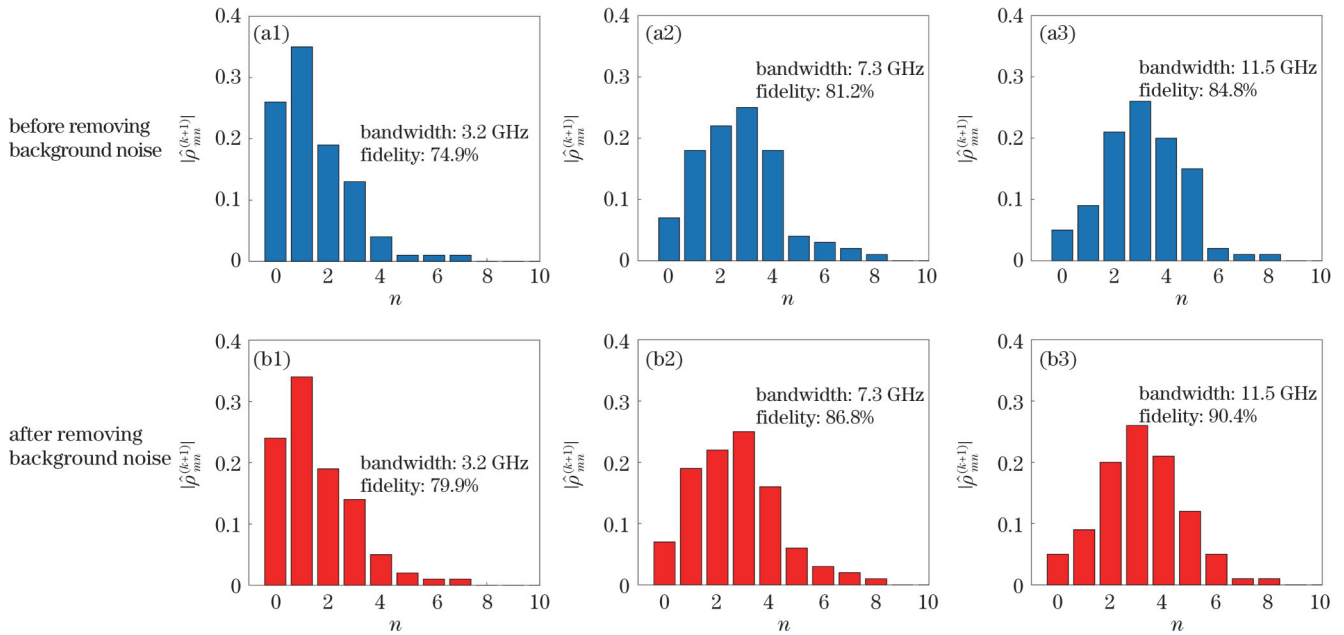


图 5 去除背景噪声前后重构的密度矩阵对角元分布。(a1)~(b1)带宽为 3.2 GHz 的 QCL; (a2)~(b2)带宽为 7.3 GHz 的 MCL; (a3)~(b3)带宽为 11.5 GHz 的 CCL

Fig. 5 Reconstructed diagonal element distributions of density matrixes before and after removing background noise. (a1)–(b1) QCL with 3.2 GHz bandwidth; (a2)–(b2) MCL with 7.3 GHz bandwidth; (a3)–(b3) CCL with 11.5 GHz bandwidth

在实验测量过程中, 背景噪声会影响最终重构测得的 Wigner 函数保真度, 需去除背景噪声。实验测量得到了 -44 dBm 的背景噪声。图 5(b) 为去除背景噪声后, 重构获得的带宽为 3.2 GHz 的 QCL、带宽为 7.3 GHz 的 MCL、带宽为 11.5 GHz 的 CCL 的密度矩阵对角元。在光子数 $n \leq 10$ 时对应的三种状态激光的密度矩阵对角元如表 2 所示。此时, 去除背景噪声后,

重构获得的三种状态混沌激光的相空间 Wigner 准概率分布函数的保真度提高至 79.9%、86.8%、90.4%。

实际实验测量过程不仅受到背景噪声的影响, 还要考虑探测系统存在的损耗, 背景和损耗都将导致重构的保真度偏低。故在分析重构 Wigner 函数的保真度时, 还需考虑整个系统的损耗。引入损耗的混沌激光的 Wigner 准概率分布函数为

表 2 去除背景噪声后测得的 QCL、MCL、CCL 的密度矩阵对角元

Table 2 Measured diagonal elements of density matrixes for QCL, MCL, and CCL after removing background noise

Laser	$n=0$	$n=1$	$n=2$	$n=3$	$n=4$	$n=5$	$n=6$	$n=7$	$n=8$	$n=9$	$n=10$
QCL	0.24	0.34	0.19	0.14	0.05	0.02	0.01	0.01	0	0	0
MCL	0.07	0.19	0.22	0.25	0.16	0.06	0.03	0.02	0.01	0	0
CCL	0.05	0.09	0.20	0.26	0.21	0.12	0.05	0.01	0.01	0	0

$$W_l(x, p) = \frac{1}{2\pi[l^2\delta_0^2 + (1-l)^2\delta_{th}^2]} \exp\left\{-\frac{x^2 + p^2}{2[l^2\delta_0^2 + (1-l)^2\delta_{th}^2]}\right\}, \quad (8)$$

式中： l 为系统损耗。

在实验系统中，混沌激光与本振光在 PBS1 耦合后损耗达到 2.9%，在 PBS2 处的损耗为 1.9%，光电转化进入探测电路后的损耗为 4.1%，故本实验系统的总体损耗为 8.9%。因此可通过式(8)得到损耗为 8.9% 的 Wigner 准概率分布函数，进而利用式(7)得到引入损耗后重构 Wigner 函数的保真度。引入损耗后重构相空间 Wigner 函数的保真度随入射平均光子数的变化如图 6 中实线所示，可以发现，随着平均光子数 $\langle n \rangle$ 的增大，保真度逐渐趋近于 1。如图 6(a) 所示，未考虑损耗和背景时，重构获得的 QCL(空心方点)、MCL(空心三角点)、CCL(空心圆点)的 Wigner 函数的保真度分别为 74.9%、81.2%、84.8%。而在考虑了背景噪声和系统损耗的影响后，重构获得的 QCL、MCL、CCL 的保真度分别被提升至 95.5%(实心方点)、97.0%(实

心三角点)、97.6%(实心圆点)，如图 6(b) 所示。可以看出，在考虑系统损耗与背景噪声的影响后，实验重构的相空间 Wigner 准概率分布函数的保真度会明显提升，并且随着入射平均光子数 $\langle n \rangle$ 的增大，重构的相空间 Wigner 准概率分布函数分布的保真度不断增大。此外，当偏置电流为 $1.5I_{th} \sim 2.5I_{th}$ 、反馈强度为 0.200~0.079 时，实验测量重构了不同混沌状态激光的 Wigner 准概率分布函数。可以发现，当混沌激光的时延特征旁瓣值从 0.567 降至 0.213 时，相应混沌状态激光的重构相空间 Wigner 准概率分布函数的保真度逐渐增大，在去除 -44 dBm 背景噪声及补偿系统损耗后，重构的 Wigner 准概率分布函数的最大保真度可达 97.6%，可实现混沌激光的高保真相空间重构。随着混沌激光带宽的增大和时延特征的降低，重构相空间 Wigner 准概率分布的保真度不断增大，混沌放大效应不断增强。

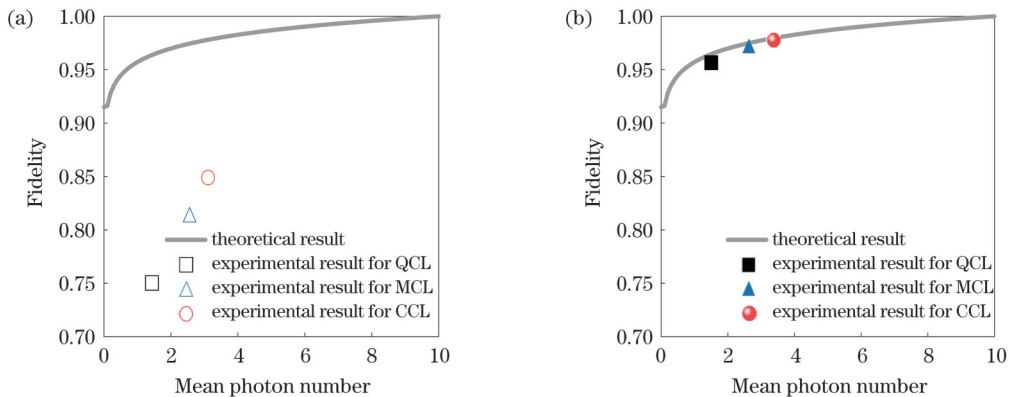


图 6 考虑系统损耗和背景噪声前后重构 QCL、MCL、CCL 的 Wigner 准概率分布的保真度随平均光子数的变化。(a) 考虑背景噪声和系统损耗前；(b) 考虑背景噪声和系统损耗后

Fig. 6 Fidelity of Wigner quasi-probability distribution versus mean photon number for QCL, MCL, and CCL before and after considering system loss and background noise. (a) Before considering system loss and background noise; (b) after considering system loss and background noise

3 结 论

对混沌激光的相空间 Wigner 准概率分布进行了实验研究，精确重构了不同状态混沌激光的相空间 Wigner 准概率分布。实验制备了准周期、中等强度及相干塌陷三种状态的混沌激光，带宽分别为 3.2、7.3、11.5 GHz。随着带宽的增大，混沌自相关特性由多周期振荡逐渐变为弱的外腔周期性振荡，时延特征旁瓣

值从 0.567 降至 0.234 再低至 0.213，外腔周期时延峰值逐渐减小，周期性减弱，混沌激光复杂度增大。通过平衡零拍量子层析测量了三种状态混沌激光的正交分量时域信号，并利用最大似然法重构得到对应混沌激光的密度矩阵及相空间 Wigner 准概率分布，相比于真空散粒噪声极限，测得的三种不同状态的混沌激光的相空间 Wigner 准概率分布分别增大了 1.5、2.5、3.0 倍。随着带宽的增大和时延周期的减小，混沌激光的随机

性增强,混沌放大效应逐渐增强。此外,背景噪声及系统损耗在相空间 Wigner 准概率分布重构过程中导致 Wigner 准概率分布的保真度偏低,因此综合背景噪声及整体系统损耗的测量分析结果,确定-44 dBm 的背景噪声和 8.9% 的系统损耗,并在重构相空间 Wigner 准概率分布中扣除背景并对损耗进行补偿,最终实现了三种状态混沌激光相空间 Wigner 准概率分布的高保真度(保真度分别为 95.5%、97.0% 和 97.6%)重构。混沌激光相空间 Wigner 准概率分布所呈现的噪声放大效应与时延周期特征峰值成反比,随着周期性的降低,重构相空间 Wigner 准概率分布函数的保真度提升,表明在提升混沌激光随机性的同时,可实现光场相空间的高保真度表征重构。所提方法为混沌熵源的精确表征和高质量制备及其在保密通信中的应用提供了必要的支持。

参 考 文 献

- [1] Argyris A, Syvridis D, Larger L, et al. Chaos-based communications at high bit rates using commercial fibre-optic links [J]. *Nature*, 2005, 438(7066): 343-346.
- [2] Jiang N, Pan W, Yan L S, et al. Chaos synchronization and communication in mutually coupled semiconductor lasers driven by a third laser[J]. *Journal of Lightwave Technology*, 2010, 28(13): 1978-1986.
- [3] Soriano M C, Garcia-Ojalvo J, Mirasso C R, et al. Complex photonics: dynamics and applications of delay-coupled semiconductor lasers[J]. *Reviews of Modern Physics*, 2013, 85(1): 421-470.
- [4] Sciamanna M, Shore K A. Physics and applications of laser diode chaos[J]. *Nature Photonics*, 2015, 9(3): 151-162.
- [5] Kreinberg S, Porte X, Schicke D, et al. Mutual coupling and synchronization of optically coupled quantum-dot micropillar lasers at ultra-low light levels[J]. *Nature Communications*, 2019, 10: 1539.
- [6] 颜森林. 激光混沌并行串联同步及其在中继器保密通信系统中的应用[J]. *物理学报*, 2019, 68(17): 170502.
Yan S L. Chaotic laser parallel series synchronization and its repeater applications in secure communication[J]. *Acta Physica Sinica*, 2019, 68(17): 170502.
- [7] Jiang L, Pan Y, Yi A L, et al. Trading off security and practicability to explore high-speed and long-haul chaotic optical communication[J]. *Optics Express*, 2021, 29(8): 12750-12762.
- [8] Uchida A, Amano K, Inoue M, et al. Fast physical random bit generation with chaotic semiconductor lasers[J]. *Nature Photonics*, 2008, 2(12): 728-732.
- [9] Reidler I, Aviad Y, Rosenbluh M, et al. Ultrahigh-speed random number generation based on a chaotic semiconductor laser[J]. *Physical Review Letters*, 2009, 103(2): 024102.
- [10] Virte M, Mercier E, Thienpont H, et al. Physical random bit generation from chaotic solitary laser diode[J]. *Optics Express*, 2014, 22(14): 17271-17280.
- [11] Wang A B, Li P, Zhang J G, et al. 4.5 Gbps high-speed real-time physical random bit generator[J]. *Optics Express*, 2013, 21(17): 20452-20462.
- [12] Wang H N, Xiang S Y, Gong J K. Multi-user image encryption algorithm based on synchronized random bits generator in semiconductor lasers network[J]. *Multimedia Tools and Applications*, 2019, 78(14): 26181-26201.
- [13] Gao H, Wang A B, Wang L S, et al. 0.75 Gbit/s high-speed classical key distribution with mode-shift keying chaos synchronization of Fabry - Perot lasers[J]. *Light: Science & Applications*, 2021, 10: 172.
- [14] Zhao Z X, Cheng M F, Luo C K, et al. Semiconductor-laser-based hybrid chaos source and its application in secure key distribution[J]. *Optics Letters*, 2019, 44(10): 2605-2608.
- [15] Lin F Y, Liu J M. Chaotic lidar[J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics*, 2004, 10(5): 991-997.
- [16] Wang Y C, Wang B J, Wang A B. Chaotic correlation optical time domain reflectometer utilizing laser diode[J]. *IEEE Photonics Technology Letters*, 2008, 20(19): 1636-1638.
- [17] Wang Y H, Zhang M J, Zhang J Z, et al. Millimeter-level-spatial-resolution Brillouin optical correlation-domain analysis based on broadband chaotic laser[J]. *Journal of Lightwave Technology*, 2019, 37(15): 3706-3712.
- [18] Yao T F, Zhu D, Ben D, et al. Distributed MIMO chaotic radar based on wavelength-division multiplexing technology[J]. *Optics Letters*, 2015, 40(8): 1631-1634.
- [19] Appeltant L, Soriano M C, van der Sande G, et al. Information processing using a single dynamical node as complex system[J]. *Nature Communications*, 2011, 2: 468.
- [20] 赵青春, 殷洪玺. 混沌光子储备池计算研究进展[J]. *激光与光电子学进展*, 2013, 50(3): 030003.
Zhao Q C, Yin H X. Research progress of reservoir computing using chaotic laser[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2013, 50(3): 030003.
- [21] Wu J G, Wu Z M, Xia G Q, et al. Evolution of time delay signature of chaos generated in a mutually delay-coupled semiconductor lasers system[J]. *Optics Express*, 2012, 20(2): 1741-1753.
- [22] Li S S, Chan S C. Chaotic time-delay signature suppression in a semiconductor laser with frequency-detuned grating feedback[J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics*, 2015, 21(6): 541-552.
- [23] Zhong Z Q, Wu Z M, Xia G Q. Experimental investigation on the time-delay signature of chaotic output from a 1550 nm VCSEL subject to FBG feedback[J]. *Photonics Research*, 2017, 5(1): 6-10.
- [24] Wang Y, Xiang S Y, Wang B, et al. Time-delay signature concealment and physical random bits generation in mutually coupled semiconductor lasers with FBG filtered injection[J]. *Optics Express*, 2019, 27(6): 8446-8455.
- [25] Guo Y Q, Liu T, Zhao T, et al. Chaotic time-delay signature suppression and entropy growth enhancement using frequency-band extractor[J]. *Entropy*, 2021, 23(5): 516.
- [26] Li N Q, Kim B, Locquet A, et al. Statistics of the optical intensity of a chaotic external-cavity DFB laser[J]. *Optics Letters*, 2014, 39(20): 5949-5952.
- [27] Hart J D, Terashima Y, Uchida A, et al. Recommendations and illustrations for the evaluation of photonic random number generators[J]. *APL Photonics*, 2017, 2(9): 090901.
- [28] Hong Y H, Ji S K. Effect of digital acquisition on the complexity of chaos[J]. *Optics Letters*, 2017, 42(13): 2507-2510.
- [29] Xiang S Y, Wen A J, Pan W, et al. Suppression of chaos time delay signature in a ring network consisting of three semiconductor lasers coupled with heterogeneous delays[J]. *Journal of Lightwave Technology*, 2016, 34(18): 4221-4227.
- [30] 房鑫, 高沁中, 张江江, 等. 量子噪声增强混沌激光的熵含量[J]. *中国激光*, 2021, 48(21): 2112001.
Fang X, Gao Q Z, Zhang J J, et al. Entropy enhancement of chaotic laser via quantum noise[J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2021, 48(21): 2112001.
- [31] Guo Y Q, Fang X, Zhang H J, et al. Chaotic time-delay signature suppression using quantum noise[J]. *Optics Letters*, 2021, 46(19): 4888-4891.
- [32] Guo X M, Liu T, Wang L J, et al. Evaluating entropy rate of laser chaos and shot noise[J]. *Optics Express*, 2020, 28(2): 1238-1248.
- [33] 姬玉林, 郭晓敏, 李璞, 等. 滤波对激光混沌信号时延特征抑制与随机统计特性增强的研究[J]. *中国激光*, 2018, 45(10):

1008001.
 Ji Y L, Guo X M, Li P, et al. Suppression of time-delay signature and enhancement of stochastic statistical properties of chaotic laser by filtering[J]. Chinese Journal of Lasers, 2018, 45(10): 1008001.
- [34] Albert F, Hopfmann C, Reitzenstein S, et al. Observing chaos for quantum-dot microlasers with external feedback[J]. Nature Communications, 2011, 2: 366.
- [35] Lebreton A, Abram I, Braive R, et al. Unequivocal differentiation of coherent and chaotic light through interferometric photon correlation measurements[J]. Physical Review Letters, 2013, 110(16): 163603.
- [36] 兰豆豆, 郭晓敏, 彭春生, 等. 混沌光场光子统计分布及二阶相干度的分析与测量[J]. 物理学报, 2017, 66(12): 120502.
 Lan D D, Guo X M, Peng C S, et al. Photon number distribution and second-order degree of coherence of a chaotic laser: analysis and experimental investigation[J]. Acta Physica Sinica, 2017, 66(12): 120502.
- [37] Guo Y Q, Peng C S, Ji Y L, et al. Photon statistics and bunching of a chaotic semiconductor laser[J]. Optics Express, 2018, 26(5): 5991-6000.
- [38] Guo Y Q, Wang L J, Wang Y, et al. High-order photon correlations through double Hanbury Brown-Twiss measurements [J]. Journal of Optics, 2020, 22(9): 095202.
- [39] 刘彤, 郭晓敏, 张浩杰, 等. 混沌激光光子互相关的分析与测量 [J]. 光学学报, 2021, 41(24): 2414002.
 Liu T, Guo X M, Zhang H J, et al. Analysis and measurement of photon cross-correlation of chaotic laser[J]. Acta Optica Sinica, 2021, 41(24): 2414002.
- [40] Fano U. Description of states in quantum mechanics by density matrix and operator techniques[J]. Reviews of Modern Physics, 1957, 29(1): 74-93.
- [41] Vogel K, Risken H. Determination of quasi probability distributions in terms of probability distributions for the rotated quadrature phase[J]. Physical Review A, 1989, 40(5): 2847-2849.
- [42] Smithy D T, Beck M, Raymer M G, et al. Measurement of the Wigner distribution and the density matrix of a light mode using optical homodyne tomography: application to squeezed states and the vacuum[J]. Physical Review Letters, 1993, 70(9): 1244-1247.
- [43] Lvovsky A I. Iterative maximum-likelihood reconstruction in quantum homodyne tomography[J]. Journal of Optics B: Quantum and Semiclassical Optics, 2004, 6(6): S556-S559.
- [44] Lvovsky A I, Raymer M G. Continuous-variable optical quantum-state tomography[J]. Reviews of Modern Physics, 2009, 81(1): 299-332.
- [45] 叶晨光, 张靖. 利用 PPKTP 晶体产生真空压缩态及其 Wigner 准概率分布函数的量子重构[J]. 物理学报, 2008, 57(11): 6962-6967.
 Ye C G, Zhang J. Generation of squeezed vacuum states by PPKTP crystal and its Wigner quasi-probability distribution function reconstruction[J]. Acta Physica Sinica, 2008, 57(11): 6962-6967.
- [46] Breitenbach G, Schiller S, Mlynek J. Measurement of the quantum states of squeezed light[J]. Nature, 1997, 387(6632): 471-475.
- [47] 李庆回, 姚文秀, 李番, 等. 明亮压缩态光场的操控及量子层析 [J]. 物理学报, 2021, 70(15): 154203.
 Li Q H, Yao W X, Li F, et al. Manipulations and quantum tomography of bright squeezed states[J]. Acta Physica Sinica, 2021, 70(15): 154203.
- [48] 杨荣国, 张静, 翟淑琴, 等. 高阶 TEM₀₁ 模压缩态 Wigner 准概率分布函数的量子重构[J]. 中国激光, 2014, 41(3): 0318001.
 Yang R G, Zhang J, Zhai S Q, et al. Quantum reconstruction of Wigner quasiprobability distribution function of high order TEM₀₁ squeezed states[J]. Chinese Journal of Lasers, 2014, 41(3): 0318001.
- [49] Hacker B, Welte S, Daiss S, et al. Deterministic creation of entangled atom - light Schrödinger-cat states[J]. Nature Photonics, 2019, 13(2): 110-115.
- [50] 张娜娜, 李淑静, 闫红梅, 等. 实验条件不完美对薛定谔猫态制备的影响[J]. 物理学报, 2018, 67(23): 234203.
 Zhang N N, Li S J, Yan H M, et al. Effect of imperfect experimental condition on generation of Schrodinger cat state[J]. Acta Physica Sinica, 2018, 67(23): 234203.
- [51] Chrapkiewicz R, Jachura M, Banaszek K, et al. Hologram of a single photon[J]. Nature Photonics, 2016, 10(9): 576-579.
- [52] Deléglise S, Dotsenko I, Sayrin C, et al. Reconstruction of non-classical cavity field states with snapshots of their decoherence[J]. Nature, 2008, 455(7212): 510-514.

Precisely Reconstructing Phase Space Distribution of Different Chaotic Lasers Using Maximum Likelihood Method

Xing Mengyu^{1,2}, Guo Xiaomin^{1,2}, Zhang Haojie^{1,2}, Zhang Jianchao^{1,2}, Guo Yanqiang^{1,2*}

¹Key Laboratory of Advanced Transducers and Intelligent Control System, Ministry of Education, College of Physics and Optoelectronics, Taiyuan University of Technology, Taiyuan 030024, Shanxi, China;

²State Key Laboratory of Cryptology, Beijing 100878, China

Abstract

Objective Chaotic lasers have been widely used in high-speed secure communication, physical random key generation and distribution, sensing measurement, optical computation, and so on because of their wide bandwidth, large noise-like fluctuation, super sensitive dependence on initial values, and long-term unpredictability. With rapid development of these applications, a more accurate characterization of chaotic lasers is needed. At present, chaotic lasers are mainly evaluated through an analysis of their dynamic properties in time and frequency domains. The quantum statistics of chaotic lasers are also investigated through high-order coherence and photon number distribution. However, the phase-space quasi-probability distributions of chaotic lasers remain to be further studied. The phase-space Wigner quasi-probability distributions of quantum states, such as the squeezed state, Schrödinger cat state, single-photon state, and multi-photon Fock state, have been reconstructed experimentally. However, system losses and the influence of noise in a practical experiment should be considered, and the high-fidelity measurement of the Wigner quasi-probability distribution in a phase space of chaotic lasers still needs to be further studied.

Methods In this work, the phase-space Wigner quasi-probability distributions of chaotic lasers in the quasiperiodic, moderate, and coherent collapse states are reconstructed experimentally through balanced homodyne quantum tomography and the maximum likelihood method. First, by controlling the bias current and optical feedback strength, the quasiperiodic, moderate, and coherence collapse chaotic lasers with different bandwidths are prepared. Then, the chaotic lasers in these three different states are used as signal light and allowed to interfere with a local oscillator beam. Finally, the beams enter the balanced homodyne detector after 50:50 beam splitting. The local oscillator phase is scanned by piezoelectric ceramic transducer to obtain the amplitude quadrature at all phase angles. Based on the measured quadrature results of the chaotic lasers, the Wigner quasi-probability distributions in phase space and the density matrices of the chaotic lasers are reconstructed using the maximum likelihood method.

Results and Discussions From the quasiperiodic state to coherence collapse, the auto-correlation of chaotic lasers changes from multi-periodic oscillation to periodic weakening chaos. The peak values of the time-delay signature decrease from 0.567 to 0.213, and the chaotic intensity and bandwidth increase continuously (Fig. 2). With an increase in the chaotic bandwidth and intensity, the measured phase-space Wigner quasi-probability distributions of the chaotic lasers are magnified by 1.5–3.0 times compared to the shot noise limit, and this chaotic amplification effect is continuously enhanced (Figs. 3 and 4). After removing the -44 dBm background noise, the fidelity of the Wigner quasi-probability distributions of the chaotic lasers is improved from 74.9%, 81.2%, and 84.8% to 79.9%, 86.8%, and 90.4%, respectively (Fig. 5). Then, after compensating for the 8.9% loss of the experimental system, the optimal fidelity of the reconstructed Wigner quasi-probability distribution function reaches up to 97.6%, realizing the high-fidelity phase-space reconstruction of chaotic lasers (Fig. 6).

Conclusions In summary, the phase-space Wigner quasi-probability distributions of chaotic lasers in different states are reconstructed accurately. Three chaotic lasers, i. e. quasi-periodic, moderate, and coherent collapse chaotic lasers, are prepared experimentally, and their bandwidths are 3.2 GHz, 7.3 GHz, and 11.5 GHz, respectively. With an increase in bandwidth and a decrease in the time-delay period, the complexity of the chaotic laser increases. The quadrature signals of the chaotic lasers in the three states are measured, and the Wigner quasi-probability distributions in phase space and the density matrices of the chaotic lasers are reconstructed using balanced homodyne detection and the maximum likelihood method. Compared to the shot noise limit, the measured phase-space Wigner quasi-probability distributions of the chaotic lasers are magnified by 1.5–3.0 times. Meanwhile, the randomness of chaos increases, and the effect of chaotic amplification increases gradually. Finally, the high-fidelity phase-space reconstruction of the Wigner quasi-probability distributions of chaotic lasers with the fidelities of 95.5%, 97.0%, and 97.6% is achieved after removing the -44 dBm background noise and compensating for the 8.9% loss of the experimental system. Therefore, this method can enable the precise characterization of entropy sources in chaos-based secure communication.

Key words quantum optics; chaotic laser; Wigner quasi-probability distribution function; maximum likelihood reconstruction