

## 径向基函数插值互相关光流算法粒子图像测速技术

熊俊哲<sup>1</sup>, 孔明<sup>2</sup>, 洪波<sup>1</sup>, 施飞杨<sup>1</sup>, 简娟<sup>1</sup>, 詹虹晖<sup>1</sup>, 单良<sup>1\*</sup><sup>1</sup>中国计量大学信息工程学院浙江省电磁波信息技术与计量检测重点实验室, 浙江 杭州 310018;<sup>2</sup>中国计量大学计量测试工程学院, 浙江 杭州 310018

**摘要** 互相关光流混合算法是目前粒子图像测速的主流算法,但是重建速度场精度不高。利用高斯径向基函数插值替换互相关光流混合算法中的双三次插值,减小了重建角度误差。进行朗肯涡流仿真实验,使用高斯径向基函数插值混合算法进行粒子速度场重建,其均方根误差和平均角度误差比传统混合算法分别降低了 27.36% 和 38.32%,并分析了位移和粒径大小对重建误差的影响。搭建了二维粒子图像测速技术(PIV)实验系统,采用粒径为 100  $\mu\text{m}$  的聚酰胺粒子作为示踪粒子,进行旋转实验和注水实验,分别模拟涡流场和射流场。采用高斯径向基函数插值混合算法进行速度场重建,可以获得与传统混合算法相近的粒子速度场。

**关键词** 测量; 粒子图像测速; 高斯径向基函数; 朗肯涡流; 平均角度误差

中图分类号 O351 文献标志码 A

DOI: 10.3788/CJL220822

## 1 引言

流体运动在自然界和工业领域中是一种普遍存在的现象,掌握流体的流动情况是深入研究流体力学的重要前提。粒子图像测速技术(PIV)是一种非接触式的全局流场测量显示技术<sup>[1-2]</sup>,在不影响流场的情况下,可为流场的测量提供精确的数据,已经被广泛应用于流体力学<sup>[3]</sup>和空气动力学领域。

粒子图像测速方法主要分为两大类:互相关算法和光流算法<sup>[4]</sup>。互相关算法通过提取两帧图像的询问窗口内的互相关信息来寻找峰值坐标,并将结果作为该询问窗口内的一个平均位移矢量<sup>[5]</sup>。互相关算法中询问窗口选择过大或过小都会对估计精度产生很大的影响。针对这个问题,Scarano等<sup>[6]</sup>提出了一种基于互相关的多重网格迭代算法,该算法通过改变询问窗口的尺寸和窗口的重叠率,逐步获得更高精度的位移矢量,但由于重叠率和迭代次数的增加,算法的复杂度增加。因此,Maceas等<sup>[7]</sup>提出将小波变换和互相关算法相结合,在处理大批量的图像时,通过小波压缩的方式,提高算法的计算速度。Becker等<sup>[8]</sup>通过优化高斯相关窗口的大小和形状来估计非均匀流体的速度,并保留流体的不连续结构,提高互相关算法的计算精度。

另一种常见的PIV算法是光流算法。亮度一致性和空间一致性是光流算法使用的前提条件,利用该条件构建目标函数,使用Euler-Lagrange方程求解最小化的目标函数<sup>[9-10]</sup>,得到相应的位移矢量。Horn和

Schunck<sup>[11]</sup>首次提出了一种全局的变分光流算法,因为全局的能量函数会导致流体的速度场在不连续的边缘上出现过度平滑,流场边界信息不能精确保留。Lu等<sup>[12]</sup>提出了一种基于场分割的变分光流法,根据流体的速度分布对粒子图像进行分割,建立分段平滑的约束条件,有效保留非均匀流场在空间上的不连续性。作为一种微分的方法,光流法的求解需要精确的时间导数和空间导数,当粒子的位移大于粒子的粒径时,无法正确地计算图像强度的时间导数和空间导数。Liu等<sup>[13]</sup>提出一种多尺度金字塔迭代光流法来解决光流算法在大位移上的局限性。近年来,光流法在PIV领域受到了广泛的关注,研究者在变分光流法的基础上加入了更多的约束条件,提高了光流法估计流场的精度和鲁棒性。

光流算法在小位移上具有优势,互相关算法主要用于大位移场景,两种算法结合可以满足更多的应用场景。Yang等<sup>[14]</sup>将互相关算法和光流算法相结合,在处理小位移和大粒径粒子图像时,相比于传统算法,可以获得更精确的流向量。Liu等<sup>[15]</sup>提出了一种混合粒子图像测速算法,克服了光流法在处理大位移粒子图像时的局限性。虽然该混合算法在大位移和小位移情况下精度均优于传统算法,但是在复杂流体情况下角度信息没有得到很好的保留。

由于粒子成像符合艾里斑模型,光强分布满足二维高斯分布,如果采用高斯径向基函数,将速度场细化转化为曲面重构的问题,重建的速度场将获得更高的

收稿日期: 2022-05-05; 修回日期: 2022-06-02; 录用日期: 2022-06-07; 网络首发日期: 2022-06-17

基金项目: 国家自然科学基金(51874264, 52076200)

通信作者: \*lshan@cjlu.edu.cn

精度。因此,本文在混合算法的基础上,利用高斯径向基函数插值替换双三次插值,设计了一种基于径向基函数插值的互相关光流混合算法。通过不同参数条件下的朗肯涡流仿真实验,进行了速度场重建,验证了该方法的正确性。搭建了二维的 PIV 测量系统,分别模拟了涡流场和射流场,验证了本文所提算法在实际应用中的性能。

## 2 测量原理与方法

### 2.1 粒子图像测速原理

示踪粒子的成像是粒子图像测速的研究基础,其中  $\Delta x$  为粒子沿水平方向的位移大小,  $\Delta y$  为粒子

沿垂直方向的位移大小,  $\Delta v$  为检测窗口内粒子的平均速度。只有采集到高质量的图像才能精确地恢复流体的速度场。实验系统示意图如图 1 所示,图像的采集系统主要包含光源、准直透镜、样品池以及互补金属氧化物半导体 (CMOS) 相机。其工作原理为:白色光源发出稳定的非相干光束,经过准直透镜得到白色的平行光束;利用光阑调整平行光束,使其均匀地照射流场中的示踪粒子;粒子反射的光束经过傅里叶透镜后会聚在相机的焦平面上,利用相机记录粒子的运动情况;选取相邻两个时刻 ( $t_1$  和  $t_2$ ) 捕获的粒子图像,对其进行图像处理及分析,得到二维的速度场。

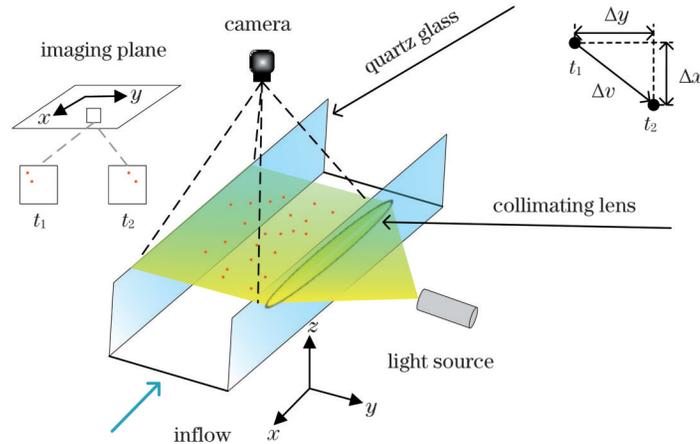


图 1 PIV 系统示意图

Fig. 1 Schematic of PIV system

### 2.2 高斯径向基函数插值混合算法

本文提出高斯径向基函数 (GRBF) 插值混合算法,以下简称 G-hybrid method。该算法采用了传统混合算法的框架,在速度场填充和基于动态光照方程的变分光流算法速度场细化部分进行了替换和更新。

为了获得更精确的测量结果,本文采用了高斯径向基函数进行插值。粒子图像测速技术过于依赖所捕获的粒子图像的质量,其中粒子的成像符合艾里斑模型,粒子的光强分布满足二维的高斯分布,高斯径向基函数在对速度场进行细化时,将这些问题转化为曲面重构的问题<sup>[16-17]</sup>,对梯度变化较大的位置进行插值时,使用高斯径向基函数插值混合算法得到的结果比传统的插值方法得到的结果更精确。

利用现有的数据去求解每个点 ( $i$ ) 的插值系数  $K_i$ , 有了插值系数就可以表示每个插值点的速度向量,插值的结果由高斯基函数的总和表示:

$$V(x) = \sum_{i=1}^N K_i g(x - x_i), \quad (1)$$

式中:  $N$  表示插值所需要的速度点的个数;  $x$  表示当前插值点的位置;  $x_i$  表示插值所用到的第  $i$  个速度点的位置;  $g(x)$  表示高斯基函数,其定义为

$$g(x) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{\|x\|^2}{2\sigma^2}\right), \quad (2)$$

式中:  $\sigma$  为方差。

首先需要输入一对捕获的粒子图像,使用互相关算法,提取每个询问窗口内相对较大的粒子运动,利用高斯径向基函数进行数据插值,填充每个像素的速度向量,根据每个像素的原始速度向量进行图像位移处理,去除图像中已经检测出来的较大的速度向量,然后利用光流方案检测残余的速度场向量,最后将互相关算法和光流算法所得到的速度场向量进行叠加,输出精确的速度场向量。

重建二维的速度场分为三个步骤:1) 利用互相关算法求解位移较大的速度矢量场;2) 利用光流算法求解位移较小的速度矢量场;3) 将互相关算法求解的速度场和光流算法求解的速度场进行叠加。首先使用互相关方法从一对连续的 PIV 图像中获取对照明条件和噪声不敏感的位移幅度,通过对询问窗口内的图像进行互相关计算,查找相关峰平面的峰值位置坐标,将其作为该询问窗口内的位移矢量。它的特点是计算的结果为该区域内的一个平均速度,可以通过离散的积分形式实现:

$$R(\Delta i_1, \Delta j_1) = \sum_{i_1=-K}^K \sum_{j_1=-K}^K I_1(i_1, j_1) I_2(i_1 + \Delta i_1, j_1 + \Delta j_1), \quad (3)$$

式中:  $I_1$  表示第一帧图像的灰度分布;  $I_2$  表示第二帧图像的灰度分布;  $(i_1, j_1)$  表示像素点坐标;  $K$  表示图像的搜寻范围;  $\Delta i_1$  和  $\Delta j_1$  表示偏移量;  $R(\Delta i_1, \Delta j_1)$  表示计算的相关平面。问询区域内的位移量越接近真实的粒子位移矢量, 所得到的相关函数值越大。使用高斯径向基函数对粗略速度场进行插值处理, 将速度场插值为原始图像的大小。使用位移方案, 去除已经检测出的位移矢量, 求解位移图像。对求解出来的位移图像进行高斯滤波处理, 以补偿图像的强度差。根据光流法的亮度一致性, 假设像素点  $(x, y)$  的亮度  $I$  在一个很短的时间间隔  $dt$  内保持不变, 建立光流约束方程, 可得到

$$I(x + dx, y + dy, t + dt) = I(x, y, t). \quad (4)$$

假设  $dt$  足够小, 对式(4)的左边进行一阶泰勒级数展开, 建立等式

$$I_x u + I_y v + I_t = 0, \quad (5)$$

式中:  $I_x$  表示图像在  $x$  方向的偏导;  $I_y$  表示图像在  $y$  方向的偏导;  $I_t$  表示图像的时间导数;  $u$  和  $v$  分别表示水平方向和垂直方向的速度, 为了获取整幅图像上的速度场, 在亮度一致性的假设上加入了速度场平滑假设, 得到 HS 光流法的优化目标函数, 再利用 Euler-Lagrange

方程求解最小化目标函数, 得到光流的迭代方程:

$$\begin{cases} u^{k+1} = \bar{u} - \frac{I_x \bar{u} + I_y \bar{v} + I_t}{\lambda + I_x^2 + I_y^2} I_x \\ v^{k+1} = \bar{v} - \frac{I_x \bar{u} + I_y \bar{v} + I_t}{\lambda + I_x^2 + I_y^2} I_y \end{cases}, \quad (6)$$

式中:  $k$  为迭代次数;  $\lambda$  为权重系数;  $\bar{u}$  为水平速度平均场;  $\bar{v}$  为垂直速度平均场。

本文中光流方案包括两部分: 利用 HS 光流法进行初始的估计和利用基于动态光照方程的变分光流法 (DIOF) 对残余速度场进行细化<sup>[18]</sup>。其中 DIOF 的模型为

$$I(x + dx, y + dy, t + dt) = M(x, y, t)I(x, y, t) + C(x, y, t), \quad (7)$$

式中:  $M$  和  $C$  是依时空变化的函数。

首先采用 HS 光流法对残余速度场进行初始估计, 以 HS 光流法提取的速度场作为 DIOF 算法的初始解, 再对图像进行下采样处理, 生成金字塔图像。使用基于多尺度金字塔迭代方式的 DIOF 算法对速度场进行细化, 采取上述高斯径向基函数插值的方法对每一层所求解的速度场进行插值, 进而获得更精细化的速度场向量。将插值后的粗略速度场与光流方案提取的残余速度场进行叠加, 得到最终的精确速度矢量场, 算法流程图如图 2 所示。

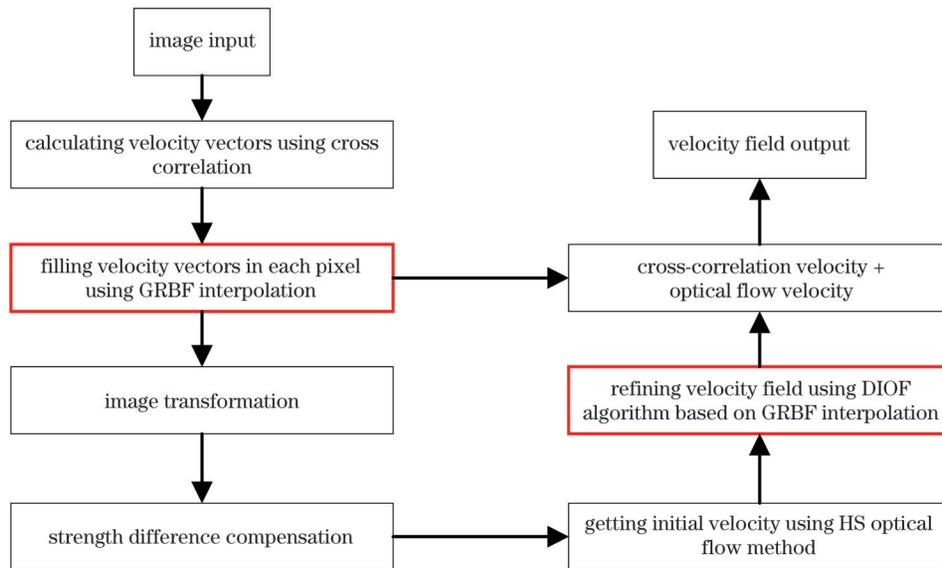


图 2 高斯径向基函数插值混合算法的基本流程

Fig. 2 Basic flow of G-hybrid method

### 3 仿真与分析

#### 3.1 朗肯涡流速度场重建

使用 MATLAB 中的 PIVLab 工具包生成朗肯涡流 (Rankine vortex)<sup>[19]</sup> 的粒子图像, 进行仿真实验。首先模拟了一个  $256 \text{ pixel} \times 256 \text{ pixel}$  的二维成像平面, 在平面内随机分布 50000 个成像粒子, 成像粒子的粒

径为 4 pixel, 粒子的最大位移为 5 pixel。采用高斯径向基函数插值混合算法与学者在 2020 年提出的混合算法 (以下简称 Hybrid method 2020) 进行速度场重建, 重建结果如图 3 所示。

其中图 3(a) 为速度场真值, 图 3(b) 为 Hybrid method 2020 所重建的速度矢量场, 图 3(c) 为本文改进算法所重建的速度矢量场。可以直观地看出, 本文所

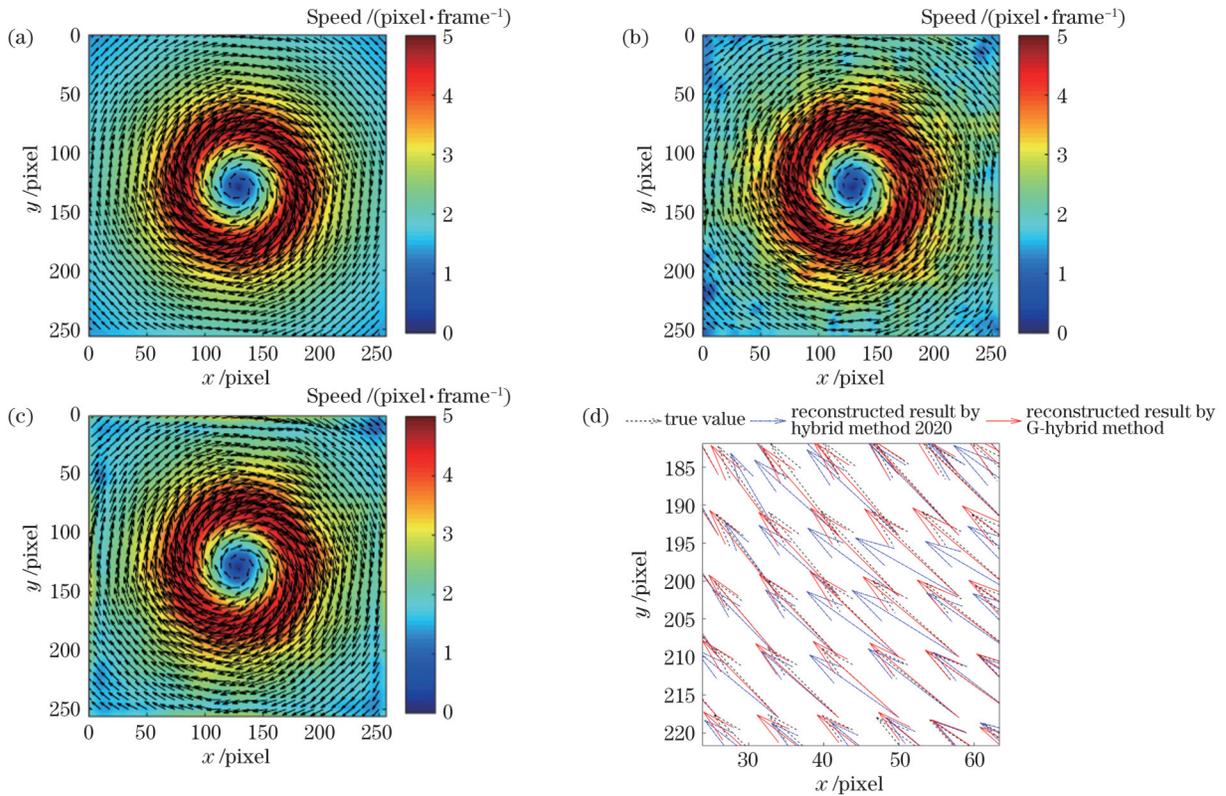


图3 朗肯涡流仿真实验中重建的速度场。(a)速度场真值;(b)Hybrid method 2020重建结果;(c)G-hybrid method重建结果;(d)速度场的局部放大

Fig. 3 Reconstructed velocity fields in Rankine vortex simulation experiment. (a) True velocity field; (b) reconstructed result by Hybrid method 2020; (c) reconstructed result by G-hybrid method; (d) local amplification of velocity field

提算法重建的速度场与真值更接近。

图3(d)为速度场的局部放大图,其中虚线箭头表示速度场真值,实线为本文算法重建结果,点划线是Hybrid method 2020的重建结果。从图3(d)可以看出,本文算法重建的速度向量更接近真值,角度误差更小。

采用所有速度矢量的均方根误差(RMSE)、平均角度误差(AAE)、最大角度误差(Max AE)和最小角度误差(Min AE)对算法的精度进行量化评估。每个点的合成速度矢量的角度误差( $\theta$ )示意图如图4所示。RMSE和AAE的评价指标的表达式分别为

$$R_M = \sqrt{\frac{1}{M' \times N'} \sum_{i=1}^{M'} \sum_{j=1}^{N'} \| \mathbf{u}_{i,j}^t - \mathbf{u}_{i,j}^e \|^2}, \quad (8)$$

$$A_E = \frac{1}{M' \times N'} \sum_{i=1}^{M'} \sum_{j=1}^{N'} \arccos \left( \frac{\mathbf{u}_{i,j}^t \cdot \mathbf{u}_{i,j}^e}{\| \mathbf{u}_{i,j}^t \| \cdot \| \mathbf{u}_{i,j}^e \|} \right), \quad (9)$$

式中: $R_M$ 为均方根误差; $A_E$ 为平均角度误差; $\mathbf{u}_{i,j}^t$ 为理论的速度场向量; $\mathbf{u}_{i,j}^e$ 为重建的速度场向量; $i'$ 和 $j'$ 分别为速度向量在矩阵中的行、列位置; $M'$ 和 $N'$ 分别为粒子图像的行像素数和列像素数。

两种算法的重建精度如表1所示,可见本文所提算法的均方根误差和平均角度误差分别降低了27.36%和38.32%,最大角度误差和最小角度误差降低了50%左右。

由此可见,本文所提算法在减小角度误差上有显著效果。

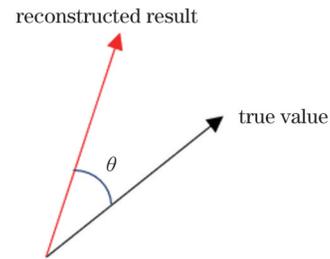


图4 合成速度矢量的角度误差示意图

Fig. 4 Schematic of angular error of synthesized velocity vector

表1 重建精度

Table 1 Reconstructed precision

Method	RMSE	AAE / (°)	Max AE / (°)	Min AE / (°)
Hybrid method 2020	0.307	4.225	31.274	0.0069
G-hybrid method	0.223	2.606	15.5147	0.0028

为了更直观地观察角度误差的分布情况,计算了每个像素点的角度误差,结果如图5所示。

可以看出,本文所提方法的角度误差整体上小于传统混合算法,特别是在粒子运动方向变化较大处(涡度中心),本文所提方法能更好地保留角度信息,角度误差更小。

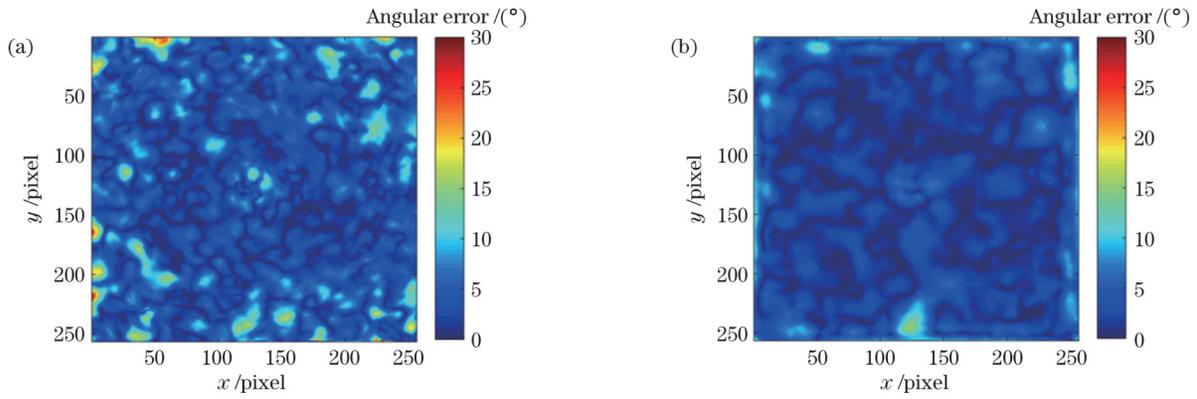


图5 朗肯涡流重建的角度误差分布。(a)Hybrid method 2020;(b)G-hybrid method

Fig. 5 Angular error distributions in Rankine vortex reconstruction. (a) Hybrid method 2020; (b) G-hybrid method

### 3.2 位移对速度场重建精度的影响

粒子位移和粒径是影响PIV精度的两个重要参数。通过设置不同的位移和粒径进行仿真实验,以评估该参数对粒子速度场重建精度的影响。

首先研究位移大小对精度的影响。设置一个 $256 \text{ pixel} \times 256 \text{ pixel}$ 二维成像平面,在平面内随机分布50000个成像粒子,粒子的粒径为4 pixel,涡流的中心坐

标为(128, 128),随机噪声的大小为0.001,粒子位移大小取1~15 pixel,采用本文提出的G-hybrid method进行粒子速度场重建,并与Hybrid method 2020进行对比。

图6(a)、(b)分别显示了在400次迭代情况下G-hybrid method和Hybrid method 2020的均方根误差和平均角度误差与粒子位移的关系,其中横轴为最大位移,纵轴为误差大小。

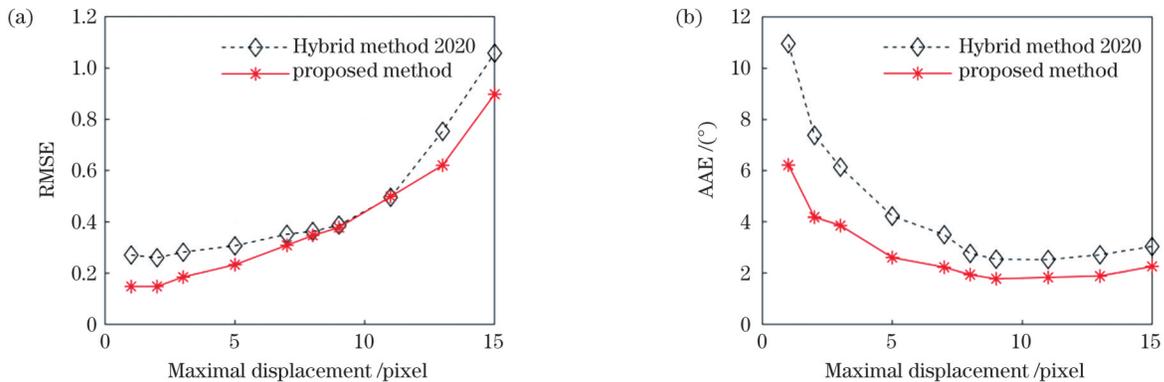


图6 位移对精度的影响。(a)RMSE;(b)AAE

Fig. 6 Influence of displacement on accuracy. (a) RMSE; (b) AAE

图6(a)表明,随着最大位移的增大,均方根误差逐渐增大,在多数情况下,高斯径向基函数插值混合算法优于Hybrid method 2020,小位移情况下的RMSE减小了45%左右,大位移情况下的RMSE减小了15%左右。从图6(b)可以看出,在不同的最大位移条件下,本文所提算法的角度误差始终优于Hybrid method 2020,前者比后者减小了30%~40%,本文所提算法在改善角度误差上更具优势。随着位移的增大,AAE逐渐减小。互相关算法对小位移不灵敏,所以在小位移情况下,角度误差相对较大。由于粒子的成像符合艾里斑模型,光强分布满足二维高斯分布,因此相比于传统的插值方法,高斯径向基函数插值方法能够获得更好的拟合效果,在进行光流迭代时可以获得更高精度的空间导数,进而获得更高精度的计算结果。

### 3.3 粒径对速度场重建精度的影响

为了研究粒径对重建角度误差的影响,模拟了

1~7 pixel粒径下的朗肯涡流场。相机视场设置为 $256 \text{ pixel} \times 256 \text{ pixel}$ ,粒子数量为50000,中心坐标为(128, 128)。采用高斯径向基函数插值混合算法进行重建,并与Hybrid method 2020进行对比。

图7(a)、(b)分别显示了G-hybrid method和Hybrid method 2020的均方根误差和平均角度误差与粒子位移的关系。

结果显示,在小粒径和大粒径情况下,本文所提算法的RMSE和AAE均优于Hybrid method 2020,在2~4 pixel粒径情况下,两种算法的均方根误差相近,但本文所提算法的平均角度误差减小了15%,在降低角度误差上效果更显著。随着粒径的增大,角度误差先逐渐减小,在粒径为3 pixel时达到最佳的重建结果。由于粒径增大,粒子会在有限的视场内产生重叠,无法在图像中提供理想的图形,当粒径大于4 pixel时,Hybrid method 2020的平均角度误差会迅速增大,本

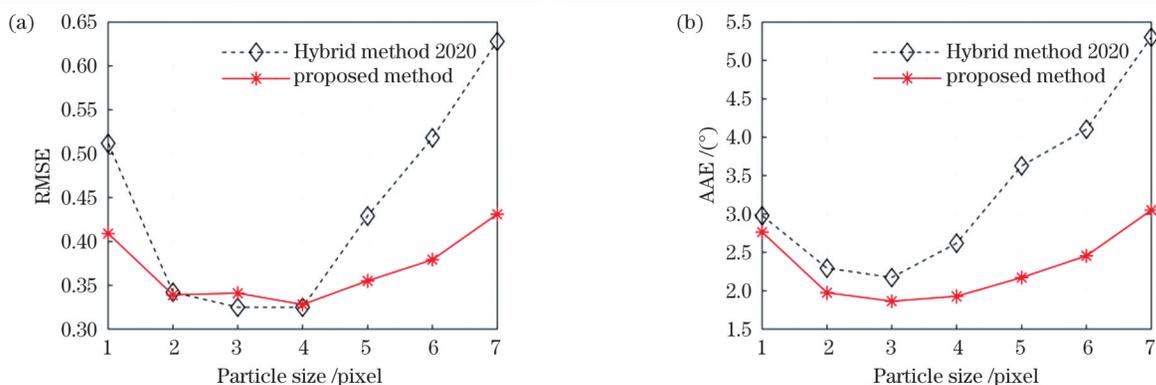


图7 粒径对重建误差的影响。(a)RMSE;(b)AAE

Fig. 7 Influence of particle size on reconstruction error. (a) RMSE; (b) AAE

文所提算法的平均角度误差变化相对平稳。

## 4 实验与分析

根据 PIV 的实验原理搭建了二维的 PIV 测量系统,实验平台如图 8 所示。系统包括白色光源、光阑、石英容器、电动滑台、CMOS 相机和计算机。光源选用了带有准直效果的白光源。由于使用光源时会有大

量的杂光影响示踪粒子在相机上的成像效果,故在光源后加上标准光阑以过滤光束。在石英容器中加入二甲基硅油和示踪粒子作为待测流场。石英容器放置在电动滑台装置上,可通过平移或旋转来模拟平流场或涡流场。使用 CMOS 相机采集粒子图像,相机的最大视场为  $2448 \text{ pixel} \times 2048 \text{ pixel}$ 。将采集到的粒子图像送入计算机进行图像处理,恢复粒子速度场。

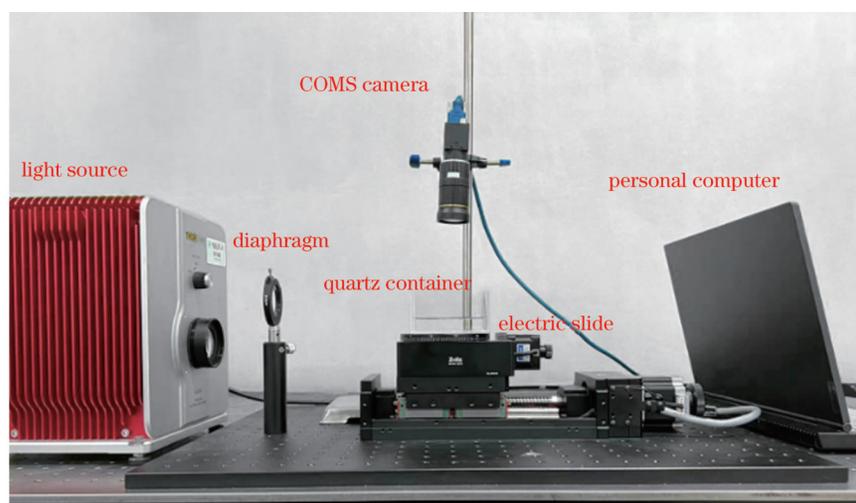


图8 PIV 测量实验平台

Fig. 8 Experimental platform for PIV measurement

选用聚酰胺颗粒(PSP)作为示踪粒子。由于 PSP 采用了特殊的制作工艺,粒子是多面聚合的非球形结构,相同粒径下比球形结构的粒子具有更高的反光强度,因此可以保证更好的成像效果。

采用上述 PIV 实验系统进行旋转和注水以模拟涡流场和射流场。采集实验数据,进行实验验证。

### 4.1 旋转实验

选用粒径为  $100 \mu\text{m}$  的 PSP,在尺寸为  $85 \text{ mm} \times 85 \text{ mm} \times 50 \text{ mm}$  的石英玻璃容器中加入二甲基硅油和 PSP 作为待测流场,相机置于石英容器的上方采集粒子图像。控制电动滑台,使石英容器围绕中心旋转,模拟涡流场。相机采集粒子图像的时间间隔为  $1 \text{ s}$ 。

由于石英容器在实际拍摄中壁面存在反光的问

题,靠近容器壁的部分会有强光干扰,本文在处理粒子图像时,选用 CMOS 相机视场中心  $256 \text{ pixel} \times 256 \text{ pixel}$  的区域去重建速度场。采集到的粒子图像如图 9 所示。

图 10 为基于图 9 重建的速度矢量场,其中图 10(a)为 Hybrid method 2020 的重建结果,图 10(b)为本文所提算法的重建结果。

如图 10 所示,本文所提算法与 Hybrid method 2020 的重建结果并无明显的差别,在整体流形上基本保持一致。从图 10(a)、(b)右侧边界的中部区域可以看出,本文所提算法重建的速度场保留了更多的角度信息。因此该实验结果也表明本文改进的算法在实际应用中具有可行性。

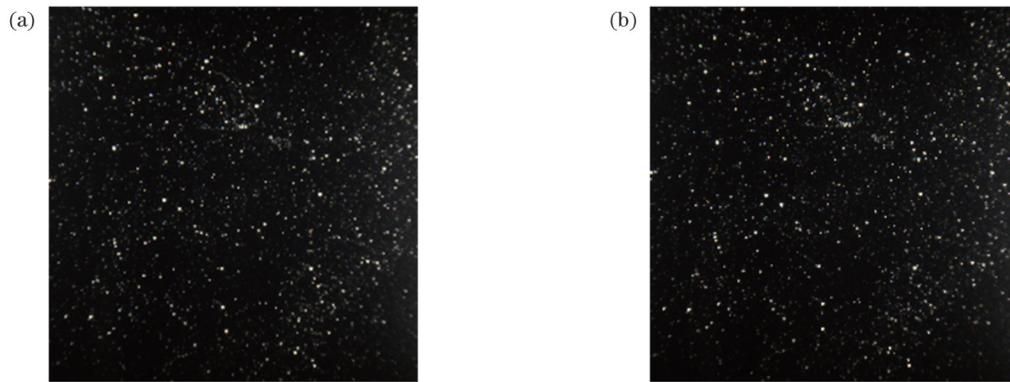
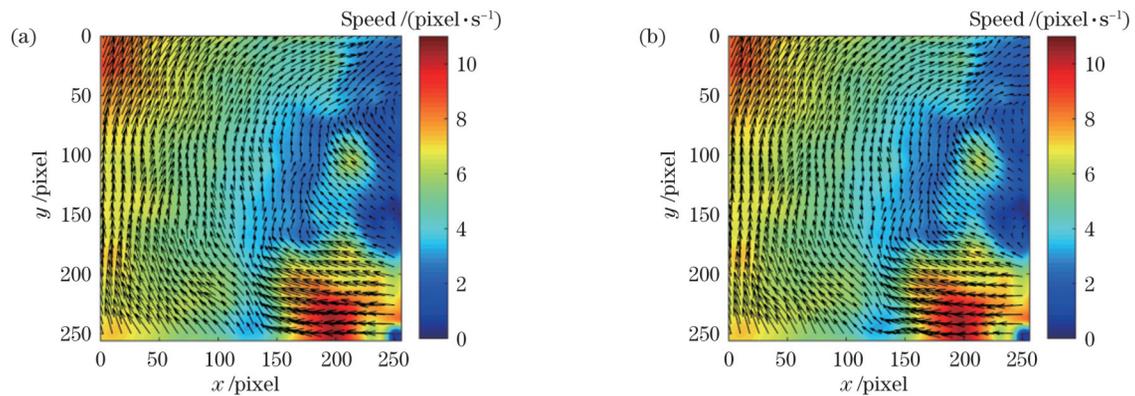
图 9 旋转实验中采集到的不同时刻的粒子图像。(a)  $t_1$ ; (b)  $t_2$ Fig. 9 Particle images collected at different moments in rotation experiment. (a)  $t_1$ ; (b)  $t_2$ 

图 10 旋转实验中的估计速度场。(a) Hybrid method 2020; (b) G-hybrid method

Fig. 10 Estimated velocity fields in rotation experiment. (a) Hybrid method 2020; (b) G-hybrid method

## 4.2 注水实验

在尺寸为  $80\text{ mm} \times 20\text{ mm} \times 60\text{ mm}$  的石英容器中放入二甲基硅油和粒径为  $100\text{ }\mu\text{m}$  的 PSP, 将其作为待测流场进行注水实验, 相机置于容器的左侧采集粒子图像。使用注射器从上往下注水, 相机的采样时间

间隔为  $1\text{ s}$ 。由于注水区域比整个视场小, 因此在进行速度场估计时对图像先进行预处理, 再选取注水部位  $256\text{ pixel} \times 256\text{ pixel}$  的区域进行速度场重建。图 11 展示了不同时刻 COMS 相机所捕获的两帧粒子图像。

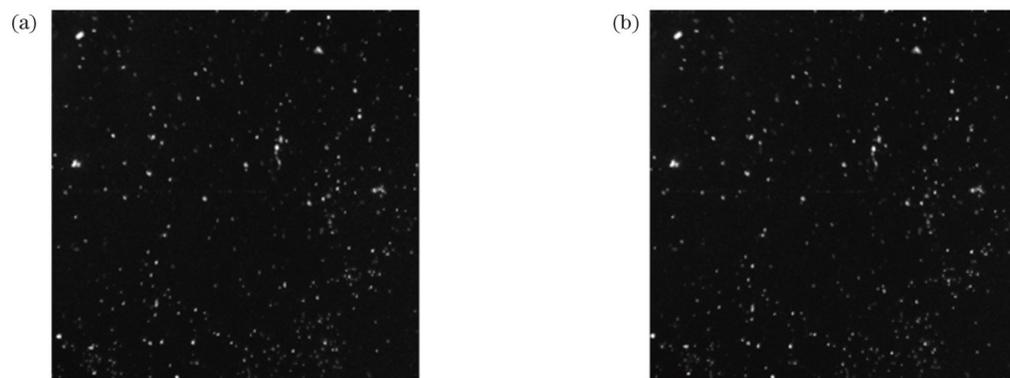
图 11 注水实验中采集到的不同时刻的粒子图像。(a)  $t_1$ ; (b)  $t_2$ Fig. 11 Particle images collected at different moments in water injection experiment. (a)  $t_1$ ; (b)  $t_2$ 

图 12 给出的是两种不同算法在注水 PIV 实验中所估计的速度矢量场, 其中图 12(a) 为 Hybrid method 2020 估计的速度矢量场, 图 12(b) 为高斯径向基函数插值混合算法估计的速度矢量场。

从重建结果可以看出, 两种算法重建出的速度矢

量场没有明显的差异, 流体的流动趋势在整体上保持一致, 验证了本文提出的算法的正确性。

综合注水实验和旋转实验, 可知本文提出的算法可应用于复杂流体的场景中。

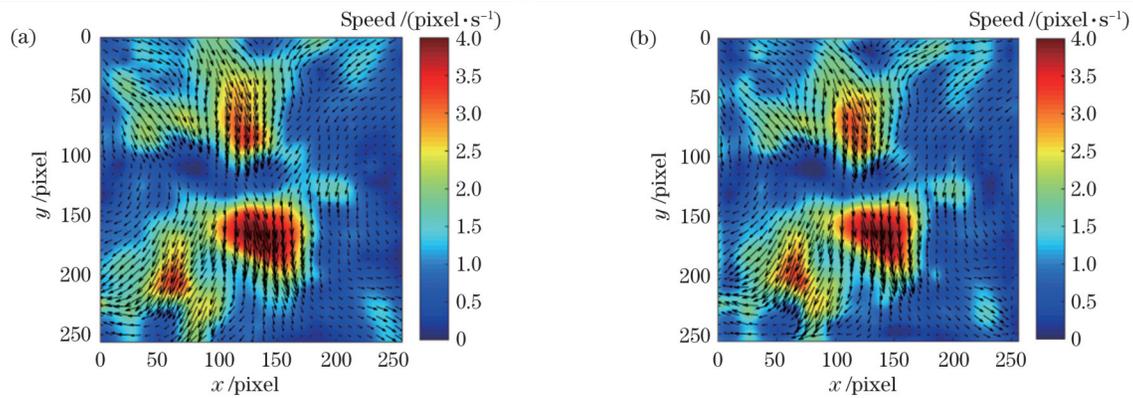


图 12 注水实验中的估计速度场。(a)Hybrid method 2020;(b)G-hybrid method

Fig. 12 Estimated velocity fields in water injection experiment. (a) Hybrid method 2020; (b) G-hybrid method

## 5 结 论

利用高斯径向基函数插值的方法替换了传统算法中的双三次插值,减小了重建角度误差。进行了朗肯涡流仿真实验,分别使用 G-hybrid method 和 Hybrid method 2020 进行流场重建,结果表明,所提方法可以得到正确的重建结果, RMSE 和 AAE 比 Hybrid method 2020 分别降低了 27.36% 和 38.32%。分别模拟了不同位移和不同粒径下的朗肯涡流场,结果显示,所提算法在小位移和大位移情况下的 RMSE 分别减小了 45% 和 15% 左右, AAE 减小了 30%~40%。在不同粒径的情况下, G-hybrid method 与 Hybrid method 2020 重建结果的 RMSE 相近,但在 AAE 上前者比后者小,表明高斯径向基函数插值混合算法具有较好的性能。搭建了二维的 PIV 测量系统,选用粒径为 100  $\mu\text{m}$  的 PSP 作为示踪粒子,进行了旋转实验和注水实验。以 G-hybrid method 和 Hybrid method 2020 进行真实实验速度场重建。结果显示,两种算法的重建结果在整个流形上能保持高度一致,且所提算法可以保留更多的角度信息,验证了所提算法能对实际复杂流场进行正确的重建,有较好的实用性。

## 参 考 文 献

- [1] 张斌,肖立辉,侯俊庆,等. 旋流火焰三维温度场与速度场的同时激光测量[J]. 中国激光, 2021, 48(3): 0304002.  
Zhang B, Xiao L H, Hou J Q, et al. Simultaneous laser measurement of three-dimensional temperature and velocity fields in swirling flame[J]. Chinese Journal of Lasers, 2021, 48(3): 0304002.
- [2] 吴治安,朱效宇,李健,等. 基于体标定迹法的光场 PIV 权重系数计算方法[J]. 光学学报, 2021, 41(20): 2010001.  
Wu Z A, Zhu X Y, Li J, et al. Volumetric-calibration ray tracing-based calculation method of weight coefficient in light field PIV[J]. Acta Optica Sinica, 2021, 41(20): 2010001.
- [3] 栾昆鹏,叶景峰,王晟,等. 基于粒子图像测速的 XeF(C-A) 气体激光器增益区流场测量[J]. 中国激光, 2019, 46(2): 0204007.  
Luan K P, Ye J F, Wang S, et al. Flow field measurements in gain zone of XeF(C-A) gas laser based on particle image velocimetry[J]. Chinese Journal of Lasers, 2019, 46(2): 0204007.
- [4] 蔡声泽,许超,高琪,等. 基于深度神经网络的粒子图像测速算法[J]. 空气动力学学报, 2019, 37(3): 455-461.  
Cai S Z, Xu C, Gao Q, et al. Particle image velocimetry based on a deep neural network[J]. Acta Aerodynamica Sinica, 2019, 37(3): 455-461.
- [5] 钟强龙. 基于光流的高超声速流场 PIV 算法研究及应用[D]. 武汉: 华中科技大学, 2017: 5-10.  
Zhong Q L. Research on PIV optical flow algorithms in hypersonic flows and its applications[D]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology, 2017: 5-10.
- [6] Scarano F. Iterative image deformation methods in PIV[J]. Measurement Science and Technology, 2002, 13(1): R1-R19.
- [7] Maceas M, Osorio A F, Bolanos F. A methodology for improving both performance and measurement errors in PIV[J]. Flow Measurement and Instrumentation, 2021, 77: 101846.
- [8] Becker F, Wieneke B, Petra S, et al. Variational adaptive correlation method for flow estimation[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2012, 21(6): 3053-3065.
- [9] Wang B, Cai Z M, Shen L X, et al. An analysis of physics-based optical flow[J]. Journal of Computational and Applied Mathematics, 2015, 276: 62-80.
- [10] Heitz D, Schnörr E M. Variational fluid flow measurements from image sequences: synopsis and perspectives[J]. Experiments in Fluids, 2010, 48(3): 369-393.
- [11] Horn B K P, Schunck B G. Determining optical flow[J]. Artificial Intelligence, 1981, 17(1/2/3): 185-203.
- [12] Lu J, Yang H, Zhang Q H, et al. A field-segmentation-based variational optical flow method for PIV measurements of nonuniform flows[J]. Experiments in Fluids, 2019, 60(9): 142.
- [13] Liu T S, Merat A, Makhmalbaf M H M, et al. Comparison between optical flow and cross-correlation methods for extraction of velocity fields from particle images[J]. Experiments in Fluids, 2015, 56(8): 166.
- [14] Yang Z F, Johnson M. Hybrid particle image velocimetry with the combination of cross-correlation and optical flow method[J]. Journal of Visualization, 2017, 20(3): 625-638.
- [15] Liu T S, Salazar D M, Fagehi H, et al. Hybrid optical-flow-cross-correlation method for particle image velocimetry[J]. Journal of Fluids Engineering, 2019, 142(5): 054501.
- [16] 董晨龙,周新志,白兴都,等. 基于 Reflected-Sigmoid 径向基函数插值的温度场重建算法[J]. 四川大学学报(自然科学版), 2019, 56(5): 851-856.  
Dong C L, Zhou X Z, Bai X D, et al. Temperature field reconstruction algorithm based on Reflected-Sigmoid radial basis function interpolation[J]. Journal of Sichuan University (Natural Science Edition), 2019, 56(5): 851-856.
- [17] 朱文文. 基于随机径向基函数的散乱数据插值方法[D]. 大连: 辽宁师范大学, 2009: 3-6.  
Zhu W W. Scattered data interpolation with random radical basis functions[D]. Dalian: Liaoning Normal University, 2009: 3-6.
- [18] 蔡声泽. 基于光流计算的复杂流动可视化测速算法研究[D]. 杭

州: 浙江大学, 2019: 18-32.

Cai S Z. Optical flow-based motion estimation of complex flows [D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2019: 18-32.

[19] 单良, 施飞杨, 洪波, 等. 用于彩色光照粒子图像测速的粒子场

模拟成像[J]. 光子学报, 2022, 51(3): 0311002.

Shan L, Shi F Y, Hong B, et al. Particle field simulation imaging for color-illuminated particle image velocimetry[J]. Acta Photonica Sinica, 2022, 51(3): 0311002.

## Particle Image Velocimetry Using Cross-Correlation Optical Flow Algorithm Based on Radial Basis Function Interpolation

Xiong Junzhe<sup>1</sup>, Kong Ming<sup>2</sup>, Hong Bo<sup>1</sup>, Shi Feiyang<sup>1</sup>, Jian Juan<sup>1</sup>, Zhan Honghui<sup>1</sup>, Shan Liang<sup>1\*</sup>

<sup>1</sup>Key Laboratory of Electromagnetic Wave Information Technology and Metrology of Zhejiang Province, College of Information Engineering, China Jiliang University, Hangzhou 310018, Zhejiang, China;

<sup>2</sup>College of Metrology & Measurement Engineering, China Jiliang University, Hangzhou 310018, Zhejiang, China

### Abstract

**Objective** Fluid motion is a common phenomenon in observed nature and utilized in industries. Mastering the fluid flow is an important prerequisite for an in-depth study of fluid mechanics. The particle image velocimetry (PIV) is a non-contact global flow-field measurement and display technology that provides accurate data for flow-field measurements without affecting the flow field. The particle image velocimetry is mainly divided into two categories: cross-correlation and optical flow algorithms. The optical flow algorithm is primarily used in small-displacement scenarios. When the particle displacement is significantly larger than the particle size, the optical flow method cannot yield accurate results. The cross-correlation algorithm is mainly used in large displacement scenarios, and the combination of the two algorithms can satisfy more application scenarios. Although the hybrid algorithm has higher accuracy than the traditional algorithm in large- and small-displacement scenarios, the angle information is not well retained in the case of complex fluid. Because the image of the particle conforms to the Airy spot model and the light intensity satisfies the two-dimensional Gaussian distribution, if the Gaussian radial basis function interpolation is used, the velocity field refinement will be transformed into a surface reconstruction problem, and the reconstructed velocity field will have a higher accuracy. Therefore, we propose a cross-correlation optical flow mixing algorithm based on the Gaussian radial basis function interpolation to reduce the angular error.

**Methods** Based on the traditional hybrid algorithm, in this study, the Gaussian radial basis function interpolation is used to replace bicubic interpolation and design a cross-correlation optical flow hybrid algorithm. First, a pair of particle images is inputted, and a cross-correlation method is used to extract the relatively large particle motion in each query window. A Gaussian radial basis function is used for data interpolation to fill the speed vector in each pixel. For each pixel, the image displacement is processed to remove the speed vector detected in the image. Subsequently, the initial velocity vector is determined using the HS optical flow method, and the residual velocity field is refined using the variable spectral flow method based on the dynamic illumination equation. The Gaussian radial basis function interpolation method is used to interpolate the velocity field at each layer, and the more refined velocity field vectors are obtained. Finally, the velocity field vectors obtained by the cross-correlation and optical flow algorithms are superimposed to obtain an accurate velocity field. The algorithm is quantitatively evaluated through a Rankine vortex simulation experiment. The influence of displacement and particle size on the accuracy of the algorithm is studied. Subsequently, a two-dimensional PIV experimental system is built, and rotation and water injection experiments are performed to simulate the vortex current field and jet field, respectively. The practicability of the proposed algorithm is verified.

**Results and Discussions** In the Rankine vortex simulation experiment, the manifold reconstructed by the proposed method is more in line with the characteristics of the Rankine vortex and closer to the ground truth (Fig. 3). The root mean square error (RMSE) and average angular error of the cross-correlation optical flow hybrid algorithm based on Gaussian radial basis function interpolation are 27.36% and 38.32% lower than those of the Hybrid method 2020, respectively (Table 1). With an increase in the maximum displacement, the root mean square error gradually increases. In most cases, the hybrid algorithm based on Gaussian radial basis function interpolation is superior to the Hybrid method 2020. In the case of a small displacement, the RMSE can be decreased by approximately 45%, whereas in the case of a large displacement, the RMSE can be decreased by approximately 15% (Fig. 5). With an increase in particle size, the angle error first decreases and then the best reconstruction result is obtained when the particle size is 3 pixel. The proposed

method can obtain good reconstruction results in the cases of both small and large particle sizes. In the case of particle size of 2–4 pixel, the average angle error of the proposed method is approximately 15% lower than that of the Hybrid method 2020 (Fig. 6). The results of water injection and rotation experiments verify the performance of the proposed algorithm in practical applications.

**Conclusions** In this study, based on the traditional hybrid algorithm, the Gaussian radial basis function interpolation is used to replace bicubic interpolation, and a cross-correlation optical flow hybrid algorithm based on Gaussian radial basis function interpolation is proposed. This approach preserves the angle information in the complex flow field, which is not possible using the traditional hybrid algorithm. It changes considerably with velocity, and the method can accurately reconstruct flow fields. The proposed algorithm and the Hybrid method 2020 algorithm are used to reconstruct the velocity field in an experiment. The results show that the two algorithms can maintain high consistency in the entire manifold, and the proposed algorithm can retain more angle information. This verifies that the proposed algorithm can accurately reconstruct the actual complex flow field and has potential for practical applications.

**Key words** measurement; particle image velocimetry; Gaussian radial basis function; Rankine vortex; average angle error