

高阶模光学小位移测量系统中信号光功率对最小可测位移量的影响

赖永浪^{1,2}, 张超霞^{1,2,3}, 成亚哲¹, 刘喆⁴, 张静^{1,2,3}, 刘奎^{2,3}, 孙恒信^{2,3}, 杨荣国^{1,2,3*}

¹山西大学物理电子工程学院, 山西 太原 030006;

²量子光学与光量子器件国家重点实验室, 山西 太原 030006;

³山西大学光电研究所, 山西 太原 030006;

⁴太原理工大学信息化管理与建设中心, 山西 太原 030024

摘要 实验搭建了高阶模光学小位移测量系统。利用高阶模作为本底光的平衡零拍系统进行测量, 在 600 kHz~3 MHz 频率段, 以 200 kHz 为间隔, 分别测量了 13 个频率处的小位移, 并给出了相应的最小可测位移量。在不同 2 MHz 信号光功率条件下, 研究了压电陶瓷驱动电压、噪声功率谱、信噪比以及最小可测位移量之间的关系, 并利用 90 μW 的信号光获得了 1.76×10^{-10} m 的最小可测位移量。该结果为基于光束横向位移测量系统进一步减小测量范围的下限提供了理论与实验依据。

关键词 量子光学; 小位移测量; 高阶横模; 信号光功率; 信噪比

中图分类号 O436 文献标志码 A

DOI: 10.3788/CJL220715

1 引言

量子测量既是探索微观世界的重要手段, 也是诠释量子力学和量子信息得以应用的关键所在。一直以来, 更高的测量精度、更大的测量范围的突破都是人们努力追求的目标。利用光束进行位移测量被应用于许多领域, 如生物测量、原子力显微镜^[1]、光镊^[2]、光学成像、精密制造^[3]、人造卫星之间的位置稳定^[4]等。

在光束横向位移测量过程中, 总有各种不可避免的噪声对实验结果造成干扰, 如机械振动产生的噪声、光束指向噪声、激光强度噪声^[5]、散粒噪声等。其中, 散粒噪声是经典测量中所能达到的最小噪声极限, 也被称为量子噪声极限(QNL)。这些噪声都会影响测量的信噪比, 增加测量难度。因为大多数噪声主要集中在低频段^[6], 特别是电子学噪声、振动噪声、热噪声和光学噪声等低频经典噪声在低频段占据主导地位^[7], 所以在 $10^6 \sim 10^8$ Hz 区间测量小位移时较容易达到散粒噪声基准, 而对低频信号的测量则会遇到一些技术噪声挑战。另一方面, 随着频率的升高, GHz 以上高频、超高频小位移的测量也会受到光学探测器件和处理单元速度的限制。拓宽测量范围始终是光学小位移测量实验的关注重点。2012年, Pinel等^[8]理论证明了平衡零拍探测可以达到高斯多模态参数估计的

Cramer-Rao 界限。2014年, 山西大学研究组基于 Cramer-Rao 界限理论, 采用高阶模式提高位移测量的信噪比, 并在实验上以 TEM₀₀ 模和 TEM₁₀ 模为信号光, 利用平衡零拍探测系统在 3 MHz 处获得了最小可测位移量分别为 2×10^{-10} m 和 1.4×10^{-10} m 的测量结果^[9]。2017年, Martínez-Rincón等^[10]利用弱值技术实现了对微小的位移倾斜的精确测量, 精度达到 $4 \text{ fm}/\sqrt{\text{Hz}}$ 。2019年, 上海交通大学研究组在理论上提出了一种利用 Mach-Zehnder 干涉仪实现弱值放大并进行多参量测量的方法, 提高了测量的信噪比, 在时域上测量了纵向相位的变化, 利用以 TEM₁₀ 模为本底光的平衡零拍探测系统, 开展了声频段小位移的测量研究, 并获得了 10^{-10} m 量级的最小可测位移量^[11]。

为了进一步提升光束横向位移测量的信噪比并降低最小可测位移量, 本文从光束横向小位移激发产生高阶模的物理机制出发, 理论上给出了最小可测位移量与信号光功率、腰斑大小之间的关系, 实验上搭建了高阶模光学小位移测量系统, 研究了信号光功率对光束横向位移测量中最小可测位移量的影响, 并从产生小位移的压电陶瓷的驱动电压、测量信噪比及信号光功率等方面开展了增大信号光功率、降低最小可测位移量的实验研究。

收稿日期: 2022-03-29; 修回日期: 2022-05-12; 录用日期: 2022-06-22; 网络首发日期: 2022-07-02

基金项目: 国家自然科学基金(11874248, 11874249, 62027821)

通信作者: *yrg@sxu.edu.cn

2 光束横向小位移测量原理

光学小位移测量系统中的小位移是由装有平面反射镜的压电陶瓷(PZT)产生的,信号发生器输出的电信号驱动PZT,使得光束在垂直于光轴的方向上产生光束横向小位移 d ,原理如图1所示。

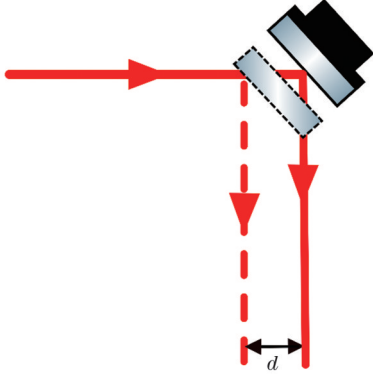


图1 光束横向位移的产生

Fig. 1 Generation of beam lateral displacement

根据电磁场的量子化理论,用一组正交基矢将电磁场展开^[12],而探测器的探测过程对应的是湮灭算符,故电磁场展开式中与湮灭算符相对应的正频部分的表达式为

$$\hat{\epsilon}^{(+)}(x) = i \left(\frac{\hbar\omega}{2\varepsilon_0 c T} \right)^{\frac{1}{2}} \sum_n \hat{a}_n u_n(x), \quad (1)$$

式中: c 为光速; ε_0 为真空介电常数; ω 为电磁场的频率; $u_n(x)$ 为 n 阶厄米高斯光束的表达式; x 为光束横截面上水平方向某一点与光束中心的距离; T 为探测积分时间; \hat{a}_n 为 n 阶模的湮灭算符; \hbar 为约化普朗克常数。

实验中采用厄米高斯光束为信号光场,将 n 阶厄米高斯模的湮灭算符 \hat{a}_n 线性化:

$$\hat{a}_n = \langle \hat{a}_n \rangle + \delta \hat{a}_n, \quad (2)$$

式中: $\langle \hat{a}_n \rangle$ 为湮灭算符 \hat{a}_n 的平均值; $\delta \hat{a}_n$ 为湮灭算符 \hat{a}_n 的起伏。实验中使用的信号光场为腰斑半径为 ω_0 的 TEM_{00} 模,则其湮灭算符的平均值可以表示为 $\langle \hat{a}_0 \rangle = \sqrt{N_0}$,其中 N_0 为信号光子数。将式(2)代入式(1),可以得到

$$\hat{\epsilon}^{(+)}(x) = i \left(\frac{\hbar\omega}{2\varepsilon_0 c T} \right)^{\frac{1}{2}} \left[\sqrt{N_0} u_0(x) + \sum_n u_n(x) \delta \hat{a}_n \right], \quad (3)$$

式中: $u_0(x)$ 为0阶厄米高斯光束的表达式。实验中给压电陶瓷加载电信号以驱动反射镜,从而使光在与传播路径垂直的方向上有一个微小的位移 d ,此时对 $u_0(x+d)$ 在 x 处进行泰勒展开并取一阶近似。根据 TEM_{00} 模与 TEM_{10} 模的关系 $\frac{\partial u_0(x)}{\partial x} = \frac{u_1(x)}{\omega_0}$,可得

$$u_0(x+d) = u_0(x) + \frac{d}{\omega_0} u_1(x). \quad (4)$$

将式(4)代入式(3),可得

$$\hat{\epsilon}^{(+)}(x) = i \left(\frac{\hbar\omega}{2\varepsilon_0 c T} \right)^{\frac{1}{2}} \left\{ \sqrt{N_0} \left[u_0(x) + \frac{d}{\omega_0} u_1(x) \right] + \sum_n \delta \hat{a}_n u_n(x) \right\}. \quad (5)$$

从式(5)可以看出, TEM_{10} 模的系数部分包含了位移信息 d 。所以可以利用平衡零拍探测器,从光束中获取 TEM_{10} 的信息,从而测量出位移 d 的值。

平衡零拍探测在测量光信号的振幅与相位噪声方面有广泛的应用。通过它就能从同时存在 TEM_{00} 模和 TEM_{10} 模的光束中提取出 TEM_{10} 模的信息。如图2所示,信号光与本底光分别从两路进入到50:50分束器上发生干涉,并重新分成两路,分别进入平衡零拍探测器的两个光电探测器中。光电探测器接收到光信号后,将其转化为电信号,从而产生了光电流,而这两路光电流将通过减法器相减以抑制噪声。平衡零拍探测器输出的信号被接入到频谱分析仪中进行傅里叶变换,将时域信号在频域中展开便得到了信号场的噪声功率谱。

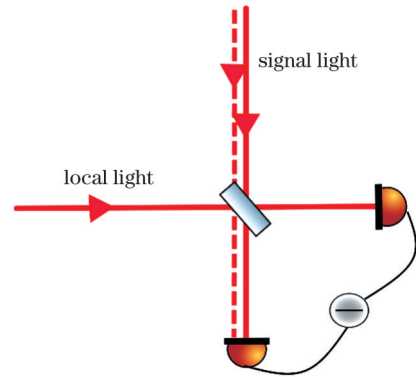


图2 平衡零拍探测系统示意图

Fig. 2 Diagram of balanced homodyne detection system

实验中采用 TEM_{10} 模为本底光,它的正频部分的表达式为

$$\hat{\epsilon}^{(+)}(x) = i \left(\frac{\hbar\omega}{2\varepsilon_0 c T} \right)^{\frac{1}{2}} \left[\sqrt{N_{\text{LO}}} u_1(x) + \sum_n \delta \hat{a}_{n\text{LO}} u_n(x) \right], \quad (6)$$

式中:本底光的平均光子数的平方根 $\sqrt{N_{\text{LO}}}$ 表示其湮灭算符的平均值,并且 $\sqrt{N_{\text{LO}}}$ 远大于 $\sqrt{N_0}$,即测量过程中本底光的光强远大于信号光的光强; $\delta \hat{a}_{n\text{LO}}$ 表示本底光中 n 阶厄米高斯模的湮灭算符的起伏。

平衡零拍探测器中的两个探测器接收到的光子数之差为

$$\hat{N}_- = \sqrt{N_{\text{LO}}} \left(2\sqrt{N_0} \frac{d}{\omega_0} + \delta \hat{X}_1 \right), \quad (7)$$

式中: $\delta \hat{X}_1$ 为本底光 TEM_{10} 模的正交振幅的起伏,是噪声项; $2\sqrt{N_0} \frac{d}{\omega_0}$ 为平移信号。由此得出信噪比(SNR, R_{SN})的表达式为

$$R_{SN} = \left(\frac{2\sqrt{N_0} d / \omega_0}{\delta\hat{X}_1} \right)^2 \quad (8)$$

由式(8)可得到光束横向位移的表达式为

$$d = \frac{\omega_0 \sqrt{R_{SN}} \cdot (\delta\hat{X}_1)^2}{2\sqrt{N_0}} \quad (9)$$

信噪比 R_{SN} 由频谱分析仪读出, 频谱分析仪的示数(ρ)与信噪比的关系为

$$\rho = 10\lg(R_{SN} + 1) \quad (10)$$

信噪比为 1 时光束的横向位移 d 是测量系统的最小可测位移量, 由式(9)可以看出, 此时在其他测量条件不变的情况下, 本底光的正交振幅的起伏 $\delta\hat{X}_1$ 越小, 系统的最小可测位移量也就越小。当本底光为相干光时, 其正交振幅的起伏 $\delta\hat{X}_1 = 1$, 若是使用空间压缩光为本底光, 此时 $\delta\hat{X}_1 < 1$, 这将使测量系统具有更小的最小可测位移量。目前基于光学参量振荡器(OPO)产生高阶模压缩态光场的方式有两种: 第一种是利用运转于高阶模的 OPO 直接产生, 另一种是利用基模 OPO 结合模式整形装置产生^[13]。

本次实验采用 TEM_{10} 模作为本底光, 所以 $\delta\hat{X}_1 = 1$, 将 $R_{SN} = 1$ 代入式(9)可得到此测量系统的最小可测位移量的表达式:

$$d = \frac{\omega_0}{2\sqrt{N_0}} \quad (11)$$

可以看出, 信号光子数 N_0 越大, 腰斑半径 ω_0 越小, 则系统的最小可测位移量越小。

3 实验装置及实验过程

实验装置如图 3 所示, 全固态单频激光器输出的波长为 1064 nm 的红外光通过法拉第光隔离器和相位调制器后, 被分束器分为两部分, 一部分激光通过模式转换腔 2(MC2)产生 TEM_{00} 模作为信号光, 另一部分通过模式转换腔 1(MC1)产生 TEM_{00} 模进行干涉度调节或产生 TEM_{10} 模作为本底光。这两个模式转换腔分别通过两套电子伺服系统进行锁定。位移测量前先使转换腔 1 输出 TEM_{00} 模, 并将其功率调节至与信号光相同, 同时利用高压放大器驱动压电陶瓷 1(PZT1)控制平衡零拍探测系统的本底光相位, 然后调节两束光的干涉可见度以保证两路光通过分束器后高度重合。完成干涉可见度调节后, 锁定 MC1 产生功率为 1 mW 的 TEM_{10} 本底光, 锁定 MC2 产生功率为 50 μ W 的 TEM_{00} 信号光。利用任意波形发生器输出的正弦电信号(电信号幅值 V_{pp} 为 V 量级)驱动压电陶瓷 2(PZT2), 产生光学横向小位移。

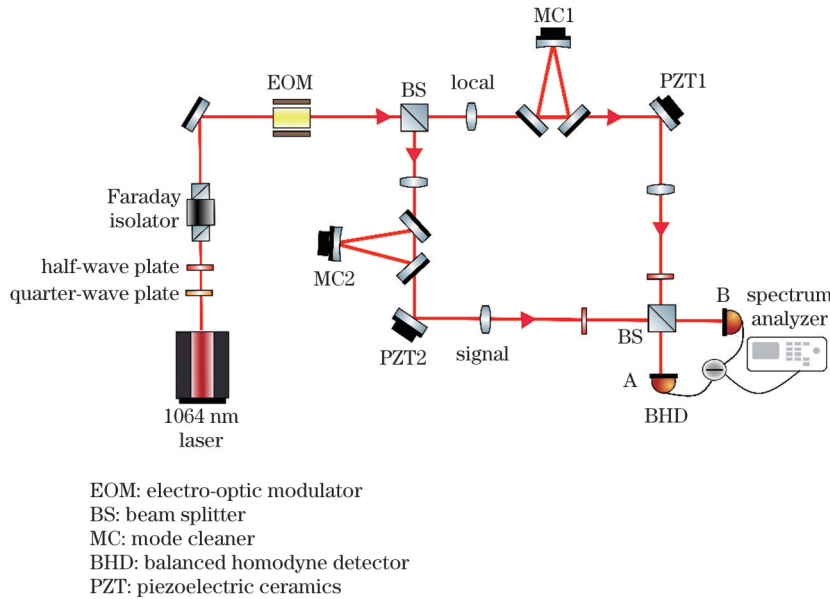


图 3 实验装置图

Fig. 3 Diagram of experimental setup

进行位移测量时, 首先将信号光与本底光挡住, 使平衡零拍探测器的输入信号为 0。此时仅有探测器本身的电子学噪声信号进入频谱仪。频谱仪对噪声信号进行傅里叶变换并取对数, 得到了探测器的电子学噪声功率谱。然后放开本底光, 本底光被分束器(BS)分束后进入平衡零拍探测器两端进行探测。探测器两端的探头通过光电效应将光信号转换为电信号。平衡零

拍探测器将两端产生的光电流相减, 得到了散粒噪声信号, 将其输入至频谱仪。频谱仪对散粒噪声信号进行傅里叶变换并取对数, 得到了散粒噪声功率谱。然后打开用于驱动 PZT2 的信号源, 信号源输出单一频率的正弦电压信号。通过调节电压信号的幅度与频率, 控制 PZT2 的振动幅度与频率。最后放开信号光, 信号光与本底光均被 BS 分束后进入平衡零拍探测器

的两端,此时平衡零拍探测器两端探头探测到的光子数之差如式(7)所示,而两端探头产生的光电流相减后得到的信号为位移信号与散粒噪声信号之和,其中位移信号与散粒噪声的比值即信噪比如式(8)所示。频谱仪对此信号进行傅里叶变换并取对数,得到了包含位移信息的噪声功率谱。以散粒噪声功率谱为基准,通过读取包含位移信息的噪声功率谱相对于散粒噪声的高度,可获得位移信息。例如该噪声功率谱在 700 kHz 处比散粒噪声基准高 3 dB,则根据式(10)可知此时信噪比为 1,将信噪比 $R_{SN} = 1$ 代入式(8)可计算出 PZT2 振动的幅值,而 PZT2 的振动频率则为 700 kHz。

4 实验结果及分析

由式(11)可以看出,影响最小位移测量信噪比的参数有信号光的腰斑大小、信号光功率。为了更好了解信号光功率对系统最小可测位移量的影响,利用腰斑半径为 50 μm 的信号光在不同的实验条件下进行了位移测量。

实验中给小位移压电陶瓷加载了 600、700、800、900 kHz 的信号,并进行测量以探究低频噪声对位移测量的影响。测量结果如图 4 所示,可以看到,在小于 600 kHz 的频段内测得的噪声功率谱高于散粒噪声基准。这是存在于实验中的各种噪声引起的,如各种环境下机械振动产生的噪声、光束指向噪声、激光强度噪声等。由于低频噪声的存在,在小于 600 kHz 的频段内进行测量时,测量结果受噪声的影响较大,对应的最小可测位移量会随着噪声的增大而增大。本文选取 600 kHz~3 MHz 的部分频率点进行了测量。

实验中分别给压电陶瓷加载 600 kHz、800 kHz、1 MHz、1.2 MHz、1.4 MHz、1.6 MHz、1.8 MHz、2 MHz、2.2 MHz、2.4 MHz、2.6 MHz、2.8 MHz、3 MHz 的小位移信号,使得平衡零拍探测器测得的噪声功率谱在对应频率处比散粒噪声基准高 3 dB,对应

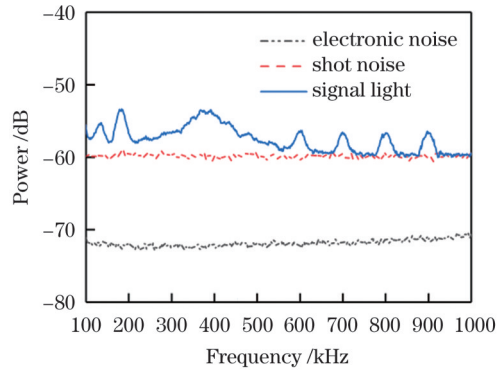


图 4 0~1 MHz 频段内的噪声功率谱
Fig. 4 Noise power spectra in 0-1 MHz band

的光束横向位移量就是最小可测位移量。

然后分别在其他频率点测量并获取比散粒噪声基准高 3 dB 的噪声功率谱,再对不同频率点的噪声谱进行截取组合,测试结果如图 5 所示。由于压电陶瓷对每个频率点的响应不同,因此需要调节信号幅度,使各频率处的信号幅度比散粒噪声基准高 3 dB。不同的频率点所对应的驱动电压幅度如表 1 所示。

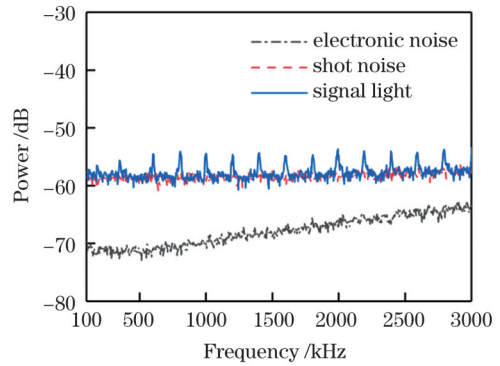


图 5 0~3 MHz 频段内的噪声功率谱
Fig. 5 Noise power spectra in 0-3 MHz band

表 1 600 kHz~3 MHz 频段内达到最小可测位移量所需的驱动电压

Table 1 Driving voltages required for measurable minimum displacement in 600 kHz-3 MHz band

Frequency / MHz	0.6	0.8	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0	2.2	2.4	2.6	2.8	3.0
Driving voltage / V	0.6	0.4	0.8	0.8	2.1	2.9	1.45	1.9	8.51	20.0	7.0	8.5	5.0

根据测得的噪声功率谱可得到各个频率处的最小可测位移量,这里给出了 100 kHz~1 MHz 频段的最小可测位移量,如图 6 所示。需要说明的是,从图 5 可以看出,在 1~3 MHz 频段,由于噪声相同,最小可测位移也相同,故图 6 只给出了部分频段的最小可测位移量。可以看出,在小于 600 kHz 的频段,由于受到环境噪声的干扰,最小可测位移量大于 2.36×10^{-10} m,在 380 kHz 处最小可测位移量为 6.55×10^{-10} m。

在中心频率 2 MHz 处测量了不同驱动电压下的信号变化情况。调节驱动电压,使信号光的噪声功率谱在 2 MHz 处比散粒噪声基准高 3 dB~7 dB,测得的噪声功率谱如图 7 所示,同时记录了驱动电压数值,如

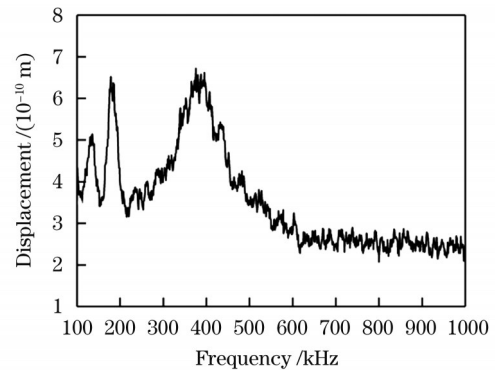


图 6 0~1 MHz 频段内的最小可测位移量
Fig. 6 Minimum measurable displacement in 0-1 MHz band

表 2 所示。根据表 2, 可以拟合出在 2 MHz 处压电陶瓷产生的位移与驱动电压幅度的关系。如图 8 所示, 压电陶瓷在 2 MHz 固定频率处产生的位移与驱动电压成正比。

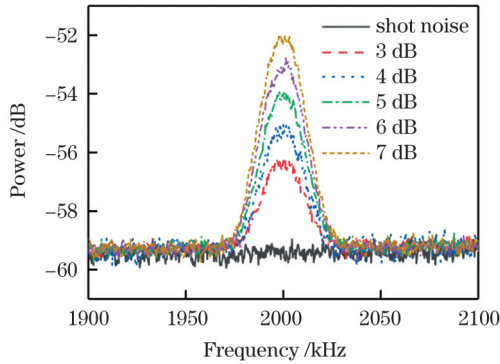


图 7 比散粒噪声基准高 3 dB~7 dB 的噪声功率谱

Fig. 7 Noise power spectra for noise 3 dB~7 dB higher than shot noise limit

表 2 不同信噪比对应的电压幅度

Table 2 Voltage amplitudes corresponding to different SNRs

SNR	1.0	1.5	2.2	3.0	4.0
Driving voltage /mV	1900	2400	2820	3300	3800
Displacement/ (10^{-10} m)	2.36	2.91	3.48	4.09	4.74

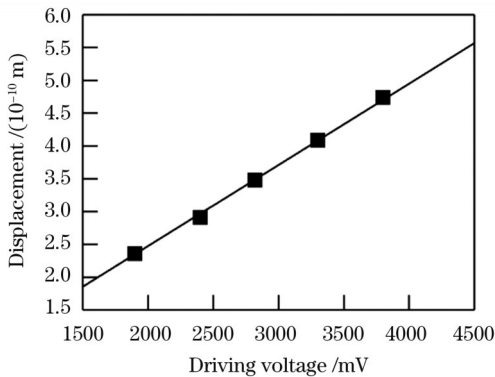


图 8 不同驱动电压下压电陶瓷产生的位移

Fig. 8 Displacements of piezoelectric ceramics under different driving voltages

保持驱动电压不变, 采用不同功率的信号光测量小位移, 结果如图 9 所示。随着信号光功率的增大, 信号光的噪声功率谱在 2 MHz 处的峰值增大, 因此对于相同的位移, 信号光功率越大, 测得的信号越强。增大信号光功率可以提高位移测量系统的信噪比。

将信号光功率分别调节为 50、60、70、80、90 μW , 同时改变信号源输出电压的幅值, 使频谱仪中的信号峰比散粒噪声基准高 3 dB, 然后记录下不同信号光功率和不同驱动电压幅值下的噪声功率谱, 测量结果如图 10 所示。从图 10 可以看出, 当增大信号光的功率时, 达到最小可测位移量所需的驱动电压变小, 当信号光功率从 50 μW 增加到 90 μW 时, 驱动电压由

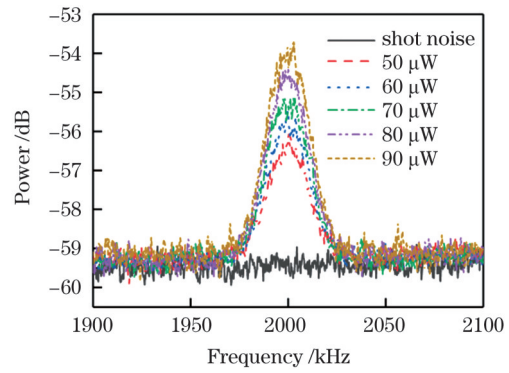


图 9 信号光功率为 50~90 μW 时的噪声功率谱

Fig. 9 Noise power spectra when signal optical power is 50~90 μW

1900 mV 减小到 1130 mV。即信号光功率越大, 系统的最小可测位移量越小。根据式(11)给出了不同信号光功率下的最小可测位移, 如表 3 所示。

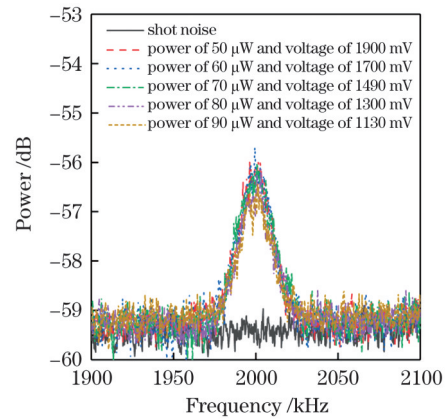


图 10 同时改变信号光功率与驱动电压时的噪声功率谱

Fig. 10 Noise power spectra when signal optical power and driving voltage are changed simultaneously

表 3 信号光功率为 50~90 μW 时的最小可测位移量

Table 3 Minimum measurable displacements when signal optical power is 50~90 μW

Signal power / μW	50	60	70	80	90
Displacement / (10^{-10} m)	2.36	2.15	2.00	1.87	1.76

实验中位移测量的不确定度主要来源于信号光功率 P 与信号光的腰斑半径 ω 的测量误差。信号光功率 P 的误差包括由温度等因素引起的随机误差和由光功率计带来的仪器误差。计算信号光功率的随机误差时, 需要先记录一段时间内的光功率计示数, 然后根据记录的数据计算出光功率的平均值 \bar{P} 和标准差 σ , 最后取信号光功率的随机误差 δP_1 为 $\pm 2\sigma$ 。而光功率计的仪器误差 δP_2 为 $\pm 6\% \bar{P}$ 。根据光功率的随机误差和仪器误差可算出光功率的合成不确定度 $\delta P = \sqrt{(\delta P_1)^2 + (\delta P_2)^2}$ 。同理, 计算腰斑半径 ω_0 的误差时, 先用电荷耦合器件 (CCD) 相机记录一段时间内的信号光腰斑半径, 然后根据记录的数据计算出腰斑半径

的标准差 σ_ω , 最后取腰斑半径误差 $\delta\omega_0$ 为 $\pm 2\sigma_\omega$ 。

光子数 N_0 的表达式为

$$N_0 = \frac{1}{R_{\text{BW}}} \cdot \frac{P \cdot \lambda}{\hbar \cdot c}, \quad (12)$$

式中: R_{BW} 为频谱仪的分辨率带宽; λ 为信号光波长。

位移 d 的不确定度表达式为

$$\delta d = \sqrt{\left(\frac{\partial d}{\partial P} \cdot \delta P\right)^2 + \left(\frac{\partial d}{\partial \omega_0} \cdot \delta \omega_0\right)^2}. \quad (13)$$

将式(9)、(12)代入式(13)中, 可算出位移 d 的不确定度 $\delta d = 0.03 \times 10^{-10} \text{ m}$

5 结 论

在 600 kHz~3 MHz 频率段, 以 200 kHz 为间隔, 分别测量了 13 个频率处的小位移, 并给出了相应的最小可测位移量。在 2 MHz 处开展了压电陶瓷在不同驱动电压、不同噪声功率谱信噪比、不同信号光功率下的小位移测量实验研究。探究了在不同条件下能测得的最小可测位移量。研究结果为小位移精密测量提供了理论与实验依据。

参 考 文 献

- [1] Putman C A J, de Grooth B G, van Hulst N F, et al. A detailed analysis of the optical beam deflection technique for use in atomic force microscopy[J]. *Journal of Applied Physics*, 1992, 72(1): 6-12.
- [2] Simmons R M, Finer J T, Chu S, et al. Quantitative measurements of force and displacement using an optical trap[J]. *Biophysical Journal*, 1996, 70(4): 1813-1822.
- [3] 杨宏兴, 付海金, 胡鹏程, 等. 超精密高速激光干涉位移测量技术与仪器[J]. *激光与光电子学进展*, 2022, 59(9): 0922018. Yang H X, Fu H J, Hu P C, et al. Ultra-precision and high-speed laser interferometric displacement measurement technology and instrument[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2022, 59(9): 0922018.
- [4] Nikulin V V, Bouzoubaa M, Skormin V A, et al. Modeling of an acousto-optic laser beam steering system intended for satellite communication[J]. *Optical Engineering*, 2001, 40(10): 2208-2214.
- [5] 王洪伸, 张超霞, 李治, 等. 激光噪声对声频段横向小位移测量精度的影响[J]. *量子光学学报*, 2021, 27(1): 15-20. Wang H S, Zhang C X, Li Z, et al. The effect of laser noise on the measurement accuracy of transverse small displacement in sound frequency band[J]. *Journal of Quantum Optics*, 2021, 27(1): 15-20.
- [6] 薛佳, 秦际良, 张玉驰, 等. 低频标准真空涨落的测量[J]. *物理学报*, 2016, 65(4): 044211. Xue J, Qin J L, Zhang Y C, et al. Measurement of standard vacuum noise at low frequencies[J]. *Acta Physica Sinica*, 2016, 65(4): 044211.
- [7] 杨鹏, 柯学志, 张风雷, 等. 亚散粒噪声亚赫兹激光干涉测量研究[J]. *激光与光电子学进展*, 2022, 59(1): 0127001. Yang P, Ke X Z, Zhang F L, et al. Sub-shot-noise sub-hertz laser-interferometric measurement[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2022, 59(1): 0127001.
- [8] Pinel O, Fade J, Braun D, et al. Ultimate sensitivity of precision measurements with intense Gaussian quantum light: a multimodal approach[J]. *Physical Review A*, 2012, 85: 010101.
- [9] Sun H X, Liu Z L, Kui L, et al. Experimental demonstration of a displacement measurement of an optical beam beyond the quantum noise limit[J]. *Chinese Physics Letters*, 2014, 31(8): 084202.
- [10] Martínez-Rincón J, Mullarkey C A, Viza G I, et al. Ultrasensitive inverse weak-value tilt meter[J]. *Optics Letters*, 2017, 42(13): 2479-2482.
- [11] Huang J Z, Li Y J, Fang C, et al. Toward ultrahigh sensitivity in weak-value amplification[J]. *Physical Review A*, 2019, 100(1): 012109.
- [12] Guo P L, Sun H X, Liu K, et al. Tilt measurement based on high-order Hermite-Gauss mode[J]. *Acta Sinica Quantum Optica*, 2016, 22(3): 209-214.
- [13] 马龙, 燕曼君, 郭常员, 等. 连续变量高阶模压缩态光场的实验研究进展[J]. *激光与光电子学进展*, 2022, 59(1): 0100005. Ma L, Yan M J, Guo C Y, et al. Experimental research progress in squeezed light of continuous variable higher-order mode[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2022, 59(1): 0100005.

Influence of Signal Optical Power on Minimum Measurable Displacement in High-Order Mode Optical Small Displacement Measurement System

Lai Yonglang^{1,2}, Zhang Chaoxia^{1,2,3}, Cheng Yazhe¹, Liu Zhe⁴, Zhang Jing^{1,2,3}, Liu Kui^{2,3},

Sun Hengxin^{2,3}, Yang Rongguo^{1,2,3*}

¹College of Physics and Electronic Engineering, Shanxi University, Taiyuan 030006, Shanxi, China;

²State Key Laboratory of Quantum Optics and Quantum Optics Devices, Taiyuan 030006, Shanxi, China;

³Institute of Opto-Electronics, Shanxi University, Taiyuan 030006, Shanxi, China;

⁴Center of Information Management and Development, Taiyuan University of Technology, Taiyuan 030024, Shanxi, China

Abstract

Objective Measurement has always been important in science; the improvement of precision measurement technology can facilitate the exploration of the micro world and has great significance in daily life and production activities. Atomic clocks, for example, can accurately measure time and frequency, which is crucial for coordinating information systems. Similarly, the accurate measurement of displacement is important. For example, the measurement of beam lateral displacement can be used in many fields, such as in atomic force microscopy, optical imaging, space satellite position stability, optical tweezers, and biological measurements. In displacement measurement, noise interference from

mechanical vibration, beam pointing, laser intensity, and other factors is inevitable. These noises affect measurement results and increase the difficulty of measurement. However, most of the noise is concentrated at low frequencies. To improve the signal-to-noise ratio of beam lateral displacement measurement, we test the influence of signal optical power on beam lateral displacement measurement. We prove that increasing the power of the light signal can improve the signal-to-noise ratio of beam lateral displacement measurement and reduce the minimum measurable displacement.

Methods Figure 3 shows the experimental devices. An all-solid-state single-frequency laser outputs infrared light with a wavelength of 1064 nm through a Faraday optical isolator and phase modulator. A beam splitter then divides the infrared light into two parts. One part of the laser generates a TEM_{00} mode signal through mode conversion cavity 2 (MC2). The other part uses mode conversion cavity 1 (MC1) to generate the TEM_{00} mode required for interference adjustment or TEM_{10} mode as background light. MC1 and MC2 are locked by two sets of electronic servo systems. Before the displacement measurement, the TEM_{00} mode is outputted by MC1, and its power is adjusted to the same level as that of the signal light. Simultaneously, a high-voltage amplifier is used to drive a piezoelectric ceramic 1 (PZT1) to control the local light phase of a balanced homodyne detection system, and the interference visibility of the two beams is then adjusted to ensure high coincidence of the two beams after passing through the beam splitter. Following the interference visibility adjustment, the TEM_{10} local light generated by MC1 is locked with the power of 1 mW, and the TEM_{00} signal light generated by MC2 is locked with the power of 50 μ W. PZT2 is driven by a sinusoidal signal outputted by an arbitrary waveform generator to produce a small optical transverse displacement. The noise power spectra of signal light under different measurement conditions can be obtained by changing the signal optical power or adjusting the frequency and intensity of the signal source.

Results and Discussions In the experiment, the piezoelectric ceramics were loaded with signals of 600, 700, 800, and 900 kHz, and the influence of low-frequency noise on displacement measurements was explored (Fig. 4). The results show that the noise in the measured noise power spectra in this frequency band remain higher than the shot noise reference, although no signal less than 600 kHz is loaded on the piezoelectric ceramics. This is because a variety of noises in the experimental environment, such as those from mechanical vibration, beam pointing, and laser intensity, affect the measurement results. In the experiment, the signal changes under different driving voltages were measured at a center frequency of 2 MHz. Upon adjusting the driving voltage, the noise in the power spectrum of the signal light at 2 MHz is 3 dB to 7 dB higher than the shot noise baseline (Fig. 7). At 2 MHz, the signal-to-noise ratio can be increased by increasing the optical power of the signal (Fig. 9). In the experiment, by changing the driving voltage amplitudes under different signal powers, the noise in the signal light is set 3 dB higher than the shot noise. The measurement results show that the minimum measurable displacement of the system decreases with an increase in the optical power of the signal. When the signal light power is 90 μ W, the minimum measurable displacement is 0.176 nm.

Conclusions In this study, the minimum measurable displacements at different frequencies from 0 Hz to 3 MHz are tested, and the signal-to-noise ratios obtained at 2 MHz for different driving voltages are measured. The changes in the signal-to-noise ratio and minimum measurable displacement of the signal light for different powers are investigated. This study will promote research on methods and techniques for improving the extent of beam lateral displacement measurement and provide a theoretical and experimental basis for the application of beam transverse displacement measurement.

Key words quantum optics; small-displacement measurement; high-order transverse mode; signal optical power; signal-to-noise ratio