

聚焦高斯光束湍流大气传输的定标模型

陈小威^{1,2}, 朱文越^{1,2*}, 钱仙妹^{1,2}, 武鹏飞^{1,2}, 青春^{1,2}, 孙刚^{1,2}, 魏合理^{1,2}, 翁宁泉^{1,2,3}, 崔询^{1,2,3}¹中国科学院合肥物质科学研究院安徽光学精密机械研究所中国科学院大气光学重点实验室, 安徽 合肥 230031;²先进激光技术安徽省实验室, 安徽 合肥 230037;³中国科学技术大学环境科学与光电技术学院, 安徽 合肥 230026

摘要 为实现激光湍流大气传输效应的快速评估,采用数值仿真方法研究高斯光束远场长曝光光斑的定标规律。首先,对理想光束真空衍射和湍流扩展效应分别定标,结果表明光源截断强弱影响远场有效半径大小。然后,考虑衍射、初始像差、平台抖动和湍流扩展的相互作用,改进了半径平方加和假设,建立了远场 63.2% 环围功率半径和平均光强的定标规律模型。特别地,对于截断因子为 $2\sqrt{2}$ 的高斯光束,在实际激光系统特性、常用光学湍流廓线、地对空传输路径组成的参数空间中开展了数值仿真,利用遗传算法确定了模型的标度指数。结果表明基于改进的半径平方加和方法所建立的定标规律模型精度有了显著提升。定标规律模型与数值仿真的结果对比表明,真空传输远场半径的平均相对偏差为 1.55%,湍流大气传输远场半径和平均光强的平均相对偏差分别为 1.92% 和 3.80%。

关键词 大气光学; 大气传输; 高斯光束; 定标规律; 精度

中图分类号 O439; TN012

文献标志码 A

DOI: 10.3788/CJL230468

1 引言

受激光系统特性和大气光学特性的影响,激光在湍流大气中传输时远场光斑发生扩展等效应,降低了远场平均光强^[1-3]。波动光学程序能够精准地模拟光斑的时空变化,但运行缓慢且输入参数较多,难以满足实际应用快速评估的需求。在允许降低一定精度的情况下,人们探索了多种快速计算方法,其中基于激光大气传输机理的定标规律越来越受关注^[4-5]。定标规律模型的构建需要确定标度因子、标度函数和标度指数。标度因子由激光系统参数、大气光学参数和场景特征参数组成,标度函数表征标度因子间的相互作用关系,标度指数控制特定系统、特定场景的模型输出数值。

对于激光湍流大气传输工程应用,国内外学者分别研究了自由衍射、初始像差、平台抖动和湍流效应作用下的远场光斑特征。从 20 世纪 70 年代开始,Yura 等^[6-10]给出了多种波形光束真空传输的远场峰值光强、半径、光强分布等表达式,Gebhardt 等^[11-12]建立了平台光束和特定截断高斯光束湍流大气传输的半径模型,Rohde 等^[13-14]讨论了不同效应间半径平方加和(RSS)假设的适用性,然而并未得到一致结论。进入 21 世纪,国外针对特定平台光束系统建立了可实际应用的多套定标规律模型^[4]。国内,王英俭课题组石小燕

等^[15-19]通过仿真和实验方法研究了系统抖动、遮拦比等多种因素的影响,并建立了平台光束定标规律模型,孙兴旺等^[20]在此基础上加入了波长的影响。近年来,随着固态激光的广泛应用,人们开始对高斯光束大气传输的定标规律开展研究。2018 年,Shakir 等^[21]建立了可计算高斯光束远场峰值的模型,并在一定的假设条件下给出了远场光强分布的表达式。2018 年,李玉杰等^[22]分析了高斯光束非 Kolmogorov 湍流大气传输的远场光斑扩展效应。2022 年,关奇等^[23]给出了特定截断高斯光束湍流大气传输的半径公式。

定标规律是激光在多种传输条件下的一般规律,精度的量化是模型准确应用的重要判据,而关于模型精度的研究鲜有报道。现有定标规律模型假定多效应共同作用的远场光斑半径平方等于不同效应有效半径平方的和,这种处理方法的可靠性尚需深入研究。本文根据激光系统实际应用特点,建立适用于光学湍流非均匀分布的实际大气、各因素相互作用的高斯光束定标规律模型,并对模型的精度进行分析,希望为激光系统设计和激光大气传输评估提供参考。

2 单传输效应定标

2.1 高斯光束大气传输理论模型

根据 Huygens-Fresnel 原理,光场传播过程可看成

收稿日期: 2023-01-17; 修回日期: 2023-03-15; 录用日期: 2023-03-22; 网络首发日期: 2023-04-03

基金项目: 科工局国防基础科研计划(JCKY2019130D021)、脉冲功率激光技术国家重点实验室主任基金(SKL2020ZR08)、中国科学院合肥研究院院长基金(YZJJ2021QN08)

通信作者: *zhuwenyue@aiofm.ac.cn

次波在空间的相干叠加,近轴近似下的光波 Fresnel 衍射表达式为^[24]

$$U_i(x_i, y_i) = \frac{\exp(jk\Delta z_i)}{j\lambda\Delta z_i} \exp\left(jk\frac{x_i^2 + y_i^2}{2\Delta z_i}\right) \cdot \mathcal{F} \left\{ U_{i-1}(x_{i-1}, y_{i-1}) \exp[j\varphi_T(\Delta z_i)] \exp\left(jk\frac{x_{i-1}^2 + y_{i-1}^2}{2\Delta z_i}\right) \right\}, \quad (1)$$

式中:下标 i 表示第 i 个波面; U 表示复振幅; (x, y) 表示横向坐标; z 为传输距离; 波面间距 $\Delta z_i = z_i - z_{i-1}$; λ 为波长; k 为波数, $k = 2\pi/\lambda$; $\mathcal{F}\{\dots\}$ 表示傅里叶变换; $\varphi_T(\Delta z_i)$ 表示 Δz_i 距离内大气湍流随机变化引起的相位扰动; j 为虚数符号。

激光系统发射的聚焦高斯光束复振幅为

$$U_0(x_0, y_0) = A_0 \exp\left(-\frac{x_0^2 + y_0^2}{2a_0^2}\right) \exp(j\varphi_0) \rho(x_0, y_0, D) \exp\left(-jk\frac{x_0^2 + y_0^2}{2f}\right) \exp(j\varphi_\beta) \exp(j\varphi_J), \quad (2)$$

式中: (x_0, y_0) 为光源平面坐标; A_0 为峰值振幅; a_0 为高斯光束有效半径; φ_0 为光源相位分布; f 为系统焦距; φ_β 为系统波前像差; φ_J 为系统抖动波前; D 为系统口径; $\rho(x_0, y_0, D)$ 为圆域函数, 表达式为

$$\rho(x_0, y_0, D) = \begin{cases} 1, & \sqrt{x_0^2 + y_0^2} \leq D/2 \\ 0, & \sqrt{x_0^2 + y_0^2} > D/2 \end{cases}. \quad (3)$$

定义高斯光束有效半径 a_0 为 $1/e$ 峰值光强半径。截断因子 F_a 为系统口径和有效半径的比值, 表达式为

$$F_a = \frac{D}{a_0}. \quad (4)$$

F_a 的大小表示系统口径对高斯光束的截断程度。 F_a 越小, 系统口径越接近有效半径, 表明系统截断效应越强。

2.2 真空衍射扩展效应

不失一般性, 令 $A_0 = 1, \varphi_0 = 0$ 。不考虑波前像差、平台抖动、截断效应的影响, 即 $\varphi_\beta = 0, \varphi_J = 0$, $\rho(x_0, y_0, D) = 1$ 。令远场平面坐标为 (x_1, y_1) , 传输距离 $\Delta z = L$, 由式(1)可得到远场光强为

$$I_1(x_1, y_1) = |U_1(x_1, y_1)|^2 = \left(\frac{2a_0^2\pi}{\lambda L}\right)^2 \exp\left(-\frac{4\pi^2 a_0^2 r^2}{\lambda^2 L^2}\right), \quad (5)$$

式中: $r = \sqrt{x_1^2 + y_1^2}$ 。

远场环围功率比 $\alpha(r)$ 为

$$\alpha(r) = 1 - \exp\left(-\frac{4\pi^2 a_0^2 r^2}{\lambda^2 L^2}\right). \quad (6)$$

高斯光束远场 63.2% 环围功率半径为

$$a_d(63.2\%) = \frac{1}{2\pi} \frac{\lambda L}{a_0} \approx 0.16 \frac{\lambda L}{a_0}. \quad (7)$$

对于截断高斯光束, $\rho(x_0, y_0, D)$ 的作用不可忽略, 参照式(7)将远场半径表示为

$$a_d(\alpha) = c_a(\alpha) \frac{\lambda L}{a_0}, \quad (8)$$

式中: c_a 为标度指数, 其具体取值与 F_a 有关。

令定标规律结果为 p_i , 波动光学仿真结果为 q_i , 序列指标 $i = 1, 2, \dots, N$ 。定义平均相对偏差

$$M_{RE} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left| \frac{p_i - q_i}{q_i} \right| \times 100\%. \quad (9)$$

真空衍射参数空间如表 1 所示。在该参数空间中, 利用波动光学程序对 $c_a(\alpha)$ 定标, 结果如图 1 所示。

表 1 真空衍射参数空间

Table 1 Parameter space of diffraction in vacuum

Parameter	Value
Wavelength $\lambda / \mu\text{m}$	1, 2, ..., 9, 10
Truncating factor F_a	1.2, 1.3, ..., 9.9, 10.0
Aperture D / m	0.2, 0.4, ..., 1.6, 1.8
Distance L / km	0.4, 1.0, 2.0, 4.0, ..., 28.0, 30.0

比较图 1(a) 中 $c_a(86.5\%)$ 和 $c_a(63.2\%)$ 的变化规律可知, 不同环围功率比对应的标度指数不同。当 $F_a < 6$ 时, c_a 随着 F_a 的增大而减小, 此时对于有效半径为 a_0 的高斯光束, 增大系统口径能够减小远场衍射效应; 而当 $F_a > 6$ 时, $c_a(63.2\%) = 0.16$, 与式(7)所示的无限高斯光束定标系数一致, 此时远场衍射半径大小仅由 a_0 决定, 不受系统口径变化的影响。因此, 实际应用中系统口径的设计应结合截断因子的大小进行决策。

为便于实际应用, 建立标度指数 c_a 与截断因子 F_a 的定标关系。对于 63.2% 环围功率半径, c_a 的表达式为

$$c_a(63.2\%) = 1.26 \exp(-1.04F_a) + 0.16. \quad (10)$$

将式(10)代入式(8)可快速计算远场衍射半径。在表 1 所示的参数空间中, 图 1(b) 比较了定标和仿真结果, 两种方法的平均相对偏差为 0.53%, 表明式(10)具有较高精度。当 $F_a = 2\sqrt{2}$ 时, 由式(10)可计算出 $c_a(63.2\%) = 0.227$, 对应 $a_d(63.2\%) = 0.64 \lambda L / D$, 与 Breux 等^[12]的结果一致。

下文以远场 63.2% 环围功率半径为有效半径研究光束扩展效应, 光束质量因子与之对应。

2.3 光学湍流扩展效应

Yura^[6]根据 Huygens-Fresnel 原理, 推导出无限高斯光束在 Kolmogorov 谱湍流大气中时扩展远场有效半径 a_V 的表达式

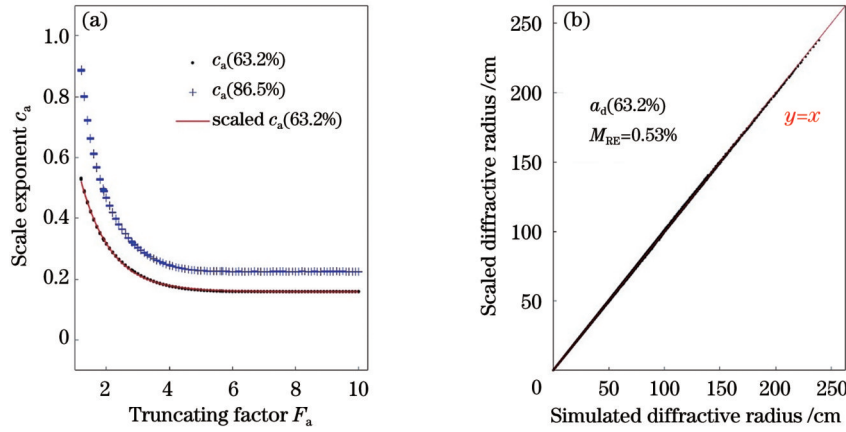


图 1 高斯光束真空衍射半径定标。(a)标度指数 c_a 随截断因子的变化；(b)衍射半径仿真结果与定标结果的对比
Fig.1 Scaling for diffractive radius of Gaussian beam in vacuum. (a) Variation of scale exponent c_a with truncating factor; (b) comparison between simulated and scaled diffractive radius

$$a_Y^2 = \left(\frac{L}{ka_0}\right)^2 + \left(\frac{2L}{k\rho_0}\right)^2, \quad (11)$$

式中： L 为传输距离；横向相干长度 $\rho_0(L)$ 是传输路径上光学湍流强度 C_n^2 的积分，表达式为

$$\rho_0 = \left[1.45k^2 \int_0^L C_n^2(z) \left(1 - \frac{z}{L}\right)^{5/3} dz \right]^{-3/5}. \quad (12)$$

实际应用中常用大气相干长度 r_0 表示湍流积分效应。 r_0 与 ρ_0 的关系为 $r_0 = 2.1\rho_0$ 。将截断因子代入式(11)可得

$$a_Y^2 = \left(\frac{F_a \lambda L}{2\pi D}\right)^2 \left[1 + \left(\frac{4.2}{F_a}\right)^2 \left(\frac{D}{r_0}\right)^2 \right]. \quad (13)$$

对于截断高斯光束，参照式(13)将远场有效半径表示为

$$a_Y^2 = \left(c_a F_a \frac{\lambda L}{D}\right)^2 \left[1 + c_3 \left(\frac{D}{r_0}\right)^{c_T} \right], \quad (14)$$

式中： D/r_0 为湍流标度因子； c_3 和 c_T 是标度指数。Yura^[6]的理论结果中 $c_T = 2$ ，然而 Andrews等^[25]认为 $c_T = 5/3$ 。

在图2(a)所示的 Hufnagel-Valley 光学湍流廓线^[1]下利用波动光学程序开展仿真分析，相位扰动 $\varphi_T(\Delta z_i)$ 由 Kolmogorov 功率谱生成。设定仰角 90° 地对空传输，波长 $\lambda = 1.06 \mu\text{m}$ ，口径 $D = 0.5, 1.0, 1.5 \text{ m}$ ，距离 $5 \text{ km} \leq L \leq 20 \text{ km}$ ，平均次数 1000，湍流扩展半径定标结果如图2(b)所示，最小二乘法拟合结果表明 $c_T \approx 2$ ，即较符合 Yura 模型。不同截断因子对应的标度指数 c_3 不同，截断因子从 2 开始变大时， c_3 随之从 1.04 逐渐减小；当截断因子增大到 6 时， $c_3 = 0.44$ 。

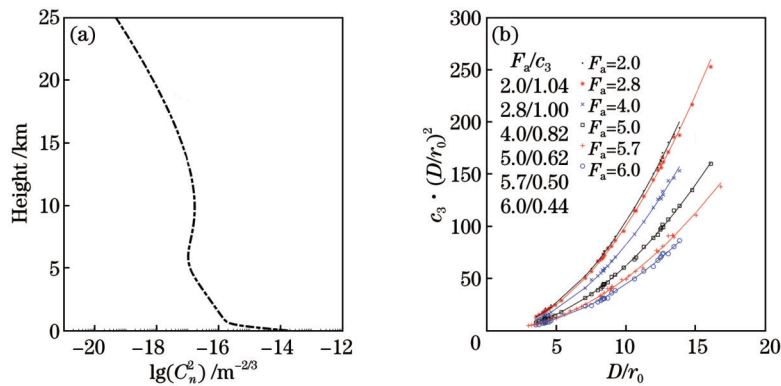


图 2 光学湍流廓线和湍流扩展半径定标。(a)光学湍流廓线；(b)高斯光束湍流扩展半径定标
Fig. 2 Optical turbulence profile and scaling of turbulence spread radius for Gaussian beam

3 多传输效应定标

激光湍流大气传输实际应用中，远场光斑在平台抖动、初始像差、光学湍流共同作用下发生扩展。一般常用 RSS 假设建立远场半径模型^[5, 11, 16, 18, 20-21]，即实际远场半径的平方等于各效应有效半径平方的和。例

如，A 效应独自作用时的远场半径为 a_A ，B 效应独自作用时的远场半径为 a_B ，则在 RSS 假设下实际远场半径 a_C 满足

$$a_C^2 = a_A^2 \left[1 + c_s \left(\frac{a_B}{a_A}\right)^2 \right], \quad (15)$$

式中： c_s 为标度指数。

现有研究对 RSS 假设的可靠性存在质疑^[13-14]，实际应用中此假设可能带来的偏差需要深入研究。 c_s 的值直接关系到合成半径的结果，现有研究表明其具体数值随着传输条件的变化而不同^[16,20]，因此应综合考虑多种传输场景确定最优值。为此，我们提出改进的半径平方加和 (MRSS) 方法，将实际远场半径 a_c 表示为

$$a_c^2 = a_A^2 \left[1 + c_{s,1} \exp\left(c_{s,2} \frac{a_B}{a_A}\right) \left(\frac{a_B}{a_A}\right)^{c_{s,3}} \right], \quad (16)$$

式中： $c_{s,1}$ 、 $c_{s,2}$ 和 $c_{s,3}$ 均为标度指数。

可以看出，MRSS 方法相对 RSS 假设做了三处改进：一是加入含 a_B 和 a_A 比值的指数项，目的是通过 a_B 和 a_A 的比值表征 A 效应和 B 效应的相对强弱；二是将半径平方加和关系改进为幂次加和关系；三是将 1 个标度指数 c_s 扩展为 3 个标度指数。后两处改进是为了提升模型的适用性。

3.1 真空传输扩展效应

假定实际激光系统抖动角服从二维高斯分布，均方根为 σ_j ，则抖动效应造成的远场光斑长时扩展有效半径 $a_j = \sigma_j L$ 。定义光束质量因子 β_0 为有像差光束和理想光束真空传输远场有效半径的比值，若高斯光束衍射半径为 a_d ，则初始光束质量因子为 β_0 的高斯光束真空传输远场半径为 $a_d \cdot \beta_0$ 。

根据 RSS 假设，将远场有效半径表示为

$$a_{VR}^2 = a_d^2 \left[\beta_0^2 + c_2 \left(\frac{a_j}{a_d}\right)^2 \right], \quad (17)$$

式中： c_2 为抖动效应标度指数。

需要指出的是，为了与常用的定标规律模型形式统一，式 (17) 只将 a_d 提取到中括号外， β_0 成为中括号内一个求和因子。 a_{VR} 对应的光束质量因子 $\beta_{VR} = a_{VR}/a_d$ 。

根据 MRSS 方法，将远场有效半径表示为

$$a_V^2 = (a_d \cdot \beta_0)^2 \left[1 + c_{2,1} \exp\left(c_{2,2} \frac{a_j}{a_d \beta_0}\right) \left(\frac{a_j}{a_d \beta_0}\right)^{c_{2,3}} \right], \quad (18)$$

式中： $c_{2,1}$ 、 $c_{2,2}$ 和 $c_{2,3}$ 均为标度指数。

代入 a_d 和 a_j 的表达式，并记衍射半角 $\sigma_d = a_d/L$ ，则 a_V 对应的光束质量因子为

$$\beta_V = \beta_0 \sqrt{1 + c_{2,1} \exp\left(c_{2,2} \frac{\sigma_j}{\sigma_d \beta_0}\right) \left(\frac{\sigma_j}{\sigma_d \beta_0}\right)^{c_{2,3}}}. \quad (19)$$

真空传输参数空间如表 2 所示，表中 Fresnel 数定义为 $N_F = ka_0^2/L$ 。在该参数空间中，利用波动光学程序模拟并计算远场有效半径。以远场有效半径平均相对偏差最小为目标，借助遗传算法^[26]确定 a_{VR} 和 a_V 标度函数中的标度指数，遗传算法个体数目 400，最大遗

表 2 真空传输参数空间

Parameter	Value
Wavelength $\lambda / \mu\text{m}$	1.06
Truncating factor F_a	$2\sqrt{2}$
Aperture D / m	0.2, 0.6, 1.0, 1.4, 1.8
Beam quality β_0	1, 2, 4, 6, 8, 10
Jitter deviation $\sigma_j / \mu\text{rad}$	0, 1, 2, 4, 6, 8, 10
Distance L / km	0.4, 0.6, 0.8, 1.0, 1.2, 2, 4, 6, 8, 10, 20, 30
Fresnel number N_F	1.0-6003.4

传代数 800，交叉概率 0.7，变异概率 0.01。

遗传算法运行结果如图 3 所示，可以看出遗传代数为 800 时，RSS 假设得到的定标规律平均相对偏差稳定在 3.12%，此时 $c_2 = 0.94$ ；MRSS 方法的平均相对偏差稳定在 1.55%，此时 $c_{2,1} = 1.13$ ， $c_{2,2} = 0.02$ ， $c_{2,3} = 1.79$ 。

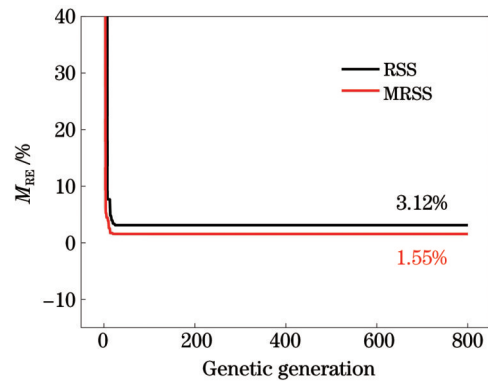


图 3 真空大气传输定标规律模型平均相对偏差随遗传代数变化

Fig. 3 Mean relative errors of scale models for propagation in vacuum varying with genetic generation

图 4 给出了定标结果和数值仿真结果的对比。可以看出， β_V 的相关系数大于 β_{VR} ； a_{VR} 相对偏差的平均值为 3.12%，最大绝对值为 13.62%， a_V 相对偏差的平均值为 1.55%，最大绝对值为 12.74%。对比结果表明 MRSS 方法建立的定标规律模型精度更高。

3.2 湍流大气传输扩展效应

激光在湍流大气中传输时，远场光斑在真空衍射、初始像差、平台抖动和湍流效应共同作用下发生扩展效应。记湍流效应扩展半径 a_T 为

$$a_T = \left(\frac{\lambda L}{D}\right) \frac{D}{r_0}. \quad (20)$$

根据 RSS 假设，将远场有效半径表示为

$$a_{LR}^2 = a_d^2 \left[\beta_0^2 + c_2 \left(\frac{\sigma_j}{\sigma_d}\right)^2 + c_3 \left(\frac{D}{r_0}\right)^2 \right]. \quad (21)$$

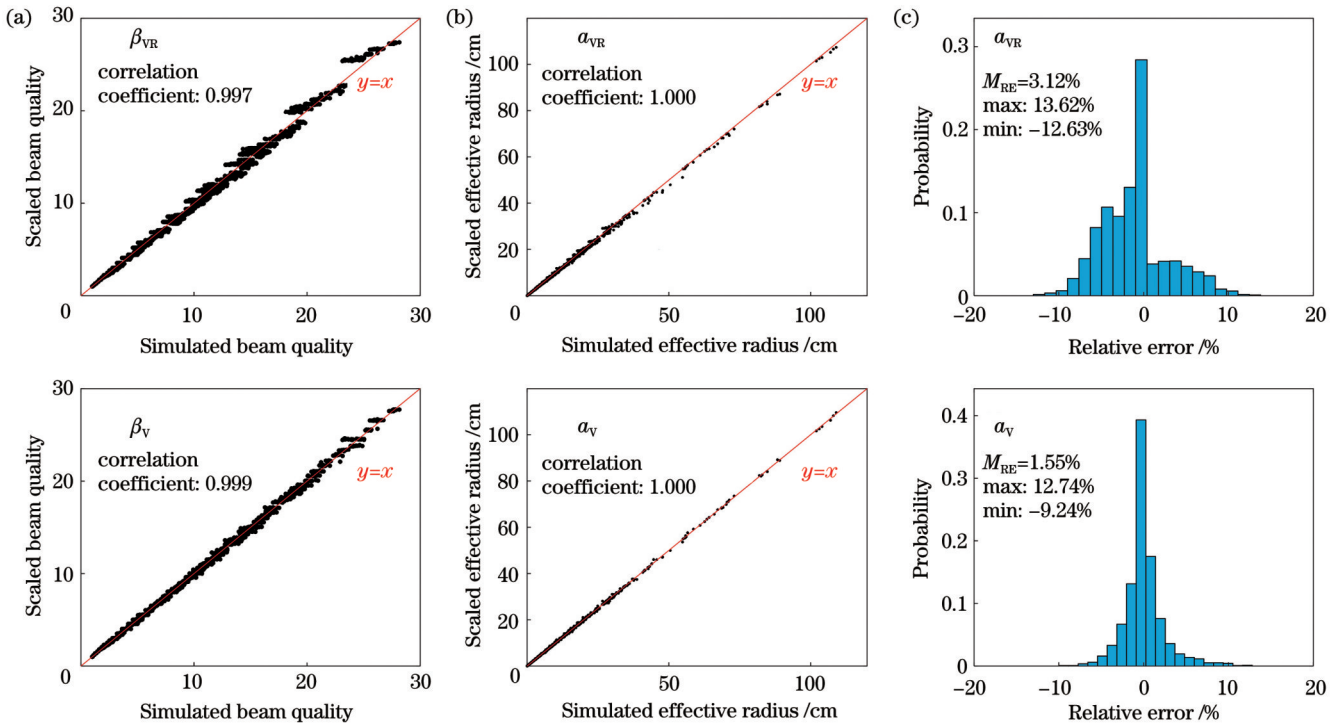


图 4 多效应作用下真空传输定标结果与仿真结果对比。(a)远场光束质量因子;(b)远场有效半径;(c)远场有效半径相对偏差。

β_{VR}, a_{VR} 对应 RSS 假设, β_V, a_V 对应 MRSS 方法

Fig. 4 Comparison between scaling results and simulations for propagation in vacuum with interactions of multiple effects. (a) Far-field beam quality; (b) far-field effective radius; (c) relative error of far-field effective radius. β_{VR} and a_{VR} are from RSS assumption, and β_V and a_V are from MRSS method

式中: c_2 为抖动标度指数; c_3 为湍流扩展标度指数。

式(21)即为常用的标度函数形式。 a_{LR} 对应的光束质量因子为 $\beta_{LR} = a_{LR}/a_d$

假定湍流效应在真空传输远场光斑扩展的基础上发生, 根据 MRSS 方法, 将远场有效半径 a_L 表示为

$$a_L^2 = a_V^2 \left[1 + c_{3,1} \exp\left(c_{3,2} \frac{a_T}{a_V}\right) \left(\frac{a_T}{a_V}\right)^{c_{3,3}} \right], \quad (22)$$

式中: $c_{3,1}, c_{3,2}$ 和 $c_{3,3}$ 均为标度指数。

代入 a_T 和 a_V 可将 a_L 进一步化简为

$$a_L^2 = (\sigma_d L)^2 \beta_V^2 \times \left[1 + c_{3,1} \exp\left(c_{3,2} \frac{1}{c_a F_a \beta_V} \frac{D}{r_0}\right) \left(\frac{1}{c_a F_a \beta_V} \frac{D}{r_0}\right)^{c_{3,3}} \right], \quad (23)$$

对应的远场光束质量因子 β_L 为

$$\beta_L = \beta_V \sqrt{1 + c_{3,1} \exp\left(c_{3,2} \frac{1}{c_a F_a \beta_V} \frac{D}{r_0}\right) \left(\frac{1}{c_a F_a \beta_V} \frac{D}{r_0}\right)^{c_{3,3}}}. \quad (24)$$

若激光发射功率为 P_0 , 大气透过率为 T_R , 则远场 63.2% 环围平均光强 I_X 的表达式为

$$I_X = \frac{0.632 P_0 T_R}{\pi a_X^2}. \quad (25)$$

对于 RSS 假设, 下标 $X = LR$; 对于 MRSS 方法, 下标 $X = L$ 。暂不考虑 P_0 和 T_R 变化对平均光强的影

响, 下文将 I_X 归一化为 $I_X = 1/a_X^2$ 。

湍流大气传输参数空间如表 3 所示。在该参数空间中, 利用波动光学程序模拟高斯光束湍流大气传输过程。设定激光地对空聚焦传输, 远场位置由传输距离 L 和仰角 θ 确定, 湍流强度随高度分布如图 2(a) 所示, 相位扰动 $\varphi_T(\Delta z_i)$ 由 Kolmogorov 功率谱生成。该参数空间中, Fresnel 数变化范围为 1.5~6003.4, 550 nm 大气相干长度 r_{550} 变化范围为 1.5~22.8 cm, 然

表 3 湍流大气传输参数空间

Table 3 Parameter space of propagation in turbulent atmosphere

Parameter	Value
Wavelength $\lambda / \mu\text{m}$	1.06
Truncating factor F_a	$2\sqrt{2}$
Aperture D / m	0.2, 0.6, 1.2, 1.4, 1.8
Beam quality β_0	1, 2, 4, 6, 8, 10
Jitter deviation $\sigma_j / \mu\text{rad}$	0, 1, 2, 4, 6, 8, 10
Distance L / km	0.4, 0.6, 0.8, 1.0, 1.2, 2, 4, 6, 8, 10, 15, 20
Elevation $\theta / (^\circ)$	0, 15, 30, 45, 60, 90
Fresnel number N_F	1.5~6003.4
Coherence length of 550 nm r_{550} / cm	1.5~22.8

而在计算过程中发现当 $r_{550} < 2 \text{ cm}$ 时, 结果偏离一般情况, 对这一部分结果不予考虑。

当截断因子为 $2\sqrt{2}$ 时, $c_2 = 0.94, c_{2,1} = 1.13, c_{2,2} = 0.02, c_{2,3} = 1.79$ 。以平均光强的平均相对偏差最小为目标, 借助遗传算法对 RSS 假设和 MRSS 方法分别定标。遗传个体数目 400, 最大遗传代数 800, 交叉概率 0.7, 变异概率 0.01。遗传算法运行结果如图 5 所示, 可以看出遗传代数为 800 时, RSS 假设平均相对偏差稳定在 8.33%, 此时 $c_3 = 1.30$; MRSS 方法平均相对偏差稳定在 3.80%, 此时 $c_{3,1} = 0.61, c_{3,2} = 0.03, c_{3,3} = 1.71$ 。

两种方法定标和仿真结果的对比分别如图 6 和图 7 所示。可以看出, a_L 和 β_L 的相关系数分别大于 a_{LR} 和 β_{LR} 的相关系数。 a_L 和 a_{LR} 的相对偏差平均值分别为 1.92% 和 4.15%, 最大绝对值分别为 14.44% 和 25.13%; I_L 和 I_{LR} 的相对偏差平均值分别为 3.80% 和

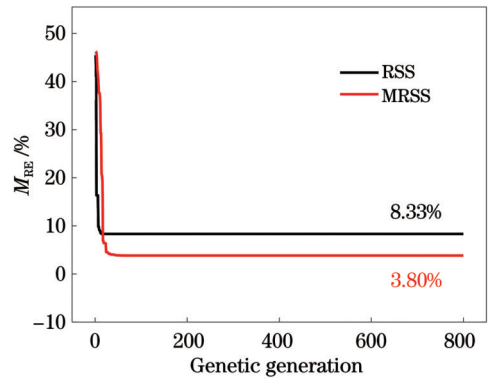


图 5 湍流大气传输定标模型平均相对偏差随遗传代数变化
Fig. 5 Mean relative errors of scale models for propagation in turbulent atmosphere varying with genetic generation

8.33%, 最大绝对值分别为 24.09% 和 38.10%。因此, MRSS 方法所建立的定标规律模型精度比 RSS 假设有了显著提升。

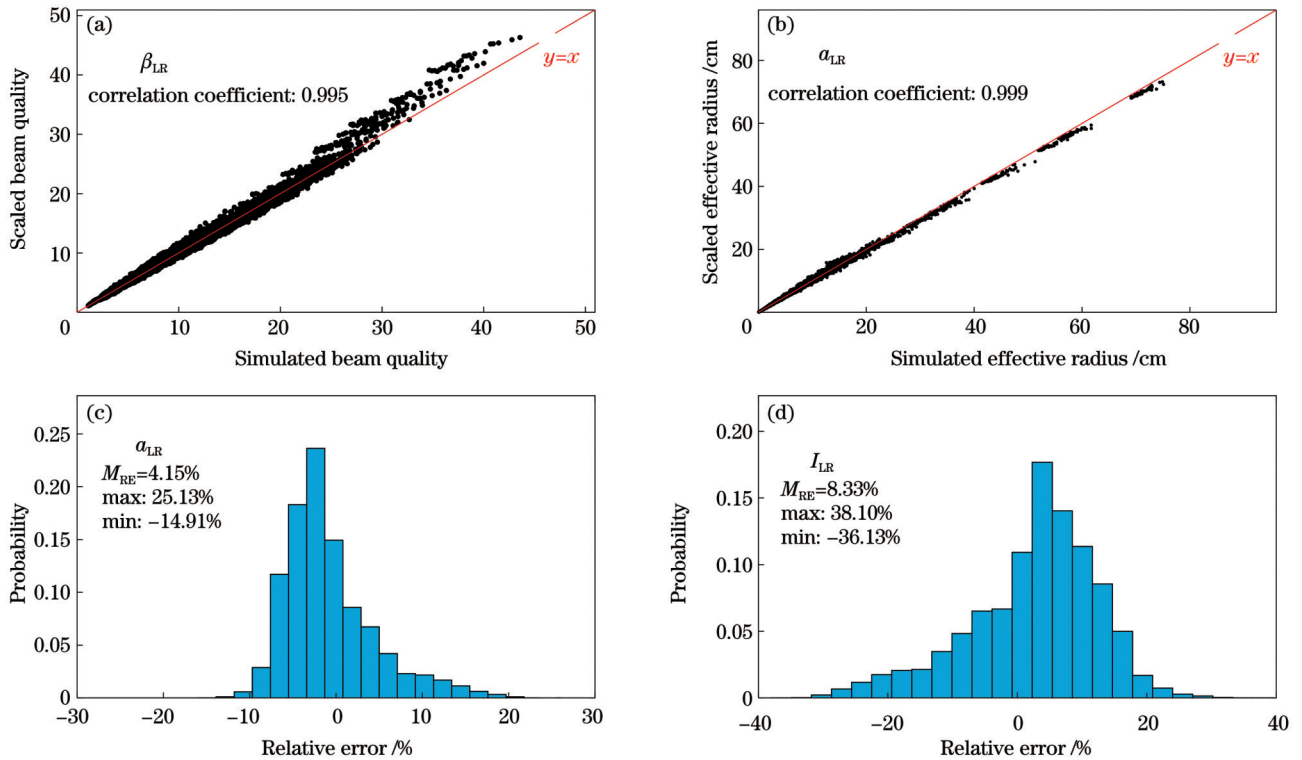


图 6 基于 RSS 假设的湍流大气传输定标结果。(a) 远场光束质量; (b) 远场有效半径; (c) 远场有效半径相对偏差; (d) 远场 63.2% 环围平均光强相对偏差

Fig. 6 Scaling for propagation in turbulent atmosphere with RSS assumption. (a) Far-field beam quality; (b) far-field effective radius; (c) relative error of far-field effective radius; (d) relative error of 63.2% encircled mean intensity

观察远场有效半径 a_V 和 a_L 的表达式可以发现, a_V 模型包含 6 个标度因子 ($\lambda, D, F_a, \beta_0, \sigma_j, L$) 和 4 个标度指数 ($c_a, c_{2,1}, c_{2,2}, c_{2,3}$), 其中 λ, D, F_a 分别表征高斯光源的波长、口径和截断程度, β_0, σ_j 分别表征发射系统的像差和机械稳定性, L 是聚焦系统的焦距。 a_L 相对 a_V 增加了一个标度因子 (r_0) 和 3 个标度指数 ($c_{3,1}, c_{3,2}, c_{3,3}$), 因而其表达式中共计 7 个标度因子和 7 个标度指数。MRSS 方法本质上通过光束质量乘积关系引入新

效应的影响, 新效应的扩展倍数即为待定标的关系式, 关系中的指数项加入了不同效应扩展半径的相对大小, 因而能够体现不同效应间的相互作用。

4 模型的适用性

远场半径 a_L 定标模型是按照从单效应到多效应、从真空传输到湍流大气传输逐步建立的, 标度函数包含了真空传输和湍流传输定标结果。现讨论不同极端

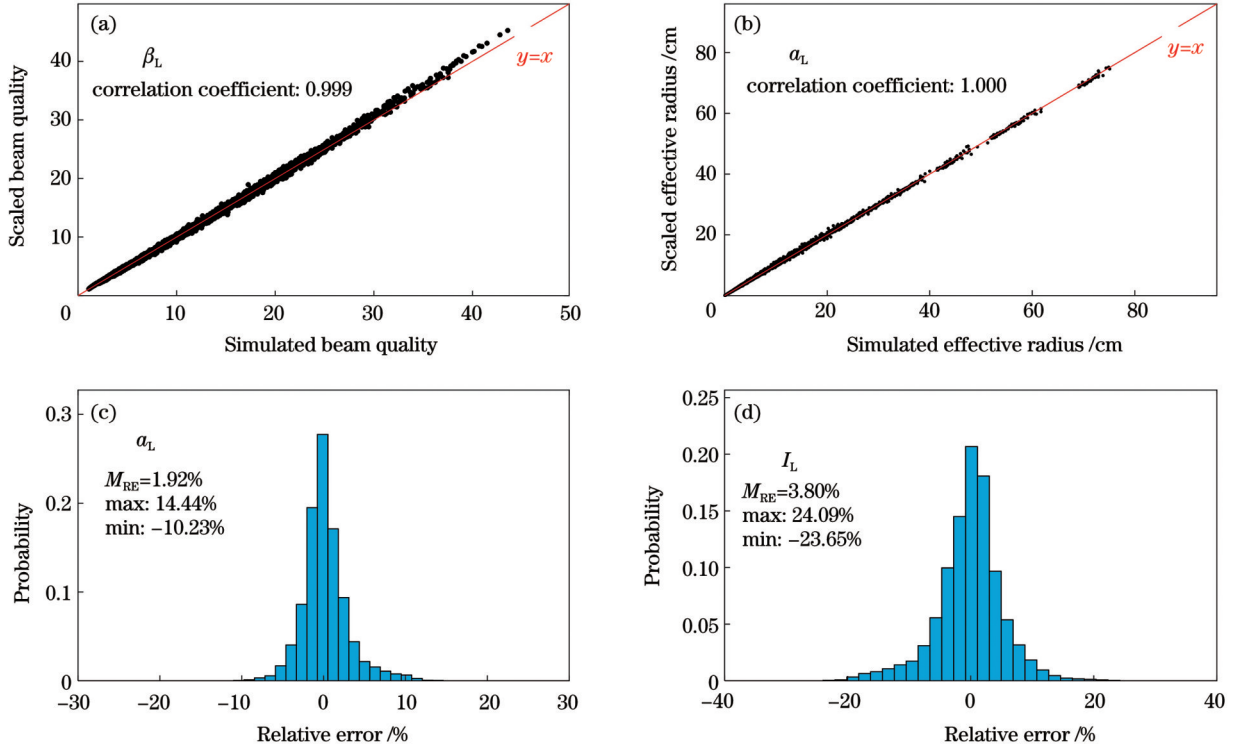


图 7 基于 MRSS 方法的湍流大气传输定标结果。(a) 远场光束质量; (b) 远场有效半径; (c) 远场有效半径相对偏差; (d) 远场 63.2% 环境平均光强相对偏差

Fig. 7 Scaling for propagation in turbulent atmosphere with MRSS method. (a) Far-field beam quality; (b) far-field effective radius; (c) relative error of far-field effective radius; (d) relative error of 63.2% encircled mean intensity

条件下模型的适用性。

对于真空传输远场有效半径 a_v 定标模型, 如式 (18) 所示, 当 $\sigma_j = 0$ 时, 该式转变为真空衍射, 进一步, 当 $\beta_0 = 1$ 时, 该式与式 (8) 相同。因此, 式 (18) 适用于真空中单效应和多效应作用下的传输场景。对于湍流大气传输远场有效半径 a_L 定标模型, 如式 (23) 所示, 当不存在湍流效应时, 该式中括号内的值为 1, 此时该式与 a_v 的模型相同。当仅存在湍流效应时, 对于 $F_a = 2\sqrt{2}$ 的高斯光源, β_L 可表示为

$$\beta_{L,T} = \sqrt{1 + 0.61 \exp\left(0.03 \frac{1}{c_a F_a \beta_V} \frac{D}{r_0}\right) \left(\frac{1}{c_a F_a \beta_V} \frac{D}{r_0}\right)^{1.71}} \quad (26)$$

根据式 (14) 和图 2(b) 中的结果可知, 湍流扩展半径对应的光束质量 β_Y 为

$$\beta_Y = \sqrt{1 + \left(\frac{D}{r_0}\right)^2} \quad (27)$$

对表 3 参数空间生成的样本数据统计表明 D/r_0 的最小值为 0.4, 且 95.0% 的样本满足 $D/r_0 \leq 12.6$ 。令 D/r_0 在 0.4~12.6 范围内变化, 图 8 比较了 $\beta_{L,T}$ 和 β_Y , 两者平均相对偏差为 2.08%, 说明式 (26) 在一定范围内能较好地表征光学湍流扩展作用。因此, 式 (23) 适用于理想高斯光束真空衍射、多效应相互作用下的真空传输和湍流大气传输, 并适用于一般条件下湍流扩

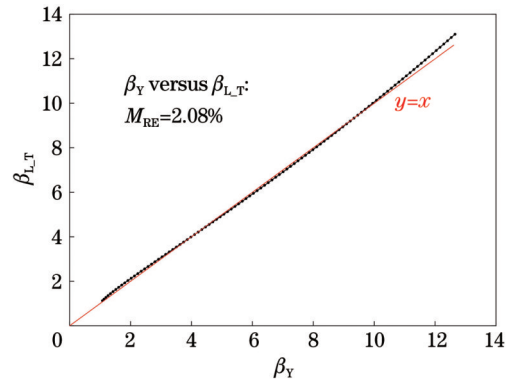


图 8 仅存在湍流作用时, β_Y 和 $\beta_{L,T}$ 对比
Fig. 8 Comparison between β_Y and $\beta_{L,T}$ when only turbulent spread is considered

展的计算。

5 结 论

面向实际应用需求, 本文探索了高斯光束真空传输和湍流大气传输定标规律模型的构建方法, 基于改进的半径平方加和方法构造了远场 62.3% 环境功率半径的标度函数。以实际激光系统参数、随高度变化的湍流廓线为输入, 结合波动光学数值仿真程序和遗传算法确定了截断因子为 $2\sqrt{2}$ 的高斯光束定标模型标度指数的具体数值, 给出了定标规律模型和数值仿真结果的偏差: 真空传输远场半径

的平均相对偏差为 1.55%，湍流大气传输远场半径和平均光强的平均相对偏差分别为 1.92% 和 3.80%。

文中所采用的定标规律模型的构建方法、所建立的标度函数具有一定的通用性。然而,对于其他截断因子的光源、其他环围功率比的半径,标度指数的数值和定标规律模型的精度有待进一步研究。

致谢 感谢本单位王英俭研究员对数值仿真和建模工作的帮助!

参 考 文 献

- [1] 苏毅, 万敏. 高能激光系统[M]. 北京: 国防工业出版社, 2004.
Su Y, Wan M. High energy laser system[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2004.
- [2] 刘晶儒, 杜太焦, 王立君. 高能激光系统试验与评估[M]. 北京: 国防工业出版社, 2014.
Liu J R, Du T J, Wang L J. High energy laser system test and evaluation[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2014.
- [3] 刘泽金, 杨未强, 韩凯, 等. 激光武器设计准则探讨[J]. 中国激光, 2021, 48(12): 1201001.
Liu Z J, Yang W Q, Han K, et al. Research on the design criteria of laser weapons[J]. Chinese Journal of Lasers, 2021, 48(12): 1201001.
- [4] 朱文越, 钱仙妹, 饶瑞中, 等. 高能激光大气传输性能评估技术[J]. 红外与激光工程, 2019, 48(12): 1203002.
Zhu W Y, Qian X M, Rao R Z, et al. Evaluation technology of high energy laser atmospheric propagation performance[J]. Infrared and Laser Engineering, 2019, 48(12): 1203002.
- [5] Bartell R J, Perram G P, Fiorino S T, et al. Methodology for comparing worldwide performance of diverse weight-constrained high energy laser systems[J]. Proceedings of SPIE, 2005, 5792: 76-87.
- [6] Yura H T. Atmospheric turbulence induced laser beam spread[J]. Applied Optics, 1971, 10(12): 2771-2773.
- [7] Holmes D A, Korka J E, Avizonis P V. Parametric study of apertured focused Gaussian beams[J]. Applied Optics, 1972, 11(3): 565-574.
- [8] Clark P P, Howard J W, Friere E R. Asymptotic approximation to the encircled energy function for arbitrary aperture shapes[J]. Applied Optics, 1984, 23(2): 353-357.
- [9] Rockower E B. Laser beam-quality/aperture-shape scaling relation [J]. Applied Optics, 1986, 25(9): 1394-1397.
- [10] Mahajan V N. Uniform versus Gaussian beams: a comparison of the effects of diffraction, obscuration, and aberrations[J]. Journal of the Optical Society of America A, 1986, 3(4): 470-485.
- [11] Gebhardt F G. High power laser propagation[J]. Applied Optics, 1976, 15(6): 1479-1493.
- [12] Breaux H, Evers W, Sepucha R, et al. Algebraic model for CW thermal-blooming effects[J]. Applied Optics, 1979, 18(15): 2638-2644.
- [13] Rohde R S, Buser R G. Index of refraction turbulence effects on thermal blooming in laboratory experiments[J]. Applied Optics, 1979, 18(5): 698-704.
- [14] Petrowski K, Limsui D, Menyuk C, et al. Turbulent thermal blooming[J]. Proceedings of SPIE, 2008, 6951: 695104.
- [15] 石小燕, 王英俭, 黄印博. 发射系统遮拦比对均强聚焦光束光斑扩展的影响[J]. 强激光与粒子束, 2003, 15(12): 1181-1183.
Shi X Y, Wang Y J, Huang Y B. Numerical analysis on the uniform focused beam spreading induced by atmosphere turbulence with different obscuring ratio[J]. High Power Laser & Particle Beams, 2003, 15(12): 1181-1183.
- [16] 黄印博, 王英俭. 跟踪抖动对激光湍流大气传输光束扩展的影响[J]. 光学学报, 2005, 25(2): 152-156.
Huang Y B, Wang Y J. The effect of tracking jitter on the beam spreading induced by atmospheric turbulence[J]. Acta Optica Sinica, 2005, 25(2): 152-156.
- [17] 黄印博, 王英俭. 聚焦光束大气传输光束扩展定标规律的数值分析[J]. 物理学报, 2006, 55(12): 6715-6719.
Huang Y B, Wang Y J. Numerical analysis of the scaling laws about focused beam spreading induced by the atmosphere[J]. Acta Physica Sinica, 2006, 55(12): 6715-6719.
- [18] 乔春红, 范承玉, 黄印博, 等. 高能激光大气传输的定标规律[J]. 中国激光, 2010, 37(2): 433-437.
Qiao C H, Fan C Y, Huang Y B, et al. Scaling laws of high energy laser propagation through atmosphere[J]. Chinese Journal of Lasers, 2010, 37(2): 433-437.
- [19] Ma H M, Zhang P F, Zhang J H, et al. A fast calculation method of far-field intensity distribution with point spread function convolution for high energy laser propagation[J]. Applied Sciences, 2021, 11(10): 4450.
- [20] 孙兴旺, 张庆, 钟哲强, 等. 高能激光大气传输光束扩展的定标规律研究[J]. 光学学报, 2022, 42(24): 2401008.
Sun X W, Zhang Q, Zhong Z Q, et al. Scaling law for beam spreading during high-energy laser propagation in atmosphere[J]. Acta Optica Sinica, 2022, 42(24): 2401008.
- [21] Shakir S A, Clark T T, Cargill D S, et al. Far-field propagation of partially coherent laser light in random mediums[J]. Optics Express, 2018, 26(12): 15609-15622.
- [22] 李玉杰, 钱仙妹, 朱文越, 等. 高能固态激光非 Kolmogorov 湍流大气传输光斑扩展的数值分析[J]. 光学学报, 2018, 38(6): 0601002.
Li Y J, Qian X M, Zhu W Y, et al. Numerical analysis of beam spreading of high-power solid laser propagation through non-Kolmogorov turbulent atmosphere[J]. Acta Optica Sinica, 2018, 38(6): 0601002.
- [23] 关奇, 杜太焦, 陈志华, 等. 截断 Gauss 光束远场参数预估[J]. 现代应用物理, 2022, 13(3): 030301.
Guan Q, Du T J, Chen Z H, et al. Estimation of far-field parameters of truncated Gauss beams[J]. Modern Applied Physics, 2022, 13(3): 030301.
- [24] Schmidt J D. Numerical simulation of optical wave propagation with examples in MATLAB[M]. Bellingham: SPIE, 2010.
- [25] Andrews L C, Phillips R L. Laser beam propagation through random media[M]. Bellingham: SPIE, 2005.
- [26] 王小平, 曹立明. 遗传算法: 理论、应用与软件实现[M]. 西安: 西安交通大学出版社, 2002.
Wang X P, Cao L M. Genetic algorithm: theory, application and software realization[M]. Xi'an: Xi'an Jiaotong University Press, 2002.

Scale Model of Focused Gaussian Beam Propagating in Turbulent Atmosphere

Chen Xiaowei^{1,2}, Zhu Wenyue^{1,2*}, Qian Xianmei^{1,2}, Wu Pengfei^{1,2}, Qing Chun^{1,2}, Sun Gang^{1,2},
Wei Heli^{1,2}, Weng Ningquan^{1,2,3}, Cui Xun^{1,2,3}

¹Key Laboratory of Atmospheric Optics, Anhui Institute of Optics and Fine Mechanics, HFIPS, Chinese Academy of Sciences, Hefei 230031, Anhui, China;

²Advanced Laser Technology Laboratory of Anhui Province, Hefei 230037, Anhui, China;

³School of Environmental Science and Optoelectronic Technology, University of Science and Technology of China, Hefei 230026, Anhui, China

Abstract

Objective Laser beams propagating in the atmosphere suffer from adverse effects due to the atmospheric optical characteristics and laser system features, which broaden the beam radius and weaken the encircled mean intensity. The wave-optics-based four-dimensional codes work with redundant inputs and slow speed, failing to meet the requirements of rapid assessment for practical applications. Researchers have made efforts to develop new methods, holding reasonable accuracy, calculating quickly and easily, without consideration of the mesh size and computational stability as wave optics programs. Integrated with characteristic parameters of laser system and atmosphere, the scale law has received much attention and is widely used in system design and applications with lots of computation.

Current laser beam propagation scale law is based on radius-square-sum (RSS) assumption, meaning that the resulting far-field radius is the root of the sum of radii squared of the individual effect contributions. The RSS assumption lacks scientific foundation and may bring some errors in use. Besides, though the accuracy of scale law is crucial for reliable analysis, few reports on the accuracy of scale models have been released. Furthermore, previous attention was focused mainly on flat-top source, thus the effect of new features of Gaussian source, such as truncating extent, on far-field spot has not been well studied.

Methods Theoretical analysis and numerical simulations are used to build the scale model. Analytical expression of 63.2% encircled power radius in the far-field of infinite Gaussian source is deduced on the basis of Huygens-Fresnel principle, showing that the radius is a function of wavelength, distance and aperture. When the Gaussian source is truncated, split-step wave optics simulations are used to obtain the far-field radii corresponding to 63.2% and 86.5% encircled power. Referring to the analytical expression of infinite Gaussian source, a radius scale function for truncated Gaussian source is built, and the scale exponents are given for different truncating factors. On the basis of established turbulent spread radius expression of infinite Gaussian beam, a radius scale model is given for truncated Gaussian source propagating through turbulence, showing that the scale exponent varies with the value of truncating factor.

When the mutual interaction among diffraction, beam quality, jitter of platform and optical turbulence is considered, the generally used RSS assumption is improved to a modified version which is named MRSS method. This new method introduces three scale exponents and an exponent term which consists of the ratio of two different characteristic radii in order to promote the model's applicability. For Gaussian source with truncating factor of $2\sqrt{2}$ propagating in vacuum, the split-step wave optics simulations are operated in a wide range of parameter space shown in Table 2, with Fresnel number changing from 1.0 to 6003.4. The far-field radius scale models based on RSS assumption and MRSS method are built respectively, and the exponents are fixed with the help of genetic algorithm. Comparison with numerical simulations shows that the mean relative errors of the results from the model based on MRSS method are smaller than those based on RSS assumption.

A similar process is conducted to build the scale model of far-field radius and encircled mean intensity for the Gaussian source with truncating factor of $2\sqrt{2}$ propagating in turbulent atmosphere. The numerical simulations are conducted with the Hufnagel-Valley optical turbulence profile, and with the propagating distance and other parameters varying in a wide range shown in Table 3. Comparison with numerical simulations shows that the accuracy of the model based on MRSS method is higher than that based on RSS assumption.

Results and Discussions When the Gaussian source is truncated, the far-field radius of free diffraction in vacuum and turbulent spread in atmosphere is affected by the truncating factor, as the scale exponents vary with F_a , as shown in Fig. 1 and Fig. 2(b), respectively. For the scale models based on RSS assumption, a_{VR} gives a mean relative error of 3.12%, as shown in Fig. 4(c), while a_{LR} gives a mean relative error of 4.15%, as shown in Fig. 6(c). For the scale models based on MRSS method, a_V gives a mean relative error of 1.55%, as shown in Fig. 4(c), while a_L gives a mean relative error of 1.92%, as shown in Fig. 7(c). The mean relative error of mean intensity is 8.33% based on RSS assumption, and 3.80% based on MRSS method. In summary, the accuracy of the models based on MRSS method is higher than those based on RSS assumption.

The expression of a_L based on MRSS method is equivalent to a_d for ideal Gaussian beam propagating in vacuum, and to a_V when

the interaction among diffraction, beam quality and jitter of platform is considered. When only turbulence spread is considered, the optical quality of a_1 works well with the optical quality of turbulence spread radius, as shown in Fig. 8.

Conclusions The scale models of far-field radius and encircled mean intensity for truncated Gaussian source are built in vacuum and turbulent atmosphere. Comparison with split-step wave optics simulations shows that the proposed MRSS method is able to improve the accuracy and applicability of scale models. The results are discussed for Gaussian source with truncating factor of $2\sqrt{2}$ and far-field radius of 63.2% encircled power ratio. However, scale exponents and accuracy for other conditions need more research.

Key words atmospheric optics; atmospheric propagation; Gaussian beam; scale law; accuracy