

## 湍流信道下连续变量量子密钥分发密钥率研究

刘旭超<sup>1,2\*</sup>, 温佳旭<sup>1,2</sup>, 李少波<sup>1,2</sup>, 李华贵<sup>1,2</sup>, 孙时伦<sup>1,2</sup><sup>1</sup>中国电子科技集团公司第五十四研究所, 河北石家庄 050081;<sup>2</sup>河北省光子信息技术与应用重点实验室, 河北石家庄 050081

**摘要** 在空间信道连续变量量子密钥分发(CVQKD)中,相干态调制体制与经典光通信设备通用性更强、与光纤信道兼容性更好,是未来空间信道 CVQKD 网络建设重要方案之一。针对湍流信道中光量子信号的扩束、吸收、散射、漂移以及本振光和量子信号之间的相位差抖动等效应,构建了湍流信道下 CVQKD 安全密钥率仿真模型,重点分析了湍流信道参数、相位延迟量和探测方式对系统密钥率的影响。结果表明:系统总过噪声与传输距离、本振光和信号光延迟时间、大气湍流强度等均呈正相关,大气湍流的增强会降低信道透过率,还会增大系统中断概率和过噪声,使系统密钥率迅速下降。外差探测在短距离传输时具有较高密钥率,零差探测可实现更远距离传输。仿真结果可为实际自由空间 CVQKD 系统的设计和 optimization 提供参考。

**关键词** 光通信; 量子密钥分发; 连续变量; 大气湍流; 安全密钥率

中图分类号 TN929.1

文献标志码 A

DOI: 10.3788/CJL220981

## 1 引言

连续变量量子密钥分发(CVQKD)系统具有与经典光通信设备通用、密钥率高和成本低等优点,在量子保密通信网络建设领域具有重大发展潜力<sup>[1-5]</sup>。相比于光纤信道,空间信道 CVQKD 系统具有灵活性高、系统易搭建、覆盖范围广等特点<sup>[6-8]</sup>。然而,由于信号光受大气湍流影响严重,系统密钥分发距离一般较短,速率较低。因此,研究大气湍流对 CVQKD 系统安全密钥率的影响具有重要意义。

光量子信号在湍流信道发生扩束、吸收、散射、漂移及脉冲展宽等效应,会使信道的透过率降低、过噪声增大,导致系统安全密钥率严重降低<sup>[8-9]</sup>。Vasylyev 等<sup>[7-8]</sup>于 2012 年分析了光量子信号在波动损耗信道下的量子特性,随后又研究了大气湍流对椭圆光束近似的光量子信号的影响。由于自由空间光传输具有偏振不敏感的特性,研究人员首先将信息编码在偏振态上,使信号状态更加稳定,降低了相位抖动和相位的异步扰动<sup>[6,10]</sup>。然而,该方案面临编码速度较低、与经典光通信设备通用性较差等限制。未来量子安全通信网络有打通空间信道和光纤信道的需求。量子相干态调制体制与经典光通信设备通用性更强、与光纤信道兼容性更好,是未来空间信道 CVQKD 网络建设重要方案之一。2016 年聂敏等<sup>[11]</sup>研究了近地面大气湍流对量子信道的影响;2018 年 Wang 等<sup>[12]</sup>研究了边界层水平

信道 CVQKD 的影响因素,分析了光脉冲展宽对系统的影响;2018 年杨汝等<sup>[13]</sup>分析了大气湍流及气动光学效应对安全密钥率的影响;2020 年刘涛等<sup>[14]</sup>研究了降雨、降雪和雾霾天气下 CVQKD 系统的安全密钥率。上述工作较好地分析了湍流信道 CVQKD 系统的影响因素。此外,在常见的时分复用 CVQKD 系统中,本振光和信号光之间的相位差抖动会增加信道过噪声,降低系统的密钥率。在光纤信道下,有采用双场量子密钥分发(QKD)的系统和方法,对信道引起的快速相位抖动进行硬件补偿,实现了传输距离超过 830 km 的 QKD<sup>[15-16]</sup>。在空间信道中,相位差抖动影响因素的研究较少,受大气湍流的影响,本振光和信号光之间的相位差变化更大,系统过噪声更明显,研究上述影响因素可对自由空间 CVQKD 系统的设计提供理论支持。

本文针对空间量子安全通信网络,建立了湍流信道 CVQKD 的仿真模型,开展了湍流信道参数、相位延迟量和探测方式对系统噪声和安全密钥率影响的研究。结果显示,本地光与信号光相位差抖动会使信道过噪声增加,影响系统的安全密钥率。该研究可为实用化湍流信道 CVQKD 系统的设计和 optimization 提供参考。

## 2 模型建立

## 2.1 湍流信道 CVQKD 模型

图 1 所示为湍流信道 CVQKD 系统示意图。Alice 为系统发射端,激光器输出脉冲激光,经偏振分束器分

收稿日期: 2022-06-20; 修回日期: 2022-08-22; 录用日期: 2022-09-09; 网络首发日期: 2022-09-20

基金项目: 河北省省级科技计划(22310701D)

通信作者: \*liuxuchao15@mails.ucas.ac.cn

为本振光和量子信号光。量子信号经过幅度和相位调制器完成调制,并由可调衰减器控制信号强度。本振光经过光纤延迟线后,与量子信号光复用,再经由大气湍流信道传输到接收端 Bob 处。本振光和量子信号光在 Bob 端解复用后,由平衡探测器完成零差或外差探测, Bob 端的相位调制器实现基矢选择。光信号在湍流信道中发生扩束、吸收、散射等效应,会降低信道透过率、增加系统过噪声,导致系统安全密钥率下降甚至

通信中断。考虑到未来量子安全通信网络有打通空间信道和光纤信道的需求,本模型针对量子相干态编码调制体制,采用时分复用 CVQKD 方法,即信号光或本振光依次延迟处理、间隔通过信道的方案。湍流信道平均折射率具有快速时变的特点,信号光与本振光之间的相位差存在相位抖动,该因素会增加信道的过噪声。面临集体攻击时湍流信道 CVQKD 系统的安全密钥率计算公式如下所述。

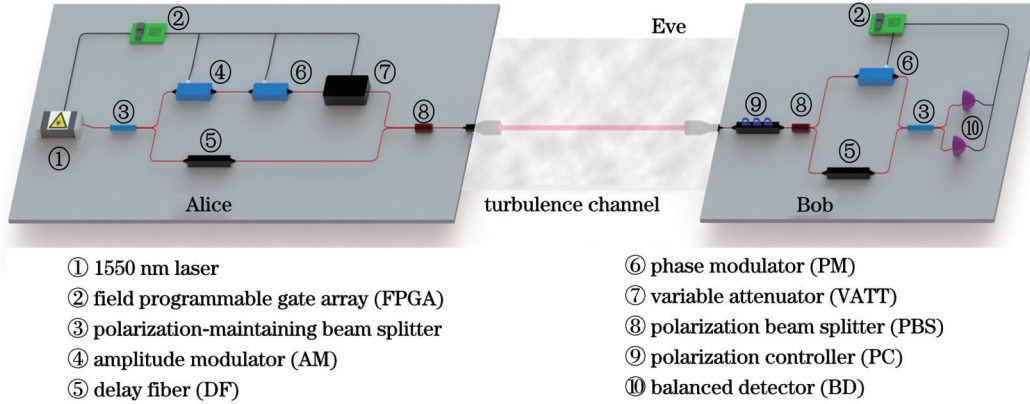


图 1 湍流信道 CVQKD 系统模型示意图

Fig. 1 Schematic diagram of CVQKD system model under turbulent channels

### 2.2 CVQKD 密钥率

在 CVQKD 系统中,对于集体攻击情况,系统的密钥率可以表示为<sup>[12,14]</sup>

$$\Delta I_{\text{Holevo}} = (1 - \rho)(\beta I_{\text{AB}} - \chi_{\text{BE}}), \quad (1)$$

式中:  $\rho$  为中断概率;  $\beta$  为系统反向协商效率;  $I_{\text{AB}}$  为 Alice 与 Bob 之间的互信息量;  $\chi_{\text{BE}}$  为 Bob 和 Eve 之间的 Holevo 界,决定了 Eve 从 Bob 可获得的最大信息量。

在零差探测和外差探测条件下,  $I_{\text{AB}}$  的表达式分别为

$$\begin{cases} I_{\text{AB}}^{\text{hom}} = \frac{1}{2} \log_2 \frac{V + \chi_{\text{tot}}^{\text{hom}}}{1 + \chi_{\text{tot}}^{\text{hom}}} \\ I_{\text{AB}}^{\text{het}} = \log_2 \frac{V + \chi_{\text{tot}}^{\text{het}}}{1 + \chi_{\text{tot}}^{\text{het}}} \end{cases}, \quad (2)$$

式中:  $V$  为系统高斯调制方差;  $\chi_{\text{tot}}^{\text{hom}} = \chi_{\text{line}} + \chi_{\text{hom}}/T$  为零差探测下系统总噪声;  $\chi_{\text{tot}}^{\text{het}} = \chi_{\text{line}} + \chi_{\text{het}}/T$  为外差探测下系统总噪声;  $\chi_{\text{line}} = (1 + T\epsilon)/T - 1$  为信道噪声;  $T$  为信道透过率;  $\epsilon$  为系统过噪声;  $\chi_{\text{hom}} = [(1 - \eta) + v_{\text{el}}]/\eta$ ,  $\chi_{\text{het}} = [1 + (1 - \eta) + 2v_{\text{el}}]/\eta$ , 两者与探测器相关;  $\eta$  为探测器的量子效率;  $v_{\text{el}}$  为电噪声。

高斯攻击是集体攻击的最优攻击模式之一。在高

斯攻击下  $\chi_{\text{BE}}$  的表达式可以简化为

$$\chi_{\text{BE}} = \sum_{i=1}^2 G\left(\frac{\lambda_i - 1}{2}\right) - \sum_{i=3}^5 G\left(\frac{\lambda_i - 1}{2}\right), \quad (3)$$

式中:  $G(x) = (x + 1) \log_2(x + 1) - x \log_2 x$ ;  $\lambda_i$  ( $i = 1, 2, 3, 4, 5$ ) 为 CVQKD 系统协方差矩阵的第  $i$  个辛特征值。  $\lambda_i$  满足如下关系式:

$$\begin{cases} \lambda_i^2 = \frac{1}{2} [A \pm \sqrt{A^2 - 4B}], & i = 1, 2 \\ \lambda_i^2 = \frac{1}{2} [C \pm \sqrt{C^2 - 4D}], & i = 3, 4 \\ \lambda_i = 1, & i = 5 \end{cases} \quad (4)$$

式中:  $A, B$  表达式为  $A = V^2(1 - 2T) + 2T + T^2(V + \chi_{\text{line}})^2$ ,  $B = T^2(V\chi_{\text{line}} + 1)^2$ ;  $C$  和  $D$  的表达式如下所述。

零差探测时,  $C$  和  $D$  的表达式为

$$\begin{cases} C_{\text{hom}} = \frac{A\chi_{\text{hom}} + V\sqrt{B} + T(V + \chi_{\text{line}})}{T(V + \chi_{\text{tot}})} \\ D_{\text{hom}} = \sqrt{B} \frac{V + \sqrt{B}\chi_{\text{hom}}}{T(V + \chi_{\text{tot}})} \end{cases}. \quad (5)$$

外差探测时,  $C$  和  $D$  的表达式为

$$\begin{cases} C_{\text{het}} = \frac{A\chi_{\text{het}}^2 + B + 1 + 2\chi_{\text{het}}[V\sqrt{B} + T(V + \chi_{\text{line}})] + 2T(V^2 - 1)}{[T(V + \chi_{\text{tot}})]^2} \\ D_{\text{het}} = \left[ \frac{V + \sqrt{B}\chi_{\text{het}}}{T(V + \chi_{\text{tot}})} \right]^2 \end{cases}. \quad (6)$$

将式(2)~式(6)代入式(1),可分别得到 CVQKD 系统零差探测与外差探测安全密钥率的表达式。由上述可知,密钥率的主要影响参数为信道透过率  $T$ 、中断概率  $\rho$  和信道过噪声  $\epsilon$ 。下面分别讨论湍流信道 CVQKD 模型中这三个参数与密钥率的数值关系。

### 2.3 湍流信道传输效率模型

Alice 发射端口的高斯光束表示为<sup>[17]</sup>

$$U_0(r, 0) = a_0 \exp\left(-\frac{r^2}{W_0^2} - i\frac{kr^2}{2R_0}\right), \quad (7)$$

式中:  $W_0$  和  $R_0$  为高斯光束波前的束腰半径和曲率半径;  $k$  为光束的波数;  $r$  为该点到光束中心的距离。

设高斯光束发散角为  $\theta$ , 波长为  $\lambda$ , 则共焦参数  $f_0 = 4\lambda/\pi\theta^2$ , 束腰半径  $\omega = 2\lambda/\pi\theta$ , 曲率半径  $R_0 = \sqrt{W_0^2 - \omega^2}/f_0\omega$ 。不考虑大气湍流情况时, 高斯光束在自由空间传播过程中, 发射端和接收端的光束参数有如下关系:

$$\begin{cases} \Theta_0 = 1 - \frac{L}{R_0} \\ \Lambda_0 = \frac{2L}{kW_0^2} \\ \Theta = 1 - \frac{L}{R} = \frac{\Theta_0}{\Theta_0^2 + \Lambda_0^2} \\ \Lambda = \frac{2L}{kW^2} = \frac{\Lambda_0}{\Theta_0^2 + \Lambda_0^2} \end{cases}, \quad (8)$$

式中:  $\Theta_0$  和  $\Lambda_0$  为发射端光束参数;  $\Theta$  和  $\Lambda$  为接收端光束参数;  $W$  和  $R$  分别为光束传输至  $L$  处时的束腰半径和曲率半径。当  $\Theta_0 > 0$  时, 光束发散;  $\Theta_0 < 0$  时, 光束会聚。

考虑大气湍流因素时, 接收端的光束参数为

$$\begin{cases} \Theta_e = 1 - \frac{L}{R_e} = \frac{\Theta - 2q\Lambda/3}{1 + 4q\Lambda/3} \\ \Lambda_e = \frac{2L}{kW_e^2} = \frac{\Lambda}{1 + 4q\Lambda/3} \end{cases}, \quad (9)$$

式中:  $q = 1.22(\sigma_0^2)^{6/5}$ , Rytov 方差  $\sigma_0^2 = 1.23C_n^2 k^{7/6} L^{11/6}$  描述湍流强度,  $C_n^2$  为大气湍流强度;  $W_e$  为高斯光束经湍流信道到达接收端时光束半径。假设发射与接收端天线中心对准, 且光束到达接收天线时为圆形光束, 则由式(8)~式(9)可以推导出  $W_e$ 。

光信号在湍流信道传播不仅会发生扩束, 还会发生漂移效应。Bob 接收端受接收天线尺寸所限, 光信号在信道中的透过率  $T_1$  满足韦伯分布, 表示为<sup>[7]</sup>

$$T_1^2 = T_0^2 \exp\left[-(r/\mathfrak{R})^m\right], \quad (10)$$

式中:  $T_0$  为最大透过率, 设参数  $\Theta_T = a^2/\omega_0^2$ , 则  $T_0^2 = 1 - \exp(-2\Theta_T)$ ;  $m$  和  $\mathfrak{R}$  分别为形状参数和尺度参数, 表达式为

$$\begin{cases} m = 8 \frac{a^2}{\omega_0^2} \frac{\exp(-4\Theta_T) I_1(4\Theta_T)}{1 - \exp(-4\Theta_T) I_0(4\Theta_T)} \times \\ \left\{ \ln \left[ \frac{2T_0^2}{1 - \exp(-4\Theta_T) I_0(4\Theta_T)} \right] \right\}^{-1}, \quad (11) \\ \mathfrak{R} = a \left\{ \ln \left[ \frac{2T_0^2}{1 - \exp(-4\Theta_T) I_0(4\Theta_T)} \right] \right\}^{-\frac{1}{m}} \end{cases}$$

式中:  $I_0$  和  $I_1$  分别为 0 阶和 1 阶修正贝塞尔函数。

当光束围绕光圈中心波动时, 在  $T_1 \in [0, T_0]$  的前提下, 透过率  $T_1$  的概率分布  $\varphi(T_1)$  为

$$\varphi(T_1) = \frac{2\mathfrak{R}^2}{\sigma^2 \lambda T_1} \left(2 \ln \frac{T_0}{T_1}\right)^{\frac{2}{m}-1} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2} \mathfrak{R}^2 \left(2 \ln \frac{T_0}{T_1}\right)^{\frac{2}{m}}\right]. \quad (12)$$

若不满足  $T_1 \in [0, T_0]$ , 则  $\varphi(T_1) = 0$ 。

进一步地, 考虑大气信道中信号的强度衰减, 则信道的总透过率满足

$$T = \overline{T_1} \exp(-\alpha L) = \int_0^{T_0} \varphi(T_1) T_1 dT_1 \exp(-\alpha L), \quad (13)$$

式中:  $\alpha$  为自由空间的衰减系数。

将式(7)~式(12)代入式(13), 即可得到特定参数下信道的总透过率。

### 2.4 中断概率

由于激光传输的强方向性, 当到达角波动较大时, 可能会导致焦点偏移接收光纤内芯, 造成通信中断。中断概率可表示为<sup>[12]</sup>

$$\rho = 1 - \int_{-d_{\text{cor}}/2}^{d_{\text{cor}}/2} \frac{1}{\sqrt{2\pi\langle\beta_a^2\rangle} F} \exp\left(-\frac{l^2}{2F^2\langle\beta_a^2\rangle}\right) dl, \quad (14)$$

式中:  $l$  为光纤横截面上光束中心距光纤内芯轴心的距离;  $d_{\text{cor}}$  为光纤内芯直径;  $F$  为接收端透镜的焦距;  $\langle\beta_a^2\rangle = \langle\Delta x_0^2\rangle/L^2$ 。在弱湍流条件下,  $\langle\Delta x_0^2\rangle = 0.33W_0^2\sigma_0^2\Omega^{-7/6}$ , 而在中强湍流条件下,  $\langle\Delta x_0^2\rangle = 0.75W_0^2\sigma_0^{8/5}\Omega^{-1}$ ,  $\Omega = kW_0^2/2L$  为菲涅耳参数。  $W_0$ 、 $\sigma_0$  等参数与前文一致。

### 2.5 本振光与信号光相位差抖动分析

时分复用 CVQKD 系统中, 本振光和信号光在信道传输时存在一个固定延时  $\Delta t$ , 两者在分别到达接收端时的相位差可能会产生抖动; 由于大气湍流的存在, 两者在分别到达接收端时的相位差会产生剧烈抖动。在光纤信道中, 文献[15-16]采用强弱光时分复用的策略, 在测量端对信道引起的快速相位抖动进行了硬件补偿, 在自由空间 CVQKD 中可考虑类似的办法。当单独一个光信号在湍流信道传输时, 其相位的变化量为

$$\delta\phi(t) = 2\pi\nu_0 \int_0^L \delta n(l, t)/c dl, \quad (15)$$

式中:  $\nu_0$  为光载波频率;  $\delta n(l, t)$  为群折射率的变化量;  $c$  为真空光速。

由 Kolmogorov 冻结湍流模型可知, 其相位噪声谱密度表达式为<sup>[18]</sup>

$$\Psi(f) = 0.016k^2 C_n^2 L V_w^{5/3} f^{-8/3}, \quad (16)$$

式中:  $V_w$  为风速;  $f$  为瞬时频率。

本振光和信号光之间的相位差可表示为<sup>[19]</sup>

$$\Delta\phi(L, t) = \phi_{\text{signal}}(L, t) - \phi_{\text{LO}}(L, t - \Delta t), \quad (17)$$

式中:  $\phi_{\text{signal}}$  和  $\phi_{\text{LO}}$  分别为信号光和本振光的相位。

对式(17)做傅里叶变换, 可得本振光与信号光的相位差的谱密度

$$\Delta\phi(f) = \Psi(f) \left| 1 - \exp(-i2\pi f \Delta t) \right|. \quad (18)$$

将式(18)在  $[-1/\Delta t, 1/\Delta t]$  区间对频率  $f$  进行积分, 即可得到本振光和信号光的相位方差

$$\Delta\phi^2 = \int_{-1/\Delta t}^{1/\Delta t} \Delta\phi^2(f) df. \quad (19)$$

高斯调制 CVQKD 中将信息调制在光量子的正则位置和正则动量上, 上述相位方差的存在会对系统产生噪声影响, 降低系统密钥率。因该相位方差导致的过噪声为<sup>[20]</sup>

$$\epsilon_\theta = V_A \Delta\phi^2. \quad (20)$$

CVQKD 系统总过噪声的表达式为<sup>[21]</sup>

$$\epsilon = \epsilon_0 + \frac{\epsilon_\theta}{T\eta}, \quad (21)$$

式中:  $\epsilon_0$  为系统初始的过噪声。

根据式(15)~式(21), 可以求出特定参数下的系统总过噪声  $\epsilon$ , 进而计算系统密钥率。图 2 所示为系统过噪声与时间延迟量的变化关系, 大气湍流强度  $C_n^2 = 1 \times 10^{-14} \text{ m}^{-2/3}$ , 传输距离分别为 15、10、5 km。由图 2 可知, 系统过噪声与时间延迟量成正比, 传输距离越远过噪声越大, 实际系统应予以关注。

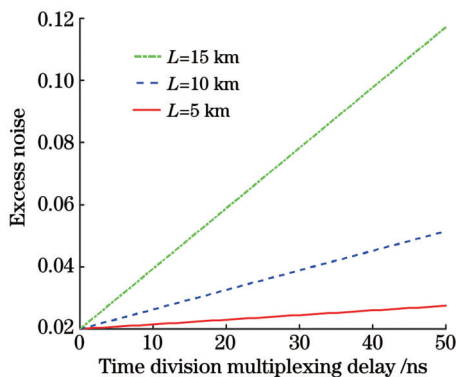


图 2 不同传输距离下 CVQKD 系统过噪声随时间延迟变化关系  
Fig. 2 Relationship between excess noise and time delay of CVQKD system under different transmission distances

## 2.6 仿真参数设置

针对湍流信道 CVQKD 系统, 研究了信道透过率  $T$ 、中断概率  $\rho$ 、信道过噪声  $\epsilon$  等关键影响因素, 建立了

安全密钥率计算数学模型。该模型可在不同条件下定量分析湍流信道 CVQKD 系统密钥率与传输距离之间的关系。通过上述分析可知, 影响系统密钥率的主要参数包括传输距离  $L$ 、大气湍流强度  $C_n^2$ 、本振光与信号光之间的时间延迟  $\Delta t$  等。针对这些参数开展 MATLAB 仿真, 仿真参数如表 1 所示。

表 1 MATLAB 仿真的参数

Table 1 MATLAB simulation parameters

Parameter	Value
Wavelength $\lambda$ / nm	1550
Initial radius of Gaussian beam $W_0$ / m	0.2
Divergence angle $\theta$ / rad	$2 \times 10^{-5}$
Receiving antenna radius $a$ / m	0.2
Wind speed $V_w$ / ( $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ )	2
Time division multiplexing delay $\Delta t$ / ns	5, 10, 15
Diameter of fiber core $d_{\text{cor}}$ / $\mu\text{m}$	9
Focal length of collecting lens $F$ / mm	220
Turbulence intensity $C_n^2$ / $\text{m}^{-2/3}$	$1 \times 10^{-16}$ , $1 \times 10^{-15}$ , $1 \times 10^{-14}$
Attenuation coefficient $\alpha$ / $\text{m}^{-3}$	0.0339
Reconciliation efficiency $\beta$ / %	94
Gaussian modulation variance $V$	12
Excess noise $\epsilon_0$	0.02
Quantum efficiency $\eta$ / %	60
Dark current noise $\nu_{\text{d}}$	0.01

## 3 结果分析

图 3 为不同传输距离下系统透过率的概率分布关系图,  $C_n^2 = 1 \times 10^{-14} \text{ m}^{-2/3}$ 。由图 3 可见, 信号透过率随距离增加而降低, 其原因除了光信号在大气信道的吸收散射外, 还包括湍流引起的光信号扩束和漂移, 致使有限接收孔径接收不完全。固定传输距离条件下, 透过率分布存在一个峰值, 且集中度随距离的增加

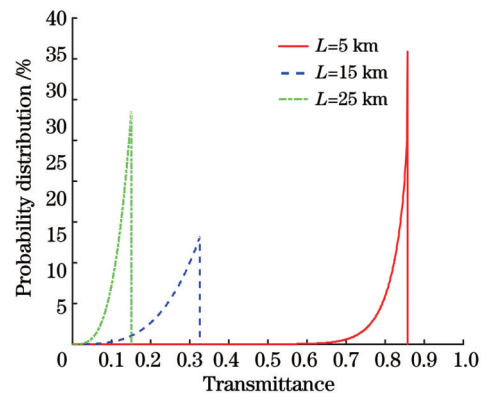


图 3 不同传输距离下系统透过率的概率分布关系  
Fig. 3 Probability distribution of system transmittance under different transmission distances

先减小后增大。当传输距离较远时,透过率数值较低、集中度较高。CVQKD 系统密钥率对透过率比较敏感,由于湍流造成的光束漂移将是影响系统的主要因素,实际系统可适当增加接收端光学天线孔径。

图 4 为本振光和信号光时间延迟取不同值时系统总过噪声随传输距离的变化关系,  $C_n^2 = 1 \times 10^{-14} \text{ m}^{-2/3}$ ,  $\lambda = 1550 \text{ nm}$ 。由图 4 可知,系统的总过噪声随距离增长先缓慢增加后迅速上升,且三条曲线变化趋势相似,原因是大气湍流信道对系统噪声的影响具有积累效应。固定传输距离时,增加延迟时间会增大系统总噪声,且随距离的增大,由延迟时间增加的噪声值也在增大,原因是湍流信道是实时随机变化的,延迟时间越大本振光与信号光通过的信道相关性越小,相位抖动越大。当传输距离为 50 km 时,延迟 15 ns 时的过噪声约为延迟 5 ns 时的 2 倍,达到 0.08,系统已经很难工作。实际 CVQKD 系统需要根据具体情况选择延迟时间或增加其他噪声补偿手段。

图 5 为不同湍流强度条件下总过噪声随传输距离的变化关系,  $\lambda = 1550 \text{ nm}$ ,  $\Delta t = 10 \text{ ns}$ 。由图 5 可见,在

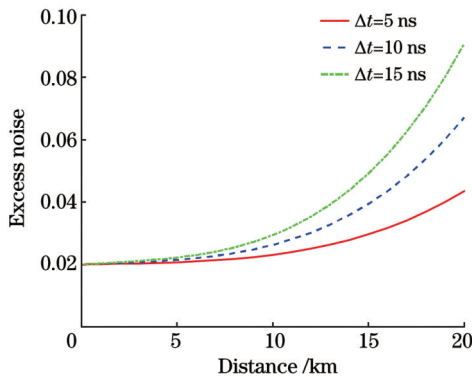


图 4 不同时间延迟下 CVQKD 系统总过噪声随传输距离变化关系

Fig. 4 Variation of CVQKD system excess noise with transmission distance under different time delays

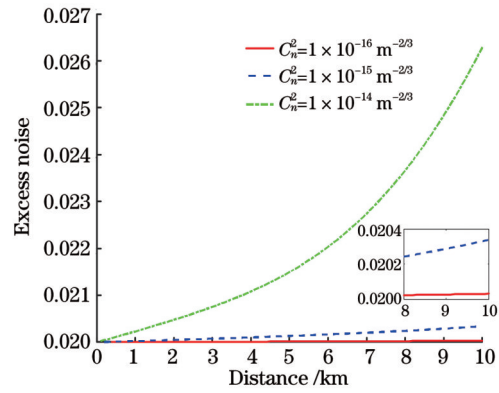


图 5 不同湍流强度条件下 CVQKD 系统总过噪声随传输距离变化关系

Fig. 5 Variation of CVQKD system excess noise with transmission distance under different turbulence intensities

固定距离条件下,系统总噪声随湍流强度增大而增大,在弱湍流和中度湍流情况下,系统的总过噪声随传输距离增加很平缓,而在强湍流时,噪声随距离增加十分迅速。分析其原因,由式(16)可知,相位噪声谱密度与信号传输距离和大气湍流强度之积成正比,强湍流时系统过噪声迅速增长趋势的起始点前移。

图 6 为不同湍流强度条件下系统密钥率随传输距离的变化关系,  $\lambda = 1550 \text{ nm}$ ,  $\Delta t = 10 \text{ ns}$ , 实线对应零差探测,虚线对应外差探测。由图 6 可见,系统密钥率与传输距离负相关,密钥率随湍流强度增强而下降。原因是大气湍流的增强不仅降低了由信号光扩束、漂移导致的信道透过率下降和中断概率增加,还增大了系统的过噪声,在两种效应共同作用下,系统密钥率下降迅速。在实际系统中,可适当扩大接收天线尺寸、优化本振光与信号光的延迟时间或增加相位补偿系统,提升系统的密钥率或安全传输距离。此外,系统密钥率在零差探测和外差探测条件下变化趋势相似;在传输距离较近时,外差探测的密钥率高于零差

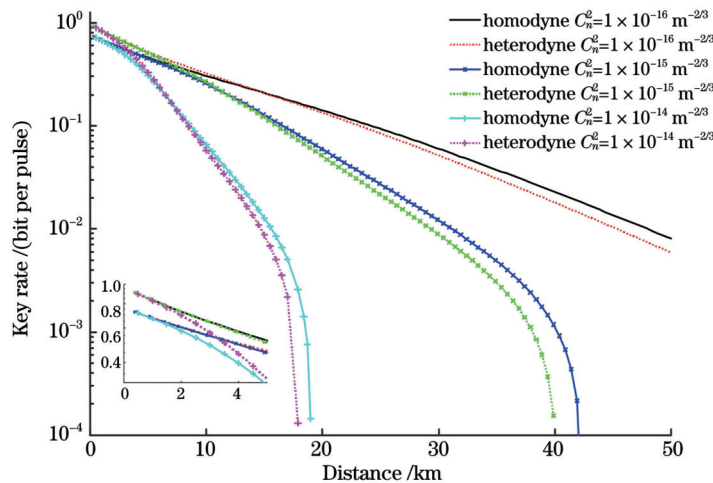


图 6 不同湍流强度条件下 CVQKD 系统密钥率随传输距离变化关系

Fig. 6 Variation of CVQKD system key rates with transmission distance under different turbulence intensities

探测;当传输距离较远时,零差探测的密钥率高于外差探测。

## 4 结 论

湍流信道 CVQKD 在广域量子通信网络中具有重要应用,因此研究湍流信道结构参数对自由空间 CVQKD 系统的影响成为现实需求。针对该需求,本文建立了湍流信道 CVQKD 模型,研究了湍流信道参数、本振光与信号光延迟时间和不同探测方式等因素对 CVQKD 系统噪声和密钥率的影响。由仿真结果可知:系统的总过噪声随距离增长先缓慢增加后迅速上升,增加延迟时间会增大系统总噪声,实际 CVQKD 系统需要根据具体情况选择延迟时间;大气湍流强度增强会增大系统总噪声,相位噪声谱密度与信号传输距离和大气湍流强度之积正相关。大气湍流的增强会降低信道透过率,还会增大系统中断概率和过噪声,使系统密钥率迅速下降。外差探测在短距离传输时具有较高密钥率,零差探测可实现更远距离传输。在实际系统中,可适当扩大接收天线尺寸,优化本振光与信号光的延迟时间或增加自适应光学系统,选择合适的光载波波长和探测方式,提升系统的密钥率或安全传输距离。本文的研究成果可为高性能、实用化湍流信道 CVQKD 系统的设计和优化提供参考。

## 参 考 文 献

- [1] Li L, Huang P, Wang T, et al. Practical security of a chip-based continuous-variable quantum-key-distribution system[J]. *Physical Review A*, 2021, 103(3): 032611.
- [2] Wu X D, Wang Y J, Guo Y, et al. Passive continuous-variable quantum key distribution using a locally generated local oscillator [J]. *Physical Review A*, 2021, 103(3): 032604.
- [3] Bai Z, Yang S, Li Y. High-efficiency reconciliation for continuous variable quantum key distribution[J]. *Japanese Journal of Applied Physics*, 2017, 56: 044401.
- [4] Ma H X, Huang P, Bai D Y, et al. Long-distance continuous-variable measurement-device-independent quantum key distribution with discrete modulation[J]. *Physical Review A*, 2018, 99(2): 022322.
- [5] Zhang Y C, Chen Z Y, Pirandola S, et al. Long-distance continuous-variable quantum key distribution over 202.81 km of fiber[J]. *Physical Review Letters*, 2020, 125(1): 010502.
- [6] Shen S Y, Dai M W, Zheng X T, et al. Free-space continuous-variable quantum key distribution of unidimensional Gaussian modulation using polarized coherent-states in an urban environment [J]. *Physical Review A*, 2019, 100(1): 012325.
- [7] Vasylyev D Y, Semenov A A, Vogel W. Toward global quantum communication: beam wandering preserves nonclassicality[J]. *Physical Review Letters*, 2012, 108(22): 220501.
- [8] Vasylyev D, Semenov A A, Vogel W. Atmospheric quantum channels with weak and strong turbulence[J]. *Physical Review Letters*, 2016, 117(9): 090501.
- [9] 刘旭超,李华贵,孙时伦,等.湍流信道下光量子通信系统误码分析及优化[J]. *光学学报*, 2022, 42(3): 0327018.  
Liu X C, Li H G, Sun S L, et al. Bit error analysis and optimization of optical quantum communication system under turbulent channel[J]. *Acta Optica Sinica*, 2022, 42(3): 0327018.
- [10] Vidiella-Barranco A, Borelli L F M. Continuous variable quantum key distribution using polarized coherent states[J]. *International Journal of Modern Physics B*, 2006, 20(11n13): 1287-1296.
- [11] 聂敏,高锟,杨光,等.近地面大气湍流对自由空间量子通信性能的影响[J]. *光子学报*, 2016, 45(7): 0701001.  
Nie M, Gao K, Yang G, et al. Effect of the atmospheric turbulence on the performance of free space quantum communication[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2016, 45(7): 0701001.
- [12] Wang S Y, Huang P, Wang T, et al. Atmospheric effects on continuous-variable quantum key distribution[J]. *New Journal of Physics*, 2018, 20(8): 083037.
- [13] 杨汝,李云霞,蒙文,等.航空平台连续变量量子通信系统的信道特性[J]. *光学学报*, 2018, 38(9): 0927002.  
Yang R, Li Y X, Meng W, et al. Channel characteristics of continuous variable quantum communication system on aviation platform[J]. *Acta Optica Sinica*, 2018, 38(9): 0927002.
- [14] 刘涛,朱聪,孙春阳,等.不同天气条件对自由空间量子通信系统性能的影响[J]. *光学学报*, 2020, 40(2): 0227001.  
Liu T, Zhu C, Sun C Y, et al. Influences of different weather conditions on performance of free-space quantum communication system[J]. *Acta Optica Sinica*, 2020, 40(2): 0227001.
- [15] Wang S, He D Y, Yin Z Q, et al. Beating the fundamental rate-distance limit in a proof-of-principle quantum key distribution system[J]. *Physical Review X*, 2019, 9(2): 021046.
- [16] Wang S, Yin Z Q, He D Y, et al. Twin-field quantum key distribution over 830-km fibre[J]. *Nature Photonics*, 2022, 16(2): 154-161.
- [17] 王锐.多束部分相干光抑制光强闪烁效应的仿真实验研究[J]. *发光学报*, 2014, 35(7): 835-839.  
Wang R. Simulation experiment of using multiple partially coherent beams to limit laser intensity scintillation effect[J]. *Chinese Journal of Luminescence*, 2014, 35(7): 835-839.
- [18] Sinclair L C, Giorgetta F R, Swann W C, et al. Optical phase noise from atmospheric fluctuations and its impact on optical time-frequency transfer[J]. *Physical Review A*, 2014, 89(2): 023805.
- [19] Chen Y, Shen Y, Tang G Z, et al. Impact of cross-phase modulation induced by classical channels on the CV-QKD in a hybrid system[J]. *Chinese Physics Letters*, 2013, 30(11): 14-17.
- [20] Qi B, Lougovski P, Pooser R, et al. Generating the local oscillator "locally" in continuous-variable quantum key distribution based on coherent detection[J]. *Physical Review X*, 2015, 5(4): 041009.
- [21] Qi B, Zhu W, Qian L, et al. Feasibility of quantum key distribution through a dense wavelength division multiplexing network[J]. *New Journal of Physics*, 2010, 12(10): 103042.

# Research on Key Rate of Continuous Variable Quantum Key Distribution Under Turbulent Channels

Liu Xuchao<sup>1,2\*</sup>, Wen Jiayu<sup>1,2</sup>, Li Shaobo<sup>1,2</sup>, Li Huagui<sup>1,2</sup>, Sun Shilun<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>54th Research Institute of China Electronics Technology Group Corporation, Shijiazhuang 050081, Hebei, China;

<sup>2</sup>Hebei Key Laboratory of Photonic Information Technology and Application, Shijiazhuang 050081, Hebei, China

## Abstract

**Objective** In the space channel continuous variable quantum key distribution (CVQKD), the quantum coherent state modulation system is more versatile with the classical optical communication equipment, and has better compatibility with the fiber channel. It is one of the future space channel CVQKD network construction schemes. Aiming at the effects of beam expansion, absorption, scattering, and drift of optical quantum signals in turbulent channels, as well as the phase difference jitter between local oscillator light and signal light, we construct a simulation model of CVQKD key rate under turbulent channels. The model focuses on analyzing the influence of turbulent channel parameters, phase delay and detection method on the system key rate. The results show that the total excess noise of the system is positively correlated with the transmission distance, the delay time between the local oscillator light and the signal light, and the intensity of atmospheric turbulence. Heterodyne detection has a higher key rate in short-distance transmission, and homodyne detection can achieve longer transmission distance. The simulation results can provide reference for the design and optimization of actual free-space CVQKD systems.

**Methods** In the common time division multiplexing CVQKD system, the phase difference jitter between the local oscillator light and the signal light will increase the channel excess noise and reduce the system key rate. In this paper, the effects of turbulent channel parameters, phase delay and detection methods on system noise and key rate are studied by establishing a simulation model of CVQKD under turbulent channels. The principle of the simulation model in this paper includes key rate theory, turbulent channel transmission efficiency theory, interruption probability theory, local light and signal light phase difference jitter theory. Then, the corresponding simulation work is carried out, and the channel excess noise caused by the phase difference jitter between the local oscillator light and the signal light is discussed.

**Results and Discussions** According to the theoretical model and under specific simulation parameters, the following simulations are carried out: the probability distribution of the system transmittance (Fig. 3), the influence of different time delays on the total system noise (Fig. 4), the influence of different turbulence intensities on the total system noise (Fig. 5), and the influence of different turbulence intensities on the system key rate (Fig. 6). It can be seen from Fig. 3 that under the condition of a fixed transmission distance, there is a peak in the transmittance distribution, and the probability density first decreases and then increases with the increase of distance. It can be seen from Figs. 4 and 5 that with the increase of time delay and atmospheric turbulence intensity, the system key rate decreases. It can be seen from Fig. 6 that heterodyne detection has a higher key rate in short-distance transmission, and homodyne detection can achieve longer transmission distance.

**Conclusions** Turbulent channel CVQKD has important applications in wide-area quantum communication networks. It is necessary to study the influence of turbulent channel structure parameters on free-space CVQKD system. In order to meet this demand, the CVQKD model of turbulent channel is established in this paper, and the effects of turbulent channel parameters, local oscillation light and signal light delay time and different detection methods on CVQKD system noise and key rate are studied. According to the simulation results, the total excess noise of the system increases slowly and then rapidly with the increase of distance. Increasing the delay time will increase the total noise of the system. The actual CVQKD system needs to select the delay time according to the specific situation. The increase of atmospheric turbulence intensity will increase the total noise of the system, and the phase noise spectral density is positively correlated with the product of signal transmission distance and atmospheric turbulence intensity. The enhancement of atmospheric turbulence will reduce the channel transmittance, increase the system interruption probability and excess noise, and make the system key rate drop rapidly. Heterodyne detection has a high key rate in short-distance transmission, and homodyne detection can achieve longer transmission distance. In the actual system, the receiving antenna size can be appropriately expanded, the delay time between the local oscillation light and the signal light can be optimized, or the adaptive optical system can be used for phase compensation, and the appropriate optical carrier wavelength and detection mode can be selected, so as to improve the key rate or the safe transmission distance of the system. This paper can provide reference for the design and optimization of high performance and practical CVQKD system under turbulent channels.

**Key words** optical communications; quantum key distribution; continuous variable; atmospheric turbulence; security key rate