

基于 K-L 模式的 SPGD 控制算法波前校正

杨慧珍^{1,2}, 苏杭¹, 张之光^{1*}¹江苏海洋大学电子工程学院, 江苏 连云港 222005;²金陵科技学院网络与通信工程学院, 江苏 南京 211169

摘要 随机并行梯度下降 (SPGD) 算法是无波前探测自适应光学 (AO) 系统最常用的控制算法, 这种方法一般以变形镜的驱动电压作为控制参数。但随着变形镜单元数的增加, 以变形镜驱动电压作为控制参数的 AO 系统的收敛速度将会大大降低, 常采用模式法来降低控制参数的维度。对比分析了不同单元数的变形镜对 K-L 模式和 Zernike 模式各阶像差的拟合能力, 并以大气湍流影响下的光波波前像差作为校正对象, 分别考察了 K-L 模式和 Zernike 模式系数作为控制参数时的 AO 系统的收敛速度和校正效果。结果表明: 以常规 SPGD 控制算法 (以驱动器电压作为控制参数) 的收敛情况作为参考指标时, 基于 K-L 模式的 SPGD 控制算法和基于 Zernike 模式的 SPGD 控制算法的收敛速度相较于常规 SPGD 控制算法分别提升了 47.5% 和 29.4%。当大气湍流强度分别为 10、15、20 时, 以 K-L 模式系数作为控制参数时的校正效果和收敛速度均优于以 Zernike 模式系数作为控制参数时的情况。以上研究结果为基于 K-L 模式的 SPGD 控制算法的实际应用提供了参考。

关键词 光通信; 自适应光学; 随机并行梯度下降; 变形镜; K-L 模式; 波前校正

中图分类号 TP273.2

文献标志码 A

DOI: 10.3788/CJL221050

1 引言

无波前探测自适应光学 (AO) 系统无需波前测量和重构, 具有结构简单、稳定性高、体积小等特点, 得到了广泛研究和应用^[1-5]。随机并行梯度下降 (SPGD) 算法是无波前探测自适应光学系统中应用最为广泛的一种控制算法, 相比于爬山法、遗传算法、模拟退火算法等具有并行优化、实现简单、收敛速度快等优点^[6-7]。常规的 SPGD 算法一般以变形镜的驱动电压作为控制参数, 变形镜的单元数就是控制参数的维度, 这种方法简单易行, 适用于单元数少且对收敛速度没有要求的自适应光学系统。自适应光学应用领域日益拓展, 对变形镜单元数的要求逐渐提升, 如目前大口径的天文望远镜系统中变形镜单元数可达上千个。以变形镜驱动电压作为无波前探测 AO 系统的控制参数时, 变形镜单元数增多意味着控制参数的维度变大, 算法的寻优空间也会随之变大, 容易导致算法收敛速度变慢。理论上, SPGD 算法的收敛速度以 \sqrt{N} 的速度下降 (其中 N 为变形镜单元数)。陈波等^[8] 分别以 7、19、37、61 单元变形镜为例, 实验验证了上述关系。

研究者常采用不同类型的模式系数作为控制参数来降低维度, 如 Zernike 模式系数^[9-12] 等。文献^[11] 将模式法和区域法结合起来提高算法收敛速度; 王志强

等^[12] 发现, 系统对扰动幅度敏感, 且 Zernike 模式数越高, 对校正效果的破坏越严重。理论上, Zernike 多项式虽在圆域孔径内正交, 但在中心遮拦的环形孔径内不再正交, 系数之间存在交叉耦合现象, 不再具有明确的物理含义。使用 Zernike 模式计算 Kolmogorov 湍流中振幅的协方差矩阵即所谓的 Noll 矩阵时, 对角线外存在非零元素^[13]。这种内含的模式间的串扰特性表明了模式之间的统计依赖性, 这在一定程度上限制了基于这些模式的 AO 系统的校正能力。

本文使用源自 Zernike 模式的 K-L (Karhunen-Loève) 模式系数作为无波前探测自适应光学系统的控制参数, 首先分析了采用 K-L 模式的合理性, 然后对比分析了不同单元数变形镜对 K-L 模式和 Zernike 模式各阶像差的拟合能力, 最后对以变形镜驱动器、K-L 模式和 Zernike 模式系数为控制参数时 AO 系统的收敛速度和校正效果进行了对比分析。研究结果为实际应用提供了参考。

2 原理介绍

2.1 K-L 模式介绍

一般来说, Zernike 多项式是光波波前像差分解最常用的多项式, 最初被用来描述凹面镜上的衍射效应^[14]。Noll^[15] 通过扩展 Fried^[16] 的工作, 给出了

收稿日期: 2022-07-14; 修回日期: 2022-08-28; 录用日期: 2022-09-28; 网络首发日期: 2022-10-07

基金项目: 国家自然科学基金(U2141255, 11573011)、江苏省“六大人才高峰”高层次人才项目(KTHY-058)

通信作者: *zhangzhi Guang10@mails.ucas.ac.cn

Kolmogorov 湍流^[17]统计量的多项式描述。Zernike 多项式的标准化定义为

$$Z_j(r, \theta) = \begin{cases} \sqrt{n+1} R_n^0(r), & m=0 \\ \sqrt{n+1} R_n^m(r) \cos m\theta, & m \neq 0, j \text{ is even}, \\ \sqrt{n+1} R_n^m(r) \sin m\theta, & m \neq 0, j \text{ is odd} \end{cases} \quad (1)$$

$$R_n^m(r) = \sum_{h=0}^{\frac{n-m}{2}} \frac{(-1)^h (n-m)!}{h! \left(\frac{n+m}{2} - h\right)! \left(\frac{n-m}{2} - h\right)!} r^{n-2h}, \quad (2)$$

式中: $0 \leq r \leq 1$ 和 $0 \leq \theta \leq 2\pi$ 为圆的极坐标; $Z_j(r, \theta)$ 为第 j 项 Zernike 多项式, j 为自然指数, 用来表示 n, m 两个数, 且满足 $n = \text{ceil} \left[(-3 + \sqrt{9 + 8j - 1}) / 2 \right]$, 使用 ceil 函数将参数映射到最接近的最大整数; n 为径向频率数, m 为角向频率数, 满足 $m \leq n, n - m$ 为偶数; h 为任意正整数; 径向函数 $R_n^m(r)$ 为 r 的 n 次多项式。当校正前 J 个模式时, 波前残差为 $\boldsymbol{\varphi}_r = \sum_{j=1}^J \mathbf{D} Z_j - \sum_{j=1}^J \mathbf{D}_j Z_j$, \mathbf{D}_j 为 Zernike 模式系数矩阵, 利用 Zernike 多项式可以预测出畸变波前的校正度。使用 Zernike 模式计算 Kolmogorov 湍流中振幅的协方差矩阵即所谓的 Noll 矩阵时, 对角线外存在非零元素, 如图 1 所示。这种内含的模式间的串扰表明了模态之间的统计依赖性, 其限制了基于这些模态的 AO 系统的校正能力。为了克服这些统计依赖性, 研究者提出了一种替代模式, 即 K-L 模式^[11]。

$$\begin{bmatrix} 0.4489 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.4489 & 0 & 0 & 0 & -0.0142 \\ 0 & 0 & 0.0232 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.0232 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0232 & 0 \\ 0 & -0.0142 & 0 & 0 & 0 & 0.0062 \end{bmatrix}$$

图 1 Zernike 模式系统的前 6 个模式的协方差矩阵

Fig. 1 Covariance matrix of first six modes of Zernike mode system

K-L 模式可以基于 Zernike 模式通过正交化得到, 在求解 Kolmogorov 湍流中波前协方差函数的 Karhunen-Loève 积分方程时, 可以得到完整的标准正交集。变形镜面形拟合 Zernike 模式时有

$$\sum_{j=1}^M \mathbf{D}_j Z_j(x, y) = \sum_{i=1}^N U_i \mathbf{V}_i(x, y) + \mathbf{E}(x, y), \quad (3)$$

式中: U_i 和 $\mathbf{V}_i(x, y)$ 分别为第 i 个变形镜驱动器 (x, y) 处的控制电压和影响函数; M 为 Zernike 阶数; $\mathbf{E}(x, y)$ 为波前拟合残差。K-L 模式最优模态分解表达式为

$$K_l(r, \theta) = \sum_{j=1}^{\infty} U_{jl} Z_j(r, \theta), \quad (4)$$

式中: U_{jl} 为第 l 个 K-L 模式第 j 项系数。定义一个酉矩阵 $\mathbf{U} = (U_{jl})$, 将 Zernike 系数向量 \mathbf{A} 转换为 K-L 系数向量 \mathbf{B} , 即

$$\mathbf{B} = \mathbf{U}^* \mathbf{A}. \quad (5)$$

根据 K-L 模式关系矩阵定义, \mathbf{B} 的协方差矩阵是对角矩阵。K-L 模式协方差矩阵如图 2 所示, 非对角线已无非零元素, 具有完全正交性。

$$\begin{bmatrix} 0.4493 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.4493 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0239 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.0239 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0239 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.006 \end{bmatrix}$$

图 2 K-L 模式系统的前 6 个模式的协方差矩阵

Fig. 2 Covariance matrix of first six modes of K-L mode system

由以上分析可知, K-L 模式在模拟 Kolmogorov 大气湍流时, 与 Zernike 模式具有同样的表征能力, 因此 K-L 模式同样可以作为模式法波前校正的基函数。

2.2 SPGD 算法介绍

SPGD 算法利用性能指标和控制参数的变化量进行梯度估计, 以迭代方式在梯度方向上进行搜索。常规 SPGD 算法的控制参数选择变形镜控制电压, 在这里优化为像差模式系数。第 k 次迭代时, 控制参数 $\boldsymbol{\beta}$ 的计算公式为

$$\boldsymbol{\beta}^{(k)} = \boldsymbol{\beta}^{(k-1)} + \alpha \Delta \boldsymbol{\beta}^{(k)} \Delta \mathbf{J}^{(k)}, \quad (6)$$

式中: $\boldsymbol{\beta}^{(k)}$ 为第 k 次迭代时的 M 阶像差系数向量; $\Delta \boldsymbol{\beta}^{(k)} = (\Delta \beta_1, \Delta \beta_2, \dots, \Delta \beta_M)^{(k)}$ 为第 k 次迭代时施加的随机扰动向量; $\Delta \mathbf{J}^{(k)}$ 为第 k 次迭代时的性能指标变化量; α 为增益系数。最后需要将求得的系数转化为驱动器电压参数, 即

$$\mathbf{u}^{(k)} = \mathbf{C}_V^{-1} \mathbf{C}_{VF} \boldsymbol{\beta}^{(k)}, \quad (7)$$

式中: $\mathbf{u}^{(k)} = (u_1, u_2, \dots, u_N)^{(k)}$ 为驱动器上的电压; \mathbf{C}_V 为变形镜影响函数自相关矩阵; \mathbf{C}_{VF} 为变形镜影响函数和像差系数的互相关矩阵; $\mathbf{C}_V^{-1} \mathbf{C}_{VF}$ 为电压转换矩阵。

3 变形镜拟合能力分析

由 2.2 节分析可知, 控制算法将各阶模式作为基函数求解模式系数, 再利用式(7)将模式系数转换为变形镜驱动器电压系数。在一定程度上, 变形镜对各阶基函数的拟合能力影响着自适应光学系统的闭环校正效果。根据变形镜的拟合能力来确定模式的阶数, 在保证校正能力的同时, 可以减小系统控制参数的维度, 从而缩小寻优空间, 提高算法的收敛速度。本小节分析不同单元数的变形镜对 K-L 模式和 Zernike 模式的拟合能力。

分别利用 32、61、97、127 单元数的变形镜来拟合 Zernike 模式和 K-L 模式。图 3 给出了 61 单元和 97 单元对 Zernike 模式和 K-L 模式的拟合能力, 其中第 1 行为变形镜对 Zernike 模式的拟合情况, 第 2 行为变形镜对 K-L 模式的拟合情况, 原始波前相位均方根 (RMS) 值用实线表示, 变形镜 (DM) 拟合波前相位的 RMS 值用带“○”符号的实线代表, 残余波前相位的 RMS 值用带“*”符号的实线表示, λ 表示波长。

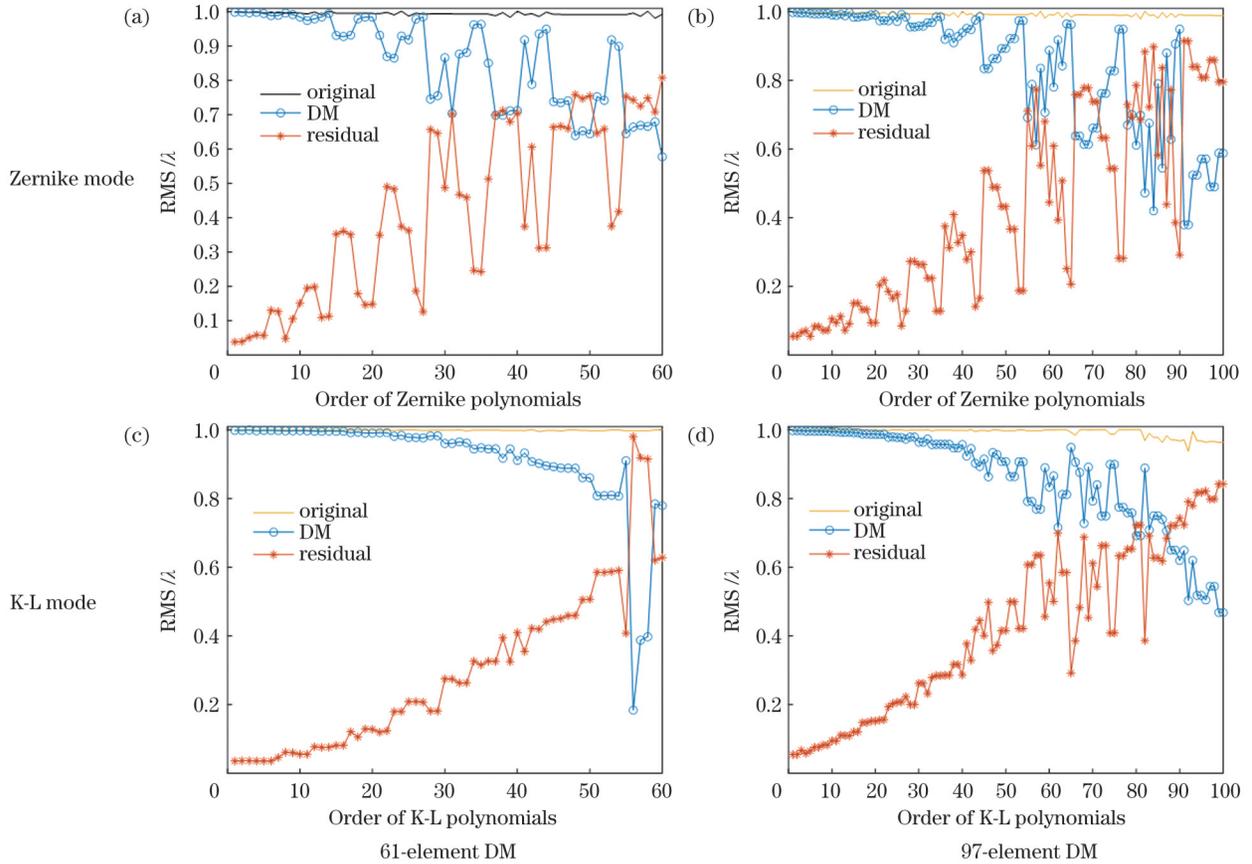


图 3 两种单元变形镜对两种模式的拟合曲线图

Fig. 3 Fitting curves of two element deformable mirrors to two modes

由图 3 可以发现:变形镜拟合 K-L 模式时相对稳定,拟合 Zernike 模式时呈跳跃式,拟合能力不稳定。以误差率 η (波前复原误差),即波前拟合残差 $E(x, y)$ 与拟合波前 $\varphi(x, y)$ 的均方根值之比,作为变形镜对两种模式拟合能力的评价指标。

$$\eta = E_{\text{RMS}}(x, y) / \varphi_{\text{RMS}}(x, y), \quad (8)$$

式中: $E_{\text{RMS}}(x, y)$ 为波前拟合残差的均方根值; $\varphi_{\text{RMS}}(x, y)$ 为拟合波前的均方根值。

如果误差率 η 值小于 1,说明拟合有效。误差率越小,说明拟合能力越好^[18]。四种不同单元的变形镜对两种模式单阶像差的拟合能力对比如图 4 所示。

从图 4 可以看出,32、61、97、127 单元变形镜分别对前 22 阶、55 阶、79 阶、91 阶 K-L 模式有拟合能力,对前 20 阶、36 阶、54 阶、68 阶 Zernike 模式有拟合能力。由以上数据可知,变形镜对 K-L 模式的拟合能力高于 Zernike 模式,更多的模式数意味着更强的校正能力。对于无波前探测 AO 系统,当使用相同的模式阶数即相同的控制参数维数时,基于 K-L 模式的 SPGD 控制算法可以获得更好的校正能力。

4 闭环校正结果分析

本文采用文献[19]中的像差模拟方法来生成待校正的波前像差,该方法生成的波前畸变细节丰富,同时

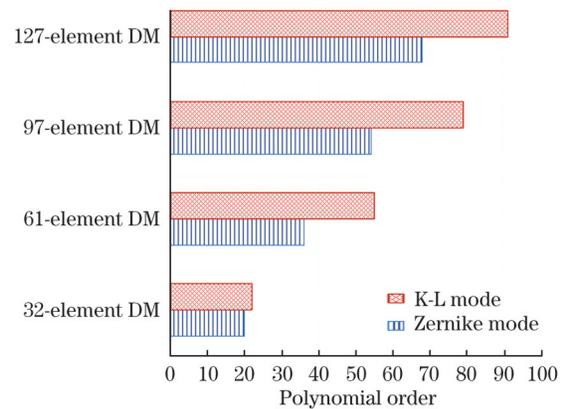


图 4 四种变形镜对两种模式多项式的拟合能力对比

Fig. 4 Comparison of fitting ability of four deformable mirrors to polynomials of two modes

包含充足的低频信息,反映了大气湍流能量主要集中在低频区域的特征。对于受大气湍流影响的波前像差,去掉两个方向的倾斜后,3~10 阶像差占据 70% 左右,3~27 阶低阶像差占据 90% 左右,因此低阶模式校正对于受大气湍流影响的波前像差校正具有一定的实际意义。在以下模拟分析中,将受不同湍流影响的波前像差作为校正对象,以 D/r_0 值的大小表征湍流影响的程度,其中, D 为望远镜口径, r_0 为大气相干长度。以 61 单元变形镜为例,随机选取不同湍流影响下的各

100 frame 相屏作为校正对象,以其统计平均结果作为模拟实验的结果。使用远场光斑的平均半径 R_{MR} (MR) 作为控制算法的优化指标, R_{MR} 定义为

$$R_{MR} = \frac{\iint \sqrt{(x''-x')^2 + (y''-y')^2} I(x'', y'') dx'' dy''}{\iint I(x'', y'') dx'' dy''}, \quad (9)$$

式中: $I(x'', y'')$ 为畸变波前对应的远场光斑能量分布; x' 为质心的横坐标; y' 为质心的纵坐标。

另外,在模拟过程中,同时记录了斯特列尔比 (SR) 的变化情况。

4.1 基于两种模式的 SPGD 算法与常规 SPGD 算法的校正结果对比

以 $D/r_0=5$ 条件下的像差作为校正对象,以常规

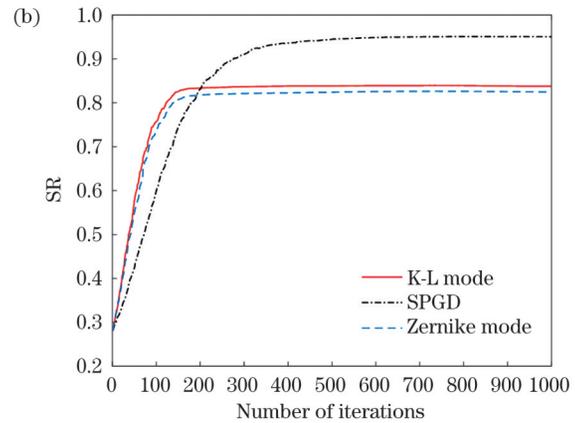
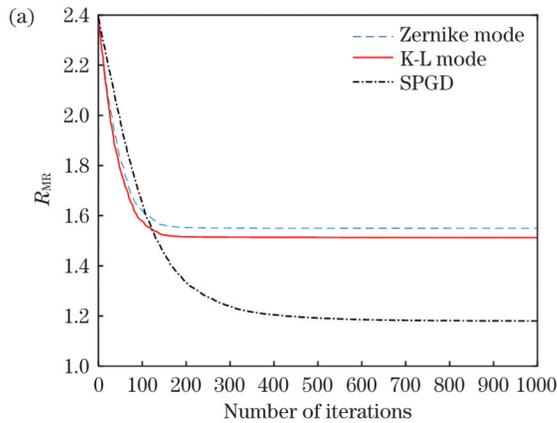


图 5 基于两种模式的 SPGD 算法与常规 SPGD 算法的校正结果对比。(a) R_{MR} ; (b) SR

Fig. 5 Comparison of correction results among SPGD algorithms based on two modes and conventional SPGD algorithm. (a) R_{MR} ; (b) SR

在无波前探测自适应光学系统中,当比较不同控制方法的校正速度时,通常基于相同的软硬件实现环境,以系统达到一定的校正性能时所需要的迭代次数来衡量控制方法的收敛速度。下面分别分析优化驱动器电压、K-L 模式系数和 Zernike 模式系数时 SR 取 0.8 情况下所需要的迭代次数。

当 SR 达到 0.8 时,基于 K-L 模式的 SPGD 控制算法、基于 Zernike 模式的 SPGD 控制算法和常规 SPGD 控制算法分别需要 122、139、180 次迭代,基于两种模式的 SPGD 算法的收敛速度相对于常规 SPGD 算法分别提升了 47.5% 和 29.4%。由上述分析可知:基于两种模式的 SPGD 算法牺牲了一定的校正效果,但得到了更快的校正速度,并且对比收敛速度和校正效果,基于 K-L 模式的 SPGD 控制算法比基于 Zernike 模式的 SPGD 控制算法校正结果更好。

4.2 基于两种模式的 SPGD 算法的校正结果对比

为了验证基于 K-L 模式的 SPGD 控制算法在不同湍流强度下的校正效果,以 61 单元变形镜为例,以 D/r_0 为 10、15、20 时的波前像差为校正对象。由于 3~27 阶低阶像差占据大气湍流影响像差 90% 左右,两种模式

SPGD 控制算法的收敛情况作为参考指标,分别考察基于 K-L 模式的 SPGD 控制算法和基于 Zernike 模式的 SPGD 控制算法的校正性能。在具体分析中,以达到常规 SPGD 控制算法校正能力的 80% 为标准,选取两种模式各自需要的阶数,结果如图 5 所示。其中,图 5(a) 为 R_{MR} 的变化曲线,图 5(b) 为相应的 SR 变化曲线,点划线代表常规 SPGD 算法,实线代表基于 K-L 模式的 SPGD 控制算法,虚线代表基于 Zernike 模式的 SPGD 控制算法。由图 5(b) 可知,常规 SPGD 控制算法的 SR 最终收敛值为 0.95,取校正能力的 80% 即为 0.816。以 SR 达到 0.8 为标准,两种模式各需前 20 阶模式即可满足要求,K-L 模式校正后 SR 达到 0.838,Zernike 模式校正后 SR 达到 0.825。

都选取 3~27 阶进行校正。以 100 frame 相屏的统计平均数据作为校正结果,指标收敛情况如图 6~8 所示。图 6~8 分别对应 D/r_0 为 10、15、20 时的 R_{MR} 和 SR 变化曲线,其中,实线为基于 K-L 模式的 SPGD 控制算法的收敛情况,虚线对应基于 Zernike 模式的 SPGD 控制算法的收敛情况。

由图 6~8 可知:在相同的模式阶数下,基于 K-L 模式的 SPGD 控制算法的系统收敛速度和收敛值均优于基于 Zernike 模式的 SPGD 算法,以基于 K-L 模式的 SPGD 控制算法的收敛效果的 80% 作为标准,将基于两种模式的 SPGD 算法的迭代次数进行对比,并给出了 SR 最终收敛值,结果如表 1 所示。

从表 1 数据可以得到:当 D/r_0 分别为 10、15、20 时,基于 K-L 模式的 SPGD 控制算法达到收敛所需要的迭代次数比基于 Zernike 模式的 SPGD 算法分别少 46、69、77 次,系统收敛速度分别提高 45%、63% 和 40%。以上结果表明基于 K-L 模式的 SPGD 控制算法的收敛速度在不同湍流强度下优于基于 Zernike 模式的 SPGD 控制算法。

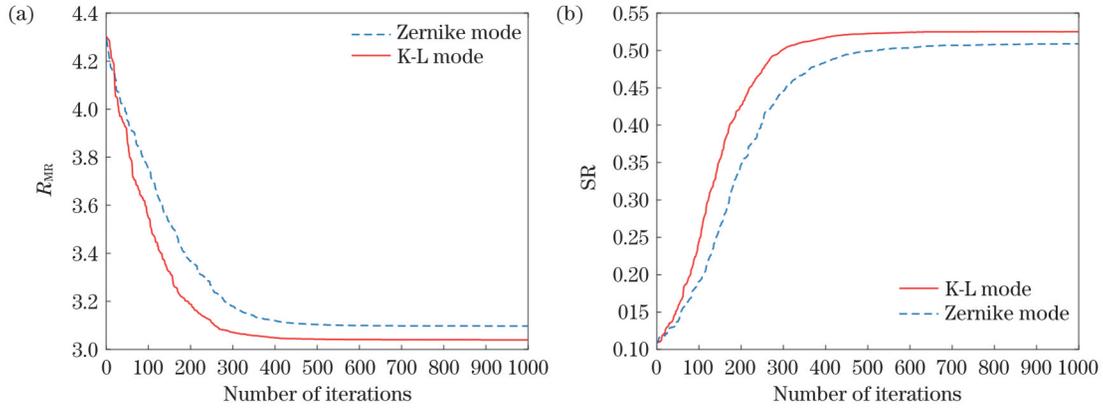


图 6 $D/r_0=10$ 时基于两种模式的 SPGD 算法的校正结果对比。(a) R_{MR} ; (b) SR

Fig.6 Comparison of correction results between SPGD algorithms based on two modes when $D/r_0=10$. (a) R_{MR} ; (b) SR

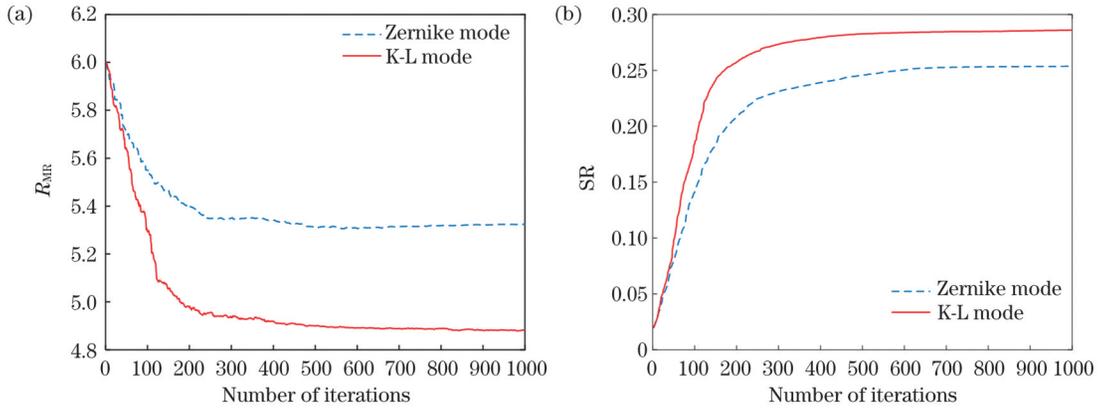


图 7 $D/r_0=15$ 时基于两种模式的 SPGD 算法的校正结果对比。(a) R_{MR} ; (b) SR

Fig. 7 Comparison of correction results between SPGD algorithms based on two modes when $D/r_0=15$. (a) R_{MR} ; (b) SR

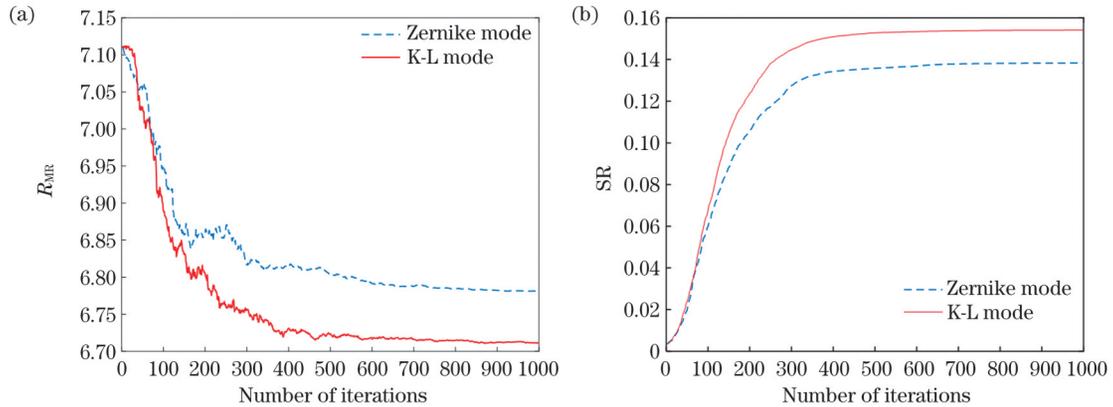


图 8 $D/r_0=20$ 时基于两种模式的 SPGD 算法的校正结果对比。(a) R_{MR} ; (b) SR

Fig. 8 Comparison of correction results between SPGD algorithms based on two modes when $D/r_0=20$. (a) R_{MR} ; (b) SR

表 1 基于两种模式的 SPGD 算法的校正结果对比

Table 1 Comparison of correction results between SPGD algorithms based on two modes

D/r_0	Modal method	Iteration number	Final convergence value of SR
10	K-L	173	0.525
	Zernike	248	0.509
15	K-L	110	0.286
	Zernike	179	0.254
20	K-L	188	0.154
	Zernike	265	0.138

5 结 论

优化驱动器电压的 SPGD 控制算法是目前无波前探测自适应光学系统中应用较为广泛的一种控制算法。变形镜驱动器的通道数决定了控制参数的维度，变形镜通道数越多其校正效果越好，但容易导致系统收敛速度降低。基于模式法的 SPGD 控制算法能够有效解决这种矛盾。以模式系数为优化的控制参数时可缩小算法寻优空间，提高算法收敛速度。对比分析了不同单元数的变形镜对 K-L 模式和 Zernike 模式各阶

像差的拟合能力,并以大气湍流影响下的光波波前像差作为校正对象,分别考察了 K-L 模式和 Zernike 模式系数作为控制参数时的 AO 系统的收敛速度和校正效果。结果表明:以常规 SPGD 控制算法(以驱动器电压作为控制参数)的收敛情况作为参考指标时,基于 K-L 模式的 SPGD 控制算法和基于 Zernike 模式的 SPGD 控制算法的收敛速度相较于常规 SPGD 控制算法分别提升了 47.5% 和 29.4%,在大气湍流强度 D/r_0 分别为 10、15、20 时,以 K-L 模式系数作为控制参数时的校正效果和收敛速度均优于以 Zernike 模式系数作为控制参数时的情况。以上研究结果为基于 K-L 模式的 SPGD 控制算法的实际应用提供了参考。

参 考 文 献

- [1] 马圣杰,郝士琦,赵青松.基于改进型 SPGD 算法的涡旋光波前畸变校正[J].光学学报,2021,41(6):0601001.
Ma S J, Hao S Q, Zhao Q S. Wavefront distortion correction of vortex beam based on improved SPGD algorithm[J]. Acta Optica Sinica, 2021, 41(6): 0601001.
- [2] Hu Q T, Zhen L L, Mao Y, et al. Adaptive stochastic parallel gradient descent approach for efficient fiber coupling[J]. Optics Express, 2020, 28(9): 13141-13154.
- [3] 杨慧珍,王斌,刘瑞明,等.模型式无波前探测自适应光学系统抗噪能力分析[J].红外与激光工程,2017,46(8):0817002.
Yang H Z, Wang B, Liu R M, et al. Analysis of anti-noise capability of model-based wavefront sensorless adaptive optics system[J]. Infrared and Laser Engineering, 2017, 46(8): 0817002.
- [4] 方舟,徐项项,李鑫,等.自适应增益的 SPGD 算法[J].红外与激光工程,2020,49(10):20200274.
Fang Z, Xu X X, Li X, et al. SPGD algorithm with adaptive gain [J]. Infrared and Laser Engineering, 2020, 49(10): 20200274.
- [5] 徐项项,吴阳,苏杭,等.基于 FPGA 的自适应光学系统 SPGD 算法实现[J].应用光学,2021,42(5):810-816.
Xu X X, Wu Y, Su H, et al. FPGA-based SPGD algorithm implementation of adaptive optical system[J]. Journal of Applied Optics, 2021, 42(5): 810-816.
- [6] 江杰,郭宏翔,边奕铭,等.基于 SPGD 算法的少模光纤耦合解复用系统动态湍流补偿仿真[J].光学学报,2021,41(19):1901001.
Jiang J, Guo H X, Bian Y M, et al. Simulation on dynamic turbulence compensation of few-mode fiber coupling demultiplexing system based on SPGD algorithm[J]. Acta Optica Sinica, 2021, 41(19): 1901001.
- [7] 王晓斌,曹阳,刘春波,等.硅基光学相控阵芯片相位噪声补偿研究[J].光学学报,2021,41(23):2323001.
Wang X B, Cao Y, Liu C B, et al. Phase noise compensation of silicon-based optical phased array chip[J]. Acta Optica Sinica, 2021, 41(23): 2323001.
- [8] 陈波,杨慧珍,张金宝,等.点目标成像自适应光学随机并行梯度下降算法性能指标与收敛速度[J].光学学报,2009,29(5):1143-1148.
Chen B, Yang H Z, Zhang J B, et al. Performances index and convergence speed of parallel gradient descent algorithm in adaptive optics of point source[J]. Acta Optica Sinica, 2009, 29(5): 1143-1148.
- [9] Vorontsov M A, Sivokon V P. Stochastic parallel-gradient-descent technique for high-resolution wave-front phase-distortion correction [J]. Journal of the Optical Society of America A, 1998, 15(10): 2745-2758.
- [10] 李俊.传输型详查相机微小自适应光学系统研究[D].武汉:华中科技大学,2006.
Li J. Study of the adaptive optic system in transmission type, high-resolution reconnaissance camera[D]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology, 2006.
- [11] 杨慧珍,李新阳.基于 Zernike 模式的自适应光学系统随机并行梯度下降算法[J].强激光与粒子束,2009,21(5):645-648.
Yang H Z, Li X Y. Stochastic parallel gradient descent algorithm for adaptive optics system based on Zernike mode[J]. High Power Laser and Particle Beams, 2009, 21(5): 645-648.
- [12] 王志强,张鹏飞,乔春红,等.基于普适模型的无波前探测自适应光学系统仿真与分析[J].中国激光,2016,43(9):0905002.
Wang Z Q, Zhang P F, Qiao C H, et al. Simulation and analysis of general model-based wave-front sensorless adaptive optics system[J]. Chinese Journal of Lasers, 2016, 43(9): 0905002.
- [13] Segel M, Gladysz S, Stein K. Optimal modal compensation in gradient-based wavefront sensorless adaptive optics[J]. Proceedings of SPIE, 2019, 11133: 111330V.
- [14] Zernike V F. Beugungstheorie des schneidener-fahrens und seiner verbesserten form, der phasenkontrastmethode[J]. Physica, 1934, 1(7/8/9/10/11/12): 689-704.
- [15] Noll R J. Zernike polynomials and atmospheric turbulence[J]. Journal of the Optical Society of America, 1976, 66(3): 207-211.
- [16] Fried D L. Statistics of a geometric representation of wavefront distortion[J]. Journal of the Optical Society of America, 1965, 55(11): 1427-1435.
- [17] Kolmogorov A N. The local structure of turbulence in incompressible viscous fluid for very large Reynolds numbers[J]. Proceedings of the Royal Society of London Series A: Mathematical and Physical Sciences, 1991, 434(1890): 9-13.
- [18] 李敏,李新阳,姜文汉.对一种线性相位反演波前测量方法的数值仿真[J].强激光与粒子束,2007,19(7):1107-1111.
Li M, Li X Y, Jiang W H. Numerical simulation on a kind of linear phase retrieval wavefront measuring method[J]. High Power Laser and Particle Beams, 2007, 19(7): 1107-1111.
- [19] 蔡冬梅,边培培,贾鹏,等.非均匀采样的功率谱反演大气湍流相位屏的快速模拟[J].物理学报,2015,64(22):224217.
Cai D M, Ti P P, Jia P, et al. Fast simulation of atmospheric turbulence phase screen based on non-uniform sampling[J]. Acta Physica Sinica, 2015, 64(22): 224217.

Wavefront Correction Based on K-L Modes by SPGD Control Algorithm

Yang Huizhen^{1,2}, Su Hang¹, Zhang Zhiguang^{1*}

¹School of Electronic Engineering, Jiangsu Ocean University, Lianyungang 222005, Jiangsu, China;

²School of Network and Communication Engineering, Jinling Institute of Technology, Nanjing 211169, Jiangsu, China

Abstract

Objective The stochastic parallel gradient descent (SPGD) algorithm is one of the most commonly used control algorithms for wavefront sensorless adaptive optics (AO) systems. This method usually uses the driving voltages of deformable mirrors as control

parameters, and the number of actuators is equal to the number of dimensions of the control parameters. It is simple and suitable for AO systems that have a small number of actuators and do not have any requirement for the convergence speed. With the increasing applications of AO, the number of actuators required has gradually increased.

In wavefront sensorless AO systems, when taking the driving voltages of the deformable mirrors as control parameters, an increase in the number of actuators leads to a greater number of dimensions of the control parameters and a larger optimization space of the algorithm, which will lead to slower convergence of the algorithm. Various modal coefficients are often used as control parameters to reduce the dimensions of control parameters. When the modal coefficients are modeled as control parameters, the optimization space of the algorithm can be reduced, and the convergence speed can be improved.

Methods The Zernike polynomial, which was introduced by Zernike to represent the diffraction effects on concave mirrors, is often used to describe optical wavefront aberrations. When using the Zernike mode to calculate the covariance matrix of the amplitude in Kolmogorov turbulence, namely, the Noll matrix, there are nonzero elements outside the diagonal. This inherent modal crosstalk indicates the statistical dependence between modes, which limits the correction ability of AO systems based on these modes. In this study, the Karhunen - Loève (K-L) modal coefficients derived from the Zernike mode are used as the control parameter of a wavefront sensorless AO system. First, the rationality of the K-L mode is analyzed. The aberration-fitting ability of the deformable mirror (DM) to the K-L and Zernike modes is then discussed. Finally, the convergence speed and correction effect of the AO system are compared when the driving voltages of the actuators, K-L modes, and Zernike modes are used as control parameters.

Results and Discussions Generally, the order of the mode needs to be determined based on the fitting ability of the deformable mirror, so that the dimension of control parameters can be relatively small while ensuring the correction ability of the deformable mirror. The Zernike modes and K-L modes are fitted with several deformable mirrors with 32, 61, 97, and 127 actuators, respectively. The results show that the fitting ability is relatively stable for K-L modes while fluctuations appear for Zernike modes (Fig. 3). We use the error rate (η) as the evaluation standard. The fitting is effective if $\eta < 1$. The lower the error rate, the better the fitting ability. Notably, 32-element, 61-element, 97-element, and 127-element deformable mirrors can fit the first 22-order, 55-order, 79-order, and 91-order K-L modes, respectively, while they can fit the first 20-order, 36-order, 54-order, and 68-order Zernike modes (Fig. 4), respectively. It can be seen from the above data that the ability to fit K-L modes for the deformable mirror is greater than that to fit Zernike modes. A greater number of modes indicates better correction ability, which implies that the correction capability and convergence speed of AO systems can be improved when K-L modal coefficients are used as the control parameters.

The two modal methods only need 20 modes as control parameters when the atmospheric turbulence strength (D/r_0) is 5, and the convergence of the conventional SPGD is used as the reference index. When the Strehl ratio (SR) is up to 0.8, the K-L modal method, Zernike modal method, and conventional SPGD require 122, 139, and 180 iterations, respectively. The convergence speed of the K-L modal method and Zernike modal method is 47.5% and 29.4% greater than that of the conventional SPGD control algorithm, respectively (Fig. 5). The correction results also show that when the D/r_0 is 10 (Fig. 6), 15 (Fig. 7), and 20 (Fig. 8), the correction performance and convergence speed obtained using K-L modal coefficients are better than those obtained using Zernike modal coefficients as control parameters (Table 1).

Conclusions The SPGD control algorithm, based on optimizing the actuator voltages, is widely used as a control algorithm for wavefront sensorless AO systems. The number of actuators in the deformable mirror determines the dimensions of the control parameters. Generally, the greater the number of actuators, the better the correction effect. Moreover, the more actuators tend to reduce the convergence speed of the AO system. The SPGD algorithm, which is based on optimizing the modal coefficients, can effectively resolve this contradiction. When the control parameters are modal coefficients, the optimization space of the algorithm can be reduced, and the convergence speed can be improved.

The fitting capability of the DM to the aberrations of K-L modes and Zernike modes is compared and analyzed. The convergence speed and correction performance of the AO system are investigated when the voltages of the actuators, K-L modes, and Zernike modes are used as control parameters under various turbulence strengths. The convergence speed of the K-L modal method and Zernike modal method is 47.5% and 29.4% greater than that of the conventional SPGD control algorithm, respectively. The results under several turbulence strengths also show that the correction performance and convergence speed of the K-L modal method are better than those of the Zernike modal method. The results of the study can provide a reference for the practical application of the SPGD control algorithm based on K-L modes.

Key words optical communications; adaptive optics; stochastic parallel gradient descent; deformable mirror; K-L mode; wavefront correction