

基于蒙特卡罗方法的相干四象限探测器仿真研究

张梓祺^{1,2}, 于笑楠², 佟首峰^{1,2*}¹长春理工大学光电工程学院, 吉林 长春 130022;²长春理工大学空间光电技术国家地方联合工程研究中心, 吉林 长春 130022

摘要 引力波探测激光干涉仪对四象限探测器性能提出了较高的技术要求。为了提升四象限探测器光斑位置检测精度,搭建四象限探测器相干探测仿真系统,构建位置检测数学模型,分析位置检测精度与系统信噪比、光斑半径和光斑质心位置三个关键参数以及相干混频增益的关系。基于蒙特卡罗仿真方法并采用LabView软件搭建四象限探测器光斑位置检测计算机仿真系统,深入分析系统中高光斑产生、光斑质心位置解算以及误差评判三部分主要过程,分析各个关键参数对位置检测精度的影响。仿真结果表明,提升系统信噪比、减小光斑半径以及选取靠近光敏面中心的光斑质心位置可以提高位置检测精度。将仿真结果与理论计算结果进行对比,验证了数学模型的有效性,提升了蒙特卡罗仿真置信度。

关键词 探测器; 激光干涉仪; 引力波探测; 四象限探测器; 蒙特卡罗仿真方法; 位置检测精度; 系统信噪比

中图分类号 P111.47

文献标志码 A

DOI: 10.3788/CJL221352

1 引言

引力波的概念最早由爱因斯坦提出,它的存在使得宇宙万物都会引起时间和空间的拉伸和压缩,从而引起振动,即“宇宙涟漪”^[1]。引力波探测是当代物理学最受关注的科学研究前沿技术领域之一,国内外有众多学者对其进行了大量的研究并取得了突破性的进展。2016年,美国科学家通过使用激光干涉仪引力波观测台(LIGO),成功探测到宇宙双黑洞合并产生的引力波^[2]。迄今为止,以LIGO为代表的激光干涉仪引力波探测器系统至少已经成功探测50个引力波事件。激光干涉仪具有广阔的发展前景,是目前引力波探测系统中的主流设备,受到广泛关注^[3]。美国国家航空航天局(NASA)和欧洲空间局(ESA)联合公布了空间天线激光干涉仪(LISA)计划,该计划是为了测量由时空引力波引起的时变应力而设计的,可探测到超致密双星、超大质量黑洞合并等引力波源^[4-5]。LISA在0.1~100 mHz频段内灵敏度为 $10 \text{ pm}/\sqrt{\text{Hz}}$,测试质量角度测量精度高于 $20 \text{ nrad}/\sqrt{\text{Hz}}$,所分配的噪声预算为 $1 \times 10^{-6} \text{ cycle}/\sqrt{\text{Hz}}$ ^[6]。中国科学院制定了“太极计划”,提出“单星、双星、三星”三步走的发展战略,并于2019年成功发射。“太极计划”将于2024年发射“太极2号”双星绕日运行,臂长大于50万千米,测距精度达到

$10 \text{ pm}/\sqrt{\text{Hz}}$;于2030年发射“太极3号”三星至预设轨道,臂长为300万千米,测距精度提升至 $8 \text{ pm}/\sqrt{\text{Hz}}$,突破时间延迟干涉等关键技术^[7]。空间激光外差干涉仪为引力波探测系统的重要组成部分,激光束由发射端激光器产生,由于所测量的低频率引力波信号的存在以及航天器的相对轨道漂移等因素,将形成两束具有一定频率差的激光束信号。这两束激光通过激光干涉仪分别生成参考信号和测量信号,其中参考信号由发射端的两束激光直接通过外差干涉仪得到,测量信号由微弱信号光与本振光通过外差干涉仪得到,利用激光外差干涉技术^[8-9]并通过相位计测量两信号之间的相位差,可以反映卫星间的微小运动^[10]。由于噪声因素干扰,导致系统信噪比(SNR)下降,系统精度受到影响。四象限探测器是激光干涉引力波探测器的重要组成部分,可用于光斑位置检测、激光角度测量以及数据传输接收等,其性能高低直接影响到干涉仪的探测精度与性能。引力波探测对四象限探测器提出了低噪声、高带宽、高响应度、象限一致性等技术要求。因此,很有必要通过仿真系统对四象限探测器接收过程进行数学模拟,分析噪声等因素对系统精度的影响并加以改善。

本文设计的四象限探测器仿真系统用于分析影响位置检测精度的因素并提升系统性能。仿真系统基于

收稿日期: 2022-10-21; 修回日期: 2022-12-05; 录用日期: 2023-01-06; 网络首发日期: 2023-03-09

基金项目: 国家重点研发计划(2022YFB3902500)、吉林省教育厅项目(JJKH20220745KJ)、吉林省教育厅科学技术研究项目(QT202102)

通信作者: *tsf1998@sina.com

蒙特卡罗仿真方法以及四象限探测器检测原理进行设计,通过计算机仿真系统对四象限探测器位置检测模型进行模拟并对数学模型进行仿真数据验证,分析影响位置检测精度的关键参数,通过改善关键参数提升系统精度与性能。

2 四象限探测器相干探测原理

四象限探测器相干探测系统框图如图 1 所示^[6]。

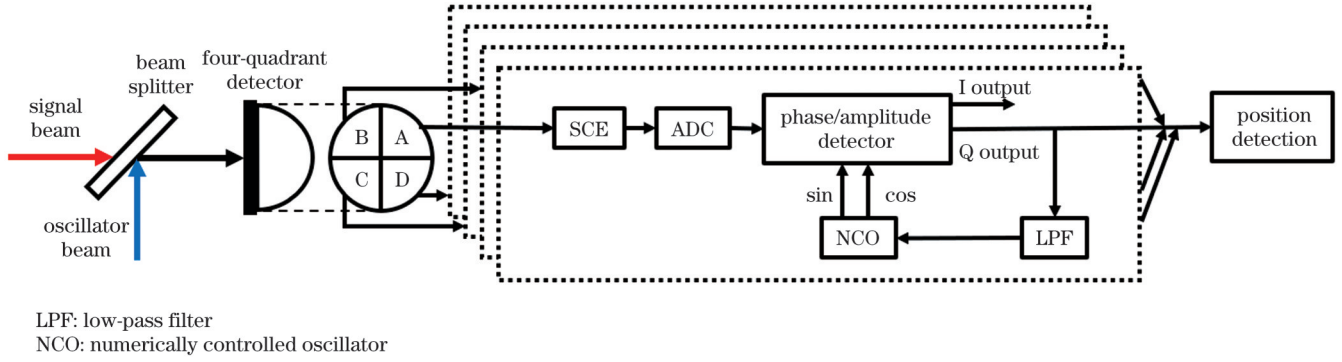


图 1 四象限探测器相干探测系统框图

Fig. 1 Block diagram of four-quadrant detector coherent detection system

2.1 相干混频原理

四象限探测器相干探测系统的光学前端将来自发射端的功率微弱的信号光与接收端本地产生的功率较强的本振光进行相干混频。相干混频一方面可以使中频信号功率得到放大,具有一定的混频增益,将接收到的微弱信号光放大到噪声层之上;另一方面可将高频接收信号 (THz) 转换为中频信号 (MHz),从而很好地应用于后续电子学信号处理部分。

假设信号光与本振光为两束具有平行偏振矢量的线偏振激光。两束激光的波前角存在一定的差异,经过混频之后垂直于四象限探测器光敏面传播。以矢量

r 表示四象限探测器平面, t 表示时间,信号光与本振光的光场分别表示为 $E_s(r, t)$ 和 $E_{LO}(r, t)$:

$$E_s(r, t) = |E_s(r)| \cdot \exp[i\psi_s(r)] \cdot \exp[i(\omega_s t + \varphi_s)], \quad (1)$$

$$E_{LO}(r, t) =$$

$$|E_{LO}(r)| \cdot \exp[i\psi_{LO}(r)] \cdot \exp[i(\omega_{LO} t + \varphi_{LO})], \quad (2)$$

式中: $|E_s(r)|$ 和 $|E_{LO}(r)|$ 表示两束激光的光强; $\psi_s(r)$ 和 $\psi_{LO}(r)$ 表示波前入射角; ω_s 和 ω_{LO} 表示角频率; φ_s 和 φ_{LO} 表示光学相位。

四象限探测器光敏面的接收光功率 $P(t)$ 可表示为

$$P(t) = \int_{QD} |E_{asym}(r, t)|^2 dA = \int_{QD} |\rho E_s(r, t) + i\epsilon E_{LO}(r, t)|^2 dA = \underbrace{\rho^2 P_s + \epsilon^2 P_{LO}}_{DC} + \underbrace{2\rho\epsilon \int_{QD} |E_s(r) E_{LO}(r)| \cdot \cos[(\omega_{het} t + \Delta\psi(r) - \Delta\varphi)] dA}_{AC}, \quad (3)$$

式中: $P_s = \int_{QD} |E_s(r)|^2 dA$ 和 $P_{LO} = \int_{QD} |E_{LO}(r)|^2 dA$ 为直流分量; QD 表示探测器光敏面; $E_{asym}(r, t)$ 表示经过光分束器混频后产生的非对称光场; ρ 和 ϵ 分别为光分束器的透射率和反射率 ($0 < \rho < 1, 0 < \epsilon < 1$); AC 表示交流 (中频) 信号部分; $\omega_{het} = \omega_s - \omega_{LO}$ 表示两束激光束的角外差频率; $\Delta\psi(r) = \psi_s(r) - \psi_{LO}(r)$ 表示波前相位差; $\Delta\varphi = \varphi_s - \varphi_{LO}$ 表示相对相位。

将式(3)中交流信号部分进行三角变换,可得:

$$\begin{cases} P(t) = \rho^2 P_s + \epsilon^2 P_{LO} + 2\rho\epsilon \sqrt{P_s P_{LO}} \gamma \cdot \cos(\omega_{het} t + \phi) \\ \gamma = \frac{\left[\int_{QD} |E_s(r) E_{LO}^*(r)| dA \right]^2}{\int_{QD} |E_s(r)|^2 dA \int_{QD} |E_{LO}(r)|^2 dA} = \frac{Q_{WF}^2 + I_{WF}^2}{P_s P_{LO}} \end{cases}, \quad (4)$$

式中: γ 为外差效率,是相干接收机性能的度量,即信号光与本振光两束光在四象限探测器光敏面上的重叠

区域比例; ϕ 表示两束激光的相位差; I_{WF} 和 Q_{WF} 分别为中频信号的同相和正交分量。

假设相干混频过程选取 50:50 光分束器, 即 $\rho = \varepsilon = 1/\sqrt{2}$, 则接收光功率 $P(t)$ 及产生的光电流 $I(t)$ 可表达为

$$\begin{cases} P(t) = \frac{P_s}{2} + \frac{P_{\text{LO}}}{2} + \sqrt{P_s P_{\text{LO}}} \gamma \cdot \cos(\omega_{\text{het}} t + \phi) \\ I(t) = \xi \frac{q_e \lambda}{hc} P(t) = \eta \cdot \left[\frac{P_s}{2} + \frac{P_{\text{LO}}}{2} + \sqrt{P_s P_{\text{LO}}} \gamma \cdot \cos(\omega_{\text{het}} t + \phi) \right] \end{cases} \quad (5)$$

式中: ξ 为光电二极管效率; q_e 为电子电荷量 (1.602×10^{-19} C); λ 为波长; h 为普朗克常量 (6.626×10^{-34} J·s); c 为光速; η 为光电二极管的响应度。

仿真架构将基于接收光功率的交流部分 $\eta \sqrt{P_s P_{\text{LO}}} \gamma \cdot \cos(\omega_{\text{het}} t + \phi)$ 模拟入射至四象限探测器光敏面的中频信号。相干混频产生的增益由本振光功率 P_{LO} 提供, 可使信号光功率增大, 系统信噪比得到改善, 位置检测精度获得提升。

2.2 光外差探测系统信噪比分析

在相干外差探测系统中, 系统信噪比的改善主要来自相干接收端的混频增益, 而混频增益主要来自相干接收端本振光功率对微弱信号光功率的放大作用。相干外差探测中, 四象限探测器输出端的噪声包括: (1) 探测器件所产生的热噪声, 即约翰逊噪声; (2) 本振光所产生的散粒噪声; (3) 激光器所产生的激光相对强度噪声 (RIN)^[11]。

由式(5)的计算结果可知, 信号光与本振光混频后产生的中频信号交流部分为 $\eta \sqrt{P_s P_{\text{LO}}} \gamma \cdot \cos(\omega_{\text{het}} t + \phi)$, 中频信号光功率有如下表达式:

$$\langle i_s^2 \rangle = [I_{\text{AC(rms)}}]^2 = 2\eta^2 P_{\text{LO}} P_s \gamma = 2 \left(\frac{q_e \xi}{h\nu} \right)^2 P_{\text{LO}} P_s \gamma, \quad (6)$$

式中: ν 为光频率。

热噪声与四象限探测器相关, 与本振光功率无关, 其表达式为

$$\langle i_{\text{th}}^2 \rangle = \frac{4kTB}{R_1}, \quad (7)$$

式中: k 为玻尔兹曼常量; T 为开氏温度; B 为四象限探测器带宽; R_1 为探测器负载电阻。

在弱光条件下, 即信号光功率远小于本振光功率 ($P_s \ll P_{\text{LO}}$) 时, 散粒噪声与本振光功率相关, 其表达式为

$$\langle i_{\text{sh}}^2 \rangle = 2q_e iB = \frac{2\xi q_e^2 B P_{\text{LO}}}{h\nu}, \quad (8)$$

式中: i 为由本振光功率产生的光电流。

激光相对强度噪声与激光源的属性相关, 其功率与本振光功率的平方相关, 表达式为

$$\langle i_{\text{RIN}}^2 \rangle = R \left(\frac{q_e \xi}{h\nu} \right)^2 B P_{\text{LO}}^2, \quad (9)$$

式中: R 表示激光器抑制比参数。

系统信噪比 R_{SN} 具有如下表达式:

$$R_{\text{SN}} = \frac{\langle i_s^2 \rangle}{\langle i_{\text{th}}^2 \rangle + \langle i_{\text{sh}}^2 \rangle + \langle i_{\text{RIN}}^2 \rangle} = C \left(1 + \frac{2kT h\nu}{\xi q_e^2 P_{\text{LO}} R_1} + \frac{\xi R P_{\text{LO}}}{2h\nu} \right)^{-1}, \quad (10)$$

式中: $C = \xi P_s / B h\nu$ 表示与本振光功率无关的公共项。

由上述计算结果可知, 光外差探测系统的噪声主要由热噪声、散粒噪声以及激光相对强度噪声三种噪声因素组成, 通过调节本振光功率可以对系统信噪比进行改善。

假定信号光功率为 20 nW, 绘制系统信噪比 R_{SN} 随本振光功率 P_{LO} 变化曲线, 如图 2 所示。当本振光功率较小时, 例如 0.1 mW, 系统信噪比随本振光功率的增大而增大; 当本振光功率增大到一定程度后, 噪声因素中的激光相对强度噪声将占据主导地位, 使得系统信噪比开始随本振光功率的增大而减小。由图 2 可知, 当本振光功率为 10 mW 左右时, 系统信噪比为最优值。在四象限探测器仿真系统中, 系统信噪比将用于计算位置检测精度, 并通过调节本振光功率大小来调节系统信噪比。例如: 将本振光功率 0.25 mW 增大至 10 mW, 可将系统信噪比从 23.4 dB 增大至 29.4 dB, 增大 6 dB。

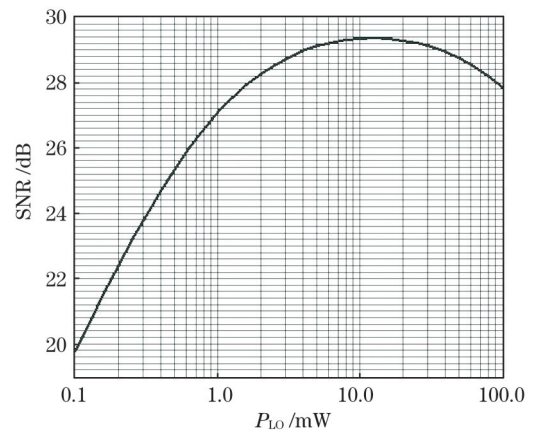


图 2 系统信噪比与本振光功率关系曲线

Fig. 2 Relation curve between system SNR and local oscillator power

2.3 四象限探测器位置检测原理

经过相干混频后, 中频信号入射到四象限探测器光敏面上并产生光斑。若光斑质心实际位置与四象限探测器光敏面中心重合, 如图 3(a) 所示, 则探测器四个象限的接收光功率及产生的光电流近似相等。若光

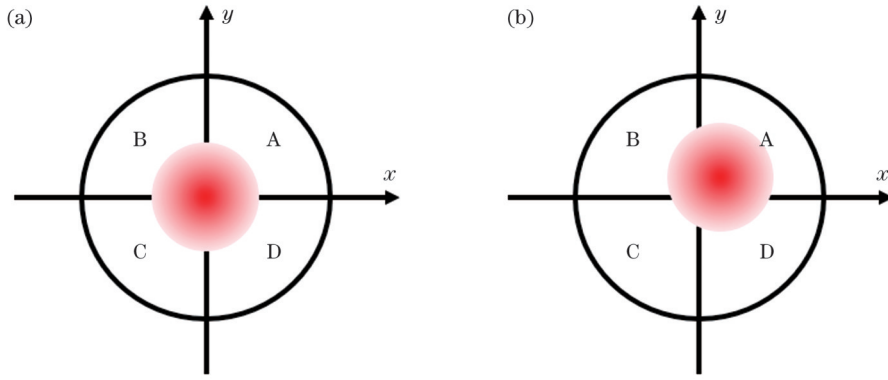


图 3 四象限探测器光斑位置分布。(a)位于光敏面中心;(b)偏离光敏面中心

Fig. 3 Spot position distribution of four-quadrant detector. (a) At center of photosensitive surface; (b) deviating from center of photosensitive surface

斑实际质心位置与四象限探测器光敏面中心之间存在偏差,如图 3(b)所示,则探测器四个象限的接收光功率及产生的光电流将不等且存在一定关联。

光斑质心相对位置 (x_r, y_r) 的计算过程为^[12]

$$\begin{cases} x_r = \frac{(P_A + P_D) - (P_B + P_C)}{P_A + P_B + P_C + P_D} = \frac{(I_A + I_D) - (I_B + I_C)}{I_A + I_B + I_C + I_D} \\ y_r = \frac{(P_A + P_B) - (P_C + P_D)}{P_A + P_B + P_C + P_D} = \frac{(I_A + I_B) - (I_C + I_D)}{I_A + I_B + I_C + I_D} \end{cases} \quad (11)$$

式中: P_A, P_B, P_C, P_D 表示四个象限的接收光功率; I_A, I_B, I_C, I_D 表示四个象限产生的光电流^[13]。

四象限探测器位置检测过程使用位置检测实际值的标准差 $\sigma_{x_0}, \sigma_{y_0}$ 作为评判位置检测精度的标准。以 x 轴位置检测实际值标准差 σ_{x_0} 为例建立数学模型。基于式(11),在没有引入噪声的理想情况下,可以通过光电流大小 I_A, I_B, I_C, I_D 计算得到 x 轴相对值 x_r 。

在实际情况下,光学前端相干混频过程中存在中频信号噪声,包括激光器强度噪声、激光器频率噪声、散粒噪声等。四象限探测器及后续器件也存在探测器噪声,包括热噪声、跨阻放大器光电流输入噪声以及其他电子噪声等^[14]。结合噪声因素后,相对值 x_r 的计算过程为

$$x_r = \frac{(I_A + I_D + I_{nA} + I_{nD}) - (I_B + I_C + I_{nB} + I_{nC})}{I_A + I_B + I_C + I_D + I_{nA} + I_{nB} + I_{nC} + I_{nD}} = \left[\frac{(I_A + I_D) - (I_B + I_C)}{I_A + I_B + I_C + I_D} + \frac{(I_{nA} + I_{nD}) - (I_{nB} + I_{nC})}{I_{nA} + I_{nB} + I_{nC} + I_{nD}} \right] \cdot \frac{1}{1 + \frac{I_{nA} + I_{nB} + I_{nC} + I_{nD}}{I_A + I_B + I_C + I_D}} \approx \frac{(I_A + I_D) - (I_B + I_C)}{I_A + I_B + I_C + I_D} + \underbrace{2 \cdot \frac{(I_{nA} + I_{nD}) \cdot (I_B + I_C) - (I_{nB} + I_{nC}) \cdot (I_A + I_D)}{(I_A + I_B + I_C + I_D)^2}}_{\text{noise}} \quad (12)$$

式中: $I_{nA}, I_{nB}, I_{nC}, I_{nD}$ 表示四个象限的探测器噪声电流水平。

在有光照条件下,探测器电流噪声水平相较于接收到的光电流信号很小,即 $I_{nA} + I_{nB} + I_{nC} + I_{nD} \ll I_A + I_B + I_C + I_D$ ^[15]。由此可以说明,受到噪声因素影响,相对值 x_r 存在一定的波动,可通过标准差表征 x_r 的抖动,噪声因素对位置检测精度的影响可通过相对值方差 $\sigma_{x_r}^2$ 表征:

$$\begin{aligned} \sigma_{x_r}^2 &= \frac{(I_A + I_D)^2 + (I_B + I_C)^2}{(I_A + I_B + I_C + I_D)^4} \cdot 8 \cdot I_n^2 = \\ &= 2 \cdot \frac{(I_A + I_D)^2 + (I_B + I_C)^2}{(I_A + I_B + I_C + I_D)^2} \cdot \frac{4 \cdot I_n^2}{(I_A + I_B + I_C + I_D)^2} = \\ &= k \cdot \frac{4 \cdot I_n^2}{(I_A + I_B + I_C + I_D)^2}, \quad (13) \end{aligned}$$

式中: I_n^2 表示每个象限的噪声功率; $(I_A + I_B + I_C +$

$I_D)^2$ 表示高斯光斑电流总功率(不包含噪声因素);
 $4 \cdot I_n^2$ 表示四个象限的探测器噪声电流总功率,可与系统信噪比 R_{SN} 建立联系, $R_{SN} = \frac{(I_A + I_B + I_C + I_D)^2}{4 \cdot I_n^2}$;比例系数 $k = 2 \cdot \frac{(I_A + I_D)^2 + (I_B + I_C)^2}{(I_A + I_B + I_C + I_D)^2}$ 。

若要将 x_r 转换为光斑质心位置实际值 x_0 则需要与光斑模型的分布特征相联系。激光器的出射光束呈高斯分布^[16],出射光束在经过空间传输后,光斑的能量分布也可近似看作高斯分布。仿真系统选取高斯分布模型对光斑进行表征^[17],依据高斯分布模型特性将相对值转换为实际值,并使用误差函数做一阶近似:

$$x_0 = \frac{\sqrt{\pi} \omega}{2\sqrt{2}} x_r, \quad (14)$$

式中: ω 为高斯光斑束腰半径。

由式(13)和式(14)可以得到实际值方差 $\sigma_{x_0}^2$:

$$\sigma_{x_0}^2 \approx \left(\frac{\sqrt{\pi} w}{2\sqrt{2}} \right)^2 \cdot \frac{k}{R_{SN}} \quad (15)$$

建立 k 与实际值 x_0 的关系式: $k = 1 + \operatorname{erf}^2\left(\frac{\sqrt{2} x_0}{w}\right)$,

得到实际值标准差 σ_{x_0} :

$$\sigma_{x_0} \approx \frac{\sqrt{\pi} w}{2\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{R_{SN}}} \cdot \sqrt{1 + \operatorname{erf}^2\left(\frac{\sqrt{2} x_0}{w}\right)} \quad (16)$$

由此建立四象限探测器位置检测精度数学模型。由数学模型可以看出,位置检测精度 σ_{x_0} 与高斯光斑束腰半径 w 、光斑质心位置实际值 (x_0, y_0) 及系统信噪比 R_{SN} 三个关键参数有关。

3 四象限探测器仿真架构搭建分析

3.1 蒙特卡罗仿真分析法

蒙特卡罗方法又称为统计试验法,是描述系统仿真过程中各种随机现象的一种基本方法,该方法适用于一些用解析法难以求解的问题^[18]。蒙特卡罗方法求解问题的基本思路为:(1) 建立一个随机过程或概率模型,使用该过程或者模型的参数或数学特征表征问题的解;(2) 通过对过程或者模型进行观察或统计试验来对参数或数字特征进行估算,得出所求解的近似

值;(3) 通过估计值的标准误差表征问题解的精确程度。

仿真系统使用蒙特卡罗随机点表征高斯光斑能量,构建随机模型,并进行光斑质心位置估计,最后通过估计值的标准差表征解的精确程度。使用置信度来评判仿真估计值的准确程度以及蒙特卡罗仿真方法的可靠性。

蒙特卡罗方法的精度带有随机性,是以一定的可能性(置信度)具有某一精度^[19-20]。对蒙特卡罗法模拟的估计模型进行分析,需要借助大数定理和中心极限定理。大数定理即当样本数目足够大时,可以通过样本均值估计总体期望;中心极限定理即无论单变量的分布如何,许多独立随机变量之和总是满足高斯分布。蒙特卡罗仿真方法的误差与标准差 σ 及样本数量 n 有关,可以通过优化仿真系统数学模型进而减小标准差 σ 以及增加仿真次数进而增大样本数量 n 两种方式来减小误差。

3.2 仿真系统模型分析

四象限探测器计算机仿真系统采用 LabView2018 软件编程,并结合蒙特卡罗仿真分析法。总体框图如图 4 所示。

仿真系统依据蒙特卡罗仿真方法的三个步骤进行划分,包含高斯光斑产生过程、光斑质心位置解算过程及误差评判过程三个步骤。

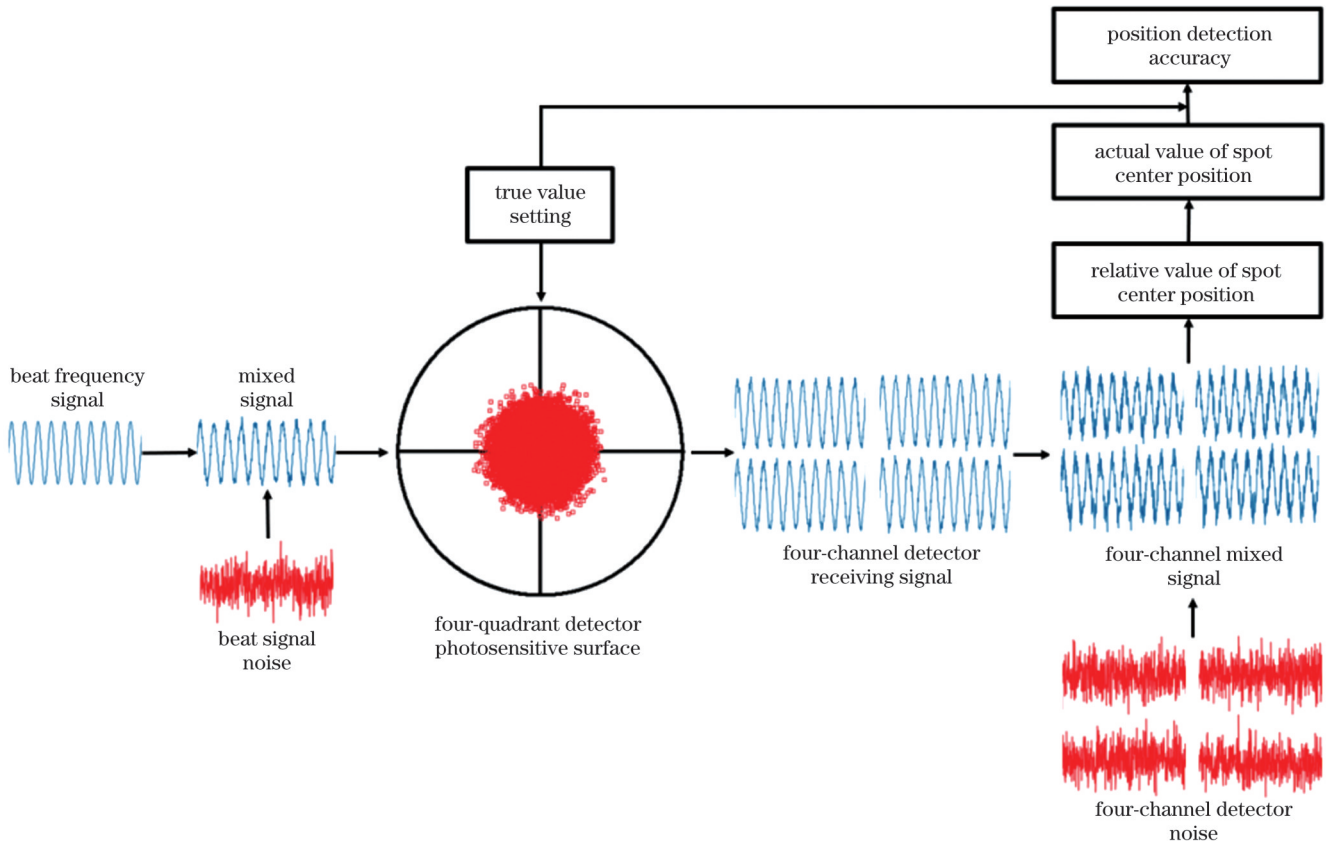


图 4 仿真系统算法模型总体框图

Fig. 4 Overall block diagram of simulation system algorithm model

高斯光斑产生过程表征为蒙特卡罗法中随机模型的构建过程。依据相干混频原理,中频信号为余弦信号,仿真系统也使用余弦信号模拟中频信号,并使用蒙特卡罗随机点表征幅值:

$$P(t) = \sqrt{P_s P_{Lo} \gamma} \cdot \cos(\omega_{het} t + \phi). \quad (17)$$

实际系统中,中频信号噪声包括激光器强度噪声及激光器频率噪声等,且可以近似表示为高斯白噪声。在仿真系统中,使用高斯白噪声模拟中频信号噪声,并通过调控标准差分析中频信号噪声对系统位置检测精度的影响。将中频信号噪声叠加在中频信号上得到叠加信号。依据叠加信号幅值及蒙特卡罗方法,通过标准差控制 x, y 轴生成服从一维高斯分布的随机点,再合并产生服从二维高斯分布的随机点模型,表征高斯光斑模型。

光斑质心位置解算过程表征为蒙特卡罗法中对随机过程进行观察及统计试验从而对解及数学特征进行估计的过程。四象限探测器根据蒙特卡罗随机点以及光敏面半径、光敏面中心坐标等初始真值,统计光敏面各个象限中蒙特卡罗随机点数量,表征各个象限所接收的光斑能量。

实际系统中,探测器噪声包括热噪声、散粒噪声、跨阻放大器输入电流和电压噪声等,且可近似表示为高斯白噪声。在仿真系统中,使用高斯白噪声模拟探

测器噪声,并通过调控标准差分析系统信噪比对系统位置检测精度的影响^[21]。将四路探测器噪声分别叠加在四路探测信号得到四路叠加信号,依据位置检测原理及高斯模型分布特性,得到相对值 (x_r, y_r) 以及实际值 (x_0, y_0) 。

误差评判过程表征为蒙特卡罗法中使用估计值标准差表征解的精确程度的过程。依据蒙特卡罗置信度分析思想,实际值标准差 $\sigma_{x_0}, \sigma_{y_0}$ 表征位置检测精度,真实值 (x_{real}, y_{real}) 表征期望。 $\sigma_{x_0}, \sigma_{y_0}$ 计算过程如下所示:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_{x_0} = \frac{\sum_{i=1}^N x_{0i} - x_{real}}{\sqrt{N}} \\ \sigma_{y_0} = \frac{\sum_{i=1}^N y_{0i} - y_{real}}{\sqrt{N}} \end{array} \right., \quad (18)$$

式中: N 为仿真次数,即样本数量。

误差评判过程图如图 5 所示。图 5 中,黑线表示真实值 (x_{real}, y_{real}) ,红线表示蒙特卡罗估计值 (x_0, y_0) 。以此为依据计算蒙特卡罗估计值 (x_0, y_0) 的标准差,并与真实值及数学模型的解相比较,得到蒙特卡罗仿真的精确程度及置信度水平。

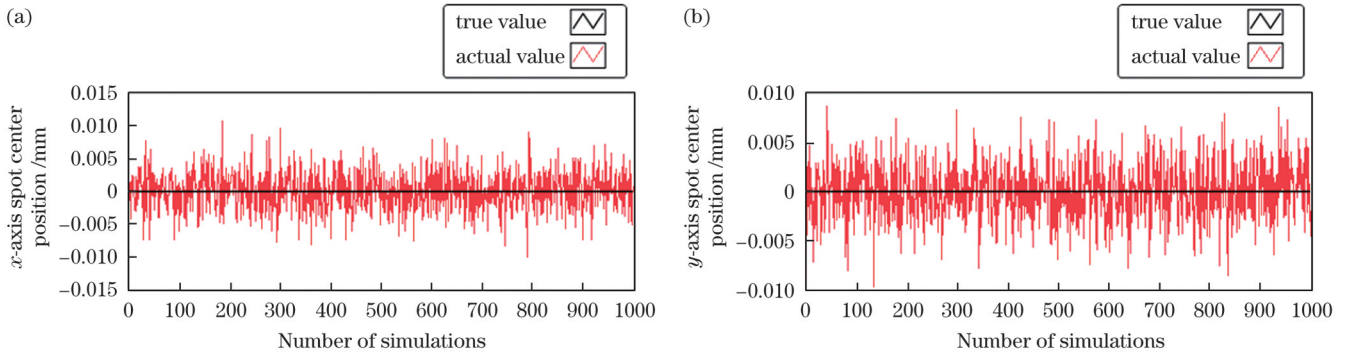


图 5 误差评判过程。(a) x 轴误差; (b) y 轴误差

Fig. 5 Error evaluation process. (a) Error in x axis; (b) error in y axis

4 仿真结果对比分析

由 2.2 节四象限探测器位置检测数学模型可知,位置检测精度与系统信噪比、光斑半径以及光斑质心位置三个关键参数有关。此外,依据 2.2 节对光外差探测系统信噪比的分析,将本振光功率由 0.25 mW 增大至 10 mW,对应调节混频增益,可将系统信噪比提升 6 dB。下面根据 3.2 节的仿真系统,分析三个关键参数对于位置检测误差的影响。

4.1 系统信噪比对位置检测精度影响

首先,分析中频信号噪声对位置检测精度的影响。假设探测器光敏面半径为 1.5 mm,高斯光斑半径为 0.5 mm,光斑质心位置真实值位于光敏面原点,探测

器噪声参数保持不变。在非相干与相干仿真架构中,逐步降低中频信号噪声参数,提升系统信噪比,观察位置检测精度的变化,结果如图 6 所示。

由图 6 可知,由于光学前端带来的混频增益,相同中频信号参数下相干仿真架构的系统信噪比大于非相干仿真架构,且在非相干仿真架构下,位置检测精度为 6.2 μm ,在相干仿真架构中,位置检测精度为 3.0 μm 。但是中频信号噪声对位置检测精度没有影响。原因在于中频信号噪声的蒙特卡罗随机点在四个象限间存在相关性,对于使用四个象限蒙特卡罗随机点数量解算相对值 (x_r, y_r) 没有影响。

其次,分析探测器噪声对位置检测精度的影响。假设探测器光敏面半径为 1.5 mm,高斯光斑半径为

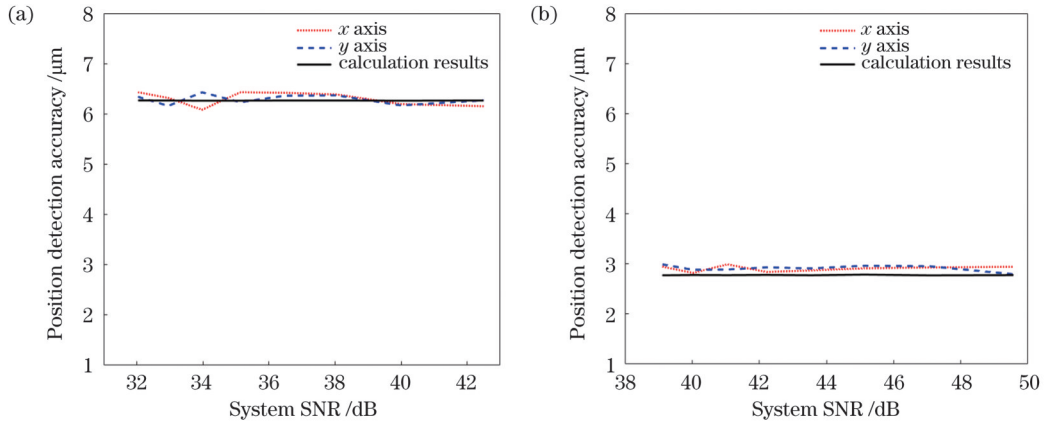


图 6 中频信号噪声对位置检测精度的影响。(a)非相干;(b)相干

Fig. 6 Influence of beat signal noise on position detection accuracy. (a) Incoherent; (b) coherent

0.5 mm, 光斑质心位置真实值位于光敏面原点。保持相同的中频信号噪声标准差, 在非相干与相干仿真架

构中, 通过减小探测器噪声参数逐步提升系统信噪比, 观察位置检测精度的变化。结果如图 7 所示。

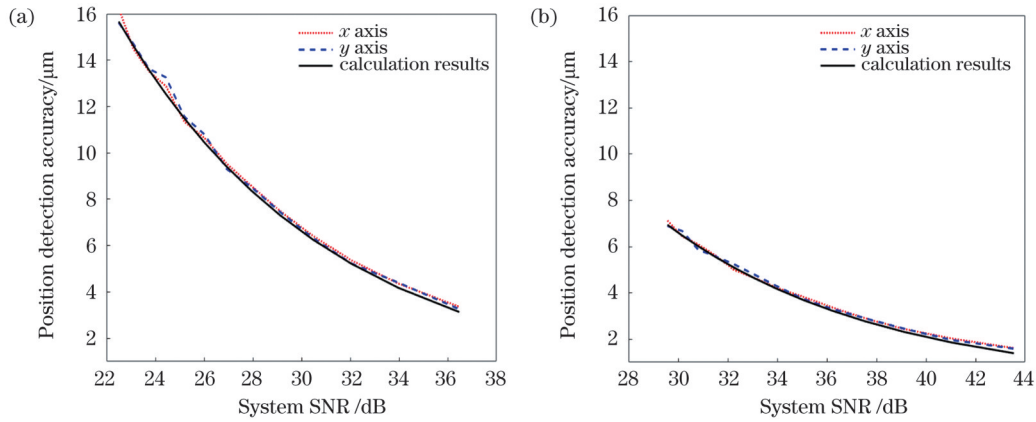


图 7 探测器噪声对位置检测精度的影响。(a)非相干;(b)相干

Fig. 7 Influence of detector noise on position detection accuracy. (a) Incoherent; (b) coherent

由图 7 可知, 由于光学前端带来的混频增益, 相同探测器信号参数下相干仿真架构的系统信噪比大于非相干仿真架构。随着探测器噪声参数的减小, 位置检测精度提升。原因在于探测器噪声的蒙特卡罗随机点由各象限独立产生, 彼此相互独立, 对相对值解算过程产生影响。另外, 在信噪比逐渐提高的过程中, 位置检测精度估计值与数学模型的解较为吻合, 蒙特卡罗方

法的置信度较高。

4.2 光斑半径对位置检测精度影响

分析高斯光斑半径对位置检测精度的影响。假设系统信噪比为 37.528 dB, 探测器光敏面半径为 1.5 mm, 光斑质心位置真实值位于光敏面原点。在非相干与相干仿真架构中, 控制高斯光斑半径在 0.2~0.8 mm 范围内逐渐增大, 步长为 0.05 mm。结果如图 8 所示。

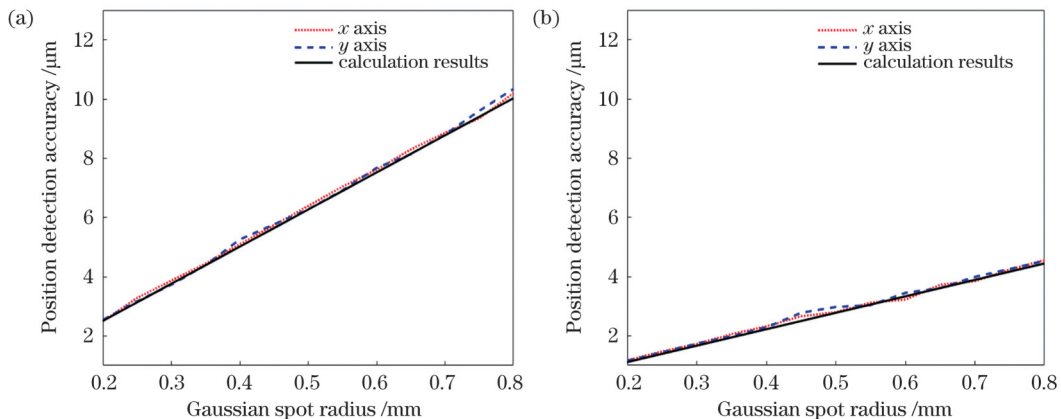


图 8 高斯光斑半径对位置检测精度的影响。(a)非相干;(b)相干

Fig. 8 Influence of Gaussian spot radius on position detection accuracy. (a) Incoherent; (b) coherent

由图 8 可知,由于光学前端带来的混频增益,相同光斑半径参数下相干仿真架构的位置检测精度优于非相干仿真架构。光斑半径为 0.6 mm 时,在非相干仿真架构下,位置检测精度为 6.89 μm ,在相干仿真架构中,位置检测精度约为 3.33 μm 。随着高斯光斑半径的增大,位置检测精度下降。原因在于光斑半径增大,导致光斑能量不再集中且逐渐趋于平缓,使得位置检测精度下降。另外,在光斑半径逐渐增大的过程中,位置检

测精度估计值与数学模型的解较为吻合,蒙特卡罗方法的置信度较高。

4.3 光斑质心位置对位置检测精度影响

分析光斑质心位置对位置检测精度的影响。假设系统信噪比为 37.528 dB,探测器光敏面半径为 1.5 mm,高斯光斑半径为 0.5 mm。在相干和非相干仿真架构中,控制 x 轴、 y 轴光斑质心位置真实值在 $-0.15\sim 0.15$ mm 范围内逐渐增大,步长为 0.01 mm。结果如图 9 所示。

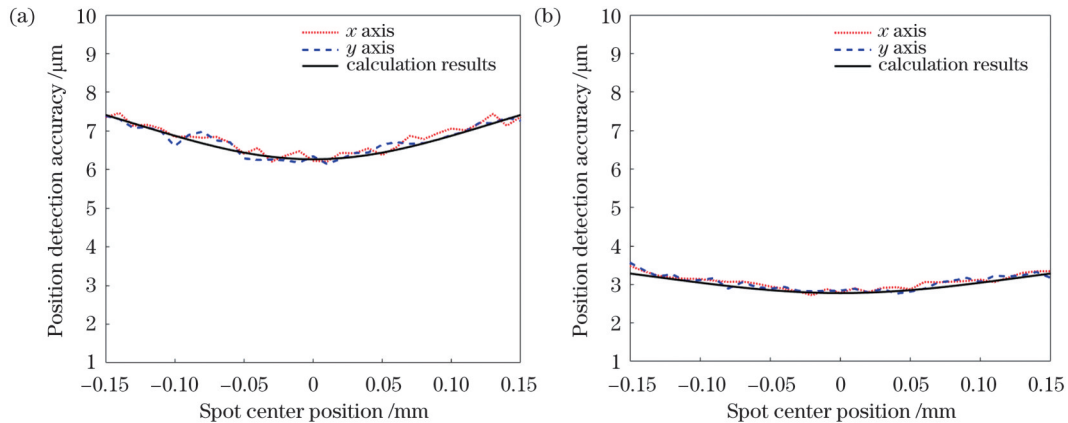


图 9 光斑质心位置对位置检测精度的影响。(a)非相干;(b)相干

Fig. 9 Influence of spot center position on position detection accuracy. (a) Incoherent; (b) coherent

由图 9 可知,由于光学前端带来的混频增益,相同光斑质心位置参数下相干仿真架构的位置检测精度优于非相干仿真架构。光斑质心位置位于光敏面原点时,在非相干仿真架构下,位置检测精度为 6.22 μm ,在相干仿真架构中,位置检测精度约为 2.77 μm 。随着光斑质心位置逐渐偏离原点,位置检测精度下降。在光斑质心位置贴近原点时,位置检测精度估计值与数学模型的解较为吻合,蒙特卡罗方法的置信度较高。

5 结 论

基于四象限探测器位置检测原理搭建数学模型,通过数学模型推导,得到影响位置检测精度的关键参数:系统信噪比、高斯光斑半径以及光斑质心位置。分析了相干混频增益对位置检测精度的提升作用。使用蒙特卡罗随机点方法对数学模型进行验证并分析关键参数对位置检测精度的影响。仿真结果表明,可以通过改善系统信噪比、选用小光斑进行探测及光斑入射在探测器光敏面原点附近三种方式来提升位置检测精度。此外,位置检测精度估计值与数学模型的解较为吻合,表明蒙特卡罗方法的置信度较高,对于工程应用有一定的指导意义。

参 考 文 献

- [1] 梁浴榕. 外差激光干涉仪中的高精度相位测量研究[D]. 武汉:华中科技大学, 2013: 1-2.
Liang Y R. High precision phase measurement for heterodyne laser interferometer[D]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology, 2013: 1-2.
- [2] Abbott B P, Abbott R, Adhikari R, et al. LIGO: the laser interferometer gravitational-wave observatory[J]. Progress in Physics, 2009, 72(7): 076901.
- [3] 柳强, 王在渊, 王浩浩, 等. 面向空间引力波探测的低噪声激光器研究进展(特邀)[J]. 光子学报, 2022, 51(7): 0751409.
Liu Q, Wang Z Y, Wang J H, et al. Research progress on low-noise laser for space-based gravitational wave detector (invited)[J]. Acta Photonica Sinica, 2022, 51(7): 0751409.
- [4] Danzmann K, Rüdiger A. LISA technology: concept, status, prospects[J]. Classical and Quantum Gravity, 2003, 20(10): S1-S9.
- [5] Hough J, Robertson D, Ward H, et al. LISA: the interferometer [J]. Advances in Space Research, 2003, 32(7): 1247-1250.
- [6] Esteban Delgado J J. Laser ranging and data communication for the laser interferometer space antenna[M]. Granada: Universidad de Granada, 2012: 28-30.
- [7] 罗子人, 张敏, 靳刚, 等. 中国空间引力波探测“太极计划”及“太极 1 号”在轨测试[J]. 深空探测学报, 2020, 7(1): 3-10.
Luo Z R, Zhang M, Jin G, et al. Introduction of Chinese spaceborne gravitational wave detection program “Taiji” and “Taiji-1” satellite mission[J]. Journal of Deep Space Exploration, 2020, 7(1): 3-10.
- [8] 张志平, 杨晓峰. 激光外差干涉技术在光刻机中的应用[J]. 激光与光电子学进展, 2022, 59(9): 0922017.
Zhang Z P, Yang X F. Application of laser heterodyne interference technology in lithography[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2022, 59(9): 0922017.
- [9] 张鹏, 崔建军. 外差干涉仪非线性误差补偿抑制与测量研究进展[J]. 激光与光电子学进展, 2021, 58(11): 1100003.
Zhang P, Cui J J. Research progress in nonlinear error compensation suppression and measurement of heterodyne interferometer[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2021, 58(11): 1100003.
- [10] 梁浴榕, 叶贤基. 用于星间激光测距的高精度相位计[C]//中国宇航学会深空探测技术专业委员会第八届学术年会论文集(下篇). 北京:中国宇航学会, 2011: 154-160.
Liang Y R, Ye X J. High precision phase meter for intersatellite laser ranging[C]//Proceedings of the 8th Annual Academic Conference of the Deep Space Exploration Technical Committee of

- the Chinese Astronautical Society (Part II). Beijing: Chinese Society of Astronautics, 2011: 154-160.
- [11] Abdelazim S, Santoro D, Arend M F, et al. Coherent Doppler lidar for wind sensing[M]//Spatial Variability in Environmental Science: Patterns, Processes, and Analyses. London: IntechOpen, 2020: 3-9.
- [12] 李鑫鹏. 基于四象限探测器的宽范围高精度光斑位置检测系统研究[D]. 长春: 中国科学院长春光学精密机械与物理研究所, 2022: 7-9.
- Li X P. Research on wide range and high precision spot position detection system based on four quadrant detector[D]. Changchun: Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, 2022: 7-9.
- [13] 尚韬, 李曦, 刘增基, 等. 新型四象限设计及其光斑参数测量方法[J]. 红外与激光工程, 2012, 41(4): 1034-1040.
- Shang T, Li X, Liu Z J, et al. Novel four-quadrant design and the method for obtaining spot parameters[J]. Infrared and Laser Engineering, 2012, 41(4): 1034-1040.
- [14] 吴佳彬. 基于四象限探测器的高精度激光光斑位置检测技术研究[D]. 长春: 中国科学院长春光学精密机械与物理研究所, 2016: 63-67.
- Wu J B. The research for technology of high precise laser facula position detection based on the quadrant detector[D]. Changchun: Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, 2016: 63-67.
- [15] 张辉, 陈云善, 耿天文, 等. 四象限探测器位置检测精度的主要影响因素研究[J]. 中国激光, 2015, 42(12): 1217002.
- Zhang H, Chen Y S, Geng T W, et al. Study on main factors affecting position detection accuracy of four-quadrant detector[J]. Chinese Journal of Lasers, 2015, 42(12): 1217002.
- [16] 顾姗姗, 郭玉, 句源, 等. 四象限探测器镜头光学质量的检测系统设计[J]. 光学学报, 2022, 42(2): 0222001.
- Gu S S, Guo Y, Ju Y, et al. Design of optical quality detection system for four-quadrant detector lens[J]. Acta Optica Sinica, 2022, 42(2): 0222001.
- [17] 秦立存, 贺伟. 基于四象限探测器的激光光斑中心定位算法[J]. 应用激光, 2021, 41(3): 561-568.
- Qin L C, He W. Laser spot center location algorithm based on four-quadrant detector[J]. Applied Laser, 2021, 41(3): 561-568.
- [18] 胡洪坡, 张军, 杨磊. 通信系统仿真中的蒙特卡洛方法应用研究[J]. 数字通信世界, 2010(5): 43-45.
- Hu H P, Zhang J, Yang L. Research on application of Monte Carlo method in communication system simulation[J]. Digital Communication World, 2010(5): 43-45.
- [19] 胡伟文, 苑秉成, 杨鹏. 仿真模型置信度的决策分析方法[J]. 系统仿真学报, 2008, 20(12): 3274-3276.
- Hu W W, Yuan B C, Yang P. Research on decision-making analysis about simulation model credibility[J]. Journal of System Simulation, 2008, 20(12): 3274-3276.
- [20] 黎静. 基于解析蒙特卡洛方法的载波调制水下激光通信研究[D]. 武汉: 华中科技大学, 2013: 32-48.
- Li J. Research on modulated-carrier underwater wireless laser communications based on analytic Monte Carlo methods[D]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology, 2013: 32-48.
- [21] 宋哲宇, 付芸, 范新坤, 等. 四象限探测器定位精度的分析与仿真[J]. 长春理工大学学报(自然科学版), 2018, 41(2): 41-44.
- Song Z Y, Fu Y, Fan X K, et al. Analysis and simulation of positioning accuracy of four-quadrant detector[J]. Journal of Changchun University of Science and Technology (Natural Science Edition), 2018, 41(2): 41-44.

Simulation System of Coherent Four-Quadrant Detector Based on Monte Carlo Method

Zhang Ziqi^{1,2}, Yu Xiaonan², Tong Shoufeng^{1,2*}

¹School of Optoelectronic Engineering, Changchun University of Science and Technology, Changchun 130022, Jilin, China;

²National and Local Engineering Research Center of Space Optoelectronic Technology, Changchun University of Science and Technology, Changchun 130022, Jilin, China

Abstract

Objective Gravitational waves are ripples of the curvature of space and time in the universe. They dominate the evolution and operation of the universe in the form of waves. Gravitational wave detection has been widely used by many scholars at home and abroad and has achieved breakthrough results. Gravitational wave detection is one of the most concerned frontiers of scientific research in the history of contemporary physics. Space laser heterodyne interferometer is a key component of gravitational wave detection system. The four-quadrant detector is an important part of the laser interference gravitational wave detector, which can be used for spot position detection, laser angle measurement, data transmission and reception, etc. The performance of the four-quadrant detector will directly affect the accuracy of the gravitational wave detector. Influenced by noise factors, the system signal-to-noise ratio (SNR) of laser interference gravitational wave detector and other parameters will be affected, thus affecting the detection accuracy and performance of the system. Therefore, it is necessary to establish a complete mathematical model for the position detection process of the four-quadrant detector and verify it through the simulation system, so as to analyze the factors affecting the position detection accuracy and improve the detection method.

Methods In order to analyze the factors that affect the position detection accuracy of the four-quadrant detector, in this paper, firstly, the noise factors in the laser heterodyne interferometer and the relationship between the local oscillator power and the system SNR are analyzed. The mathematical theoretical model of the four-quadrant detector position detection is established, and the main factors affecting the position detection accuracy are theoretically derived. Then the position detection simulation system is established by using Monte Carlo random simulation method, and the Monte Carlo random points are used to characterize the receiving and solving process of the four-quadrant detector spot. Finally, the simulation results are compared with the theoretical results of the

mathematical model, and the correctness and accuracy of the simulation results are verified.

Results and Discussions The simulation system of four-quadrant detector position detection model based on Monte Carlo method is established. The simulation system is based on the Monte Carlo idea and consists of three parts: the Gaussian spot generation process, the spot center position calculation process, and the error evaluation process (Fig. 4). The estimated spot center position is compared with the true value to judge the accuracy of the Monte Carlo simulation method (Fig. 5). The simulation results show that due to the correlation of beat frequency signal noise among the four quadrants, the position detection accuracy is not affected by beat frequency signal noise (Fig. 6). Due to the independence of detector noise in the four quadrants, when the system SNR caused by detector noise rises from 30 dB to 44 dB, the position detection accuracy is improved (Fig. 7). The smaller the Gaussian spot radius is, the more concentrated the spot energy is, and the higher the position detection accuracy is (Fig. 8). The closer the spot center position is to the center of the four-quadrant detector photosensitive surface, the higher the position detection accuracy is (Fig. 9).

Conclusions In this paper, the mathematical model of the position detection accuracy of the four-quadrant detector is studied theoretically and verified by the Monte Carlo simulation system. The key parameters that affect the position detection accuracy are obtained: system SNR, Gaussian spot radius and spot center position. The simulation system data show that the position detection accuracy can be improved by improving the system SNR, selecting small light spot for detection and using light spot incident near the origin of the detector photosensitive surface. In addition, the estimated value of the Monte Carlo simulation system is in good agreement with the solution of the mathematical model, which proves that the precision of the Monte Carlo method is high. This research has certain guiding significance for engineering applications.

Key words detectors; laser interferometer; gravitational wave detection; four-quadrant detector; Monte Carlo simulation method; position detection accuracy; system signal-to-noise ratio