

月球激光测距中的角反射器月面布置指向优化

杨永章^{1*}, 伏红林¹, 孙尚彪², 翟东升¹, 李祝莲¹, 李语强¹¹中国科学院云南天文台, 云南 昆明 650216;²武汉大学测绘遥感信息工程国家重点实验室, 湖北 武汉 430072

摘要 为了进一步提高地月激光测距精度,新部署单体大孔径的激光角反射器是下一代月球角反射器的主要选择,由于单口径角反射器相比阵列式反射器面积要小,反射器指向要求更高。针对这一问题,本文在不含二面角误差的理想角反射器前提下,通过数值模拟的方法分析了角反射器的有效衍射区域随激光光束入射条件的变化规律。在忽略大气影响的简化条件下模拟了地面 3 个激光测月台站对新布置角反射器的观测情况,通过 Levenberg-Marquardt 方法优化了角反射器的指向。结果表明,选择合适的指向可以将反射器有效衍射面积提高到 80% 以上,同时得到低纬度地面台站比高纬度台站更有利于观测的结论,提示我国应当充分利用已建成的两个低纬度激光测月台站,以期在未来地月激光测距和地月科学研究中发挥更大的作用。

关键词 测量; 月球激光测距; 角反射器; 有效衍射区域; 视天平动

中图分类号 O436

文献标志码 A

doi: 10.3788/CJL202249.0604003

1 引言

月球激光角反射器是一种具有定向反射特性的仪器,从地面台站发射的激光光束击中角反射器后,经过折反射,激光光子将按原路返回地球,最终被地面台站探测到^[1]。这也是月球激光测距(LLR)的基本原理。早期受到激光发射技术和探测能力的限制,为了提高 LLR 观测成功概率,在月面放置的激光角反射器都采用由多个小角反射器组成的大面积反射器阵列^[2-3],这在观测精度主要受地面台站和激光技术限制的 LLR 观测的时期是可行的。随着激光技术、光子探测和电子技术的发展,目前 LLR 测距精度的主要影响因素由早期的激光脉冲宽度、测时精度转移到月面角反射器阵列,由于月球运动存在视天平动,月面的“晃动”导致各反射器到地面测站的距离有微小的不同,人们无法判断回波光子的具体由反射阵列的哪一个角反射器反射,由此带来 24~75 mm 的测距不确定性^[4]。为了实现 mm 级的 LLR 测距精度,不受视天平动影响的单体大孔径

激光角反射器成为下一代月面角反射器的主要选择。目前,欧美国家以及日本、中国均在单体大孔径激光角反射器制备方面开展了大量研究^[5-7]。相比于 Apollo 系列角反射器阵列中使用的 38 mm 口径实体角锥,新一代单体角锥采用 100~200 mm 口径,通过增加单个反射器的有效孔径、压缩反射光发散角的方式,在相同的条件下,以更小面积的角反射器获得与大面积阵列式角反射器相近的月球激光测距回波光光子数。

在地月激光测距系统中,激光传播距离远远大于角反射器的口径,满足夫琅禾费衍射条件,返回光束的强度与角反射器的有效衍射区域面积直接相关^[8],而不同的人射角对应着不同的有效衍射区域,有效衍射区域的变化将直接影响返回激光光束的总能量和空间分布,进而影响地面台站对返回光子的探测。因此,研究角反射器的有效衍射区域十分重要。

本文首先使用国际上发布的高精度地月数值历表 INPOP19a 获得地月相对位置^[9];然后利用光线的折反射定律,在不含二面角误差的理想角反射器

收稿日期: 2021-07-21; 修回日期: 2021-08-18; 录用日期: 2021-08-26

基金项目: 国家自然科学基金(12103087, 12033009, U2031124)、国家重点研发计划(YFA20210715101)、中国科学院月球与深空探测重点实验室开放基金(LDSE202004)、武汉大学测绘遥感信息工程国家重点实验室开放课题(21P02)

通信作者: *yang.yongzhang@ynao.ac.cn

假设前提下,采用数值模拟方法研究月面角反射器的放置指向与有效衍射区域的变化规律,针对下一代月面反射器的可能布置区域,优化月面角反射器的空间指向。

2 单体角反射器的有效衍射区域

月球角反射器是由 3 个相互垂直的直角面以及底面构成的实心或空心四面体。激光光束从角反射器的底面入射后,入射光线被角反射器的 3 个直角面依次反射,最终从反射器底面射出,出射光线平行于入射光线,且光线几何像的对称中心是角反射器的顶点。如图 1 所示,以角反射器的 3 条直角棱为坐标轴建立坐标系 O -XYZ,3 条棱的长度均为 a ,以角反射器顶点 O 在底面的投影 o 为原点,地面法向为 z 轴方向, Y 轴在底面内的投影为 y 轴, x 轴由右手定则决定,建立 o -xyz 坐标系。只有在底面一定区域范围内入射的光线才能经过直角面 1、2、3 的反射从底面出射,并且从不同区域入射的光线在 3 个直角面上的反射顺序不相同,一共有 6 种反射顺序(1→2→3,2→1→3,3→2→1,2→3→1,3→1→2,1→3→2)。将 6 个有效衍射区域组合在一起就是角反射器的有效衍射区域。为了研究光线在角反射器内的传播路径,需要建立 O -XYZ 坐标系与 o -xyz 坐标系的转换关系:第一步,绕 x 轴旋转,使得 y 轴与 Y 轴平行;第二步,绕 y 轴旋转,使 x 、 z 轴分别与 X 和 Z 轴平行;第三步,将坐标原点 o 平移至 O ,可得两坐标系之间的关系。该关系可表示为

$$f_{O\text{-}XYZ} = \mathbf{R}_y(\gamma)\mathbf{R}_x(\alpha)f_{o\text{-}xyz} + [a/3, a/3, a/3]^T, \quad (1)$$

式中: $f_{O\text{-}XYZ}$ 为坐标系 O -XYZ 的点; $f_{o\text{-}xyz}$ 为坐标系 o -xyz 的点; $\mathbf{R}_y(\gamma)$ 、 $\mathbf{R}_x(\alpha)$ 分别为绕 y 轴和 x 轴旋转 γ 角度和 α 角度的旋转矩阵。利用四面体的基

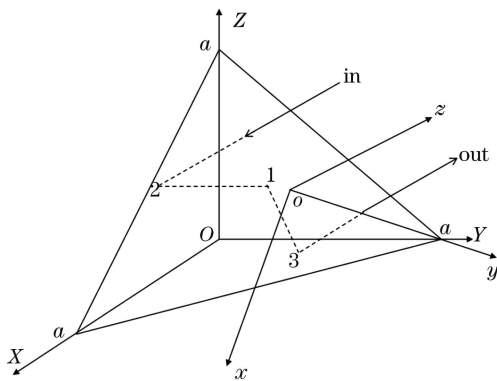


图 1 角反射器反射光线示意图

Fig. 1 Schematic of reflected light for corner retroreflector

本特性得到

$$\mathbf{M} \equiv \mathbf{R}_y(\gamma)\mathbf{R}_x(\alpha) = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{6}}{6} & \frac{\sqrt{3}}{3} \\ 0 & \frac{\sqrt{6}}{3} & \frac{\sqrt{3}}{3} \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{6}}{3} & \frac{\sqrt{3}}{3} \end{pmatrix}. \quad (2)$$

假设入射光束在 o -xyz 坐标系下与 z 轴的夹角(入射角)为 φ ,与 x 轴的夹角(方位角)为 θ ,则入射光束的入射方向的单位向量为

$$\mathbf{I}_n = [-\sin \varphi \cos \theta \quad -\sin \varphi \sin \theta \quad -\cos \varphi]^T. \quad (3)$$

入射光线在角反射器底面经过折射进入反射器内部,折射仅改变入射光束的入射角,由折射定律^[10]可以得到折射光线的方向向量

$$\mathbf{A} = \frac{\mathbf{M}\mathbf{I}_n + \tau\mathbf{N}_0}{n}, \quad (4)$$

式中: n 为角反射器的折射率; $\mathbf{N}_0 = [-1/\sqrt{3}, -1/\sqrt{3}, -1/\sqrt{3}]^T$; $\tau = \sqrt{n^2 - (\mathbf{M}\mathbf{I}_n \cdot \mathbf{N}_0)^2} - \mathbf{M}\mathbf{I}_n \cdot \mathbf{N}_0$ 。折射光束经过 6 种不同的反射次序,最终在角反射器底面出射,本文以图 1 所示的 2→1→3 反射顺序为例,推导光束在角反射器内部各个面坐标之间的代数关系。

设光束与直角面 1、2、3 的交点在 O -XYZ 坐标系中分别为 $(0, Y_1, Z_1)$ 、 $(X_2, 0, Z_2)$ 和 $(X_3, Y_3, 0)$,出射光束与底面的交点在 O -XYZ 坐标系中为 (X, Y, Z) ,在 o -xyz 坐标系中为 (x, y, z) ,入射光束与底面的交点在 O -XYZ 坐标系中为 (X', Y', Z') ,在 o -xyz 坐标系中为 (x', y', z') 。利用角反射器反射光线的性质和几何光学知识,可以得到下面一组方程:

$$\begin{cases} \frac{X - X_3}{A_1} = \frac{Y - Y_3}{A_2} = \frac{Z}{A_3}, \\ X + Y + Z = a \end{cases} \quad (5)$$

解得

$$\begin{cases} X = X_3 + \frac{A_1(a - Y_3 - X_3)}{A_1 + A_2 + A_3} \\ Y = Y_3 + \frac{A_2(a - X_3 - Y_3)}{A_1 + A_2 + A_3} \\ Z = \frac{A_3(a - X_3 - Y_3)}{A_1 + A_2 + A_3} \end{cases}, \quad (6)$$

式中: A_1 、 A_2 、 A_3 分别为折射光线向量的三个方向分量。 X 、 Y 、 Z 是在 O -XYZ 坐标系下,而本研究需要计算的有效衍射区域是在角反射器的地面区域。利用(1)式和(2)式可以得到:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ 0 \end{bmatrix} = \mathbf{M}^T \left[X - \frac{a}{3}, Y - \frac{a}{3}, Z - \frac{a}{3} \right]^T. \quad (7)$$

根据(6)式和(7)式可以建立 X_3, Y_3 与 x, y 的关系式:

$$\begin{bmatrix} X_3 \\ Y_3 \end{bmatrix} = \frac{1}{A_3} \begin{bmatrix} \frac{A_3 + A_1}{\sqrt{2}} & \frac{A_3 - A_1}{\sqrt{6}} \\ A_2 & \frac{2A_3 + A_2}{\sqrt{6}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \frac{a}{3A_3} \begin{bmatrix} A_3 - A_1 \\ A_3 - A_2 \end{bmatrix}. \quad (8)$$

在 $2 \rightarrow 1 \rightarrow 3$ 这一反射顺序中,根据反射原理可以建立 $(0, Y_1, Z_1)$ 和 $(X_2, 0, Z_2)$ 与 X_3, Y_3 的关系式:

$$\begin{bmatrix} Y_1 \\ Z_1 \end{bmatrix} = \frac{1}{A_1} \begin{bmatrix} -A_2 & A_1 \\ A_3 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_3 \\ Y_3 \end{bmatrix}, \quad (9)$$

$$\begin{bmatrix} X_2 \\ Z_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{A_2} \begin{bmatrix} -A_2 & A_1 \\ A_3 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_3 \\ Y_3 \end{bmatrix}. \quad (10)$$

最后,根据(5)~(10)式得到 x', y' 与 X_2, Z_2 的关系式:

$$\begin{cases} x' = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{(A_1 - A_3)a + (A_2 + 2A_3)X_2 - (2A_1 + A_2)Z_2}{A_1 + A_2 + A_3} \\ y' = \frac{1}{\sqrt{6}} \frac{(2A_2 - A_1 - A_3)a - 3A_2X_2 - 3A_2Z_2}{A_1 + A_2 + A_3} \\ z' = 0 \end{cases}, \quad (11)$$

满足 $\begin{cases} Y_1 \geq 0 \\ Z_1 \geq 0 \end{cases}, \begin{cases} X_2 \geq 0 \\ Z_2 \geq 0 \end{cases}, \begin{cases} X_3 \geq 0 \\ Y_3 \geq 0 \end{cases}$ 且 (x, y) 和 (x', y')

在角反射器口径范围内,该光线所处的区域才是有效的。同理,可以依次计算其他传播次序的有效衍射面积,将这 6 种反射次序所对应的有效衍射面积合在一起,组成了角反射器的有效衍射区域。从图 2 可以看到,不同的反射顺序对应的有效衍射区域是不同的,说明有效衍射区域随入射角的变化规律不同。又因为 6 种反射顺序对应的有效衍射区域两两对称,所以反射顺序 $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3$ 与 $3 \rightarrow 2 \rightarrow 1$ 对应的有效衍射区域变化规律相同,

$1 \rightarrow 3 \rightarrow 2$ 与 $2 \rightarrow 3 \rightarrow 1$ 对应的有效衍射区域变化规律相同, $3 \rightarrow 1 \rightarrow 2$ 与 $2 \rightarrow 1 \rightarrow 3$ 对应的有效衍射区域变化规律相同。以中国科学院云南天文台正在研制的 200 mm 口径角反射器为例,计算圆形底面的角反射器对应不同入射角的有效衍射区域。从图 3 可以看到,有效衍射区域随着入射角的增大而减小,当入射角增大到一定程度时(约 55°),有效衍射区域减小为 0。由于角反射器结构具有对称性,方位角变化不影响角反射器的有效衍射区域面积,仅使其中心位置绕底面圆心逆时针旋转。

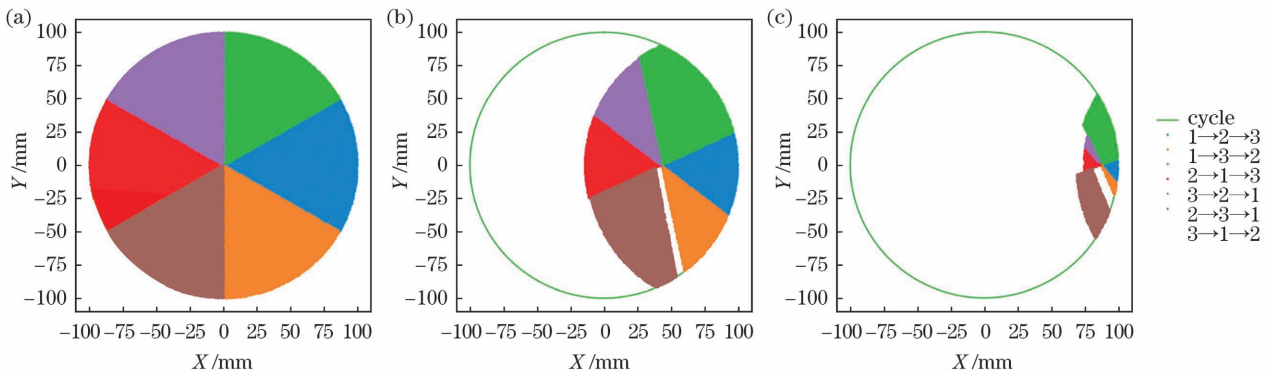


图 2 不同光束入射条件下的圆形切割角反射器的有效衍射区域。(a) $\varphi=0^\circ$; (b) $\varphi=25^\circ$; (c) $\varphi=50^\circ$

Fig. 2 Effective diffraction region of corner retroreflector at different incidence conditions. (a) $\varphi=0^\circ$; (b) $\varphi=25^\circ$; (c) $\varphi=50^\circ$

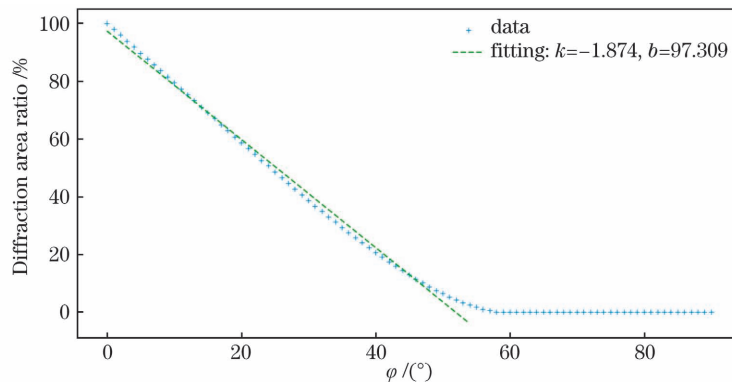


图 3 角反射器有效衍射区域占比随入射角的变化

Fig. 3 Diffraction area ratio of corner retroreflector changed with incident angle

3 下一代单体角反射器的月面指向优化

由于单体角反射器的反射面积小于目前月面阵列式角反射器面积之和,因此需要充分利用反射面。考虑到角反射器有效衍射区域与光束入射角的关系,在进行月面角反射器布置时,必须优化角反射器底面的指向。根据前文的分析,应当使角反射器的指向与从地球观测站发出的激光光束夹角尽可能小,以获得更大的有效衍射面积,从而增加地面台站探测的回波光子数量。本实验选取月面嫦娥三号着陆区(CE-3)、中低纬酒海(Mare Nectaris)地区以及南极沙尔克撞击坑(Shacklten Crater)地区作为月面角反射器布置区域,与月面已有激光角反射器阵列的相对位置关系如图 4 所示,并选取地面的中国科学院云南天文台 1.2 m 激光测月站(YNAO)^[11-13]、法国 GRASSE 站和美国 APOLLO 站作为观测台站。待优化模型如下:

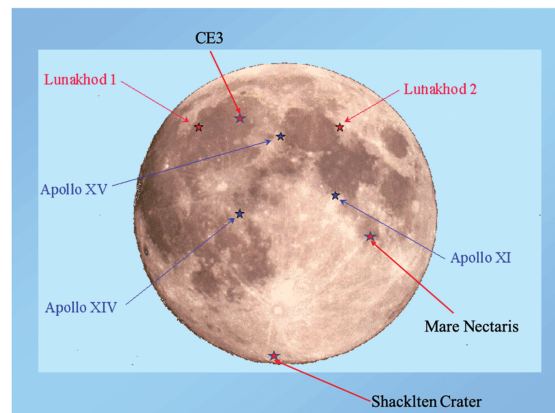
1) 假设角反射器初始指向为 J2000.0 时刻的地心指向;

2) 地面观测台站可观测时间为台站当地时间的 18:00 至第二天早晨 6:00,台站观测截止高度角为 7° ,且 3 个台站的观测能力相同;

3) 时间跨度为 2000 年至 2019 年,跨越一个月球轨道岁差周期,观测间隔为 15 min,与标准点生成的时间大致相同,且考虑地月光行差的影响;

4) 优化目标为选取更优的角反射器布置指向,使得这段时间内对 3 个台站的总有效衍射区域面积最大。

假设月面反射器放置在指向 J2000.0 时刻地心的情况下,本实验选取的 3 个典型区域与地面台站发出的激光光束夹角变化如图 5~7 所示,其

图 4 模拟布设角反射器位置与月面已有角反射器的位置^[2]Fig. 4 Positions of the simulated corner retroreflector and existing corner retroreflector on the lunar surface^[2]

中 MJD 为简化儒略日期。由于地月距离远大于地球和月球半径,因此不同月面区域和地球不同台站之间的夹角几乎相同,且有相同的周期,约为 2190.4 d,这一周期主要由月球平近点角(F)和纬度参数(l)叠加引起,即月球视天平动是角度变化的主要原因。

由图 3 可知,夹角与有效衍射面积呈近似线性关系。当夹角为 20° 时,角反射器的有效衍射面积将下降到全部面积的 60% 左右,这显著降低了角反射器的利用效率,因此,需要对反射器指向进行优化。本实验使用 Levenberg-Marquardt 方法^[14]对角反射器反射面法向进行优化。以沙尔克撞击坑为例,经过计算,优化后的夹角如图 8 所示,最大夹角降低到 10° 左右,角反射器的有效利用率可达 80% 以上。经过计算发现,嫦娥三号着陆区和酒海区域反射面法向的优化结果与沙尔克撞击坑的优化结果类似,夹角的变化扰动周期由 $(2l - 2F)$ 引起,即同样是由视天平动引起的。

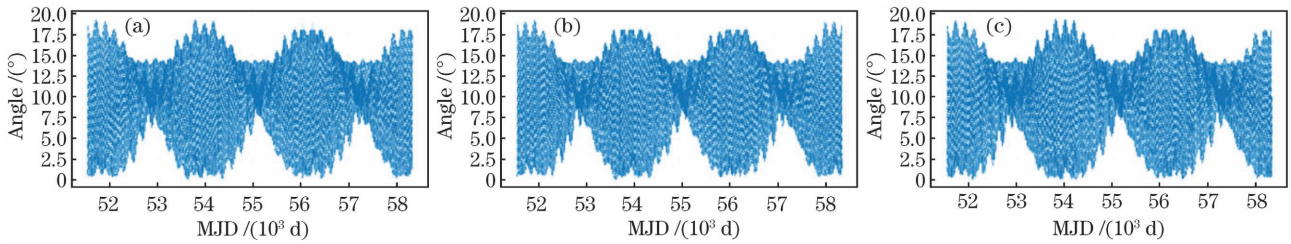


图 5 酒海区域 J2000.0 地心指向反射器与不同地面台站发射激光光束的夹角。(a) APOLLO; (b) GRASSE; (c) YNAO
 Fig. 5 Angles between the J2000.0 geocentric pointing retroreflector in the Mare Nectaris and the laser beam from different ground stations. (a) APOLLO; (b) GRASSE; (c) YNAO

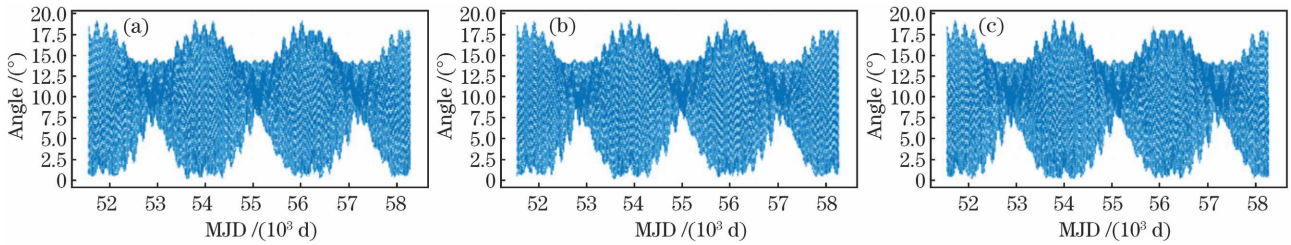


图 6 沙尔克撞击坑区域 J2000.0 地心指向反射器与不同地面台站发射激光光束的夹角。(a) APOLLO; (b) GRASSE; (c) YNAO

Fig. 6 Angles between J2000.0 geocentric pointing retroreflector in Shacklten Crater and laser beam from different ground stations. (a) APOLLO; (b) GRASSE; (c) YNAO

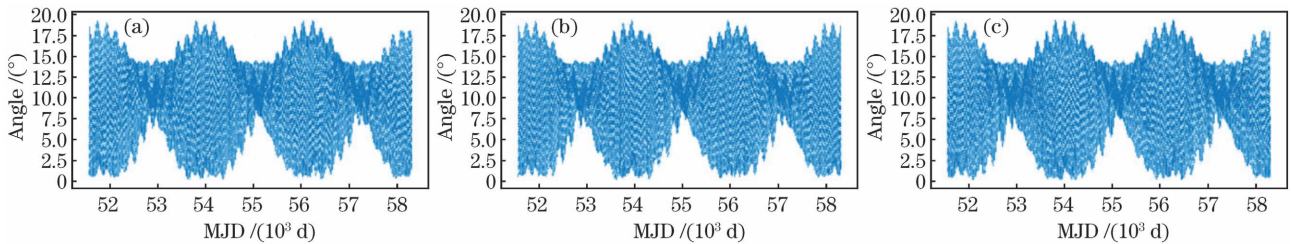


图 7 嫦娥三号着陆区 J2000.0 地心指向反射器与不同地面台站发射激光光束的夹角。(a) APOLLO; (b) GRASSE; (c) YNAO

Fig. 7 Angles between J2000.0 geocentric pointing retroreflector in CE-3 landed area and laser beam from different ground stations. (a) APOLLO; (b) GRASSE; (c) YNAO

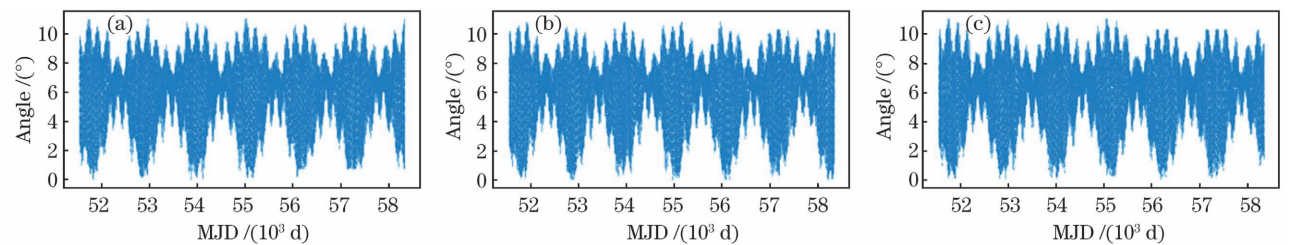


图 8 沙尔克撞击坑区域反射器优化后指向与不同地面台站发射激光光束的夹角。(a) APOLLO; (b) GRASSE; (c) YNAO
 Fig. 8 Angles between optimized pointing retroreflector in Shacklten Crater and laser beam from different ground stations. (a) APOLLO; (b) GRASSE; (c) YNAO

为了进一步研究不同台站对月面角反射器的观测特点,计算月累计(27 d)可观测有效衍射面积(角反射口径面积设为 1),结果如图 9 所示。可以看到,月面不同放置区域的月观测面积基本相等,这与

地月距离是主要影响因素有关,但对于同一放置区域,低纬度的 APOLLO 和 YNAO 激光测月站的观测效果优于高纬度的 GRASSE 站,这表明在地球低纬度区域建站可以有效提高 LLR 的观测效率。

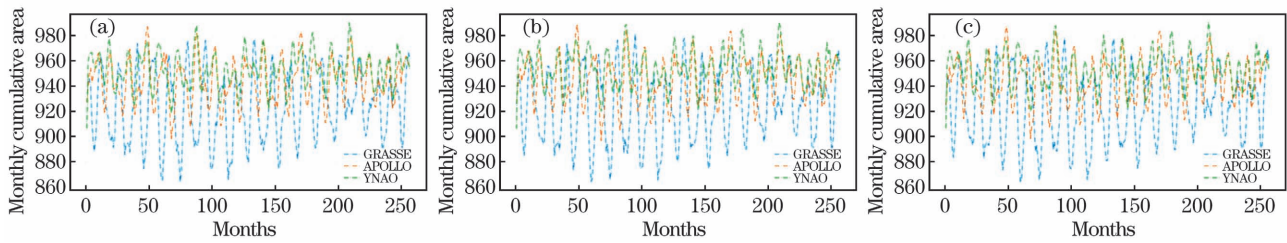


图 9 基于 3 个典型区域优化后的反射器指向的地面台站月累计有效观测面积。(a)嫦娥三号着陆区;(b)酒海区域;(c)沙尔克撞击坑

Fig. 9 Monthly cumulative effective observation area of ground stations by optimized pointing retroreflector on three typical regions. (a) CE-3; (b) Mare Nectaris; (c) Shacklten Crater

4 结 论

本文利用数值模拟方法系统分析了下一代单体月球角反射器在不同激光光束入射条件下有效衍射区域的变化规律,详细讨论了不同月球角反射器指向对地面观测的影响;通过模拟真实观测时间,并使用 Levenberg-Marquardt 方法对 3 个典型区域的角反射器指向进行了优化。结果表明,月球视天平动是有效衍射面积的主要影响因素,而且这一影响只能通过优化指向的方法降低,并没有办法消除。同时,低纬度的激光测月站观测效率明显高于高纬度地区台站的观测效率。此外,我国地处亚洲东部,能够与欧洲国家和美国的台站形成较好的互补关系。因此,我国应该充分利用中国科学院云南天文台 1.2 m 激光测月站和珠海天琴激光测月站两个低纬度测月站的优势,在下一代月面激光测月反射器布置和观测中发挥更大的作用。

参 考 文 献

- [1] Ye S H, Huang C. *Astrodynamic* [M]. Jinan: Shandong Science & Technology Press, 2000.
叶叔华, 黄城. *天文地球动力学* [M]. 济南: 山东科学技术出版社, 2000.
- [2] Dickey J O, Bender P L, Faller J E, et al. Lunar laser ranging: a continuing legacy of the Apollo program[J]. *Science*, 1994, 265(5171): 482-490.
- [3] Murphy T W. Lunar laser ranging: the millimeter challenge[J]. *Reports on Progress in Physics*, 2013, 76(7): 076901.
- [4] Currie D, Dell'Agnello S, Monache G D. A lunar laser ranging retroreflector array for the 21st century [J]. *Acta Astronautica*, 2011, 68(7/8): 667-680.
- [5] Martini M, Dell'Agnello S, Currie D, et al. MoonLIGHT: a USA-Italy lunar laser ranging retroreflector array for the 21st century[J]. *Planetary and Space Science*, 2012, 74(1): 276-282.
- [6] Araki H, Kashima S, Noda H, et al. Thermo-optical simulation and experiment for the assessment of single, hollow, and large aperture retroreflector for lunar laser ranging [J]. *Earth, Planets and Space*, 2016, 68(1): 1-12.
- [7] Liu Q, He Y, Duan H Z, et al. Progress on the design of retroreflector for lunar laser ranging [J]. *Acta Scientiarum Naturalium Universitatis Sunyatseni*, 2021, 60(Z1): 239-246.
刘祺, 何芸, 段会宗, 等. 地月激光测距角反射器研制进展[J]. *中山大学学报(自然科学版)*, 2021, 60(Z1): 239-246.
- [8] Zhou H, Li S, Zheng G X, et al. Effective diffraction region for satellite retroreflector [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2009, 38(8): 1920-1925.
周辉, 李松, 郑国兴, 等. 卫星角反射器有效衍射区域的研究[J]. *光子学报*, 2009, 38(8): 1920-1925.
- [9] Fienga A, Deram P, Viswanathan V, et al. INPOP19a planetary ephemerides [J/OL]. *Notes Scientifiques et Techniques de l'Institut de Mecanique Celeste*, 2019, 109 [2021-06-25]. <https://ui.adsabs.harvard.edu/abs/2019NSTIM.109...F/exportcitation>.
- [10] Liang Q T. *Physical optics* [M]. 3rd ed. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2011.
梁铨廷. *物理光学* [M]. 3 版. 北京: 电子工业出版社, 2011.
- [11] Li Y Q, Fu H L, Li R W, et al. Research and experiment of lunar laser ranging in Yunnan observatories [J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2019, 46(1): 0104004.
李语强, 伏红林, 李荣旺, 等. 云南天文台月球激光测距研究与实验 [J]. *中国激光*, 2019, 46(1): 0104004.
- [12] Pi X Y, Fu H L, Zhai D S, et al. Study on transmitting/echo signal overlapping in common-optical-path 100 Hz-rate LLR system [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2020, 49(5): 20190467.
皮晓宇, 伏红林, 翟东升, 等. 共光路百赫兹激光测月系统主回波重叠的研究 [J]. *红外与激光工程*, 2020, 49(5): 20190467.

- [13] Rao R Z. Discussion on some key physical and technical problems about lunar laser ranging[J]. Acta Optica Sinica, 2021, 41(1): 0112002.
饶瑞中. 月球激光测距中的关键物理与技术问题[J]. 光学学报, 2021, 41(1): 0112002.
- [14] Golub G. Numerical methods for solving linear least squares problems [J]. Numerische Mathematik, 1965, 7(3): 206-216.

Corner Retroreflector Direction Optimization for Lunar Laser Ranging

Yang Yongzhang¹, Fu Honglin¹, Sun Shangbiao², Zhai Dongsheng¹, Li Zhulian¹,
Li Yuqiang¹

¹Yunnan Observatories, Chinese Academy of Sciences, Kunming, Yunnan 650216, China;

²State Key Laboratory of Information Engineering in Surveying, Mapping and Remote Sensing,
Wuhan University, Wuhan, Hubei 430072, China

Abstract

Objective Lunar laser ranging has made outstanding contributions to maintaining the earth-moon reference frame, understanding the earth-moon system, and testing general relativity theory. However, due to the influence of the moon's apparent libration, the array corner retroreflector installed on the moon 50 years ago could not determine the corner retroreflector that reflected the photons, which would introduce cm-level errors. To overcome this problem, the newly deployed single large-aperture laser corner retroreflector is the leading choice for the next generation of lunar corner cube retroreflectors (CCR). Since the single-aperture corner retroreflector has a smaller reflection area than the array type, the CCR has higher requirements for directing. In this study, we analyze the effective diffraction region of the next-generation CCR and the relationship with the laser beam incident conditions employing numerical simulation. Ignoring the influence of atmospheric and dihedral errors, the observation situation of the newly-arranged CCR by three ground stations is simulated. The CCR pointing is optimized using the Levenberg-Marquardt method. We hope that our basic strategy and findings can be helpful in the deployment of the new CCR on the lunar surface in the near future.

Methods In this study, a mathematical model with an effective diffraction region (EDR) is developed first for a retroreflector based on its geometrical structure and vector form of reflection-refraction law. Through numerical simulation, the regularity of change for EDR is analyzed. Then, we select three typical areas as the locations of the new CCR in the future, i. e., the Chang'E-3 landing area, Mare Nectaris area, and Shacklten Crater area. In terms of ground stations, three places such as GRASSE, APOLLO, and YNAO, are selected for observation. The minimal angle between the normal direction of the CCR and laser emitted by the ground station is taken as the optimizing objective. The optimization process is performed using the Levenberg-Marquardt method. In addition, the observation condition characteristics of the three ground stations are analyzed.

Results and Discussions Assuming the arrangement of the lunar reflector points to the earth's center at date J2000.0, the angle changes between the three specific areas selected in this study and the laser beams emitted by the ground stations are shown in Figs. 5–7. Because the distance between the earth and the moon is much larger than their radii, the angles between different lunar regions and stations on the earth are almost the same. They also have the same period, ~ 2190.4 days. The moon's anomaly mainly determines this period. Mean anomaly (F) and the latitude parameter (l) are superimposed ($l - F$); that is, the apparent libration is the main reason for the angle change. In this paper, the Levenberg-Marquardt method is used to optimize the normal direction of the corner reflector surface. Taking the Shacklten Crater area as an example, the optimized angle is shown in Fig. 8. The maximum angle is reduced to $\sim 10^\circ$, and the corner retroreflector's effective utilization can exceed 80%. Similar results can be obtained by calculating the normal direction of the reflective surface of the Chang'E-3 landing area and the Mare Nectaris area. The disturbance period of the angle change is caused by $2l - 2F$, affected by the apparent libration. To further study the observational characteristics of the angular reflection of the lunar surface at different stations, we consider the effective diffraction area (the angular reflection aperture area is set to 1) cumulated monthly (27 days). The observation area is the same, related to the earth-moon distance as the main influencing

factor. However, for the same placement area, the lower latitude APOLLO and YNAO laser lunar station have better observation effects than the high-latitude GRASSE station. This shows that building stations in low-latitude regions of the earth can improve the efficiency of lunar laser ranging observations.

Conclusions In this study, the numerical simulation method is used to systematically analyze the changes of the effective diffraction area of the next-generation single lunar corner reflector under different laser beam incident conditions. The influence of different lunar corner retroreflector orientations on ground observations is comprehensively discussed. The Levenberg-Marquardt method is used to optimize the corner retroreflector orientations in three typical regions by simulating the real observation time. The results show that the moon's apparent libration is the main influencing factor affecting the effective diffraction area. This effect can only be reduced by optimizing the orientation, and there is no way to eliminate it. Meanwhile, the observation efficiency of low-latitude laser lunar stations is significantly higher than that of high-latitude stations. In addition, China is located in the eastern part of Asia, forming an excellent complementary effect with the stations in European countries and the United States. The results suggest that we should fully utilize the favorable conditions at the two low-latitude stations, the 1.2 m laser lunar ranging station of Yunnan Observatories, Chinese Academy of Sciences and the Zhuhai Tianqin laser lunar ranging station, to make significant contributions in future lunar exploration and laser ranging experiments.

Key words measurement; lunar laser ranging; corner retroreflector; effective diffraction region; apparent libration