

一维会聚非傍轴高斯光束焦线附近的光场特性

郭福源*, 李连煌, 郑华

福建师范大学光电与信息工程学院激光与光电子技术研究所, 光子技术福建省重点实验室,
医学光电科学与技术教育部重点实验室, 福建 福州 350007

摘要 傍轴近似常被用于光束传输理论的表达,数值计算常被用于非傍轴光束的传输特性分析。为了使一维会聚非傍轴高斯光束的传输特性更加简明,本文基于倾斜因子由观察方倾斜角余弦平方根表达的非傍轴衍射积分公式,给出了符合行波场辐射能守恒定律的一维会聚非傍轴高斯光束的焦平面光场分布表达,同时给出了焦点附近一维会聚非傍轴高斯光束的轴上点光强和相位特性表达。当一维会聚非傍轴高斯光束的最大倾斜角远大于高斯光束的远场发散角时,合理的观察方倾斜因子可将高斯光束传输特性从傍轴领域延拓到非傍轴领域。本文阐明了一维会聚非傍轴高斯光束的传输特性,并验证了用观察方倾斜角余弦平方根表达观察方倾斜因子的合理性。

关键词 衍射; 光束传输; 倾斜因子; 非傍轴; 高斯光束; 聚焦

中图分类号 O436.1

文献标识码 A

doi: 10.3788/CJL202249.0305001

1 引言

在傍轴条件下,忽略光线倾斜角对衍射积分公式的影响,可基于菲涅耳衍射积分公式^[1-3]、柯林公式或广义惠更斯-菲涅耳衍射积分公式对高斯光束的传输与变换特性进行分析^[4-6]。在分析会聚光波焦点附近的光场特性时,经典衍射积分公式或德拜积分公式忽略了光线的观察方倾斜角对衍射积分公式的影响^[7-13],基于德拜积分公式计算的焦平面光场不满足行波场辐射能守恒定律^[13]。这说明德拜积分公式具有一定的局限性,不能有效表达非傍轴会聚光束焦点附近的光场特性。强聚焦光束为非傍轴光束,强聚焦光束焦点附近的光场特性通常基于德拜矢量衍射积分公式(或称理查德-沃尔夫矢量衍射积分公式)^[14-20]进行计算。该公式由分量积分公式组合而成,强聚焦光束焦点附近的光场特性通常用繁复的数值计算结果表达^[18-21]。

在以 O 为原点的直角坐标系中,若光场分布函数与 y 轴坐标无关,则衍射过程可在 xOz 平面内由一维积分公式分析。本文以惠更斯原理^[11]为基础分析了半圆柱形波面会聚光波焦点(焦线与 xOz 平

面的交点)附近的光场特性,基于由观察方倾斜角余弦平方根表达的观察方倾斜因子^[13],给出了焦平面光场分布计算式和轴上点光场复振幅计算式,简洁的计算式合理地表达了一维会聚高斯光束在焦点附近的光场特性,使非傍轴高斯光束的传输特性更加简洁。当会聚光波最大倾斜角远大于高斯光束的远场发散角时,本文给出了焦平面光场分布的函数表达式和轴上点光场复振幅的函数表达式,它们与傍轴条件下高斯光束的表达式一致。倾斜因子由观察方倾斜角余弦平方根表达的衍射积分公式将高斯光束的传输与变换特性从傍轴领域推广到非傍轴领域,验证了观察方倾斜因子函数表达式的合理性。

2 一维会聚非傍轴高斯光束的焦面光场特性

当半圆柱形衍射源光场关于 yOz 平面对称时,若光波波面的曲率半径为 R ,光波波面的曲率中心为 O ,则衍射源光场分布函数 $U_1(R, \theta)$ 为倾斜角 θ 的偶函数。根据惠更斯原理分析衍射过程:衍射源参考面 Σ_1 与半圆柱形会聚光波波面重合,观察参考面 Σ 与焦点附近的垂轴小平面重合,如图 1 所

收稿日期: 2021-04-30; 修回日期: 2021-06-09; 录用日期: 2021-06-28

基金项目: 中央引导地方科技发展专项(2020L3008)、福建省自然科学基金(2019J01269)

通信作者: *guofy@fjnu.edu.cn

示。在 xOz 平面内,衍射源参考点 $A_1(x_1, z_1)$ 的坐标为 $x_1 = R \sin \theta$ 和 $z_1 = -R \cos \theta$, 观察参考点 $A(x, z)$ 紧邻焦点 O (焦线与 xOz 平面的交点), 观察参考点 A 的坐标为 $x = r \sin \gamma$ 和 $z = r \cos \gamma$, 其中, r 为观察参考点 A 与坐标原点 O 之间的距离, γ 为向量 OA 与 z 轴的夹角。当间距 $r \ll (\lambda R / \pi)^{1/2}$ 时

(以 $R = 2000\lambda$ 为例, $r \ll 25.23\lambda$, 其中 λ 为光波波长), 非傍轴衍射源参考点 A_1 与紧邻焦点的观察参考点 A 之间的距离 $L = [R^2 + 2Rr \cos(\theta + \gamma) + r^2]^{1/2}$ 可近似表达为 $L \approx R + r \cos(\theta + \gamma)$ 。近似引起的间距计算误差 $\delta L \ll \lambda / (2\pi)$, 近似引起的相位计算误差 $\delta \Phi \ll 1$, L 的近似表达式可用于焦点附近光场的特性分析。

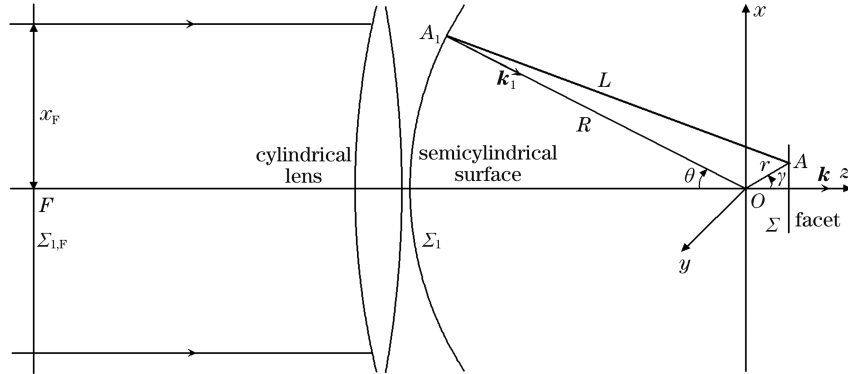


图 1 会聚光波衍射过程示意图

Fig. 1 Schematic of diffraction process of convergent light wave

参考惠更斯-菲涅耳原理的数学表达式, 焦点附近参考点的光场分布函数 $U(r, \gamma)$ 可由衍射源光场分布函数 $U_1(R, \theta)$ 表达为

$$U(r, \gamma) = \frac{\exp(ikR)}{\sqrt{i\lambda/R}} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} U_1(R, \theta) \cdot \exp[ikr \cos(\theta + \gamma)] K(\theta) d\theta, \quad (1)$$

式中: $K(\theta)$ 为观察方倾斜因子^[13]; i 为虚数单位; $k = 2\pi/\lambda$ 为光波波数。

若衍射源参考面 Σ_1 上的光场是由束腰位于满足正弦条件的柱面透镜物方焦面上的光场变换而成的, 则, 当柱面透镜物方一维高斯光束束腰与焦平面 $\Sigma_{1,F}$ 重合时, 柱面透镜物方焦平面上的光场分布函数可表达为 $U_1(x_F) = c_1 \exp(-x_F^2/\omega_{0,F}^2)$, 其中 c_1 为常数, $\omega_{0,F}$ 为柱面透镜物方焦平面处高斯光束的束腰半径; x_F 为柱面透镜物方焦平面上参考点在 x 轴上的坐标。根据光场功率计算公式^[22], y 轴方向上单位长度光场功率 $P_{u,1F} = c_0 \int_{-\infty}^{\infty} |U_1(x_F)|^2 dx_F$, 在柱面透镜物方焦平面上, y 轴方向单位长度光场功率 $P_{u,1F} = c_0 c_1^2 (\pi/2)^{1/2} \omega_{0,F}$, 其中 c_0 为常数^[10]。若聚焦柱面透镜焦距 $f' = R$, 根据满足正弦条件的柱面透镜物像双方参量变换关系 $x_F = R \sin \theta$, 变迹因子(也称切趾因子) $a(\theta) = \cos^{1/2} \theta$ 。当参考面 Σ_1 的顶点与柱面透镜物方主点重合时, 衍射源参考面 Σ_1 上的光场分布函数可表达为

$$U_1(R, \theta) = c_2 \exp\left(-\frac{\sin^2 \theta}{\sin^2 \theta_0}\right) \cos^{1/2} \theta \text{rect}(\theta/\theta_m) \cdot \exp[-i(kR - \pi/4)], \quad (2)$$

式中: 常数 $c_2 = c_1 \exp[i(2kR - \pi/4 + ks)]$, 其中 s 为柱面透镜物像双方主点之间的光程; $\sin \theta_0 = \omega_{0,F}/R$, 即, 非傍轴高斯光束的远场发散角 $\theta_0 = \arcsin(\omega_{0,F}/R)$; $\text{rect}(\theta/\theta_m)$ 为距孔函数, 其中 θ_m 为会聚光束的最大倾斜角, 由柱面透镜的数值孔径 NA 决定, $\theta_m = \arcsin(NA)$ 。

在半圆柱形衍射源参考面 Σ_1 上, 衍射源参考点处的光波波矢 k_1 与参考面法线重合, y 轴方向上单位长度光场功率计算式 $P_{u,1} = c_0 R \cdot \int_{-\theta_m}^{\theta_m} |U_1(R, \theta)|^2 d\theta$, 由(2)式可知 y 轴方向上单位长度衍射源光场功率 $P_{u,1} = c_0 c_1^2 (\pi/2)^{1/2} R \sin \theta_0 \cdot \text{erf}(2^{1/2} \sin \theta_m / \sin \theta_0)$, 其中 $\text{erf}(\xi) = (2/\pi^{1/2}) \int_0^\xi \exp(-\tau^2) d\tau$ 为误差函数^[23], τ 为误差函数的自变量。

当观察参考面 Σ 为焦平面时, $\gamma = \pi/2$, $\cos(\theta + \gamma) = -\sin \theta$, $r = x$ 。若焦平面上观察参考点 A 的坐标满足 $|x| \ll (\lambda R / \pi)^{1/2}$, 则由(1)式和(2)式可知一维会聚高斯光束在焦平面上的光场分布函数 $U(x)$ 为

$$U(x) = c_2 \sqrt{R/\lambda} \int_{-\theta_m}^{\theta_m} \exp\left(-\frac{\sin^2 \theta}{\sin^2 \theta_0}\right) \cos^{1/2} \theta \cdot \exp(-ikx \sin \theta) K(\theta) d\theta. \quad (3)$$

在焦平面上, 光场空间频谱分布函数 $S(f_x)$ 为光场分布函数 $U(x)$ 的傅里叶变换^[24], $S(f_x) = \int_{-\infty}^{\infty} U(x) \exp(-i2\pi x f_x) dx$, 其中空间频率 $f_x = -\sin \theta / \lambda$ 。由(3)式可知一维会聚高斯光束在焦平面上的光场空间频谱分布函数为

$$S(f_x) = c_2 \sqrt{\lambda R} \exp\left(-\frac{\sin^2 \theta}{\sin^2 \theta_0}\right) \cdot K(\theta) \sec^{1/2} \theta \operatorname{rect}(\theta/\theta_m). \quad (4)$$

在焦平面上,观察参考点处的光波波矢 \mathbf{k} 与 z 轴平行,根据帕斯瓦尔定理, y 轴方向上单位长度焦平面光场功率计算式为 $P_u = c_0 \int_{-f_{x,m}}^{f_{x,m}} |S(f_x)|^2 df_x$, 其中 $f_{x,m} = \sin \theta_m / \lambda$ 为焦平面光场的最大空间频率, $df_x = -(\cos \theta / \lambda) d\theta$ 。由于观察方倾斜因子 $K(\theta) = \cos^{1/2} \theta$, 由(4)式可知 y 轴方向上单位长度焦平面光场功率 $P_u = c_0 c_1^2 (\pi/2)^{1/2} R \sin \theta_0 \operatorname{erf}(2^{1/2} \cdot \sin \theta_m / \sin \theta_0)$, 即 $P_u = P_{u,1}$ 。基于 $K(\theta) = \cos^{1/2} \theta$ 计算的焦平面光场总功率等于衍射源总功率,满足行波场辐射能守恒定律,从而在二维平面内验证了一维衍射积分公式观察方倾斜因子表达式 $K(\theta) = \cos^{1/2} \theta$ 的合理性。

以 $\theta_0 = 0.4 \text{ rad}$ 和 $\theta_m = 1 \text{ rad}$ 为例, $\sin \theta_0 = 0.3894$, $\sin \theta_m = 0.8415$, 由(4)式可知 y 轴方向上单位长度焦平面光场功率 $P_u = 0.4881 c_0 c_1^2 R$ 。德拜积分公式忽略了观察方倾斜角对衍射积分公式的影响,等效于观察方倾斜因子 $K'(\theta) = 1$, 由(4)式可知 y 轴方向上单位长度焦平面光场功率 $P'_u = 0.4983 c_0 c_1^2 R$, 即 $P'_u = 1.0209 P_{u,1}$ 。基于 $K'(\theta) = 1$ 计算的焦平面光场总功率大于衍射源总功率,不满足行波场辐射能守恒定律。

观察方倾斜因子 $K(\theta) = \cos^{1/2} \theta$, 当 $\theta_m \gg \theta_0$ 时, (2)式中的 $\operatorname{rect}(\theta/\theta_m) \approx 1$, 由(3)式知焦平面上的光场分布函数近似为

$$U(x) = c_2 \frac{\sqrt{\lambda R}}{\sqrt{\pi} \omega_0} \exp\left(-\frac{x^2}{\omega_0^2}\right), \quad (5)$$

式中: ω_0 为焦平面上高斯光束的束腰半径, $\omega_0 = \lambda / (\pi \sin \theta_0)$ 。在傍轴条件下, $\sin \theta_0 \approx \theta_0$, 高斯光束远场发散角 $\theta_0 = \lambda / (\pi \omega_0)$, 束腰半径 $\omega_0 = \lambda / (\pi \theta_0)$ 。

在傍轴条件下, 倾斜角 $\theta \ll 1$, $\sin \theta \approx \theta$, $\cos^{1/2} \theta \approx 1$, $K(\theta) \approx 1$, 由(3)式可知焦平面上的光场分布函数也可用(5)式近似表达。

可见,基于观察方倾斜因子 $K(\theta) = \cos^{1/2} \theta$ 推导的(5)式将物像双方焦平面上的光场分布函数关系从傍轴领域推广到了满足正弦条件的柱面透镜领域。

由(5)式可知,在焦点(焦线与 xOz 平面的交点)位置处, $x=0$, 焦点光场振幅 $U(0) = c_2 \sqrt{\pi R / \lambda} \sin \theta_0$, 根据光强计算公式 $I(x) = c_0 |U(x)|^2$ 可知焦点光强 $I_0 = c_0 c_1^2 \pi R \sin^2 \theta_0 / \lambda$ 。以 $\theta_0 = 0.4 \text{ rad}$ 为例, $\sin \theta_0 = 0.3894$, $\omega_0 = 0.8174 \lambda$, 若 $R = 2000 \lambda$, 则焦

点光强 $I_0 = 952.8 c_0 c_1^2$ 。由(5)式可得到以 I_0 归一化的焦面相对光强 $I(x)/I_0$ 与以波长 λ 归一化的相对坐标 x/λ 之间的关系曲线,如图 2 中的短虚线所示, $I(x)/I_0$ 随着 $|x|$ 的增加而单调递减。

观察方倾斜因子 $K(\theta) = \cos^{1/2} \theta$ 。由(3)式可知,当最大倾斜角 $\theta_m = 1 \text{ rad}$ 时,焦点光强 $I(0) = 948.6 c_0 c_1^2$, 即 $I(0) = 0.9955 I_0$ 。以 I_0 归一化的焦面相对光强 $I(x)/I_0$ 与以波长 λ 归一化的相对坐标 x/λ 之间的关系曲线如图 2 中的黑色实线所示,它与基于(5)式计算的曲线基本重合。

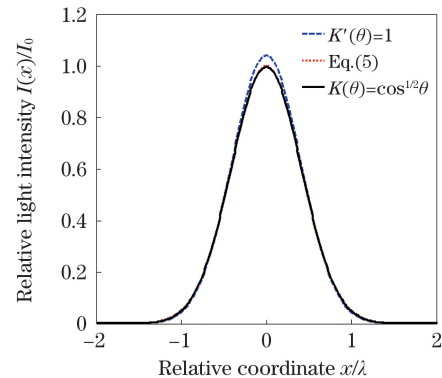


图 2 相对光强 $I(x)/I_0$ 与相对坐标 x/λ 之间的关系曲线

Fig. 2 Relative light intensity $I(x)/I_0$ versus relative coordinate x/λ

根据德拜积分公式,观察方倾斜因子 $K'(\theta) = 1$ 。由(3)式可知,当最大倾斜角 $\theta_m = 1 \text{ rad}$ 时,焦点光强 $I'(0) = 990.6 c_0 c_1^2$, 即 $I'(0) = 1.0396 I_0$ 。以 I_0 归一化的相对光强 $I'(x)/I_0$ 与以波长 λ 归一化的焦面相对坐标 x/λ 之间的关系曲线如图 2 中的长虚线所示,它与基于(5)式计算的曲线有一定的偏离。

由(3)式可知,当一维会聚非傍轴高斯光束的最大倾斜角 $\theta_m = 1 \text{ rad}$ 以及高斯光束远场发散角 $\theta_0 = 0.4 \text{ rad}$ 时,基于德拜积分公式计算的焦线光强与基于观察方倾斜因子 $K(\theta) = \cos^{1/2} \theta$ 表达的衍射积分公式计算的焦线光强之比 $I'(0)/I(0) = 1.0443$ 。

3 一维会聚非傍轴高斯光束的轴上点光场特性

当观察参考点 A 位于 z 轴时, $\gamma = 0$, $\cos(\theta + \gamma) = \cos \theta$, $r = z$; 若焦点附近轴上观察参考点 A 的坐标满足 $|z| \ll (\lambda R / \pi)^{1/2}$, 由(1)式和(2)式可知一维会聚高斯光束的轴上点光场复振幅 $U(z)$ 可表示为

$$U(z) = c_2 \sqrt{R/\lambda} \int_{-\theta_m}^{\theta_m} \exp\left(-\frac{\sin^2 \theta}{\sin^2 \theta_0}\right) \cdot \cos^{1/2} \theta \exp(ikz \cos \theta) K(\theta) d\theta. \quad (6)$$

在傍轴条件下, $\theta \ll 1$, $\sin \theta \approx \theta$, $\cos^{1/2} \theta \approx 1$, $\cos \theta \approx 1 - \theta^2/2$, $K(\theta) \approx 1$, 由(6)式可知一维会聚高斯光束的轴上点光场复振幅 $U(z)$ 可近似表示为

$$U(z) = c_2 \sqrt{R/\lambda} \exp(ikz) \int_{-\theta_m}^{\theta_m} \exp\left(-\frac{\theta^2}{\sin^2 \theta_0}\right) \exp(-ikz\theta^2/2) d\theta. \quad (7)$$

当会聚光波最大倾斜角 $\theta_m \gg \theta_0$ 时, 由(7)式可知一维会聚高斯光束的轴上点光场复振幅可近似表示为 $U(z) = c_2 \sqrt{\pi R/\lambda} \sin \theta_0 \exp(ikz) (1 + iz/z_R)^{-1/2}$, 也就是

$$U(z) = \frac{c_2 \sqrt{\pi R/\lambda} \sin \theta_0 \exp[i(kz + \varphi_a)]}{(1 + z^2/z_R^2)^{1/4}}, \quad (8)$$

式中: z_R 为高斯光束的瑞利距离, $z_R = \lambda/(\pi \sin^2 \theta_0)$; $\varphi_a(z)$ 为一维高斯光束的附加相移, $\varphi_a(z) = -(1/2) \arctan(z/z_R)$, 即 $\varphi_a(z) = -(1/2) \arctan(\pi z \sin^2 \theta_0/\lambda)$ 。

仍以 $\theta_0 = 0.4$ rad 为例, 高斯光束的瑞利距离 $z_R = 2.099\lambda$, 轴上点光强计算公式 $I(z) = c_0 |U(z)|^2$ 。由(8)式可以得到以 I_0 归一化的轴上点相对光强 $I(z)/I_0$ 与以波长 λ 归一化的相对坐标 z/λ 之间的关系曲线, 如图 3 中的短虚线所示。可见, 轴上点相对光强 $I(z)/I_0$ 随着 $|z|$ 的增加而单调递减。

观察方倾斜因子 $K(\theta) = \cos^{1/2} \theta$, 当最大倾斜角 $\theta_m = 1$ rad 时, 由(6)式可以得到以 I_0 归一化的轴上点相对光强 $I(z)/I_0$ 与以波长 λ 归一化的相对坐标 z/λ 之间的关系曲线, 如图 3 中的黑色实线所示, 它与基于(8)式计算的曲线基本重合。

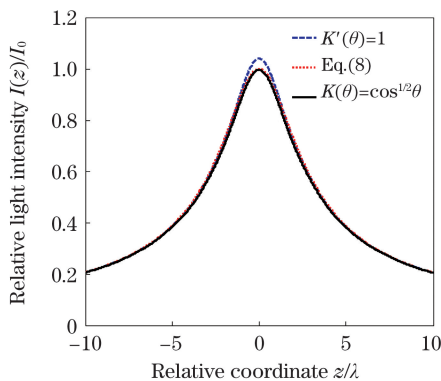


图 3 相对光强 $I(z)/I_0$ 与相对坐标 z/λ 的关系曲线
Fig. 3 Relative light intensity $I(z)/I_0$ versus relative coordinate z/λ

根据德拜积分公式, 观察方倾斜因子 $K'(\theta) = 1$ 。当最大倾斜角 $\theta_m = 1$ rad 时, 由(6)式可以得到以 I_0 归一化的轴上点相对光强 $I'(z)/I_0$ 与以波长 λ 归

一化的相对坐标 z/λ 之间的关系曲线, 如图 3 中的长虚线所示, 它与基于(8)式计算的曲线有一定的偏离。

在傍轴条件下, 高斯光束的附加相移 $\varphi_a(z) = -(1/2) \arctan(\pi z \sin^2 \theta_0/\lambda)$ 。当 $z = 0$ 时, 轴上点附加相移 $\varphi_a(z) = 0$; 当 $|z| \gg z_R$ 时, 轴上点附加相移 $|\varphi_a(z)| \rightarrow \pi/4$ 。仍以 $\theta_0 = 0.4$ rad 为例, 由(8)式可以得到轴上点附加相移 $\varphi_a(z)$ 与以波长 λ 归一化的相对坐标 z/λ 之间的关系曲线, 如图 4 中短虚线所示。可见, 轴上点附加相移 $\varphi_a(z)$ 随着 z 的增加而单调递减。

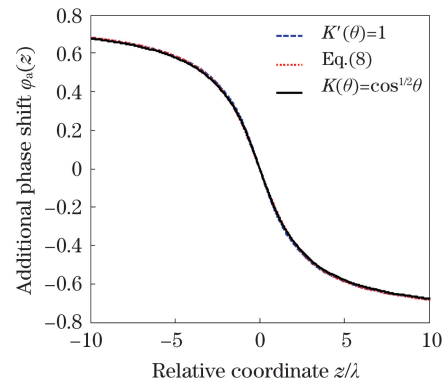


图 4 附加相移 $\varphi_a(z)$ 与相对坐标 z/λ 之间的关系曲线
Fig. 4 Additional phase shift $\varphi_a(z)$ versus relative coordinate z/λ

在非傍轴条件下, 轴上点附加相移 $\varphi_a(z) = \arctan\{\text{Im}[U(z)]/\text{Re}[U(z)]\}$, 观察方倾斜因子 $K(\theta) = \cos^{1/2} \theta$ 。当最大倾斜角 $\theta_m = 1$ rad 时, 由(6)式可得轴上点附加相移 $\varphi_a(z)$ 与以波长 λ 归一化的相对坐标 z/λ 之间的关系曲线, 如图 4 中黑色实线所示, 它与基于(8)式计算的曲线基本重合。

根据德拜积分公式, 观察方倾斜因子 $K'(\theta) = 1$ 。当最大倾斜角 $\theta_m = 1$ rad 时, 由(6)式可得轴上点附加相移 $\varphi'_a(z)$ 与以波长 λ 归一化的相对坐标 z/λ 之间的关系曲线, 如图 4 中长虚线所示, 它也与基于(8)式计算的曲线基本重合。

4 结 论

在二维平面内, 根据一维衍射积分公式分析了一维会聚高斯光束焦点附近的光场特性。以参量 $\theta_0 = 0.4$ rad 和 $\theta_m = 1$ rad 为例, 根据光场功率计算公式和帕斯瓦尔定理, 阐明了基于观察方倾斜因子 $K(\theta) = \cos^{1/2} \theta$ 计算的一维非傍轴会聚高斯光束的焦平面光场满足行波场辐射能守恒定律, 同时阐明了基于德拜积分公式计算的一维非傍轴会聚高斯光束的焦平面光场不满足行波场辐射能守恒定律。此

外,本文给出一维非傍轴会聚高斯光束的焦平面光场分布表达以及轴上点光场复振幅表达,并基于观察方倾斜因子 $K(\theta) = \cos^{1/2}\theta$ 计算的一维非傍轴会聚高斯光束在焦点附近的光场特性,将高斯光束的传输特性从傍轴领域推广到了非傍轴领域,验证了观察方倾斜因子 $K(\theta) = \cos^{1/2}\theta$ 的合理性。

参 考 文 献

- [1] Jiang C Z, Zhang W R, Wang B, et al. Influence of aberration on far-field distribution of laser beam emitted by space laser communication system [J]. *Acta Optica Sinica*, 2020, 40(22): 2206001.
姜承志, 张文睿, 汪波, 等. 像差对空间激光通信系统发射光束远场分布的影响 [J]. *光学学报*, 2020, 40(22): 2206001.
- [2] Yan J W, Yong K L, Tang S F, et al. Comparison of propagation characteristics between super Gaussian and Gaussian vortex beams in air [J]. *Acta Optica Sinica*, 2020, 40(2): 0201002.
闫家伟, 雍康乐, 唐善发, 等. 大气中超高斯和高斯涡旋光束传输特性比较 [J]. *光学学报*, 2020, 40(2): 0201002.
- [3] Li R Q, Wang Z, Cui C, et al. Diffraction of vortex beam by regular hexagonal multi-hole array [J]. *Acta Optica Sinica*, 2018, 38(10): 1005002.
李润泉, 王智, 崔燊, 等. 正六边形多孔阵列的涡旋光衍射 [J]. *光学学报*, 2018, 38(10): 1005002.
- [4] Gong X, Zhang T R, Yang Y T, et al. Propagation properties of sinh-squared-Gaussian beams through a left-handed material slab [J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2016, 43(6): 0605001.
龚霞, 张廷蓉, 杨玉婷, 等. 双曲正弦平方高斯光束通过左手平板材料的传输特性 [J]. *中国激光*, 2016, 43(6): 0605001.
- [5] Chen J N, Yu Y J, Wang F F. The propagation of generalized hypergeometric beams in ABCD optical systems [J]. *Acta Optica Sinica*, 2009, 29(4): 902-906.
陈建农, 于永江, 王菲菲. 广义超几何光束在 ABCD 光学系统中的传播 [J]. *光学学报*, 2009, 29(4): 902-906.
- [6] Ma H, Lü B D, Zhang B. Sinh-Gaussian beams and their transformation properties [J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2000, 27(8): 697-702.
马虹, 吕百达, 张彬. 双曲正弦高斯光束及其变换特性的研究 [J]. *中国激光*, 2000, 27(8): 697-702.
- [7] Wolf E. Electromagnetic diffraction in optical systems. I. An integral representation of the image field [J]. *Proceedings of the Royal Society of London Series A*, 1959, 253(1274): 349-357.
- [8] Sheppard C J R. Validity of the Debye approximation [J]. *Optics Letters*, 2000, 25(22): 1660-1662.
- [9] Guo J, Lü B D, Duan K L. General integral expressions for converging spherical wave diffracted at a circular aperture [J]. *High Power Laser & Particle Beams*, 2005, 17(3): 343-346.
郭江, 吕百达, 段开棕. 会聚球面波圆孔衍射的一般积分式 [J]. *强激光与粒子束*, 2005, 17(3): 343-346.
- [10] Guo J, Lü B D, Duan K L. The revision of Debye formula [J]. *Laser Technology*, 2005, 29(4): 380-382.
郭江, 吕百达, 段开棕. 德拜公式的修正 [J]. *激光技术*, 2005, 29(4): 380-382.
- [11] Born M, Wolf E. *Principles of optics* [M]. 7th ed. Oxford: Cambridge University Press, 1999: 116-203, 412-516.
- [12] Min G. Imaging with a high numerical-aperture objective [M] // *Advanced optical imaging theory*. Springer series in optical sciences. Heidelberg: Springer, 2000, 75: 143-176.
- [13] Guo F Y, Li L H, Zheng H. Diffraction characteristic of light field with converging wave front [J]. *Acta Optica Sinica*, 2021, 41(5): 0526001.
郭福源, 李连煌, 郑华. 会聚波面光场的衍射特性 [J]. *光学学报*, 2021, 41(5): 0526001.
- [14] Richards B, Wolf E. Electromagnetic diffraction in optical systems. II. Structure of the image field in an aplanatic system [J]. *Proceedings of the Royal Society of London Series A*, 1959, 253(1274): 358-379.
- [15] Shu W X, Lin C Y, Wu J, et al. Three-dimensional spin Hall effect of light in tight focusing [J]. *Physical Review A*, 2020, 101(2): 023819.
- [16] Zhuang J L, Zhang L P, Deng D M. Tight-focusing properties of linearly polarized circular Airy Gaussian vortex beam [J]. *Optics Letters*, 2020, 45(2): 296-299.
- [17] Chen J, Zhan Q W. Tailoring laser focal fields with vectorial optical fields [J]. *Acta Optica Sinica*, 2019, 39(1): 0126002.
陈建, 詹其文. 矢量光场与激光焦场定制 [J]. *光学学报*, 2019, 39(1): 0126002.
- [18] Youngworth K S, Brown T G. Focusing of high numerical aperture cylindrical-vector beams [J]. *Optics Express*, 2000, 7(2): 77-87.
- [19] Wang F, Zhao C L, Dong Y, et al. Generation and tight-focusing properties of cylindrical vector circular Airy beams [J]. *Applied Physics B*, 2014, 117(3): 905-913.
- [20] Janet C A P, Rajesh K B, Udhayakumar M, et al.

- Tight focusing properties of radially polarized Gaussian beams with pair of vortices [J]. Chinese Physics Letters, 2016, 33(12): 124206.
- [21] Li W C, Yang Y F, He Y, et al. Triple optical chain generated by tight focusing of azimuthally polarized higher-order Laguerre-Gauss vortex beams [J]. Acta Optica Sinica, 2019, 39(8): 0826002.
李维超, 杨艳芳, 何英, 等. 基于高阶角向偏振拉盖尔高斯涡旋光束强聚焦的三光链结构 [J]. 光学学报, 2019, 39(8): 0826002.
- [22] Chen J. Optical electromagnetic theory [M]. Beijing: Science Press, 2005: 1-74.
陈军. 光学电磁理论 [M]. 北京: 科学出版社, 2005: 1-74.
- [23] Chen Y S, Wu J B, Wang J Y, et al. Improved laser-spot-position resolution model [J]. Chinese Journal of Lasers, 2019, 46(9): 0904004.
陈云善, 吴佳彬, 王景源, 等. 改进的激光光斑位置分辨率模型 [J]. 中国激光, 2019, 46(9): 0904004.
- [24] Goodman J W. Introduction to Fourier optics [M]. 2nd ed. New York: The McGraw-Hill Companies, Inc., 1996: 1-120.

Characteristics of Light Field Near Focal Line of One-Dimensional Nonparaxial Convergent Gaussian Beam

Guo Fuyuan^{*}, Li Lianhuang, Zheng Hua

Key Laboratory of Optoelectronic Science and Technology for Medicine of Ministry of Education, Fujian Provincial Key Laboratory of Photonic Technology, Institute of Laser & Optoelectronics Technology, College of Photonic and Electronic Engineering, Fujian Normal University, Fuzhou, Fujian 350007, China

Abstract

Objective The theories of beam propagation characteristics are often expressed by the paraxial approximation, and the propagation characteristics of nonparaxial beams are often analyzed using numerical calculation. When analyzing the characteristics of a light field near the focus of a convergent light wave, the characteristics of a light field near the focus of paraxial convergent beams are usually expressed approximately using the Debye integral formula, and the characteristics of the light field near the focus of nonparaxial convergent beams are usually calculated using a vector diffraction integral formula. However, the physical significance of nonparaxial beam propagation is not clear enough. To clarify the propagation characteristics of a one-dimensional (1D) nonparaxial convergent Gaussian beam (GB), a new normalized inclination factor of the 1D nonparaxial diffraction integral formula is employed to analyze the light field near the focus of a 1D nonparaxial convergent GB.

Methods According to the Huygens principle and the law of conservation of radiation energy in traveling wave field, the normalized inclination factor of the 1D nonparaxial diffraction integral formula was expressed by the square root of the cosine of the observation side inclination angle. Then, the characteristics of the focal-plane light field and on-axis point light field of a 1D nonparaxial convergent GB were analyzed using the new diffraction integral formula. To clarify the rationality of the new diffraction integral formula, the characteristics of the focal-plane light field and on-axis point light field of the 1D nonparaxial convergent GB were also analyzed using the Debye diffraction integral formula, and the propagation characteristics of the GB were presented.

Results and Discussions Based on the normalized inclination factor that is expressed by the square root of the cosine of the observation side inclination angle, the characteristics of the focal-plane light field of the 1D nonparaxial convergent GB, which conform to the law of conservation of radiation energy in traveling wave field, are described. Additionally, the characteristics of the on-axis point light intensity and phase of the 1D nonparaxial convergent GB near the focus are elucidated. When the maximal inclination angle of the 1D nonparaxial convergent GB is much larger than the far-field divergence angle of GB, the characteristics of the light field near the focal line of the 1D nonparaxial convergent GB are very close to the propagation characteristics of GB (Figs. 2-4).

As the influence of the observation side inclination angle is ignored by the Debye diffraction integral formula, it is equivalent to the normalized inclination factor of the Debye diffraction integral formula being equal to one. The characteristics of the focal-plane light field and on-axis point light intensity near the focal line of the 1D nonparaxial convergent GB that are computed using the Debye diffraction integral formula differ from the propagation

characteristics of GB. Moreover, the value of the light intensity of the focal line of the 1D nonparaxial convergent GB that is computed using the Debye diffraction integral formula is larger than the theoretical value, shown in Figs. 2 and 3.

As an example, when the maximal inclination angle of the 1D nonparaxial convergent GB is 1 rad, the far-field divergence angle of the GB is 0.4 rad, the value of the light intensity of focal line of the 1D nonparaxial convergent GB that is computed using the Debye diffraction integral formula is 1.0443 times of the value of the light intensity of the focal line of the 1D nonparaxial convergent GB that is computed using the new diffraction integral formula.

Conclusions In a two-dimensional plane, the characteristics of a light field near the focus of a 1D convergent GB are analyzed using a 1D diffraction integral formula. As the normalized inclination factor that is expressed by the square root of the cosine of the observation side inclination angle is engaged, the characteristics of the focal-plane light field of the 1D nonparaxial convergent GB that is expressed by a new diffraction integral formula conform to the law of conservation of radiation energy in traveling wave field, the characteristics of a light field near the focal line of the 1D nonparaxial convergent GB are reasonable. Then, the propagation characteristics of the GB are extended from the paraxial field to the nonparaxial field using the reasonable observation side inclination factor. Furthermore, the rationality of the observation side inclination factor expressed by the square root of the cosine of the observation side inclination angle is verified.

Key words diffraction; beam propagation; inclination factor; nonparaxial; Gaussian beam; focus