

## 弱耦合互注入锁定半导体激光器的线宽研究

柯旭, 邓乐武

航空工业成都飞机工业(集团)有限责任公司, 四川 成都 610092

**摘要** 高速光通信、高分辨率光传感等领域的发展迫切需要窄线宽激光器, 半导体激光器凭借其高可靠性、高转化效率以及易于集成等优点得到广泛应用。当前, 虽然实验已发现在弱耦合条件下, 互注入锁定激光器可以显著改善半导体激光器的线宽, 但缺乏稳定性分析的有效手段以及关键参数对线宽影响的深入分析。本文使用基于传输矩阵理论的阈值增益分析模型定性分析了互注入锁定激光器的稳定性, 并应用基于噪声相关性的迭代噪声模型深入分析了线宽的主要影响参数, 为窄线宽互注入锁定半导体激光器的应用提供参考。

**关键词** 激光器; 半导体激光器; 互注入锁定; 窄线宽; 弱耦合; 噪声

中图分类号 O436

文献标志码 A

doi: 10.3788/CJL202249.0301001

## 1 引言

半导体激光器具有体积小、质量轻、功耗低、可靠性高, 适合大规模生产, 便于光子集成<sup>[1-2]</sup>等优点, 被广泛应用于众多领域。随着高速光通信<sup>[3]</sup>、高分辨率光传感、高分辨率光谱学<sup>[4-5]</sup>、原子钟<sup>[6]</sup>、量子信息科学<sup>[7]</sup>、光多普勒雷达、高纯度光子微波源<sup>[8-10]</sup>等领域的快速发展, 人们对半导体激光器的线宽提出了更高的要求。

半导体激光器实现窄线宽的方法主要有三种: 一是提高单模激光器的输出功率, 通过此方法已经制备出 300 kHz 线宽的光源<sup>[11]</sup>, 但是由空间烧孔效应与热效应导致的非线性效应减弱了该类光源在更高功率的单模工作能力; 二是采用高 Q 值外腔, 这种方法本质上是增加光子寿命来增强激光相干性, 其关键在于使用精确的外部选模器件控制以保证激光器处于单模工作状态<sup>[12-13]</sup>; 三是采用单向注入锁定技术, 使得从激光器与主激光器具有相同的窄线宽特性, 但使用该方法的前提是有一个窄线宽的主激光器<sup>[14]</sup>。

为了克服以上三种方法存在的问题, 研究人员提出了第四种方法, 即采用弱耦合互注入锁定降低半导体激光器的线宽<sup>[15]</sup>, 主要机理是通过两个激光器锁相抑制它们的相位噪声, 同时通过耦合腔延长

光子寿命。

当前已经在实验上证明了弱耦合条件下半导体激光器具有显著缩小线宽的能力, 并建立噪声模型对其机理进行分析<sup>[15-16]</sup>, 但没有对互注入锁定激光器的稳定性和锁定后影响线宽的因素进行深入分析。本文将通过理论与实验分析方法对上述问题进行分析与探讨, 为窄线宽互注入锁定半导体激光器的实际应用提供参考。

为了研究互注入锁定条件下半导体激光器的线宽特性, 本文采用两种理论方法进行综合分析: 1) 基于传输矩阵理论的阈值增益分析方法<sup>[1]</sup>, 用于定性解释锁定激光器稳定性能的主要影响因素; 2) 基于噪声相关性的迭代建模方法<sup>[16]</sup>, 用于定量分析系统稳定性与噪声特性。

理论模型 2) 具有解析形式, 可避免传统数值求解时出现的初值敏感问题, 随机数生成 Langevin 噪声源产生的结果不确定问题, 以及噪声功率谱幅值、频率范围与仿真时间、仿真频点间隔相关的问题。最后, 采用商用 DFB 激光器进行互注入锁定实验, 以验证理论分析的正确性。

## 2 理论模型

## 2.1 基于传输矩阵理论的阈值增益分析模型

文献[15]的实验选用的是 DFB 激光器, 为提

高理论与实验结果的一致性,本文对 DFB 激光器互注入锁定进行分析,互注入系统的模型如图 1 所示。

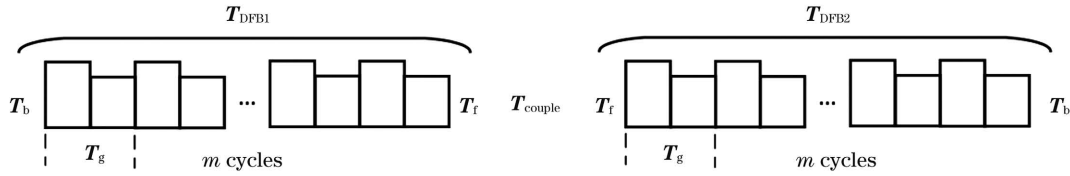


图 1 互注入锁定模型

Fig. 1 Model of mutual injection locking

$$T_{DFB} = T_f \cdot T_g \cdot T_b, \quad (1)$$

式中:  $T_f$  和  $T_b$  分别为前、后端面的传输函数矩阵;  $T_g = T^m$  为周期结构的传输函数矩阵。根据 DFB 激光器阈值增益的计算方法,不同模式的阈值发生在  $S_{g21}$  的极大值处,根据传输矩阵与散射矩阵之间的关系

$$S_{g21} = 1/T_{g11}, \quad (2)$$

可以求解  $T_{g11} = 0$ , 得到互注入锁定系统不同模式的阈值增益<sup>[1]</sup>。

当两个激光器处于稳定的互注入锁定状态时,互注入锁定系统可以看作一个整体,它与单个 DFB 激光器的区别在于不仅要考虑 2 个 DFB 激光器,还要考虑用于光耦合的其他元器件的传输函数矩阵  $T_{couple}$ , 因此系统的传输函数矩阵为

$$T_S = T_{DFB1} \cdot T_{couple} \cdot T_{DFB2} \quad (3)$$

通过计算  $T_{S11} = 0$  得到稳定的互注入锁定系统各模式的阈值增益差,相邻模式之间的阈值增益差越大,其抵御外界干扰的能力越强,通过此参数可定性分析系统的稳定性。

## 2.2 基于噪声相关性的迭代噪声模型

弱耦合互注入锁定具有光耦合强度小、耦合延时远大于光子在激光器腔内往返一周的时间等特点(光子在半导体激光器腔内往返一周的时间约为几皮秒,而耦合延时在纳秒量级),因此稳态互注入锁定模型的建立过程可以认为是准稳态的,即可分解为一系列互注入子过程,在每一个子过程中,两个激光器同时被对方单向注入。互注入锁定与单向注入锁定的主要区别在于:互注入锁定引入了耦合延时  $\tau_c$ , 在单向注入速率方程<sup>[15]</sup>的基础上引入 Langevin 噪声源即可得到互注入锁定的噪声模型。

该模型涉及的噪声源有五类,分别是与载流子数、光子数和光子相位有关的 Langevin 噪声源  $F_{1'}$ 、 $F_2$ 、 $F_3$ , 以及注入光的强度和相位波动  $\Delta P_{inj}^{(\tau_c)}$  与

DFB 激光器的折射率沿光传输方向呈周期性变化,每个周期的传输函数矩阵为  $T$ , 共有  $m$  个周期,则其传输矩阵可表示为

$\Delta\varphi_{inj}^{(\tau_c)}$ 。稳定时,这五类噪声源对激光器输出光的强度噪声  $\Delta P$  和相位噪声  $\Delta\varphi$  的贡献取决于锁定条件,其传递函数矩阵  $H$  不再变化,其具体解析形式<sup>[16]</sup>为

$$\begin{bmatrix} \Delta P^{(i,k)} \\ \Delta\varphi^{(i,k)} \end{bmatrix} = H \begin{bmatrix} F_{1'}^{(i)} \\ F_2^{(i)} \\ F_3^{(i)} \\ \Delta P_{inj}^{(\tau_c, i, k-1)} \\ \Delta\varphi_{inj}^{(\tau_c, i, k-1)} \end{bmatrix}. \quad (4)$$

为使两个激光器互注入锁定,需对它们之间的耦合光路进行优化与调整,这不仅会影响它们之间的耦合强度和耦合延时,还会影响噪声的强度和相位,因此需要建立它们之间的关系,即

$$\begin{bmatrix} \Delta P_{inj}^{(\tau_c, i, k-1)} \\ \Delta\varphi_{inj}^{(\tau_c, i, k-1)} \end{bmatrix} = T^{ij} \begin{bmatrix} \Delta P^{(j, k-1)} \\ \Delta\varphi^{(j, k-1)} \end{bmatrix}, \quad (5)$$

式中:  $i, j$  表示互注入的两个激光器,且  $i \neq j$ ;  $T^{ij}$  表示耦合链路中  $j$  激光器到  $i$  激光器的传递函数矩阵。

根据维纳-钦辛(Wiener-Kinchine)定理与(4)、(5)式可以得到激光器输出光的强度噪声与相位噪声,即  $\langle \Delta P^{(i,k)} \Delta P^{(i,k)} \rangle$  与  $\langle \Delta\varphi^{(i,k)} \Delta\varphi^{(i,k)} \rangle$ , 其中  $\langle AB \rangle$  代表  $A, B$  的相关谱密度,涉及的相关函数包括  $\langle \Delta P^{(j, k-1)} \Delta P^{(j, k-1)} \rangle$ 、 $\langle \Delta\varphi^{(j, k-1)} \Delta\varphi^{(j, k-1)} \rangle$ 、 $\langle \Delta P^{(j, k-1)} \Delta\varphi^{(j, k-1)} \rangle$ 、 $\langle F_n^{(i)} F_n^{(i)} \rangle$ 、 $\langle \Delta P^{(i, k-2)} F_n^{(i)} \rangle$ 、 $\langle \Delta\varphi^{(i, k-2)} F_n^{(i)} \rangle$ , 其中  $n = 1', 2, 3$ 。可以发现,第  $k$  个子过程的噪声仅与第  $k-1$  和第  $k-2$  个子过程的噪声有关,说明只要知道最初 2 个子过程的噪声相关性,就可以得到互注入锁定稳态时的噪声特性。

整个仿真流程如图 2 所示,实际上每台激光器需要计算的噪声相关项为 6 类,如左上角激光器 1 第  $k$  个子过程所示。为方便表示,未标明各噪声相关项的传递函数矩阵  $H$  以及其他子过程的噪声相关项。

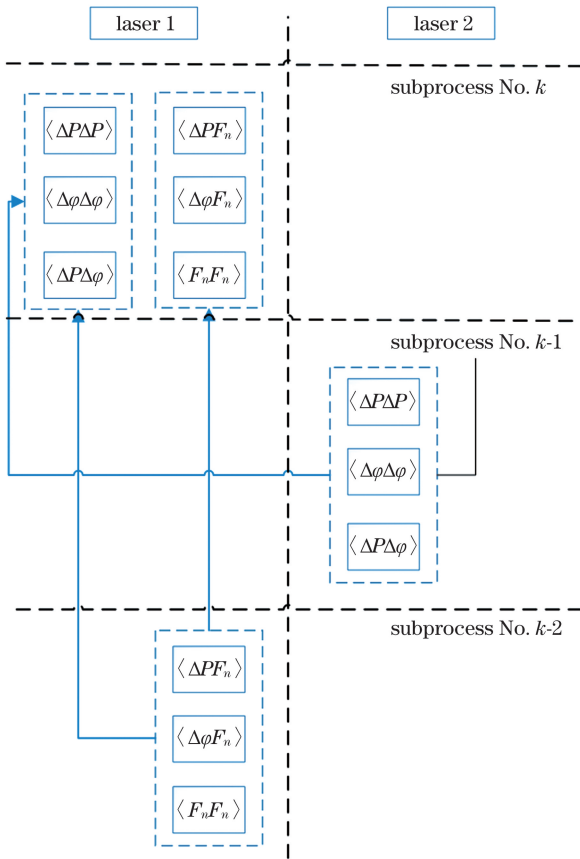


图 2 迭代关系示意图

Fig. 2 Schematic of iteration relationship

前两个子过程分别是:1)两个激光器都处于自由激光状态;2)两个激光器都处于单向注入锁定状态。

这两个过程的激光器参数与耦合参数都可以通过拟合激光器的 I-L 曲线的方法得到<sup>[17-18]</sup>。最终根据相位噪声  $S_{\varphi\varphi}(\omega) = \langle \Delta\varphi^{(i,k)} \Delta\varphi^{(i,k)} \rangle$  得到互注入锁定激光器的线宽,其定义为

$$\Delta\nu = \omega^2 \left. \frac{S_{\varphi\varphi}(\omega)}{2\pi} \right|_{\omega \rightarrow 0}, \quad (6)$$

即频率趋于 0 时的频率噪声。

### 3 理论分析

#### 3.1 稳定锁定的定性分析

本节将定性讨论不同耦合强度与不同耦合延时条件下互注入的锁定条件。为简化分析过程,假设两个 DFB 激光器中的光栅为纯折射率耦合,耦合元件为光纤,它会影响两个 DFB 激光器互注入的光耦合强度与耦合延时,光纤的最大长度在几米左右时可忽略其对相位噪声的影响<sup>[19]</sup>,系统结构如图 3 所示。两个 DFB 激光器的一端镀抗反射(AR)膜且反射率为 0%,另一端镀高反(HR)膜且反射率为 90%。



图 3 互注入锁定简化模型

Fig. 3 Simplified model of mutual injection locking

折射率耦合 DFB 激光器的一个周期单元如图 4 所示,假设  $n_1=3.502, n_2=3.498$ ,布拉格波长  $\lambda_0=1550 \text{ nm}$ ,激光器腔长  $L_c=300 \mu\text{m}$ ,一个光栅周期为  $L_1+L_2=\lambda_0/(n_1+n_2)=221.43 \text{ nm}$ ,耦合系数  $\kappa L_c \approx 1.5$ ,材料增益为  $g=15 \text{ cm}^{-1}$ ,材料损耗为  $10 \text{ cm}^{-1}$ 。由于 DFB 激光器两端光栅不一定是完整周期,因此假设两端的附加相位分别为  $\pi/2$  与 0。布拉格波长处的传播常数  $\beta_0=2\pi n/\lambda_0$ ,定义与布拉格波长对应的传播常数之差为  $\delta=\beta-\beta_0$ 。

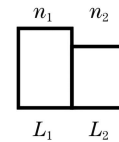


图 4 折射率耦合 DFB 激光器的一个周期单元

Fig. 4 One periodic unit of refractive index coupled DFB lasers

根据 2.1 节的理论说明,当耦合强度为 50% 时,仿真不同光纤长度(耦合延时)条件下的阈值增益,结果如图 5 所示,其中横坐标代表不同的模式( $\delta L$ ),纵坐标代表不同模式的阈值增益  $(\Gamma g_{\text{th}} - \alpha_i)L$ 。可以看到,光纤长度(耦合延时)不改变阈值增益分布的包络,且随着光纤长度(耦合延时)的增加,潜在可激励模式数量增加,不同模式的阈值增益差减小,说明耦合延时增大,互注入锁定系统抗击外界干扰的稳定性减弱。

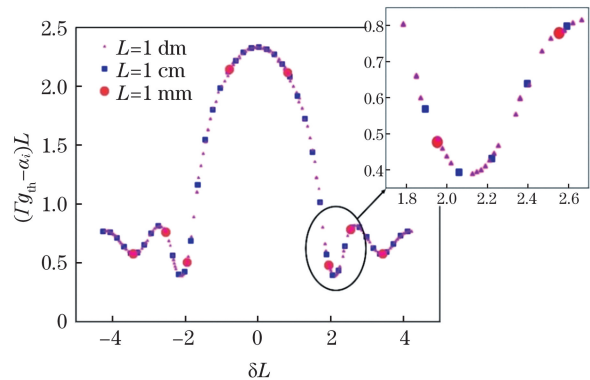


图 5 不同光纤长度(耦合延时)下阈值增益的分布

Fig. 5 Threshold gain distribution of mutual injection locking with different fiber lengths (or coupling delays)

为分析耦合强度对系统稳定性的影响,假设光纤长度为 1 cm(相对于光子在激光器内往返一周的

时间,该长度对应的延时属于长耦合延时),得到系统的阈值增益分布如图 6 所示。从图 6 可以看到:阈值增益分布的包络随着耦合强度的变化而改变;减小两个激光器的耦合强度会导致潜在激射模式数量减少,这有助于扩大阈值增益差,即增强系统的稳定性。

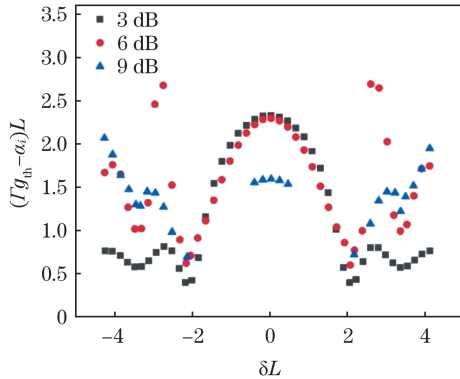


图 6 不同耦合强度下阈值增益的分布

Fig. 6 Threshold gain distribution of mutual injection locking with different coupling strengths

综上所述:对于简单的互注入系统,长耦合延时采用弱耦合强度而短耦合延时采用强耦合强度,更容易实现稳定互注入锁定。

### 3.2 弱耦合稳定锁定的线宽分析

单向注入锁定范围由失谐频率和注入比决定<sup>[20]</sup>,对于弱耦合互注入锁定,由于引入了耦合延时,其稳定锁定范围的表达更加复杂,需要通过分支理论确定。本文不关注确切的稳定锁定边界,而更关心稳态下的噪声特性,因此可以通过 2.2 节的模型计算稳定锁定范围。

一方面,把互注入分解成两个单向注入锁定过程,因此其锁定范围需在单向注入的稳定锁定范围内。在数学上要求其传输函数的极点在收敛区内,即拉普拉斯平面的左侧。

另一方面,当两个激光器相互耦合时,它们发出激光的强度与相位特性相对于自由激射会发生改变,可能导致单向注入锁定稳定区内的某些区域不再稳定,因此为保证稳定互注入锁定,需要(4)式在迭代过程各频率点收敛。

在具体分析过程中,假设  $\kappa = 112 \text{ ns}$ ,  $\alpha = -3$ ,  $\nu_g A = 2 \times 10^{-6} \text{ cm}^3/\text{s}$ ,  $\tau_{\text{ph}} = 5 \text{ ps}$ ,  $N_{\text{th}} = 2 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ ,  $\tau = 2 \text{ ns}$ 。根据 3.1 节的结论,弱耦合互注入锁定需要较长的耦合延时,其对应的光纤长度在几米左右,可忽略光纤色散对光强度与相位的影响。若可调光衰减器仅引起强度噪声变化,则传输矩阵  $\mathbf{T}_{p\varphi}$  可表示为

$$\begin{cases} T_{pp}^{(i)} = \eta \exp(-j\omega\tau_c) \\ T_{\varphi\varphi}^{(i)} = \exp(-j\omega\tau_c) \end{cases}, \quad (7)$$

式中: $\eta$  为衰减;其他没有说明的  $\mathbf{T}_{p\varphi}$  矩阵元均为 0。

弱耦合互注入稳定锁定区间可以用耦合延时  $\tau_c$ 、相位差  $\varphi_1$  与  $\varphi_2$  (锁定后两台激光器的相位差为  $\varphi_1 - \varphi_2$ ),以及耦合强度(受  $\eta$  影响)表示。然而,在实验中相位差  $\varphi_1$  与  $\varphi_2$  很难探测到,因此用频率失谐  $df = df_{\text{fr1}} - df_{\text{fr2}}$  代替相位差来表示锁定区间,其中下标 fr 表示激光器处于自由激射状态。根据单向注入锁定理论中相位差与频率失谐之间的关系<sup>[21]</sup>,可以得到互注入锁定中的频率失谐,即

$$df = \frac{\kappa}{2\pi} \sqrt{1 + \alpha^2} \left\{ \sqrt{\frac{P_{\text{inj1}}}{P_1}} \sin(\varphi_1 + \arctan|\alpha|) - \sqrt{\frac{P_{\text{inj2}}}{P_2}} \sin(\varphi_2 + \arctan|\alpha|) \right\}. \quad (8)$$

为保证计算精度与效率,参考文献[16]确定合适的迭代次数为  $1 \times 10^7$ 。为方便后续验证,本实验找到 8 个稳定锁定点,其锁定条件见表 1。比较  $D_1$  和  $D_2$ ,发现相同的失谐可以对应多个稳态相位差,这是不同的锁定情形,表现为稳态时激光频率不同。

表 1 互注入稳定锁定点的锁定条件

Table 1 Locking conditions of mutual injection locking points

Point	Detuning $df$ /GHz	Phase difference $(\varphi_1 - \varphi_2)$ /( $^\circ$ )	Attenuation $\eta$ /dB	Coupling delay $\tau_c$ /ns
A	-0.0665	$(-5) - (-10) = 5$	30	0.1
B	-0.0665	$(-5) - (-10) = 5$	30	1
C	-0.0665	$(-5) - (-10) = 5$	30	10
$D_1$	-0.1111	$3 - (-7.4) = 10.4$	30	1
$D_2$	-0.1111	$(-1) - (-10) = 9$	30	1
$D_3$	-0.1111	$-7.6 - (-15) = 7.4$	30	1
E	-0.0665	$(-5) - (-6) = 1$	15	1
F	-0.1956	$(-5) - (-8) = 3$	15	30

计算 A、B、C 3 个锁定点的频率噪声,结果如图 7 所示。可以看到,随着耦合延时的增加,线宽明显降低。耦合延时扩大 10 倍与 100 倍时,线宽分别降低至原来的约 1/16 与 1/1024。

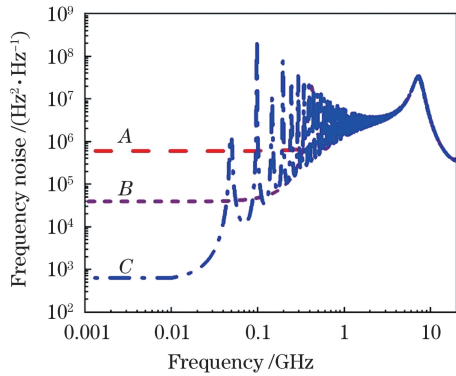


图 7 不同耦合延时下互注入锁定的频率噪声

Fig. 7 Frequency noise of mutual injection locking with different coupling delays

图 8 所示为耦合强度与失谐对弱耦合互注入锁定线宽的影响。根据表 1,比较曲线  $D_1$ 、 $D_2$  与  $D_3$ ,发现它们虽然具有相同的失谐,但锁定后的相位差  $\varphi_1 - \varphi_2$  不同,可见减小相位差有助于减小线宽。比较曲线 B 与曲线  $D_1$ 、 $D_2$  与  $D_3$ ,发现减小失谐并不一定能够减小线宽。比较曲线 B 和 E,发现增大耦合强度有助于减小线宽,这主要是因为两个激光器在锁定过程中频率互相牵引,增大耦合强度可增大“牵引力”,从而减小低频的频率波动。

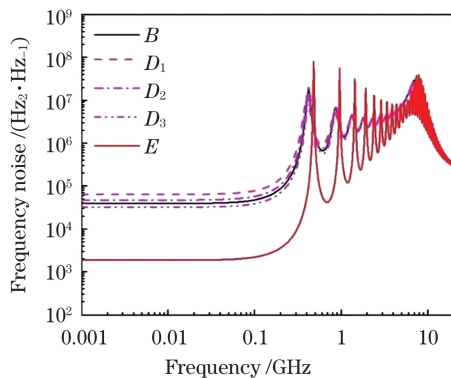


图 8 失谐与耦合强度对线宽的影响

Fig. 8 Influence of detuning and coupling strength on the linewidth

综上所述,影响互注入锁定的因素有耦合延时、耦合强度、稳态时的相位差,其中耦合延时与耦合强度对线宽的影响显著,而稳态时的相位差对线宽的影响较小。

#### 4 实验分析验证

采用分立的 DFB 激光器进行实验验证,其链路

结构如图 9 所示。两个 DFB 激光器为商用 1550 nm 的多量子阱(MQW)激光器,且不含内置隔离器。为了易于实现互注入锁定,这两个 DFB 激光器的波长差小于 0.1 nm。可调光衰减器(variable optical attenuator)被用于改变两个激光器互注入耦合强度,并通过两个耦合器连接两个激光器。为保证链路偏振方向一致,链路中所有尾纤都采用保偏(PM)光纤。隔离器(isolator)不用于互注入锁定实验,而仅用于单向注入锁定的线宽测试,作为互注入锁定缩小线宽的参照。

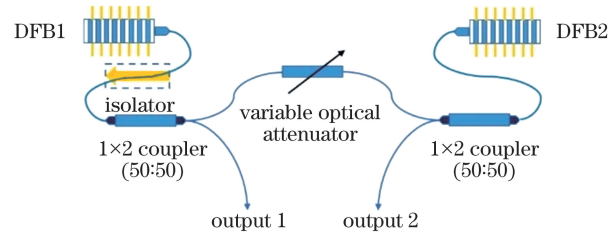


图 9 互注入锁定实验结构示意图

Fig. 9 Experiment setup of mutual injection locking

为验证线宽随耦合延时的增加而降低趋势的正确性,在参考文献[14]中将失谐频率控制在  $-0.2$  GHz 附近,衰减为 15 dB,控制耦合延时为 20, 30, 40, 50 ns,分别测量互注入锁定时的线宽,验证了增加耦合延时可以缩小互注入锁定线宽。

本文对实验中用到的 DFB 激光器进行参数提取<sup>[17-18]</sup>,按照工作点 F 的锁定条件对频率噪声进行仿真,结果如图 10 所示,仿真线宽为 97 Hz(实测值为 100 Hz),可以发现理论值与实际测量结果的一致性较高,偏差可能是由失谐与相位差的一对多特性,以及实验失谐测试误差导致的。值得注意的是:在实验中继续增大耦合延时,互注入锁定的线宽缩小趋势显著减弱,这说明此时决定激光器线宽的主要因素已经改变,主要是激光器的自发辐射以及外界环境干扰等。

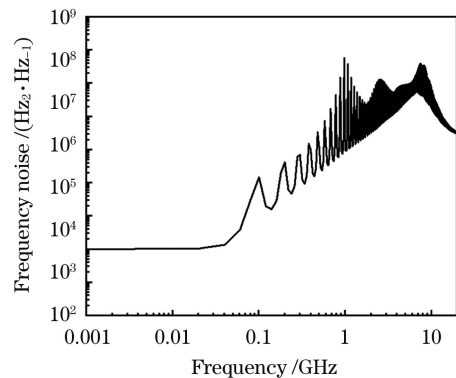


图 10 工作点 F 的频率噪声模拟

Fig. 10 Simulated frequency noise of point F

## 5 结 论

提出使用基于传输矩阵理论的阈值增益分析模型,并将其用于互注入锁定稳定性的分析;利用噪声相关性迭代方法分析弱耦合互注入锁定的线宽特性,以及耦合延时、失谐频率、耦合强度对线宽的影响,并实验验证了理论分析结果的正确性,为应用互注入锁定技术实现窄线宽提供了理论参考。

### 参 考 文 献

- [1] Coldren L A, Corzine S W, Mašanović M L. Diode lasers and photonic integrated circuits [M]. Hoboken: John Wiley & Sons, Inc., 2012.
- [2] Chen L H, Yang G W, Liu Y X. Development of semiconductor lasers[J]. Chinese Journal of Lasers, 2020, 47(5): 0500001.  
陈良惠, 杨国文, 刘育衡. 半导体激光器研究进展[J]. 中国激光, 2020, 47(5): 0500001.
- [3] Coddington I, Swann W C, Lorini L, et al. Coherent optical link over hundreds of metres and hundreds of terahertz with subfemtosecond timing jitter [J]. Nature Photonics, 2007, 1(5): 283-287.
- [4] Labaziewicz J, Richerme P, Brown K R, et al. Compact, filtered diode laser system for precision spectroscopy[J]. Optics Letters, 2007, 32(5): 572-574.
- [5] Drever R W P, Hall J L, Kowalski F V, et al. Laser phase and frequency stabilization using an optical resonator[J]. Applied Physics B, 1983, 31(2): 97-105.
- [6] Jiang Y Y, Ludlow A D, Lemke N D, et al. Making optical atomic clocks more stable with 10-16-level laser stabilization[J]. Nature Photonics, 2011, 5(3): 158-161.
- [7] Roos C, Zeiger T, Rohde H, et al. Quantum state engineering on an optical transition and decoherence in a Paul trap[J]. Physical Review Letters, 1999, 83(23): 4713.
- [8] Li J, Lee H, Vahala K J. Microwave synthesizer using an on-chip Brillouin oscillator [J]. Nature Communications, 2013, 4: 2097.
- [9] Preu S, Döhler G H, Malzer S, et al. Tunable, continuous-wave terahertz photomixer sources and applications[J]. Journal of Applied Physics, 2011, 109(6): 061301.
- [10] Song Y H, Zhou Y D, Wang L, et al. Design of 780-nm high spectral resolution lidar based on laser diode [J]. Chinese Journal of Lasers, 2019, 46(10): 1001006.  
宋跃辉, 周焯东, 汪丽, 等. 基于半导体激光器的 780 nm 高光谱分辨率激光雷达系统设计[J]. 中国激光, 2019, 46(10): 1001006.
- [11] Faugeron M, Tran M, Parillaud O, et al. High-power tunable dilute mode DFB laser with low RIN and narrow linewidth [J]. IEEE Photonics Technology Letters, 2013, 25(1): 7-10.
- [12] Liang W, Ilchenko V S, Eliyahu D, et al. Ultralow noise miniature external cavity semiconductor laser [J]. Nature Communications, 2015, 6: 7371.
- [13] Li Y F, Wang C Y, Qi H F, et al. An ultra-narrow linewidth Brillouin fiber laser based on distributed feedback fiber laser [J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2020, 57(7): 071401.  
李亚方, 王春雨, 祁海峰, 等. 一种基于分布反馈光纤激光器的超窄线宽布里渊光纤激光器[J]. 激光与光电子学进展, 2020, 57(7): 071401.
- [14] Lau E K, Wong L J, Wu M C. Enhanced modulation characteristics of optical injection-locked lasers: a tutorial [J]. IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics, 2009, 15(3): 618-633.
- [15] Ma W C, Xiong B, Sun C Z, et al. Linewidth narrowing of mutually injection locked semiconductor lasers with short and long delay [J]. Applied Sciences, 2019, 9(7): 1436.
- [16] Ke X, Ma W C, Xiong B, et al. Improved noise characteristics of mutually injection locked semiconductor lasers in a weak coupling regime [J]. Japanese Journal of Applied Physics, 2019, 58(6): 061011.
- [17] Cartledge J C, Srinivasan R C. Extraction of DFB laser rate equation parameters for system simulation purposes [J]. Journal of Lightwave Technology, 1997, 15(5): 852-860.
- [18] Fatadin I, Ives D, Wicks M. Numerical simulation of intensity and phase noise from extracted parameters for CW DFB lasers [J]. IEEE Journal of Quantum Electronics, 2006, 42(9): 934-941.
- [19] Marshall W K, Paslaski J, Yariv A. Reduction of relative intensity noise of the output field of semiconductor lasers due to propagation in dispersive optical fiber [J]. Applied Physics Letters, 1996, 68(18): 2496-2498.
- [20] Yabre G, De Waardt H, van den Boom H P A, et al. Noise characteristics of single-mode semiconductor lasers under external light injection [J]. IEEE Journal of Quantum Electronics, 2000, 36(3): 385-393.
- [21] Lau E K, Sung H K, Wu M C. Scaling of resonance frequency for strong injection-locked lasers [J]. Optics Letters, 2007, 32(23): 3373-3375.

# Linewidth of Mutually Injection-Locked Semiconductor Lasers in Weak Coupling Regime

Ke Xu, Deng Lewu

*AVIC Chengdu Aircraft Industrial (Group) Co., Ltd., Chengdu, Sichuan 610092, China*

## Abstract

**Objective** Narrow linewidth lasers are required in sectors such as high data rate optical communication, high-resolution optical sensing, precision spectroscopy, and atomic clocks. Semiconductor lasers are widely used in the above fields, because of their excellent reliability, high efficiency, and ease of integration. Recently, significant effort has gone into increasing the linewidth characteristics of semiconductor lasers, which can be divided into the following three techniques: 1) increase the semiconductor laser's output power while retaining a single-mode operation. At increasing output power, however, spatial hole-burning and thermally induced nonlinearities restrict the linewidth. 2) need external cavity laser. To avoid multimode operation caused by the lengthy exterior cavity, critical control for single-mode operation is required. 3) require unidirectional injection locking. However, the requirement of a master laser with a narrow linewidth limits its application. To address the issues above, a new method known as mutual injection locking in a weak coupling regime was recently proposed. The simulation and experimental results have shown the excellent ability of linewidth suppression, and a unique model was used to investigate the process. However, further research is required on the stability of mutually injection-locked semiconductor lasers and the primary parameters that determine linewidth. This study addressed the issues above and proposed the foundations for the application of mutually injection-locked semiconductor lasers.

**Methods** Two theoretical models used in this study are as follows: 1) A threshold gain analysis based on the transfer matrix was proposed to qualitatively explain mutual injection locking stability with index coupled distributed feedback (DFB) lasers. Systematic transfer functions were established to analyze the threshold gains of laser modes in a steady state. The stability of mutual injection-locked semiconductor lasers was determined by the difference between adjacent threshold gains near the minimum. The bigger the difference, the stronger the interference, and hence the higher the stability. 2) To demonstrate the stability and noise characteristics, an iterative noise correlation model is used. The typical roundtrip time of photons in semiconductor lasers is only a few picoseconds, whereas the coupling time of the coupled lasers in our study is more significant. Thus, the process of creating stable mutual injection locking can be regarded as quasi-static. The process of mutual injection locking can be decomposed into two unidirectional injections locking simultaneously in each sub-process, because of the weak coupling strength, which results in the negligible effect of external feedback. The Wiener-Khinchin theorem and five noise sources were used to create iterative relationships between noise correlations in the adjacent three sub-processes. Finally, two commercial 1550 nm multiple quanta well (MQW) DFB lasers without built-in isolators were used for experimental verification. To facilitate injection locking, the wavelength difference between the coupled lasers is less than 0.1 nm in a free-running state, and a variable optical attenuator was used to adjust the coupling strength.

**Results and Discussions** According to the theoretical model in section 2.1, the threshold gain analysis is implemented with suitable parameters. To analyze the influence of the coupling delay, the situations of different fiber lengths are simulated. The simulation results show that the envelope of the threshold gain distribution is independent of the fiber length (or coupling delay). However, the more potential lasing modes there are, the lower the threshold gain difference at the minimum, resulting in reduced stability as the fiber length (or coupling delay) increases (Fig. 5). To determine the influence of the coupling strength, the cases of different optical attenuation are simulated. The findings reveal that high coupling strength can reduce the lasing mode, which results in strong stability (Fig. 6). According to the model in section 2.2, we carefully choose eight stable points (Table 1) of mutual injection locking in a weak coupling regime. We discovered that long coupling delay (Fig. 7) and strong coupling strength (Fig. 8) can reduce linewidth on the magnitude by comparing their simulated frequency noise. However, the phase difference has a minor effect and needs to be evaluated. To verify the theoretical results, we extract the parameters of the DFB lasers and measure the linewidth experimentally, and found that the simulation result (97 Hz) is in good agreement with the experiment result (100 Hz).

**Conclusions** A novel method of stability analysis was proposed by threshold gain analysis based on a transfer matrix theory in this study. The results reveal that long coupling delays need weak coupling strength, whereas short coupling delays need strong coupling strength. To analyze the linewidth of mutually injection-locked semiconductor lasers under weak coupling, an analytical method based on noise correlation analysis is used. The results show that the coupling delay and coupling strength are the main factors affecting the linewidth; however, the phase difference has less influence on the linewidth, which can be used for fine adjustment.

**Key words** lasers; semiconductor lasers; mutual injection locking; narrow linewidth; weak coupling; noise