

# 基于透射偏折术的透镜结构参数测量

肖翔天,李大海<sup>\*</sup>,余林治,张新伟,阮一郎 四川大学电子信息学院,四川成都 610065

**摘要**本文提出了一种利用透射偏折术测量球面透镜结构参数的方法。该方法以本文推导的附加姿态参量的球面表达式构建透镜表面模型,同时结合系统标定数据在计算机中建立理想的光线追迹模型,最后利用非线性最优 化算法计算得到透镜结构参数。在实验过程中,透镜出射光线的偏折量是两表面的累加和,难以确定单面的影响, 因此采用双相机从不同位置观测待测透镜。文中详细介绍了测量原理以及算法,数值模拟结果验证了本方法的正 确性。最后将双凸透镜结构参数的测量结果与标称值进行对比,对比结果进一步证明了所提方法的可行性。本方 法具有测量参数齐全、无需精细装调过程、装置简单等优点,为透镜全参数同时测量提供了实现途径。 关键词 测量;相位测量偏折术;双相机;光线追迹模型;透镜结构参数测量

中图分类号 O436 文献标志码 A

# 1 引 言

球面透镜加工制造工艺的成熟使球面透镜在光学 系统中扮演着重要角色,但加工离不开检测,现有球面 透镜结构参数的检测手段不仅制约了加工质量,还极 大地影响了生产效率。现阶段主要利用非接触式球径 仪、三坐标测量仪和激光差动共焦干涉仪等对球面透 镜的结构参数进行测量。非接触式球径仪的工作原 理<sup>[1]</sup>:将会聚光束分别聚焦在球面顶点和球心处,通过 测距装置测量光束在这两处的位置数据,将两处的位 置数据作差即可获得球面透镜的曲率半径。但检测透 镜中心厚度时需要知道折射率,并且在测量过程中需 要根据像点的特征来判断光束会聚点在待测透射上的 位置,一旦判断失误就会得到错误的结果。三坐标测 量仪<sup>[2-3]</sup>有一个可在三个互相垂直方向上移动的探测 器,此探测器可以接触式或非接触式地传递信号,用数 据处理器对这些信号进行处理之后就可得到被测点的 精确三维空间位置坐标,最后通过数据拟合算法即可 得到每面的曲率半径。三坐标测量仪虽然具有精度 高、性能稳定等特点,但其测量过程比较耗时,并且测 量精度与采样方案密切相关。与非接触式球径仪一 样,三坐标测量仪无法对折射率进行测量。激光差动 共焦干涉仪[4]将差动共焦测量模块与移相干涉测量模 块相结合,可以实现透镜结构参数的高精度测量,但其 造价昂贵,且测量光路较为复杂,装调较为耗时。

相位测量偏折术<sup>[5-7]</sup>(PMD)是一种将相移技术与

DOI: 10.3788/CJL202249.2304001

偏折术相结合的非接触式高精度镜面面形检测技术, 该技术具有测量装置简单、测量成本低、动态范围大等 特点,受到了越来越多的关注。其基本原理是:针孔相 机拍摄经由待测镜面反射后的畸变条纹图,然后通过 解算相位获得对应的坐标,将解算出的坐标代入由反 射定律推导的斜率公式得到待测镜面各点的斜率,最 后通过积分重建算法获得待测镜面的面形信息。透射 式相位测量偏折术主要被应用于波前检测[8],在利用 透射式装置对光学元件的多表面进行同时检测时,出 射光线的偏折量是光学元件多个表面偏折量的累加 和。在给定入射光线后,由光学元件多表面不同结构 参数的组合可以得到相同的出射光线,因此很难确切 地得到每个面的结构参数,即存在结构参数混淆的问 题。同时,透射元件需要考虑折射率的影响。针对透 镜多个表面的结构参数的同时检测,国内外已有很多 学者开展研究。Petz 等<sup>[9]</sup> 将透射元件的每面离散化 成许多微小的平面面元,同时将面元的z向坐标以及 法线方向作为自变量,利用最小二乘算法优化得到透 射元件各离散点的三维空间位置坐标。在该研究中, 为了满足最小二乘算法的可解条件,需要采用4部相 机同时观测第一面上的同源点,并且需要移动一次屏 幕,装调与标定过程都比较复杂,且对迭代初值的要求 较高,难以应用于实验。Fischer 等<sup>[10]</sup>在此基础上利 用 Zernike 多项式<sup>[11]</sup> 建立透镜模型,同时采用 Levenberg-Marquardt 算法<sup>[12]</sup>优化多项式系数,完成 了一块双胶合透镜结构参数的检测;但在测量过程中

收稿日期: 2021-12-28; 修回日期: 2022-02-19; 录用日期: 2022-03-11

基金项目: 国家自然科学基金(U20A20215, 61875142)、四川大学基金(2020SCUNG205)

通信作者: \*lidahai@scu.edu.cn

仍需要旋转待测元件 2 次,并且需要移动显示器 2 次, 所得数据量较多,计算量大且计算比较耗时。Wang 等<sup>[13]</sup>对球面透镜的曲率半径和自由曲面透镜的表面 高度进行了测量,但他们在实验中并没有测量透镜的 中心厚度,折射率及空间位姿。

为解决上述问题,本团队基于相位测量偏折术的 基础理论,提出了一种利用透射偏折术测量透镜结构 参数的方法,并采用双相机装置来解决可能存在的结 构参数混淆问题。基于模式法,本团队以推导的附加 偏心与倾斜参量的球面多项式建立透镜表面模型,结 合系统标定数据建立理想的光线追迹模型,最后利用 非线性最小二乘解算器迭代、优化透镜的结构参数。 为了验证该方法的正确性,本团队进行了数值模拟,在 数值模拟中预设透镜结构参数后进行了模拟验证。最 后,通过实验对一块透镜的结构参数进行测量,并将测 量结果与标称值进行对比,以证明所提方法的可行性。

## 2 原 理

测量原理如图 1 所示,液晶显示器显示编码的条 纹图,条纹图经由待测球面透镜折射后被针孔相机捕 获。基于逆光线追迹的观点,从 CCD 像素(C<sub>1</sub> 和 C<sub>2</sub> 点)发出的光线经相机针孔到达待测球面,然后经待测 球面出射后到达显示器上的 S<sub>1</sub>\*和 S<sub>2</sub>\*(简记为 S\*,虚 线光路)。通过相移算法以及相位展开算法<sup>[14-15]</sup>可解 算出畸变条纹图的相位信息,进而得到对应的显示器 坐标 S\*。基于模式法<sup>[16]</sup>,利用本文 2.2节推导的附

#### 第 49 卷 第 23 期/2022 年 12 月/中国激光

加姿态参量的球面多项式  $G(\rho, \theta)$ 构建透镜模型。球 面多项式中的参数  $\rho$  为透镜结构参数; $\theta$  为透镜的位 姿参数,包括透镜的偏心与倾斜。由于透镜模型的初 始参数与待测透镜的参数不一致,因此待测透镜与透 镜模型并不重合。结合系统标定(2.1节)所得数据可 以在计算机中建立理想的光线追迹模型(2.3节),得 到一组追迹坐标点  $S_1(\rho, \theta)$ 和  $S_2(\rho, \theta)$ (简记为 S, q线光路)。以式(1)为目标函数,通过非线性最小二乘 算法[17] 迭代优化透镜参数  $\rho$  和 $\theta$ ,当目标函数小于给 定阈值 ε 时,优化停止。此时由追迹得到的屏幕点 S 趋近于实际点  $S^*$ ,迭代优化得到的透镜参数  $\rho$  和  $\theta$  趋 近于真实值,构建的透镜模型趋近于待测透镜。值得 说明的是,对于非线性最小二乘算法,理论上阈值 $\varepsilon$ 越 小越好,越小可使计算值与实际值越接近。然而,实验 所得离散型数据会受到噪声以及系统标定误差等的影 响,若设定的阈值太小,会使目标函数难以收敛,甚至 不收敛。所以,一般需要结合实验数据选择一个既能 满足测量精度又能快速收敛的阈值。本文选择的阈值 为 $10^{-6}$ 。

$$F(\rho,\theta) = \min_{\rho,\theta} \left[ \sum_{i=1}^{2} \sum_{k=1}^{m} \|S_{i,k}(\rho,\theta) - S_{i,k}^{*}\|^{2} + \alpha \right],$$
(1)

式中: $F(\rho, \theta)$ 为目标函数;i为相机数量,i = 1,2;k为 单个相机采样点的数量, $k = 1,2, \dots, m; \alpha$ 为限制解空 间的附加约束, $\alpha = \|t - t_s\|^2$ ,其中t表示优化参数中 的透镜中心厚度, $t_s$ 为预先测得的透镜中心厚度。



图 1 透镜结构参数检测的原理图

Fig. 1 Schematic of single lens structural parameter measurement

基于透射偏折术的透镜结构参数的检测原理主要 分为三部分:1)系统标定;2)附加偏心与倾斜参数的球 面表达式的建立;3)光线追迹模型的建立。测量流程 图如图 2 所示。

#### 2.1 系统标定

系统标定包括相机标定以及解算相位获取屏幕坐 标点。与传统的张氏标定<sup>[18-19]</sup>有所不同,本文方法在 测量过程中对相机镜头外加针孔,根据光路可逆原理, 此时的相机被当作点光源。相机针孔位置以及其他坐 标主要通过坐标测量仪进行精确测量。相机视线方向 的标定通过拍摄空载条纹图实现。

如图 3 所示,以单相机共轴(离轴情况与此类似) 为例,在未放置待测透镜时,用相机直接拍摄条纹图。 (*u*<sub>0</sub>,*v*<sub>0</sub>)为屏幕像素坐标系,(*X*<sub>s</sub>,*Y*<sub>s</sub>)为屏幕物理坐标









图 3 相机视线方向标定 Fig. 3 Ray's direction calibration of camera

系。p为屏幕上某一像素点,其像素坐标为(u,v),采 用 16 步相移算法以及菱形相位展开算法解相位可得 点 p在x,y方向上的相位坐标分别为 $\varphi_x(u,v)$ 和  $\varphi_y(u,v)。利用式(2)将相位坐标转化为物理坐标,并$ 统一到世界坐标系下。

$$\begin{cases} X_{s}(u,v) = \frac{\varphi_{x}(u,v)}{2\pi} \cdot bT_{x} + \Delta X \\ Y_{s}(u,v) = -\frac{\varphi_{y}(u,v)}{2\pi} \cdot bT_{y} + \Delta Y \end{cases}$$
(2)

式中: $T_x$ 和 $T_y$ 分别为像素的宽度与高度;b为单个条 纹周期的像素数; $\Delta X$ 和  $\Delta Y$ 为菱形相位展开算法所 需标记点的坐标。相机外置针孔坐标为( $X_0$ , $Y_0$ , $Z_0$ ), 其到屏幕的 z向距离 D由坐标测量仪测得,由式(3)所 示的方向余弦公式计算可得到相机对应像素点的视线 方向。

$$\begin{cases} K = \frac{X_{s} - X_{0}}{\sqrt{(X_{s} - X_{0})^{2} + (Y_{s} - Y_{0})^{2} + D^{2}}} \\ L = \frac{Y_{s} - Y_{0}}{\sqrt{(X_{s} - X_{0})^{2} + (Y_{s} - Y_{0})^{2} + D^{2}}} \\ M = \frac{D}{\sqrt{(X_{s} - X_{0})^{2} + (Y_{s} - Y_{0})^{2} + D^{2}}} \end{cases}$$
(3)

第 49 卷 第 23 期/2022 年 12 月/中国激光

式中:K、L、M分别为某条光线在x、y、z方向上的方向余弦。

#### 2.2 偏心与倾斜球面多项式的建立

采用计算机对透镜的位姿进行模拟时常利用坐标 系变换方法,此方法的优势是能适用于任意光学表面, 但当计算光线较多时,每条光线经过每个面时都要调 用正逆两次坐标变换子程序,计算量很大。因此,本团 队从常规的球面多项式入手,推导出了包含偏心与倾 斜参量的球面表达式,避免了繁琐的坐标系变换过程。

描述元件的位姿共需 6 个参量(分别为 x,y,z 方向上的偏心以及倾斜),由于球面为旋转对称光学元件,因此仅需 5 个参量便能完整地表示其位姿。如图 4 所示,虚线表示理想共轴状态下的光学表面,实线为实际带有偏心与倾斜的光学表面。H-XYZ 和 H'-X'Y'Z'分别为全局坐标系和实际球面顶点 <math>H'处的局部坐标系。因此,以球面顶点 H'在全局坐标系下的位置坐标( $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ )作为透镜在 x, y, z 方向上的 偏心,用球面中心轴在 x, y, z 方向上的夹角( $\theta_x, \theta_y, \theta_z$ )来衡量倾斜量。球面表达式为

 $(x - x_{cir})^2 + (y - y_{cir})^2 + (z - z_{cir})^2 = R^2$ , (4) 其中,

$$\begin{cases} x_{\text{cir}} = \Delta x + n_x \cdot R \\ y_{\text{cir}} = \Delta y + n_y \cdot R \\ z_{\text{cir}} = \Delta z + n_z \cdot R \end{cases}$$
(5)

式中:R 为球面半径; $x_{cir}$ 、 $y_{cir}$ 、 $z_{cir}$ 为球心坐标; $n_x$ 、 $n_y$ 、  $n_z$ 为球面中心轴线在x、y、z方向上的方向余弦,  $n_x = \cos \theta_x$ , $n_y = \cos \theta_y$ , $n_z = \cos \theta_z$ 。将式(5)所示的 球心坐标代入式(4)所示的球面表达式,化简可得附加 偏心与倾斜球面参量的表达式 $G(x, y, z; \rho, \theta)$ ,即

$$G(x, y, z; \rho, \theta) = \Delta z +$$

$$\frac{N \cdot c \cdot s^{2} - 2N \cdot A}{1 + \sqrt{1 - N^{2} \cdot c^{2} \cdot s^{2} + 2N^{2} \cdot c \cdot A}} - z = 0,(6)$$

$$\vec{x} \oplus : N = 1/n_{z}; c = 1/R; s \exists A \text{ bb} \vec{x} \vec{x} \vec{x}$$

$$\begin{cases} s^{2} = (x - \Delta x)^{2} + (y - \Delta y)^{2} \\ A = n_{x} \cdot (x - \Delta x) + n_{y} \cdot (y - \Delta y)^{\circ} \end{cases}$$

$$(7)$$





实验时将透镜视为一个整体,不再单独考虑每个面的 偏心与倾斜。

#### 2.3 光线追迹模型

基于系统标定所得数据在计算机中模拟整个系统 时,需要采用精确的光线追迹模型确定光线与每个面 的交点,如图 5 所示。对于第 k 个光学表面 $G_k(x,y,$  $z;\rho,\theta)=0$ 来说,构建光线追迹模型主要通过下述三 个步骤完成。第一步:给定第 i 条光线起始坐标  $o_i(x,y,z)以及该条光线的方向余弦 <math>Q_i(K,L,M)$ , 求出光线与折射球面的交点  $o_{i+1}$ ,该交点满足  $G_k(o_{i+1};\rho,\theta)=0$ 。由于该多项式的复杂性,无法计算 得到解析解,须利用迭代方式求取数值解<sup>[20]</sup>。第二 步:求出交点  $o_{i+1}$  处的法线方向 w。第三步:根据入 射光线的方向余弦  $Q_i(K,L,M)$ 和法线方向 w,由 式(8)所示的矢量形式的折射定律计算出射光线方向 余弦  $Q_{i+1}$ 。

其中,

$$\boldsymbol{Q}_{i+1}=\boldsymbol{Q}_i+arGamma \boldsymbol{w}$$
 ,

(8)

 $\Gamma = \sqrt{n'^2 - n^2 + (\mathbf{w} \cdot \mathbf{Q}_i)^2} - \mathbf{w} \cdot \mathbf{Q}_i$ , (9) 式中: $\Gamma$  为偏向常量; $n \, n n'$ 分别表示折射面两边介质 的折射率。利用光线追迹模型可将追迹过程的中间变 量(透镜的折射率以及中心厚度)关联到最终追迹得到 的显示器坐标 S 上。



Fig. 5 Ray-tracing model

# 3 数值模拟

为验证该方法的可行性,根据图 1 建立了模拟测试系统。两相机针孔位置分别为(50 mm,-50 mm,0) 和(-50 mm,50 mm,0)。系统总长为 458 mm,透镜 后表面距显示器的距离为 300 mm。根据 2.2 节所 述,透镜在 x,y,z 方向上的偏心( $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ )即为透 镜前表面顶点在全局坐标系下的位置坐标,预设为 (1.5 mm,-1 mm,150 mm)。同时,将透镜前表面中 心轴在 x,y 方向上的夹角( $\theta_x, \theta_y$ )预设为(89.2°, 90.3°)。预设的透镜结构参数如表 1 所示,透镜的前 后表面均为凸面,边缘厚度约为 1.88 mm。预设测试 系统参数后,根据 2.3 节所提光线追迹模型可以得到

#### 第 49 卷 第 23 期/2022 年 12 月/中国激光

一组显示器坐标 S<sup>\*</sup>,用于模拟解算相位得到的坐标 点。在给定初始透镜参数后可以追迹得到另一组显示 器坐标点 S。构建式(1)所示的目标函数。迭代优化 得到的透镜参数如表 1 所示(模拟值的精度为小数点 后 12 位,由于表 1 每栏位置有限,故仅列出前 3 位。 相对误差是根据小数点后 12 位的值计算得到的)。

#### 表 1 双凸透镜参数模拟结果

Table 1 Simulation results of double convex lens

Parat	Value	
	Simulated result /mm	101.980
Radius (front surface)	Preset value /mm	101.980
	Relative error $/ \frac{9}{0}$	$-3.535 \times 10^{-4}$
	Simulated result /mm	-101.980
Radius (rear surface)	Preset value /mm	-101.980
	Relative error $/ \frac{0}{0}$	$-3.192 \times 10^{-4}$
	Simulated result	1.5168
Index of refraction	Preset value	1.5168
	Relative error $/ \frac{9}{0}$	$-1.209 \times 10^{-4}$
	Simulated result /mm	8.000
Lens center thickness	Preset value /mm	8
	Relative error $/ \frac{9}{0}$	4.440 $\times 10^{-5}$
	Simulated result /mm	1.500
Decentration $X(\Delta x)$	Preset value /mm	1.5
	Relative error $/ \frac{0}{0}$	$-2.949 \times 10^{-5}$
	Simulated result /mm	-1.000
Decentration $Y(\Delta y)$	Preset value /mm	-1
	Relative error $/ \frac{9}{0}$	$3.053 \times 10^{-5}$
	Simulated result /mm	150.000
Decentration $Z(\Delta z)$	Preset value /mm	150
	Relative error $/ \frac{9}{0}$	$-2.529 \times 10^{-6}$
	Simulated result /(°)	89.200
$ heta_{x}$	Preset value /(°)	89.2
	Relative error $/ \frac{0}{0}$	$-4.141 \times 10^{-7}$
	Simulated result /(°)	90.300
$\theta_{_{\mathcal{Y}}}$	Preset value /(°)	90.3
	Relative error / %	$-5.058 \times 10^{-7}$

模拟结果显示,拟合值与预设值基本一致,相对误差最大在10<sup>-4</sup>量级。Wang等<sup>[13]</sup>对一块弯月透镜的曲率半径进行了模拟,模拟精度为-0.12%和-0.01%。可以看出,本文方法的模拟精度优于文献[13]的模拟精度。

然而,在实际测量过程中,系统标定误差尤其是相

机针孔位置的标定误差是不可避免的,因此,在上述系 统配置下对两相机针孔位置分别添加(-0.1 mm, 0.1 mm,0.2 mm)和(0.1 mm,-0.1 mm,-0.2 mm) 的偏移量来模拟实验过程中可能存在的测量误差。在 该条件下,测量得到的透镜结构参数如表 2 所示(本文 所有模拟值的精度均为小数点后 12 位,相对误差均是 根据小数点后 12 位的值计算得到的)。

表 2	相机针孔位置存在误差时的透镜参数模拟结果
Table 2	Simulation results of lens parameter with pinhole
	position error

	-	
Parat	Value	
	Simulated result /mm	102.146
Radius (front surface)	Preset value /mm	101.980
	Relative error $/ \frac{9}{0}$	0.163
	Simulated result /mm	-101.688
Radius (rear surface)	Preset value /mm	-101.980
	Relative error $/ \frac{9}{10}$	-0.286
	Simulated result	1.5160
Index of refraction	Preset value	1.5168
	Relative error $/ \frac{9}{10}$	-0.056
	Simulated result /mm	8.007
Lens center thickness	Preset value /mm	8
	Relative error $/ \frac{9}{10}$	0.086
	Simulated result /mm	1.479
Decentration $X(\Delta x)$	Preset value /mm	1.5
	Relative error $/ \frac{9}{10}$	-1.435
	Simulated result /mm	-0.975
Decentration $Y(\Delta y)$	Preset value /mm	-1
	Relative error $/ \frac{9}{10}$	2.469
	Simulated result /mm	150.122
Decentration $Z(\Delta z)$	Preset value /mm	150
	Relative error $/ \frac{9}{10}$	0.082
$\theta_x$	Simulated result /(°)	89.236
	Preset value /(°)	89.2
	Relative error $/\%$	0.040
	Simulated result /(°)	90.280
$ heta_y$	Preset value /(°)	90.3
	Relative error $/ \frac{9}{10}$	-0.023

模拟结果显示:在对相机针孔添加一定的测量误 差后,前后表面曲率半径拟合结果的相对误差分别为 0.163%和-0.286%,绝对误差(绝对误差均是根据小 数点后 12 位的值计算得到的)小于 0.3 mm,即使存

#### 第 49 卷 第 23 期/2022 年 12 月/中国激光

在一定的测量误差,折射率仍能精确拟合,折射率的绝 对误差为 0.0008,相对误差仅为一0.056%;中心厚度 拟合结果的相对误差约为 0.086%,绝对误差约为 0.007 mm;透镜在 x、y 方向上偏心拟合结果的相对 误差较大,这是因为 x、y 方向偏离本身的量级较小, 但 在 这 两 个 方 向 上 拟 合 的 绝 对 误 差 也 仅 约 为 0.022 mm 和 0.025 mm;倾斜拟合结果的相对误差小 于 0.040%,绝对误差小于 0.04°。

## 4 实 验

为了验证本文所提方法的精度,测量了口径为 40 mm的双凸透镜,并将测量结果与透镜的标称参 数进行对比。透镜的结构参数标称值见表 3。搭建 如图 6 所示的实验测试系统,一个尺寸为 21.3 inch (1 inch=2.54 cm)、分辨率为 1600 pixel×1200 pixel 的 LCD 显示器用于显示相移条纹图;两台镜头焦距均 为 16 mm、CCD 像素尺寸为 3.75 μm、分辨率为 表 3 双凸透镜结构参数的实验结果

Coble 2	Evenorimental	regulta	of	double	aannan	long
a bie 3	Experimental	results	OI .	aouble	convex	iens

Parat	Value	
	Simulated result /mm	102.945
Radius (front surface)	Nominal value /mm	101.980
	Relative error $/ \frac{9}{0}$	0.946
Radius (rear surface)	Simulated result /mm	-101.739
	Nominal value /mm	-101.980
	Relative error $/ \frac{9}{0}$	-0.236
Index of refraction	Simulated result	1.520
	Nominal value	1.5151
	Relative error $/ \frac{0}{0}$	0.324
Lens center thickness	Simulated result /mm	8.011
	Nominal value /mm	8
	Relative error $/ \frac{9}{0}$	0.138



图 6 透镜结构参数测量系统装置图 Fig. 6 Experiment setup for lens structural parameters measurement

#### 第 49 卷 第 23 期/2022 年 12 月/中国激光

1296 pixel×966 pixel 的针孔相机用于采集图像。 借助坐标测量仪将显示器屏幕调整至与世界坐标 系的 xov 面平行,并在未放置待测元件时直接拍摄 显示器上显示的条纹图,如图 7(a)所示:对条纹图 解算相位后将其代入式(2)得到与相机 CCD 像素 对应的显示器坐标,利用坐标测量仪测得两相机针 孔在世界坐标系下的位置分别为(78.862 mm, -3.85 mm, 0.396 mm) 和 (-88.288 mm, 4.1 mm, -1.705 mm), 显示器屏幕与相机针孔在 z方向上的距离约为 910 mm:将上述测量数据以 及计算得到的显示器坐标代入式(3)即可得到相机 像素对应的视线方向。



图 7 两相机拍摄的条纹图。(a)未放置待测透镜;(b)放置待测透镜 Fig. 7 Fringe images captured by cameras. (a) Without tested lens; (b) with tested lens

放置待测元件后,相机拍摄的条纹图如图 7(b)所 示。首先利用16步相移算法以及相位展开算法获取 条纹图对应的相位信息,然后将得到的相位代入式(2) 计算实际屏幕坐标 S\*,最后根据系统标定数据在计 算机中建立理想的光线追迹模型得到另一组追迹坐标 点 S,构建式(1)所示的目标函数,利用非线性最小二 乘算法完成整个优化过程。

实验所得结构参数如表 3 所示,结果显示,拟合所 得结构参数与其标称值非常接近,前后表面曲率半径 的实验结果分别为 102.945 mm 和-101.739 mm,其 与标称值的相对误差分别为 0.946% 和一0.236%。 实验所用透镜材料为 N-BK7,其在 0.633 nm 可见光 下的折射率为 1.5151,实验结果的相对偏差为 0.323%,中心厚度相对偏差为 0.138%。Wang 等<sup>[13]</sup>

(a)

0.502

1

0.414

0.08

2

1.00

0.75

0.50

0.25

0

Step value /mm



在测量过程中,透镜位姿参数尤其是倾斜角度参 量在全局坐标系下的值难以标定。因此,本团队采用 相对测量的方式来验证该方法对透镜位姿参数的灵敏 度。整个测量流程如下:1)首先沿 x 轴负方向移动透 镜 5次,并测量每次平移后的空间位姿变化,每次移动 步长如图 8(a)中的真值所示(图 8 每组柱状图从左至 右分别真值、拟合值和误差);2)将透镜绕全局坐标系 的 y 轴顺时针旋转 3 次,测量每次旋转后的空间位姿 变化,每次旋转角度如图 8(b)中的真值所示。



图 8 透镜位姿相对变化的测量结果。(a)沿 x 轴每次移动约 0.5 mm;(b)绕 y 轴每次旋转约 1° Fig. 8 Relative pose variations result of single lens. (a) Move along x axis with the step of 0.5 mm each time; (b) rotate around y axis with the step of  $1^{\circ}$  each time

rror

0.05

4

图 8(a)、(b)为相对测试结果,横轴为实验次数, 纵轴分别为平移步长和旋转步长。平移 5 次以及旋转 3 次拟合所得位姿参数的相对变化量分别如图 8(a)、

3

Experiment number

图 8(b)中的拟合值所示,误差值由真实值减去拟合值 得到。柱状图显示,拟合结果与真实移动步长非常接 近,且移动距离以及旋转角度拟合的绝对偏差分别为

小于 0.1 mm 和 0.21°。这说明本文所提方法对位姿 参数具有较高的测量精度。

5 结 论

基于相位测量偏折术与模式法的基本原理,本团 队提出了一种同时获得球面透镜结构参数与位姿参数 的方法。针对透射元件多表面同时测量可能出现的结 构参数混淆问题,本团队采用双相机折射装置扩展传 统的单相机反射式相位测量偏折模型,并结合系统标 定所得数据,借助计算机辅助技术实现了精确的光线 追迹,完成了整个优化过程。接着,采用数值模拟验证 了该方法的正确性。在实验中,本团队对一块双凸透 镜的参数进行了测量,并将测量结果与透镜标称值进 行对比,对比结果进一步证实了本方法的有效性。

与传统的结构参数检测方法相比,本文所提方法 可以检测的参数更多,并且无需精细的装调过程,易于 实现。从原理上看,本文所提方法利用数学多项式构 建透镜模型,并通过优化多项式系数(或多项式中的某 些参量)来完成透镜参数的检测,理论上可以检测非球 面等表面自由度较高的光学元件,同时适用于不同口 径透镜的参数检测。本团队将在下一步工作中对其适 用范围进行研究。

#### 参考文献

[1] 史大椿. 光学测量与应用光学实验[M]. 北京: 机械工业出版 社, 1992.

Shi D C. Optical measurement and applied optical experiment [M]. Beijing: China Machine Press, 1992.

- [2] 娄颖.光学透镜参数现代测量方法研究[J].红外与激光工程, 2008,37(S1):71-74.
   Lou Y. Study on modern measuring methods for lens optical parameters[J]. Infrared and Laser Engineering, 2008, 37(S1): 71-74.
- [3] 徐瑞,赵劲松,岳清,等.基于三坐标测量机的大口径红外光学透镜曲率半径测量方法研究[J].红外技术,2018,40(4): 338-345.

Xu R, Zhao J S, Yue Q, et al. Measurement of curvature radius of large diameter aperture infrared optical lens based on CMM [J]. Infrared Technology, 2018, 40(4): 338-345.

- [4] 杨佳苗.激光差动共焦干涉元件参数测量方法与技术研究[D]. 北京:北京理工大学, 2015: 12-14.
  Yang J M. Laser differential confocal and interference measurement method and technology for element parameters
  [D]. Beijing: Beijing Institute of Technology, 2015: 12-14.
- [5] Knauer M C, Kaminski J, Hausler G. Phase measuring

deflectometry: a new approach to measure specular free-form surfaces [J]. Proceedings of SPIE, 2004, 5457: 366-376.

- [6] Su P, Parks R E, Wang L R, et al. Software configurable optical test system: a computerized reverse Hartmann test[J]. Applied Optics, 2010, 49(23): 4404-4412.
- [7] Huang L, Idir M, Zuo C, et al. Review of phase measuring deflectometry [J]. Optics and Lasers in Engineering, 2018, 107: 247-257.
- [8] Wang D D, Xu P, Gong Z D, et al. Transmitted wavefront testing with large dynamic range based on computer-aided deflectometry[J]. Journal of Optics, 2018, 20(6): 065705.
- [9] Petz M, Fischer M, Tutsch R. Three-dimensional shape measurement of aspheric refractive optics by pattern transmission photogrammetry[J]. Proceedings of SPIE, 2009, 7239: 723906.
- [10] Fischer M, Petz M, Tutsch R. Model-based deflectometric measurement of transparent objects [M] // Osten W. Fringe 2013. Heidelberg: Springer, 2014: 573-576.
- [11] Mahajan V N, Dai G M. Orthonormal polynomials in wavefront analysis: analytical solution[J]. Journal of the Optical Society of America A, 2007, 24(9): 2994-3016.
- [12] Moré J J. The levenberg-marquardt algorithm: implementation and theory [M] // Watson G A. Numerical analysis. Lecture notes in mathematics. Heidelberg: Springer, 1978: 105-116.
- [13] Wang C L, Chen N, Heidrich W. Towards self-calibrated lens metrology by differentiable refractive deflectometry [J]. Optics Express, 2021, 29(19): 30284-30295.
- [14] Zuo C, Feng S J, Huang L, et al. Phase shifting algorithms for fringe projection profilometry: a review[J]. Optics and Lasers in Engineering, 2018, 109: 23-59.
- [15] 廖薇,刘佐强,王华英,等.三种基于路径跟踪的位相解包裹算法比较[J]. 激光杂志,2014,35(6):32-34.
  Liao W, Liu Z Q, Wang H Y, et al. Comparison of the three phase unwrapping algorithm based on the algorithm of path tracking[J]. Laser Journal, 2014, 35(6): 32-34.
- [16] Huang L, Xue J P, Gao B, et al. Modal phase measuring deflectometry [J]. Optics Express, 2016, 24 (21): 24649-24664.
- [17] Steihaug T. The conjugate gradient method and trust regions in large scale optimization [J]. SIAM Journal on Numerical Analysis, 1983, 20(3): 626-637.
- [18] Zhang Z Y. A flexible new technique for camera calibration[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2000, 22(11): 1330-1334.
- [19] 石岩青,常彩霞,刘小红,等.面阵相机内外参数标定方法及进展[J].激光与光电子学进展,2021,58(24):2400001.
  Shi Y Q, Chang C X, Liu X H, et al. Calibration methods and progress for internal and external parameters of area-array camera[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2021, 58(24): 2400001.
- [20] 李林,安连生. 计算机辅助光学设计的理论与应用[M]. 北京: 国防工业出版社, 2002: 40-43.
  Li L, An L S. Theory and application of computer aided optical design[M]. Beijing: National Defence Industry Press, 2002: 40-43.

# Measuring Structural Parameters of Single Lens Using Transmission Deflectometry

Xiao Xiangtian, Li Dahai<sup>\*</sup>, Yu Linzhi, Zhang Xinwei, Ruan Yilang College of Electronics and Information Engineering, Sichuan University, Chengdu 610065, Sichuan, China

#### Abstract

**Objective** Spherical lens plays an important role in the optical system, and spherical lens cannot be manufactured without optical testing. The existing apparatus for measuring the structural parameters of spherical lens include: noncontact spherometer, coordinate measurement machine, and Abbey refractometers. However, these low-efficiency measuring apparatus can only measure one specific parameter at a time. Although the laser differential confocal interferometer can realize high-precision measurement for the full parameters of a lens, it is very expensive, and the complicated measurement optical path makes the installation and adjustment time-consuming. Phase measuring deflectometry (PMD) requires a simple device, is economical, and has a high dynamic range, which makes it popular. However, there is ambiguity among the structural parameters, refractive index, and thickness in the PMD measurement process. In this study, a method for measuring the structural parameters of a single lens by transmission deflectometry is proposed. This method can be used to measure the structural and postural parameters of lenses simultaneously. The measurement system is simple and does not require accurate alignment. We believe that the proposed method provides a novel way for the full-parameter measurement of spherical lenses. Moreover, it is also feasible for aspheric lenses.

**Methods** Based on the principle of PMD, a structural parameter measuring method of a single lens by transmission deflectometry was proposed. First, the single lens model was built in the coordinate system in the form of a polynomial, which was derived in detail in this study. Then, the models of the measurement system and lens were established in the software based on the calibration data from the experiment. From the reverse Hartman test perspective, rays were considered to emit from the pinhole of the camera and intersect the screen after being refracted by the lens. The difference between the intersection coordinates measured in the experiment and that traced in the software was used to construct the objective function. Furthermore, as the deflection magnitude of the emitted light was caused by the front and back surfaces of the lens being tested, it was difficult to obtain the correct results with only one camera. Therefore, a dual-camera device was employed to address this issue. Finally, by optimizing the structural and postural parameters of the lens in the model using the least squares algorithm, the real value could be obtained.

**Results and Discussions** In this study, a double-convex lens was simulated and experimentally tested. In the numerical simulation, the parameters of the lens were preset (Table 1), and the method proposed in this study was used for measurement. The simulation results show that the fitted values are basically the same as the preset values, and the relative errors are smaller than  $4 \times 10^{-4}$  %. The effect of the calibration errors is shown in the simulation, and the results (Table 2) show that the relative errors are smaller than 0.3% and 2% for the structural and postural parameters, respectively. In the experiment, the results (Table 3) show that the relative error of the lens structural parameter is smaller than 1%. As the lens postural parameters in the global coordinates are difficult to calibrate accurately, we verify the sensitivity of the proposed method by measuring the variation of the lens postural parameters. The results (Fig. 8) show that the proposed method has good measurement accuracy for pose parameters.

**Conclusions** In this study, the structural parameter measuring method of a single lens by transmission deflectometry is proposed. The numerical simulation results verify the feasibility of this method. The measurement accuracy of the proposed method is evaluated by measuring a double-convex lens in the experiment. The proposed method can measure multiple parameters simultaneously without requiring accurate adjustment. Moreover, the measurement cost is considerably lower compared with other existing methods. This new method facilitates full-parameter measurement for a single lens. Moreover, as the proposed method uses mathematical polynomials to construct the lens model and completes the lens parameter measurement by optimizing the polynomial coefficients, it is theoretically feasible for measuring other surfaces with higher degrees of freedom, such as aspheric surfaces.

Key words measurement; phase measuring deflectometry; dual-camera; ray-tracing model; structural parameters measurement of lens