

## 单像素成像技术研究进展

赵梓栋<sup>1</sup>, 杨照华<sup>1\*</sup>, 余远金<sup>2\*\*</sup><sup>1</sup>北京航空航天大学仪器科学与光电工程学院, 北京 100191;<sup>2</sup>北京理工大学自动化学院, 北京 100081

**摘要** 单像素成像是一种采用没有空间分辨能力的单像素探测器和空间光调制器通过重构获得图像的新型成像方式。相较于传统阵列探测器成像方式,单像素成像具有高灵敏、抗干扰等优势,在诸多领域有着非常广阔的应用前景。单像素成像的光场调制策略和图像重构方法对成像结果的影响极大。回顾了单像素成像的发展历史,对主要的调制器件、调制策略和重构方法进行了分析、比较和讨论。为单像素成像在不同领域的应用提供技术支撑。

**关键词** 成像系统;单像素成像;调制策略;关联成像;压缩感知;深度学习

中图分类号 O436

文献标志码 A

DOI: 10.3788/CJL202249.1917001

## 1 引言

单像素成像(SPI)作为一种新型的计算成像方式,其成像机制可以解决传统成像技术无法解决的很多问题,如今已经在诸多领域展现了极大的应用前景。单像素成像主要由单像素探测器和空间光调制器(SLM)两部分组成。其核心是使用一系列特定的掩模序列对场景进行调制,然后使用单像素探测器收集与掩模序列对应的一维探测信号,最后将掩模信息和与之对应的探测信息经过图像重构处理得到场景的二维信息。

单像素成像的概念起源于光场调制后使用单点探测器收集调制光的实验。该实验最早可以追溯到 19 世纪 80 年代,英国人使用螺旋孔圆盘制作“电子望远镜”,使用硒光电池的单点探测器在不同时刻接收来自远处物体不同空间位置通过圆盘小孔的光强。该方法实际上可看成一种点扫描的成像方式,和掩模调制的方式有很大不同<sup>[1]</sup>。1982 年, Ben-Yosef 等<sup>[2]</sup>提出利用晶体中的弹性压电效应进行光的调制,输出的光强等比于照射物体的傅里叶变换。但由于小型晶体制备困难,他们只提出了理论分析,并未进行实验验证。2005 年,斯坦福大学的 Sen 等<sup>[3]</sup>提出双摄影的图像获取方法,该方法使用单像素探测器探测调制光的光强,可以看作单像素成像的雏形。压缩感知(CS)理论的发展为单像素成像和压缩成像打下了成像的理论基础<sup>[4-6]</sup>。2008 年,雪城大学的 Duarte 等<sup>[7]</sup>正式提出单像素成像的概念,在单像素成像光路中含有光源、空间

光调制器和单点探测器,在图像重构过程中使用了压缩感知方法。

另一种与单像素成像类似的成像方式为鬼成像(GI)。在诞生之初鬼成像利用量子纠缠性质来对物体进行成像,也称为双光子纠缠成像<sup>[8]</sup>。之后,实验中使用经典光源来代替量子纠缠光源仍然成功实现了鬼成像,使用的成像方式被称为赝热光鬼成像<sup>[9]</sup>。针对鬼成像的量子纠缠特性一直存在一些争论。2008 年麻省理工的 Shapiro 等<sup>[10]</sup>提出计算鬼成像(CGI),该成像光路与同年提出的单像素相机大体一致,唯一的区别在于空间光调制器和成像物体在光路中的先后顺序。研究者们将鬼成像中这种调制光打到成像物体上的成像方式称为结构化照明<sup>[11]</sup>。在经典的单像素成像光路中,光经过成像物体后再被空间光调制器调制,这种成像方式被称为结构化探测。如今鬼成像和单像素成像在成像原理、调制策略和重构方法等方面是完全通用的,因此本文两者放在一起讨论。

相较于使用阵列探测器的传统成像,单像素成像的优势主要有如下几点:(1)单像素成像中的单点探测器较阵列探测器有更好的探测特性、更高的探测效率和灵敏度。因此单像素成像在极弱光<sup>[12]</sup>、大气湍流和散射介质<sup>[13]</sup>条件下进行成像探测效果更优。(2)单像素探测器的发展总是先于阵列探测器,具有更广阔的探测波段。目前,单像素成像已经成功拓展至 X 射线成像<sup>[14-15]</sup>、中子成像<sup>[16]</sup>、红外波段成像<sup>[17]</sup>和太赫兹波段成像<sup>[18-19]</sup>。(3)在单像素成像中可以融合压缩感知

收稿日期: 2022-05-16; 修回日期: 2022-06-15; 录用日期: 2022-07-13

基金项目: 国家自然科学基金(61973018, 62173039, 61975229)、国家民用航天计划(D30401)、国防基础科研计划(JCKY2021602B036)

通信作者: \*yangzh@buaa.edu.cn; \*\*yuanjin.yu@bit.edu.cn

和深度学习(DL)中信号处理的最新算法<sup>[20]</sup>,相较于扫描方式可以有效提升成像效率。(4)单像素成像的时间分辨率更高,如基于光子飞行时间的三维单像素成像<sup>[21-22]</sup>。

本文将介绍单像素成像的基本原理、单像素成像中的调制策略和图像重构方法,并对单像素成像进行简要总结和展望。

## 2 单像素成像理论基础

单像素成像示意图如图 1 所示。光源发出的光经成像物体后进入单像素成像光路,光经成像透镜后会聚到二维空间光调制器上,最后被单像素探测器探测接收。将加载到空间光调制器的散斑序列和单像素探测器探测的光强信号进行相关逆运算可以重构出物体的图像。

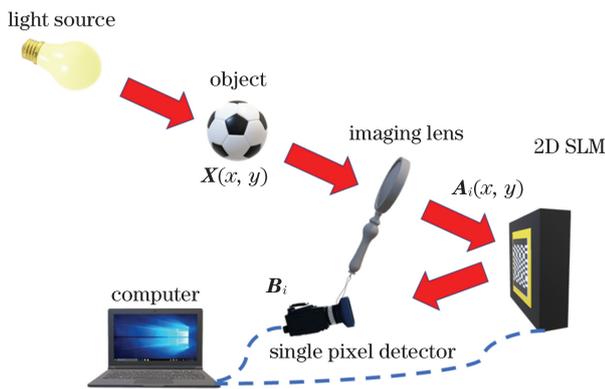


图 1 单像素成像实验结构示意图

Fig. 1 Experimental design of single pixel imaging

单像素成像中单像素探测器探测的单个测量信号可以表示为

$$\mathbf{B}_i = \sum_{x=1}^M \sum_{y=1}^N \mathbf{A}_i(x, y) \mathbf{X}(x, y), \quad (1)$$

式中: $\mathbf{B}_i$ 为单像素探测器探测的信号; $i$ 表示第*i*次调制过程; $\mathbf{A}_i(x, y)$ 为掩模调制序列中第*i*次加载的结构化调制散斑; $\mathbf{X}(x, y)$ 为照明物体的二维信息。

表 1 单像素成像中不同调制设备的优缺点比较

Table 1 Comparison of different modulation devices in single pixel imaging

Device	Advantages	Disadvantages
LC-SLM	Programmable and grayscale modulation	Modulation speed <100 Hz and low power endurance
DMD	Modulation speed 22 kHz	Binary modulation and not fast enough
LED array	Modulation speed 1 MHz	Binary modulation and structured illumination only
Spinning diffuser	Modulation speed faster than DMD	Random modulation and complicated manufacturing

不同调制器件在实际使用时需要考虑如下因素:(1)可编程性,表示调制器件是否可以加载调制矩阵;(2)调制速度,表示调制器件在成像过程中单位时间内显示掩模序列的张数;(3)结构化探测,表示该调制器件是否可实现单像素成像中结构化探测

式(1)可以使用矩阵相乘表示为

$$\mathbf{B} = \mathbf{A} \times \mathbf{X}. \quad (2)$$

利用式(2)可以建立单像素成像中的正向数学模型。单像素成像中重构算法的任务便是在已知 $\mathbf{B}$ 和 $\mathbf{A}$ 的情况下逆向重构出物体信息 $\mathbf{X} = F(\mathbf{B}, \mathbf{A})$ 。

从上述原理可以看出,影响单像素成像最重要的因素在于调制策略和重构方法的选择。下面分别对现有的光场调制策略和图像重构方法进行介绍和讨论。

## 3 光场调制策略

### 3.1 调制器件选择

单像素成像中的调制器件主要有如下几种:液晶空间光调制器(LC-SLM)、数字微镜阵列调制器(DMD)和发光二极管(LED)阵列<sup>[23]</sup>。

LC-SLM是一种可编程的空间光学调制器件,它根据设定的二维矩阵调制序列的二维空间掩模。该器件可以同时控制输出光的强度和相位。当空间光到达设备后将通过一个玻璃结构的透明电极和液晶层,在电极上施加特定的电压可以使液晶层的光学性质发生改变,从而在对应的像素上产生相应的相位掩模。

DMD由数万个可独立翻转的微镜阵列组成,每一个微镜都可以相对阵列平面进行 $\pm 12^\circ$ 的翻转。根据设置的结构化矩阵,DMD可以显示相应的二值的光学掩模。由于具有调制速度快、工作波段范围广的优势,DMD是单像素成像中使用最广的调制器件。

LED阵列是一种新型的光源调制方式。相较于DMD的调制速度,LED阵列的翻转时间间隔小于 $1 \mu\text{s}$ ,因此针对动态场景的单像素成像,LED阵列是一个更好的选择。

旋转毛玻璃是双光臂鬼成像中一种常用的调制设备。激光束通过旋转的毛玻璃后产生的截面光束随时间变化而变化,经过分束器后产生完全相同的光场,从而形成鬼成像光路中的参考光和物光。

本文总结了各调制器件的优缺点,如表 1 所示。

的成像模式;(4)灰度调制,表示该调制器件是否可以加载灰度的调制矩阵;(5)价格优势,表示该调制器件使用成本,数字越大,价格越低廉,优势越明显。图 2 给出了各调制器件在使用层面五种不同能力的比较。

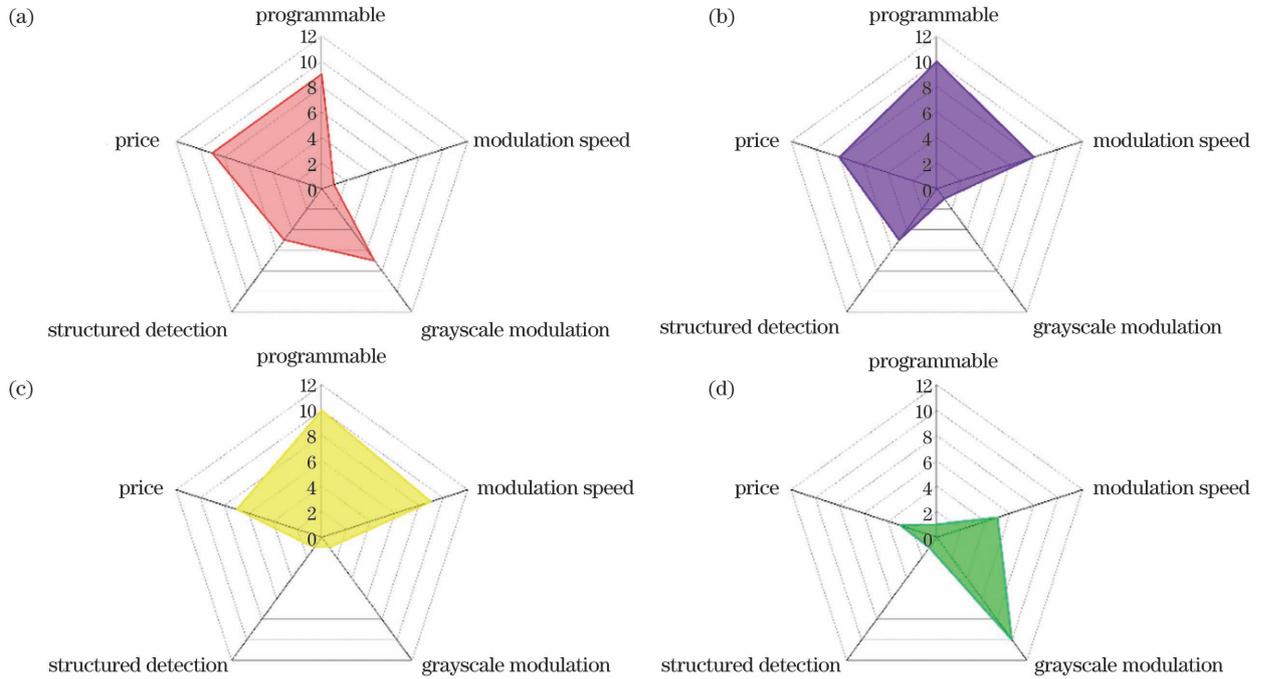


图 2 不同调制器件综合性能比较。(a)LC-SLM;(b)DMD;(c)LED 阵列;(d)旋转毛玻璃

Fig. 2 Comparison of overall performance among different modulation devices. (a) LC-SLM; (b) DMD; (c) LED array; (d) spinning diffuser

图 2 中雷达图的面积越大,说明调制器综合性能优势越明显。由图 2 可见 DMD 综合性能最优。在单像素成像最近 20 年的发展过程中,DMD 是广泛使用的调制器件。如今,DMD 调制速度最快可以达到 40 kHz,基本可以满足常见波段成像和运动物体成像的需求<sup>[24-25]</sup>。在调制速度没有很高要求的成像场景,LC-SLM 相较 DMD 价格更低,且可以加载灰度掩模,是一种很好的替代选择。DMD 作为如今广泛使用的调制器件,虽然其调制速度已经有了较大的提升,但在动态视频成像和三维成像的应用中仍存在限制。LED 阵列作为调制器件,在近年来实现了更快的调制速度,在实时单像素成像中有着较好的应用前景。然而 LED 阵列作为光源和调制器件的缺点也很明显,其发光功率只有毫瓦量级,仅适用于结构光照明的场景。虽然 LED 阵列应用到单像素成像中仍处于初步阶段,但由于其低廉的价格和更高的调制速度,应用前景广阔。

其他新型的空间调制器件还包括光学相控阵列(OPA)<sup>[26]</sup>和声光调制器(AOM)<sup>[27]</sup>,调制速度分别可达 55 kHz 和 1.6 MHz。最近还有报道在旋转掩模中使用周期的调制矩阵,空间调制速度可以达到 2.4 MHz,单像素成像帧频可达 70~100 frame/s<sup>[28-29]</sup>。上述调制器件仅适用于可见光和近红外波段的单像素成像,在特殊波段的单像素成像需要使用其他特定的调制器件,例如在 X 射线的鬼成像使用沙纸作为调制器件,在太赫兹波段的鬼成像使用空间太赫兹波调制器(STWM)<sup>[30-31]</sup>,在粒子波段的中子鬼成像使用深度刻蚀的硅片作为调制器件<sup>[32]</sup>。

### 3.2 调制策略

#### 3.2.1 随机散斑矩阵调制

随机散斑指的是服从某种统计分布的矩阵序列。早期的计算鬼成像采用双光臂的成像光路<sup>[33]</sup>,双光臂中的随机散斑通过激光穿过旋转毛玻璃产生。而后在计算关联成像中,通过计算机仿真产生服从设定统计分布的伪随机数作为采样矩阵,并将其加载到空间光调制器上。随机散斑的优势在于其噪声鲁棒性较好。另外,随机散斑矩阵满足压缩感知理论中的受限等距性质(RIP)<sup>[4-5,34]</sup>,因此单像素成像中常采用随机散斑矩阵作为光场调制策略。然而,随机散斑由于不满足正交的性质,在采样过程中需要更多的调制散斑数量,这大大增加了成像时间。为减少成像时间,研究者们提出进化压缩感知<sup>[17]</sup>和自进化鬼成像<sup>[35]</sup>等方法来提高成像效率。

#### 3.2.2 哈达玛矩阵调制

哈达玛矩阵具有正交二值的性质,因而十分适于在单像素成像中广泛使用的 DMD 上进行无量化误差加载。哈达玛矩阵是单像素成像中最广泛使用的调制矩阵。不同阶的哈达玛矩阵可由 Sylvester 公式来进行递归构造:

$$\mathbf{H}_{2^k} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{2^{k-1}} & \mathbf{H}_{2^{k-1}} \\ \mathbf{H}_{2^{k-1}} & -\mathbf{H}_{2^{k-1}} \end{bmatrix} = \mathbf{H}_2 \otimes \mathbf{H}_{2^{k-1}}, \quad (3)$$

式中: $\mathbf{H}_{2^k}$  为哈达玛矩阵, $2^k$  表示哈达玛矩阵的阶数, $k$  为非负整数; $\mathbf{H}_1 = [1]$ ;  $\mathbf{H}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ ;  $\otimes$  表示克罗内克积。

值得指出的是,哈达玛矩阵序列的调制先后顺序对成像质量有着明显的影响。式(3)构造的是自然序的哈达玛矩阵,在欠采样条件下成像效果并不突出。研究者们陆续提出了沃尔什序<sup>[36]</sup>、切蛋糕排序<sup>[37]</sup>、俄罗斯套

娃序<sup>[38]</sup>和折纸排序<sup>[39]</sup>方法来对哈达玛矩阵进行重新排序。图 3 给出了  $16 \times 16$  哈达玛矩阵在不同顺序下的构造形式。这些优化后的哈达玛矩阵相较自然序和沃尔什序在欠采样条件下成像效果有更好的表现。

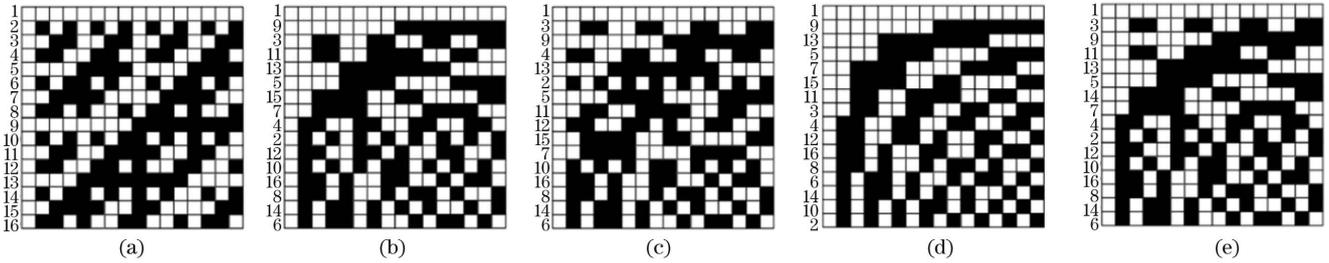


图 3 不同顺序下  $H_{16}$  哈达玛矩阵。(a)自然序;(b)沃尔什序;(c)俄罗斯套娃序;(d)折纸序;(e)切蛋糕序

Fig. 3 Hadamard matrices of  $H_{16}$  in different orders. (a) Natural order; (b) Walsh order; (c) Russian Doll order; (d) origami order; (e) cake cutting order

### 3.2.3 傅里叶矩阵调制

2015 年, Zhang 等<sup>[40]</sup>提出傅里叶单像素成像(FSI),在成像过程中提取目标物体的傅里叶频谱信息,利用傅里叶逆变换对目标物体进行重构。一幅图像经过傅里叶变换后可以得到一组完整的傅里叶系数,而每个傅里叶系数对应一张特定的傅里叶基掩模。一个傅里叶掩模矩阵可以通过对 Dirac delta 函数进行傅里叶逆变换得到,用公式表示为

$$P_{\varphi}(x, y) = \frac{1}{2} \{1 + \operatorname{Re}\{\mathcal{F}^{-1}[\delta_F(u, v, \varphi)]\}\}, \quad (4)$$

式中:  $P_{\varphi}(x, y)$  是傅里叶调制矩阵;  $(x, y)$  是空域的坐标;  $(u, v)$  是频域的坐标;  $\varphi$  是初始相位;  $\operatorname{Re}$  表示取数的实部;  $\mathcal{F}^{-1}$  表示傅里叶逆变换;  $\delta_F(u, v, \varphi)$  定义为

$$\delta_F(u, v, \varphi) = \begin{cases} e^{j\varphi}, & u = u_0, v = v_0 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

FSI 常使用的方法有四步相移法<sup>[40]</sup>和三步相移法<sup>[41]</sup>。考虑全采样条件下的情况,对于大小为  $N \text{ pixel} \times N \text{ pixel}$  的图像需采集  $N^2$  个频率分量。四步相移法需要进行  $4N^2$  次采样,而三步相移法需要进行  $3N^2$  次采样,相较四步相移法采样数减少了 25%,因此该方法也被称为快速 FSI。与哈达玛矩阵的排序理论类似,不同的频率分量对图像重构的重要性不同。为减少测量次数,研究者们对频域的采样路径进行了研究,分析了圆形、菱形和螺旋线式的采样路径。在这些采样路径中,相对重要的低频分量先被采集,因此可以实现欠采样条件下的图像重构。傅里叶掩模矩阵是灰度的调制矩阵,因此无法加载到通常使用的高速空间光调制器和 DMD 上。因此,傅里叶矩阵需要通过上采样和抖动来减少二值化过程中产生的量化误差。

### 3.2.4 小波基矩阵调制

小波基变换将数据映射到不同频率分量,不同分量具有不同的尺度和相位信息。小波基变换相较傅里叶变换在信号的尺度变换上具有一定优势。最常使用

的小波函数是 Haar 小波函数。母小波函数  $\varphi(t)$  和第  $j$  次采样的二维的小波调制矩阵  $M_j$  由以下公式给出<sup>[42]</sup>:

$$\varphi(t) = \begin{cases} 1, & t \in [0, 1/2] \\ -1, & t \in [1/2, 1] \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}, \quad (5)$$

$$M_j(x, y) = \sqrt{2^{s-q}} \varphi\{2^{s-q} \cdot [(y-1)n + x] - k\}, \quad (6)$$

式中:  $q = \log_2 N$ ;  $s = 0, 1, 2, \dots, q-1$  表示缩放尺度大小;  $k = 0, 1, \dots, 2^j - 1$  表示平移因子;  $j = 2^{s+1} - 1$  表示第  $j$  个测量基。

最后二维图像由  $I = M^{-1}B$  得到。除了使用 Haar 小波基,研究者们还提出使用 Morlet 小波基和白噪声卷积的采样基作为单像素成像的采样基<sup>[43]</sup>,相较于哈达玛测量基采样效率更高。

### 3.3 不同调制策略分析

综上所述,不同的调制矩阵在不同采样率和噪声鲁棒性方面存在差异,文献[44]对傅里叶基和哈达玛基的性能做了比较。本文为比较各调制矩阵在不同采样率下的采样效率,使用  $64 \text{ pixel} \times 64 \text{ pixel}$  的 Lena 图像在 1%~100% 采样率下做了仿真实验。所使用的四组调制矩阵测量基分别为小波基矩阵(Morlet)、哈达玛基矩阵(Hadamard)、傅里叶基矩阵(Fourier)和随机矩阵(random)。结果如图 4 所示。为量化重构效果,使用图像处理领域常用的峰值信噪比(PSNR)作为重构质量评价指标。

从图 4 所示结果可以得出以下结论:傅里叶调制矩阵在各个采样率下采样效果最佳;随机矩阵采样效果最差,使用随机矩阵进行采样时通常需要过采样;Morlet 小波基矩阵在低采样率下采样效果优于哈达玛矩阵,而在高采样率下差于哈达玛矩阵。需要指出的是,在不同调制策略中只有哈达玛矩阵是二值的,其他策略的调制矩阵需要转成二值矩阵,导致损失一部分采样精度。

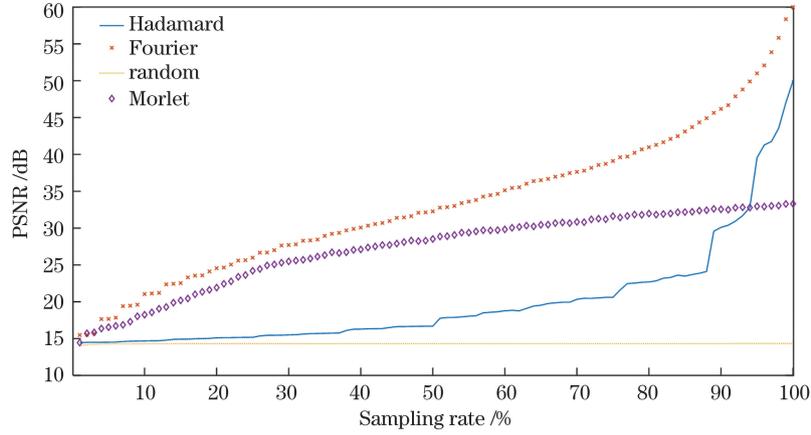


图 4 不同调制策略在不同采样率下的图像重构结果

Fig. 4 Simulation result of different sampling matrices under different sampling rates

## 4 图像重构方法

传统成像是“所见即所得”的成像方式，而在单像素成像中，需要依据单像素探测信号序列和调制掩模序列根据相关重构方法来重建出目标的信息。近年来，提出了诸多不同方法来解决单像素成像重构图像中的病态方程求解问题。重构方法大致可分为三大类：非迭代的重构方法、基于正则化的迭代重构方法和基于深度学习的重构方法。

### 4.1 非迭代重构方法

#### 4.1.1 二阶关联图像重构方法

直接关联成像即鬼成像，指的是直接把物臂和参考臂两路光信号进行关联计算而得到的方法。用最基本的二阶关联函数来计算，上文已经介绍了直接关联成像的关联函数。直接关联成像方法的表达式为

$$G(x)_{GI} = \langle S_B I_R(x) \rangle, \quad (7)$$

式中： $I_R(x)$ 表示参考臂光场分布； $S_B$ 为桶探测器信号值； $\langle \dots \rangle$ 表示求和取平均值。

直接关联成像虽然能够恢复图像，但是关联成像的质量较低，难以满足实际的需求。

涨落关联成像(FGI)是主要利用光场的涨落特性进行定义的一种新的关联成像方法。一般情况下，光场的强度涨落可写为

$$G(x)_{FGI} = \langle \delta S_B \delta I_R \rangle = \langle S_B I_R(x) \rangle - \langle S_B \rangle \langle I_R(x) \rangle. \quad (8)$$

从式(8)可以看出涨落关联成像相比直接关联成像去除了一个背景项。因此，涨落关联成像的图像效果相比直接关联成像有了明显的改善。

差分关联成像(DGI)使用参考臂的总光强信号来平衡信号在传输过程中的改变。该方法可以大幅降低背景噪声的影响<sup>[45]</sup>。差分关联成像可以表示为

$$G(x)_{DGI} = \langle S_B I_R(x) \rangle - \frac{\langle S_B \rangle}{\langle S_R \rangle} \langle S_B I_R(x) \rangle, \quad (9)$$

式中： $S_R$ 为参考探测器信号总和。

差分关联成像方案相对于一般关联成像，成像质

量明显提高。通过计算物体透过率的绝对值，差分关联成像对低对比度或大视场中的强吸收小尺寸目标物体成像效果明显。

#### 4.1.2 快速沃尔什哈达玛变换

快速沃尔什哈达玛变换(FWHT)算法最早在文献中应用于鬼成像<sup>[46]</sup>。由于哈达玛矩阵的二值正交性质，单像素成像中最常使用的调制矩阵是哈达玛矩阵，此时桶探测的光强信号  $\mathbf{B}$  可以写为

$$\mathbf{B} = \mathbf{H}\mathbf{X}. \quad (10)$$

由哈达玛矩阵的正交性质得出  $\mathbf{H}^{-1} = \mathbf{H}$ ，因此重构图像描述为  $\mathbf{X} = \mathbf{H}^{-1}\mathbf{B} = \mathbf{H}\mathbf{B}$ 。

哈达玛矩阵和向量相乘的运算可以通过 FWHT 来进行加速<sup>[36]</sup>，计算复杂度可以由  $O(n^2)$  下降至  $O(n \lg n)$ 。FWHT 不但运算速度得到提升，而且在重构过程中无需如同其他算法一样构造完整的哈达玛矩阵，因此算法的空间复杂度很小，十分适合在硬件设备上实现。

特别地，常用的 FWHT 算法所对应的哈达玛矩阵是自然序和沃尔什序，因此，在空间光场调制过程中也需要使用对应顺序的哈达玛掩模序列。

#### 4.1.3 傅里叶域正则化逆变换

非迭代的重构方法大多难以在欠采样条件下完成单像素图像重构的任务，而传统欠采样条件下的重构方法都需要基于迭代的压缩感知方法，因此重构时间较长，难以满足实时成像的要求。究其原因，非迭代的重构方法并未引入图像的先验信息，而压缩感知方法会引入先验信息，如图像的空间和梯度稀疏先验。2018年，Czajkowski等<sup>[47]</sup>提出傅里叶域正则化逆变换(FDRI)重构方法，将重构图像和一系列的空间滤波器的卷积作为优化的目标函数，最后的重构图像表示为矩阵的归一化的伪逆  $\mathbf{P}$  和桶探测信号  $\mathbf{B}$  的相乘：

$$\begin{cases} \mathbf{X} = \mathbf{P}\mathbf{B} \\ \mathbf{P} = \mathbf{F}^* \hat{\mathbf{T}}\mathbf{F} (\mathbf{M}\mathbf{F}^* \hat{\mathbf{T}}\mathbf{F})^+, \end{cases} \quad (11)$$

式中： $\mathbf{F}$ 为傅里叶矩阵； $\hat{\mathbf{T}}$ 为包含滤波器参数的矩阵； $\mathbf{M}$ 为测量矩阵。

文献[47]结果证明,对于  $256 \text{ pixel} \times 256 \text{ pixel}$  分辨率的成像目标,该方法达到高度测量压缩的 11 Hz 的实时成像,图像重构效果与基于  $L_1$  范数的压缩感知算法相当。

## 4.2 迭代重构方法

### 4.2.1 传统迭代重构方法

在文献[48]中,将单像素成像的重构问题建模为二次优化问题  $\min L(x) = \|Ax - b\|_2^2$ , 对于该数学问题,使用梯度下降法(GD)<sup>[49]</sup> 或共轭梯度下降法(CGCD)<sup>[50]</sup> 进行求解。共轭梯度下降法较梯度下降法收敛速度更快。

文献[51]将光子到达探测器的概率近似为泊松分布。使用泊松极大似然方法<sup>[52]</sup> 完成单像素图像重构;在求解过程中,使用回溯线搜索法完成每一步梯度的计算,通过最大化测量信号的概率完成图像重构。

2015 年提出交替投影法(AP),将光学相位成像中的类 Gerchberg-Saxton 技术引入到单像素成像的图像重构中。其原理是将单像素探测器的每一个掩模矩阵和桶探测器值作为空域和傅里叶域的约束,在两个空间交替投影,施加约束,完成最后的图像重构过程<sup>[53]</sup>。

根据文献[48]的结果,相较于共轭梯度法和泊松梯度法等线性重构方法,交替投影方法可以有效去除背景噪声。

### 4.2.2 压缩感知重构方法

单像素成像需要投射一定数量的散斑矩阵序列来完成对图像的调制,因此其成像过程中编码调制时间远高于传统成像方式,这也极大地限制了单像素成像在实时成像中的应用。基于压缩感知算法的单像素成像在重构过程中充分利用了图像的稀疏性等先验信息,测量次数大幅减少,这大大降低了成像系统采集、传输和存储图像所需的时间。

压缩感知是一种基于凸优化理论的信号恢复方法,它可以实现远低于奈奎斯特采样频率的压缩采样和重构。由于其数学模型和单像素成像的物理模型完全重合,压缩感知相关理论应用到单像素成像当中可以在有效保证信号重构质量的同时大幅减少成像系统的采样时间<sup>[54-55]</sup>。

压缩感知算法需要引入先验信息,如图像本身具有稀疏性或在某种变换基下具有稀疏性,以此来减小原始欠定问题的解空间。图像  $\mathbf{X}$  在某稀疏基  $\Psi$  下可以稀疏表示  $\mathbf{X} = \Psi\mathbf{y}$ 。单像素成像的测量信号  $\mathbf{B}$  描述为  $\mathbf{B} = \mathbf{A}\mathbf{X} = \mathbf{A}\Psi\mathbf{y}$ 。

压缩感知的重构模型为

$$\min \|\Psi\mathbf{y}\|_1, \text{ s. t. } \mathbf{B} = \mathbf{A}\mathbf{X}. \quad (12)$$

在求解过程中一般使用凸优化的非线性重构方法进行求解。应用到单像素成像中效果较好的压缩感知方法是全变分(TV)模型。在 TV 模型中,主要有两种求解方法:一种是 NESTA 重构方法<sup>[56]</sup>;另一种是

$L_1$ <sup>[57]</sup> 提出的 TVL3 方法,该方法被认为是目前单像素成像效果较优的一种重构方法。

## 4.3 深度学习重构方法

深度学习技术近年来逐步应用到计算机视觉领域。单像素成像的图像重构问题可看成是图像处理领域经典的图像逆问题。基于深度学习的重构方法已被证明在低采样率下相对于线性重构算法和压缩感知算法在成像速度和成像质量上具有很大的优势。

基于深度学习的重构方法主要有训练和重构两个阶段。在训练阶段使用数据集训练出网络的权重系数。在重构阶段将测量域信息映射到图像域,对图像进行重构恢复。2017 年,Lü 等<sup>[58]</sup> 提出一种基于深度学习的鬼成像深度学习(GIDL)重构网络,网络结构为三层的深度神经网络(DNN)。重构过程中首先使用传统鬼成像重构方法将测量桶探测信号映射到图像域,接着使用训练好的网络重构出图像。在采样率较低时,该方法相较鬼成像重构方法在噪声鲁棒性和重构精度上具有优势。2018 年,Shimobaba 等<sup>[59]</sup> 使用深度学习中经典的 U-net 网络作为图像重构的网络结构。在网络输入前和输入后添加双边滤波器去噪,在仿真条件下证明了该方法相较差分鬼成像的优势。

深度学习方法也可以用来完成调制矩阵的优化设计。正交结构化采样基相较于随机调制矩阵可以大幅减少采样数目和采样时间,然而深度学习的采样基在采样效率上表现得更加高效,能以更低的采样率完成对目标图像的重构。2018 年,Higham 等<sup>[60]</sup> 提出了一种深度卷积自编码器网络(DCAN)应用于单像素成像。该网络分为编码和解码两个部分,分别对应单像素成像中的测量和重构两个阶段。DCAN 网络中编码层的权重系数可以转化成一组优化的二值测量基,解码层可以将测量的桶探测信号经过多层卷积网络映射成重构图像。该工作结果可以实现 30 frame/s 近似实时的  $128 \text{ pixel} \times 128 \text{ pixel}$  分辨率、2% 采样率下的成像。

## 4.4 重构方法比较与讨论

图像重构的数学模型不同,算法的复杂度和适用场景也各异。重构算法的性能比较雷达图如图 5 所示。本文从五个指标来评价上述各种方法的性能,分别是:(1)运行速度,指在相同输入下不同算法的运行快慢;(2)低采样率下的性能,指在低采样率下不同算法在相同输入下的重构效果;(3)采样兼容性,指算法对不同采样矩阵的兼容性;(4)噪声鲁棒性,指不同算法对噪声的鲁棒性;(5)重构质量,指不同算法在全采样条件下的图像重构效果。

在运行时间方面,大多数深度学习算法将重构过程中的迭代计算转移到了训练过程中,因此在推理过程中重构速度最快。非迭代的重构算法重构速度明显优于基于迭代的重构算法,而压缩感知算法由于正则项的添加,迭代次数少于传统迭代算法,因此成像速度

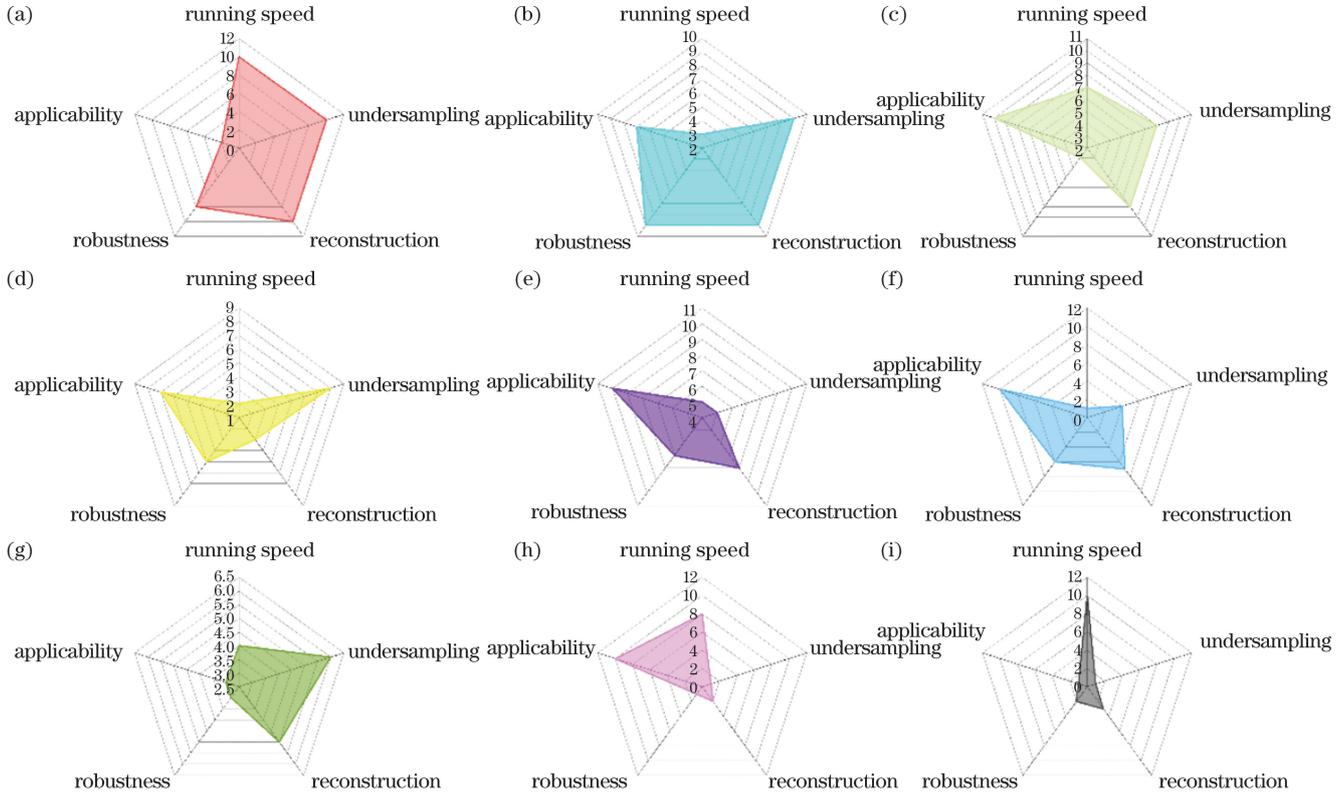


图 5 不同重构方法性能比较。(a)DL;(b)TV;(c)FDRI;(d)稀疏采样;(e)AP;(f)泊松极大似然方法;(g)CGD;(h)DGI;(i) FWHT

Fig. 5 Performance comparison of different reconstruction algorithms. (a) DL; (b) TV; (c) FDRI; (d) sparse; (e) AP; (f) Possion maximum likelihood; (g) CGD; (h) DGI; (i) FWHT

大幅提升。在采样适用性方面,FWHT 只在哈达玛矩阵作采样矩阵时适用,压缩感知算法需要采样矩阵满足 RIP 准则,深度学习一般针对特定的前向模型(特定的采样率、采样矩阵)训练网络的权重系数,上述方法在采样实用性上存在一定限制;而其他算法包括二阶关联、FDRI 和传统迭代方法在采样实用性上没有限制。在噪声鲁棒性方面,TV 方法和深度学习方法在抗噪性能上表现优越。添加图像先验信息的算法优于未添加正则项信息的算法。在重构性能上也有类似的规律,有图像先验信息添加到正则项的重构算法普遍优于重构模型中没有正则项的迭代算法。广义上,深度学习也是一种将训练数据添加到重构过程的正则化方法,而 DGI 和 FWHT 是无迭代过程、无先验信息的重构方法,图像重构性能最差。

## 5 结 论

本文对单像素成像关键技术进行了回顾和总结。从单像素成像的理论出发,介绍了常用的调制器件以及空间光场调制策略,通过对 Lena 图片的计算机仿真分析了不同调制策略的采样效率;介绍了多种单像素成像的图像重构方法,综合分析了不同方法的性能。

单像素成像自提出至今已有四五十年历史,取得了巨大的进展,在极弱光成像、非局域成像、无大面阵探测器的特殊波段探测等领域具有明显优势。未来

研究还可以突破的方向包括:(1)基于单像素成像原理的成像维度扩展,如利用偏振、角动量进行单像素成像;(2)成像波段扩展,包括利用太赫兹波、中子和 X 射线进行单像素成像;(3)单像素成像的集成化和小型化、芯片化;(4)探测器性能、调制策略和重构方法的有机组合,深度学习优化技术的引入都会促进单像素成像的发展。随着成像的理论和成像性能不断提升,单像素成像在未来的生物医学成像、自动驾驶感知、军事目标成像等领域将带来更好的解决方案。

## 参 考 文 献

- [1] Guarnieri M. The television: from mechanics to electronics[J]. IEEE Industrial Electronics Magazine, 2010, 4(4): 43-45.
- [2] Ben-Yosef N, Sirat G. Real-time spatial filtering utilizing the piezoelectric-elasto-optic effect [J]. Optica Acta: International Journal of Optics, 1982, 29(4): 419-423.
- [3] Sen P, Chen B, Garg G, et al. Dual photography [J]. ACM Transactions on Graphics, 2005, 24(3): 745-755.
- [4] Donoho D L. Compressed sensing [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2006, 52(4): 1289-1306.
- [5] Elad M. Optimized projections for compressed sensing [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2007, 55(12): 5695-5702.
- [6] Candès E, Romberg J. Sparsity and incoherence in compressive sampling [J]. Inverse Problems, 2007, 23(3): 969-985.
- [7] Duarte M F, Davenport M A, Takhar D, et al. Single-pixel imaging via compressive sampling [J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2008, 25(2): 83-91.
- [8] Pittman T B, Shih Y H, Strekalov D V, et al. Optical imaging

- by means of two-photon quantum entanglement [J]. *Physical Review A*, 1995, 52(5): R3429-R3432.
- [9] Bennink R S, Bentley S J, Boyd R W. Two-photon coincidence imaging with a classical source [J]. *Physical Review Letters*, 2002, 89(11): 113601.
- [10] Shapiro J H. Computational ghost imaging [J]. *Physical Review A*, 2008, 78(6): 061802.
- [11] Gibson G M, Johnson S D, Padgett M J. Single-pixel imaging 12 years on: a review [J]. *Optics Express*, 2020, 28(19): 28190-28208.
- [12] 李明飞, 袁梓豪, 刘院省, 等. 光子计数计算鬼成像 [J]. *激光与光电子学进展*, 2021, 58(10): 1011026.  
Li M F, Yuan Z H, Liu Y X, et al. Photon counting computational ghost imaging [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2021, 58(10): 1011026.
- [13] 吴泳波, 杨志慧, 唐志列. 水下鬼成像抗扰动能力的实验研究 [J]. *激光与光电子学进展*, 2021, 58(6): 0611002.  
Wu Y B, Yang Z H, Tang Z L. Experimental study on anti-disturbance ability of underwater ghost imaging [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2021, 58(6): 0611002.
- [14] Greenberg J, Krishnamurthy K, Brady D. Compressive single-pixel snapshot X-ray diffraction imaging [J]. *Optics Letters*, 2014, 39(1): 111-114.
- [15] Yu H, Lu R H, Han S S, et al. Fourier-transform ghost imaging with hard X rays [J]. *Physical Review Letters*, 2016, 117(11): 113901.
- [16] Hoshi I, Shimobaba T, Kakue T, et al. Single-pixel imaging using a recurrent neural network combined with convolutional layers [J]. *Optics Express*, 2020, 28(23): 34069-34078.
- [17] Edgar M P, Gibson G M, Bowman R W, et al. Simultaneous real-time visible and infrared video with single-pixel detectors [J]. *Scientific Reports*, 2015, 5: 10669.
- [18] Chan W L, Charan K, Takhar D, et al. A single-pixel terahertz imaging system based on compressed sensing [J]. *Applied Physics Letters*, 2008, 93(12): 121105.
- [19] Hornett S M, Stantchev R I, Vardaki M Z, et al. Subwavelength terahertz imaging of graphene photoconductivity [J]. *Nano Letters*, 2016, 16(11): 7019-7024.
- [20] Radwell N, Johnson S D, Edgar M P, et al. Deep learning optimized single-pixel LiDAR [J]. *Applied Physics Letters*, 2019, 115(23): 231101.
- [21] Sun B, Edgar M P, Bowman R, et al. 3D computational imaging with single-pixel detectors [J]. *Science*, 2013, 340(6134): 844-847.
- [22] Xi M J, Chen H, Yuan Y, et al. Bi-frequency 3D ghost imaging with Haar wavelet transform [J]. *Optics Express*, 2019, 27(22): 32349-32359.
- [23] Xu Z H, Chen W, Penuelas J, et al. 1000 fps computational ghost imaging using LED-based structured illumination [J]. *Optics Express*, 2018, 26(3): 2427-2434.
- [24] Yang Z H, Chen X, Zhao Z H, et al. Image-free real-time target tracking by single-pixel detection [J]. *Optics Express*, 2022, 30(2): 864-873.
- [25] 宋政言, 杨照华, 余远金, 等. 基于追踪补偿的运动物体计算关联成像方法 [J]. *光学技术*, 2019, 45(3): 343-347.  
Song Z Y, Yang Z H, Yu Y J, et al. Tracking compensation in computational ghost imaging of the moving targets [J]. *Optical Technique*, 2019, 45(3): 343-347.
- [26] Komatsu K, Ozeki Y, Nakano Y, et al. Ghost imaging using integrated optical phased array [C] // *Optical Fiber Communication Conference 2017*, March 19-23, 2017, Los Angeles, California, USA. Washington, D.C.: OSA, 2017: Th3H.4.
- [27] Braverman B, Liu X L, Boyd R W. How an acousto-optic modulator can be used as a spatial light modulator [C] // *Photonics in Switching and Computing 2020*, July 13-16, 2020, Washington, D.C., USA. Washington, D.C.: OSA, 2020: PsM3F.5.
- [28] Hahamovich E, Monin S, Hazan Y, et al. Single pixel imaging at megahertz switching rates via cyclic Hadamard masks [J]. *Nature Communications*, 2021, 12: 4516.
- [29] Jiang W J, Jiao J P, Guo Y, et al. Single-pixel camera based on a spinning mask [J]. *Optics Letters*, 2021, 46(19): 4859-4862.
- [30] Khasanov I S, Zykova L A. Terahertz ghost imaging and surface plasmon resonance microscopy: analysis of factors affecting the image quality [J]. *Proceedings of SPIE*, 2020, 11582: 1158215.
- [31] 赵亚芹, 张亮亮, 祝德充, 等. 基于压缩传感的单点太赫兹成像 [J]. *中国激光*, 2011, 38(s1): s111003.  
Zhao Y Q, Zhang L L, Zhu D C, et al. Single-pixel terahertz imaging based on compressed sensing [J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2011, 38(s1): s111003.
- [32] He Y H, Huang Y Y, Zeng Z R, et al. Single-pixel imaging with neutrons [J]. *Science Bulletin*, 2021, 66(2): 133-138.
- [33] Bromberg Y, Katz O, Silberberg Y. Ghost imaging with a single detector [J]. *Physical Review A*, 2009, 79(5): 053840.
- [34] Xie Y T, Li Q Z. A review of deep learning methods for compressed sensing image reconstruction and its medical applications [J]. *Electronics*, 2022, 11(4): 586.
- [35] Liu B L, Wang F, Chen C H, et al. Self-evolving ghost imaging [J]. *Optica*, 2021, 8(10): 1340-1349.
- [36] Geadah Y A, Corinthios M J G. Natural, dyadic, and sequency order algorithms and processors for the Walsh-Hadamard transform [J]. *IEEE Transactions on Computers*, 1977, 26(5): 435-442.
- [37] Yu W K. Super sub-Nyquist single-pixel imaging by means of cake-cutting Hadamard basis sort [J]. *Sensors*, 2019, 19(19): 4122.
- [38] Sun M J, Meng L T, Edgar M P, et al. A Russian Dolls ordering of the Hadamard basis for compressive single-pixel imaging [J]. *Scientific Reports*, 2017, 7: 3464.
- [39] Yu W K, Liu Y M. Single-pixel imaging with origami pattern construction [J]. *Sensors*, 2019, 19(23): 5135.
- [40] Zhang Z B, Ma X, Zhong J G. Single-pixel imaging by means of Fourier spectrum acquisition [J]. *Nature Communications*, 2015, 6: 6225.
- [41] Zhang Z B, Wang X Y, Zheng G A, et al. Fast Fourier single-pixel imaging via binary illumination [J]. *Scientific Reports*, 2017, 7: 12029.
- [42] Rousset F, Ducros N, Farina A, et al. Adaptive basis scan by wavelet prediction for single-pixel imaging [J]. *IEEE Transactions on Computational Imaging*, 2017, 3(1): 36-46.
- [43] Czajkowski K M, Pastuszcak A, Kotyński R. Single-pixel imaging with Morlet wavelet correlated random patterns [J]. *Scientific Reports*, 2018, 8: 466.
- [44] Lu T A, Qiu Z H, Zhang Z B, et al. Comprehensive comparison of single-pixel imaging methods [J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2020, 134: 106301.
- [45] Ferri F, Magatti D, Lugiato L A, et al. Differential ghost imaging [J]. *Physical Review Letters*, 2010, 104(25): 253603.
- [46] Wang L, Zhao S M. Fast reconstructed and high-quality ghost imaging with fast Walsh-Hadamard transform [J]. *Photonics Research*, 2016, 4(6): 240-244.
- [47] Czajkowski K M, Pastuszcak A, Kotyński R. Real-time single-pixel video imaging with Fourier domain regularization [J]. *Optics Express*, 2018, 26(16): 20009-20022.
- [48] Bian L H, Suo J L, Dai Q H, et al. Experimental comparison of single-pixel imaging algorithms [J]. *Journal of the Optical Society of America A, Optics, Image Science, and Vision*, 2018, 35(1): 78-87.
- [49] Mustapha A, Mohamed L, Ali K. An overview of gradient descent algorithm optimization in machine learning: application in the ophthalmology field [M] // Hamlich M, Bellatreche L, Mondal A, et al. *Smart applications and data analysis. Communications in computer and information science*. Cham: Springer, 2020, 1207: 349-359.
- [50] Hager W W, Zhang H C. A new conjugate gradient method with guaranteed descent and an efficient line search [J]. *SIAM Journal on Optimization*, 2005, 16(1): 170-192.

- [51] 马晶, 张光宇, 谭立英. 基于泊松分布单光子源的量子误码率的分析[J]. 光学技术, 2006, 32(1): 101-104.  
Ma J, Zhang G Y, Tan L Y. Analysis of quantum bit error rate based on single-photon source with Poisson distribution [J]. Optical Technique, 2006, 32(1): 101-104.
- [52] Bian L H, Suo J L, Chung J, et al. Fourier ptychographic reconstruction using Poisson maximum likelihood and truncated Wirtinger gradient[J]. Scientific Reports, 2016, 6: 27384.
- [53] Wang W, Hu X M, Liu J D, et al. Gerchberg-Saxton-like ghost imaging[J]. Optics Express, 2015, 23(22): 28416-28422.
- [54] Aßmann M, Bayer M. Compressive adaptive computational ghost imaging[J]. Scientific Reports, 2013, 3: 1545.
- [55] Yu W K, Liu X F, Yao X R, et al. Complementary compressive imaging for the telescopic system[J]. Scientific Reports, 2014, 4: 5834.
- [56] Becker S, Bobin J, Candès E J. NESTA: a fast and accurate first-order method for sparse recovery [J]. SIAM Journal on Imaging Sciences, 2011, 4(1): 1-39.
- [57] Li C B, Yin W T, Jiang H, et al. An efficient augmented Lagrangian method with applications to total variation minimization[J]. Computational Optimization and Applications, 2013, 56(3): 507-530.
- [58] Lü M, Wang W, Wang H, et al. Deep-learning-based ghost imaging[J]. Scientific Reports, 2017, 7: 17865.
- [59] Shimobaba T, Endo Y, Nishitsuji T, et al. Computational ghost imaging using deep learning[J]. Optics Communications, 2018, 413: 147-151.
- [60] Higham C F, Murray-Smith R, Padgett M J, et al. Deep learning for real-time single-pixel video[J]. Scientific Reports, 2018, 8: 2369.

## Research Progress of Single Pixel Imaging

Zhao Zidong<sup>1</sup>, Yang Zhaohua<sup>1\*</sup>, Yu Yuanjin<sup>2\*\*</sup>

<sup>1</sup> School of Instrumentation and Optoelectronic Engineering, Beihang University, Beijing 100191, China;

<sup>2</sup> School of Automation, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China

### Abstract

**Significance** Single pixel imaging is a new imaging technique which is able to obtain imaging information through a single pixel detector. Compared with the traditional array detection imaging techniques, single pixel imaging has the advantages of high sensitivity and anti-interference ability, and has broad application prospects in many fields. Various modulation schemes and reconstruction algorithms for single pixel imaging have been proposed for all kinds of scenario. However, the defect of large time consumption in the modulation and reconstruction process detracts single pixel imaging from practical applications. Recently, many strategies have been proposed to address this problem from the aspects of modulation and reconstruction. The comparison of different modulation schemes and algorithms in various aspects can establish guidelines for practical single pixel imaging.

**Progress** The single pixel imaging uses a single pixel detector to record the light intensities of the scene illuminated by a sequence of resolved patterns. The spatial information of the scene can be recovered from correlation of the sequential measurements and patterns. The different choice of modulation and algorithms exerts influence on the final imaging result. For modulation devices, liquid crystal spatial light modulator (LC-SLM), digital micromirror device (DMD) and light-emitting diode (LED) array are mainly introduced. Five metrics including programmable, modulation speed, structured detection, grayscale modulation and price are introduced to compare the performance of different popular devices. The pros and cons of different devices are detailed. For sampling schemes, random patterns, Hadamard patterns, Fourier patterns and wavelet patterns are introduced. A simulation is performed to compare the sampling efficiencies of different sampling schemes. For reconstruction algorithms, three categories of algorithms, i. e., non-iterative algorithms, iterative algorithms and deep learning-based algorithms are introduced. Five metrics including running speed, undersampling, applicability, robustness and reconstruction are introduced to compare the performance of different popular reconstruction algorithms for single pixel imaging.

For modulation devices, DMD is the most popular one and outperforms other devices due to its fast modulation speed and programmable characteristics. However, only grayscale patterns can be loaded on DMD and the modulation speed can still be improved further. LC-SLM is an alternative to DMD, taking the advantages of price and ability of grayscale modulation. However, the modulation speed of LC-SLM limits its practical application. LED arrays provide cheaper price and faster modulation speed, so it is a better choice in the future.

For sampling schemes, a simulation is performed to compare the performance of different sampling bases under different sampling rates (Fig. 4). The numerical metric shows that Fourier basis performs the best under all sampling rates. Hadamard basis outperforms wavelet basis under high sampling rates while wavelet basis is better under low sampling rates. Random pattern performs the worst since it is not an orthogonal sampling basis.

For reconstruction algorithms, there exists a trade-off between the non-iterative, iterative and deep leaning-based algorithms. The performances of different algorithms are compared (Fig. 5). Non-iterative algorithms require less

computation compared with other algorithms, but the reconstruction quality and robustness are the worst. Iterative algorithms recover good quality of image, even in a low sampling rate. The deep learning-based algorithms require tremendous training dataset and training time in advance, so that in reconstruction, the running speed and reconstruction quality of deep learning-based algorithms are the best.

**Conclusions and Prospects** In this paper, the history and principle of single pixel imaging are briefly reviewed. Different modulation devices, sampling strategies and reconstruction algorithms are compared in different aspects. The performances of different strategies are analyzed and compared in detail. Finally, the future development and application of single pixel imaging are discussed. Our work shows that the optimal combination of modulation schemes, sampling strategies and reconstruction algorithms should be analyzed and selected to achieve perfect and efficient imaging.

**Key words** imaging systems; single pixel imaging; modulation scheme; correlation imaging; compressed sensing; deep learning