

非线性傅里叶变换及其在光通信和超短脉冲表征领域的应用

陈方林¹, 曹怡青¹, 王雨田¹, 唐霞辉¹, 唐明¹, 付松年², 赵鹭明^{1*}

¹华中科技大学光学与电子信息学院武汉光电国家研究中心光谷实验室, 湖北 武汉 430074;

²广东工业大学信息工程学院先进光子研究院, 广东 广州 510006

摘要 非线性傅里叶变换可以将信号转换为包括连续谱和离散谱的非线性谱, 其中离散谱的本征值位于复平面的上半部分。通过非线性傅里叶变换, 信息被编码到信号的非线性谱中, 可以实现信号和非线性积累的有效区分, 从而解决标准单模光纤中出现的非线性传输损伤。同时, 作为新型的信号分析工具, 非线性傅里叶变换还可以用于分析光纤激光器中的孤子脉冲。对于纯孤子, 其非线性谱仅包含离散谱, 离散谱中的本征值对应于孤子的特征, 其实部和虚部分别对应于孤子的频率和幅值。非线性傅里叶变换技术为激光动力学的研究提供了新视角, 从脉冲的全场信息得到脉冲的非线性谱, 进而根据不同的本征值分布分离孤子和连续波背景, 就可以实现纯孤子的产生。本文综述了非线性傅里叶变换的原理及其在光通信和光纤激光器领域的应用, 并介绍了基于非线性傅里叶变换的“孤子蒸馏”技术。

关键词 傅里叶光学; 光通信; 非线性傅里叶变换; 耗散孤子; 光纤激光器

中图分类号 TN209

文献标志码 A

DOI: 10.3788/CJL202249.1206003

1 引言

在光纤通信系统中, 损耗、色散和非线性是主要的传输损伤。通过降低杂质含量, 光纤的损耗可以得到有效控制^[1]。尽管现在通用光纤的损耗降到了 0.2 dB/km, 但在长距离光纤传输链路中, 仍需要采用光放大器进行中继放大。色散是光脉冲的不同频率分量以不同的速度在光纤中传播造成的脉冲展宽。在实际的光纤通信系统中, 通常使用色散补偿光纤或布拉格光栅, 或采用中途谱反转技术^[2]等对光纤链路进行色散管理, 以补偿色散带来的传输损伤。在单模光纤中, 非线性效应主要包括受激拉曼散射(SRS)、受激布里渊散射(SBS)、四波混频(FWM)、自相位调制(SPM)和交叉相位调制(XPM)等^[3]。其中, 自相位调制和交叉相位调制是主要的非线性传输损伤, 它们引起的非线性相移会导致脉冲展宽和畸变。光纤中的非线性效应与光脉

冲的强度有关, 已成为系统通信容量增长的主要限制因素, 这就是所谓的“非线性容量限制”^[4]。目前主要通过增大纤芯直径^[5]以及采用数字反向传播算法(DBP)^[4,6]进行非线性补偿。借助于低损耗光纤和掺杂光纤技术, 光纤激光器在 20 世纪 90 年代取得了长足发展。凭借结构紧凑、易于操作、稳定性高、光束质量好等^[7]优点, 光纤激光器现已被广泛应用于光通信、激光加工、激光医疗、光学传感等领域^[8]。同时, 超快光纤激光器也是非线性科学的重要研究平台之一, 研究人员在光纤激光器中发现了孤子^[9-12]、孤子分子^[13]、多孤子^[14]、矢量孤子^[15]、周期分岔^[16]、怪波(Rogue Wave)^[17]、自相似子^[18]等丰富的非线性动力学现象。

忽略光纤的损耗和高阶色散, 仅考虑光纤的二阶色散和非线性效应, 从麦克斯韦方程组出发, 可导出光脉冲在单模光纤中的传输方程, 即非线性薛定谔(NLS)方程, 如式(1)所示。

收稿日期: 2021-12-28; 修回日期: 2022-01-30; 录用日期: 2022-02-28

基金项目: 中国-波兰第 38 届科技例会交流项目(6)、华中科技大学自主创新研究基金(HUST: 2020kfyXJJS007)

通信作者: *lmzhao@hust.edu.cn

$$\frac{\partial A(t, z)}{\partial z} = -i \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A(t, z)}{\partial t^2} + i\gamma |A(t, z)|^2 A(t, z), \quad (1)$$

式中: A 为光脉冲包络的慢变振幅; z 和 t 分别为距离和时间参数; γ 为非线性参量; β_2 为群速度色散 (GVD) 参量。当处于反常色散区时, 色散效应会在脉冲中引入负啁啾, 而非线性效应对光纤中传播的光脉冲总是产生正啁啾, 当色散引入的负啁啾和非线性引入的正啁啾大小相等时, 光脉冲可实现无失真的长距传输, 这种波形不随传输距离变化的脉冲又叫作孤子。1973 年, Hasegawa 和 Tappert^[19] 在理论上预言了光纤中可以形成光孤子, 光孤子在光纤中的形成和演化可由 NLS 方程描述。在合适的腔参数下, 光纤激光器中也可以产生孤子。光纤激光器中产生的孤子属于耗散孤子, 其产生和演化过程常用金兹堡-朗道方程 (GLE) 来描述^[20]。位于负色散区的光纤激光器产生的孤子往往伴随着色散波, 色散波在时域上表现为孤子脉冲的基底, 而在光谱上则为一组离散且对称的边带, 如 Kelly 边带^[21-22]。当腔参数设置得并不完美时, 还会出现由色散波组成的非相干边带^[23]。非相干边带可以通过降低泵浦功率或调整腔内偏振进行去除, 而 Kelly 边带则始终存在并与孤子共同演化。虽然目前的报道显示研究人员已采用色散傅里叶变换 (DFT)^[24] 和时间透镜^[25] 等新的探测方法来监测和分析超短脉冲, 但人们对纯孤子在腔内的演化过程和动力学特性仍不清楚。

近年来, 非线性傅里叶变换 (NFT) 已被广泛应用于光纤系统特别是光通信系统中。非线性傅里叶变换可将时域信号分解到非线性傅里叶域中, 信号的非线性谱由离散谱和连续谱组成, 且非线性谱在非线性傅里叶域中的演化是线性的。将信号变换到非线性傅里叶域, 由光纤 Kerr 非线性引起的效应都表现为非线性谱相位的变化, 因此可以通过将信息编码到光信号的非线性谱上来消除标准单模光纤 (SMF) 传输中出现的非线性传输损伤^[26-28]。除了在光通信系统中的应用外, 近年来, 非线性傅里叶变换也被用于对非线性系统中的其他现象进行研究, 如对怪波^[29]、光频梳^[30]、高阶孤子^[31]、多孤子^[32] 等进行研究。作为信号分析工具, 非线性傅里叶变换还被应用于光纤激光器输出脉冲的分析上。Wang 等^[33] 提出可以使用非线性傅里叶变换从连续波背景中得到纯孤子, 实现“孤子蒸馏”。具体过程如下:

首先对光纤激光器产生的稳定脉冲进行非线性傅里叶变换, 然后在非线性傅里叶域中过滤色散波背景的本征值, 最后通过非线性傅里叶逆变换 (INFT) 恢复孤子。在后续的研究中, Wang 等^[34] 使用孤子蒸馏方法, 在光纤激光器的单脉冲状态、单脉冲倍周期状态、双脉冲紧密或松散分布状态、三脉冲状态中, 均恢复出了脉冲中的纯孤子。通常可以通过频谱仪、光谱仪、示波器、自相关仪测量获得脉冲的重复频率、光谱、脉冲形状、脉宽等信息。在得到脉冲的全场信息后, 可以通过非线性傅里叶变换实现脉冲中孤子和色散波成分的分离, 进而对孤子、连续波以及两者的共同演化过程进行监测, 演化中的脉冲的特征可由有限数量的本征值表征^[35], 这为激光动力学研究提供了一个新视角。非线性傅里叶变换在非线性和系统表征中有着越来越多的应用, 本文将介绍非线性傅里叶变换的基本原理及其在光通信、光纤激光器脉冲分析方面的应用。

2 非线性傅里叶变换的原理

描述脉冲在光纤中传播的 NLS 方程属于可积方程。可积方程是一类重要的非线性方程, 包括 KDV 方程、正弦戈登方程、KV 方程、NLS 方程^[36] 等。这些可积方程的孤立波解具有弹性碰撞的特性, 发生碰撞后不改变形状和速度。可积方程通常可由逆散射方法精确积分求解。Zakharov 和 Shabat^[37] 首先将逆散射方法运用到 NLS 方程的求解过程中。众所周知, 傅里叶变换是求解微分方程的重要方法, 在使用傅里叶变换求解线性偏微分方程过程中, 首先通过傅里叶变换获得初始解的傅里叶系数, 然后确定傅里叶系数随时间的演化, 最后通过傅里叶逆变换从傅里叶系数中确定解的形式。与其类似, 逆散射方法包含三个步骤: 首先确定与所求解方程联系的散射问题; 然后根据入射场确定初始散射数据, 散射数据随时间线性演化, 其求解相对容易, 进而可以得到任何后续时刻的散射数据; 最后根据散射数据重构传播场。在逆散射变换方法中, 散射数据起到傅里叶系数的作用。因而, Ablowitz 等^[38] 在进一步完善求解 NLS 方程的逆散射方法后, 将这种求解方法命名为非线性傅里叶变换。在低功率近似下, 信号的非线性傅里叶变换渐近收敛于傅里叶变换。傅里叶变换和逆散射变换的流程分别如图 1(a) 和图 1(b) 所示, 通常情况下, 使用傅里叶变换是为了求解特定的微分方程, 而逆散射变换则往往被应用于传播场的重建。图 1(c) 为光脉冲

和本征值之间的关系及其在各自域中的演化过程。根据 NLS 方程,光脉冲在光纤中的演化是非线性的,脉冲的时域和频域特征会发生明显变化。然而,

通过非线性傅里叶变换,脉冲信号被分解为离散谱和连续谱,并在非线性傅里叶域中线性演化,且信号离散谱中的复本征值在传播过程中保持不变^[39]。

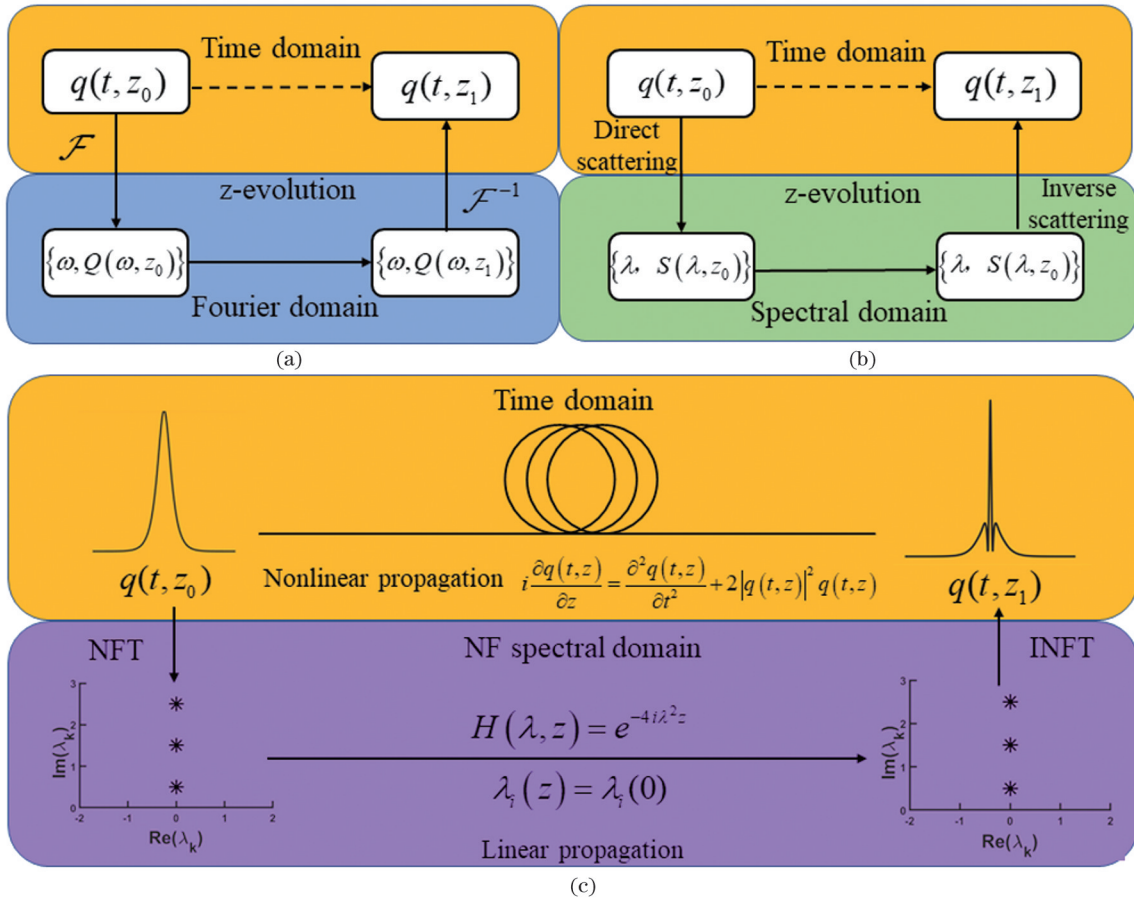


图 1 傅里叶变换、逆散射变换和非线性傅里叶变换示意图^[40]。(a)傅里叶变换;(b)逆散射变换;(c)非线性傅里叶变换

Fig. 1 Schemes of Fourier transform, inverse scattering transform and nonlinear Fourier transform^[40]. (a) Fourier transform; (b) inverse scattering transform; (c) nonlinear Fourier transform

基于逆散射方法的非线性傅里叶变换在计算非线性谱时,首先要对 NLS 方程进行归一化处理,即

$$q = \frac{A}{\sqrt{P}}, t = \frac{\tau}{T_0}, z = \frac{l}{L_D}, \quad (2)$$

式中: P 为脉冲峰值功率, $P = |\beta_2| / (\gamma T_0^2)$; L_D 为色散长度, $L_D = T_0^2 / |\beta_2|$; T_0 为入射脉冲宽度。因此可以得到

$$i \frac{\partial q(t, z)}{\partial z} = \frac{\partial^2 q(t, z)}{\partial t^2} + 2|q(t, z)|^2 q(t, z). \quad (3)$$

与式(3)相关的散射问题为

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = \mathbf{P} \mathbf{v}, \quad (4)$$

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial z} = \mathbf{M} \mathbf{v}, \quad (5)$$

式中: \mathbf{v} 为特征矢量(也叫作辅助矢量);矩阵 \mathbf{P} 和 \mathbf{M}

为 Lax 对,分别为时间线性算子和空间线性算子^[37]。方程(4)被称为 Zakharov-Shabat (ZS) 散射问题,求解该方程可以得到散射数据。通过求解散射方程得到散射数据的过程也被称为直接 NFT (DNFT),而通过散射数据重建信号的过程被称为 INFT。ZS 方程也可以改写为 Lax 算子的形式^[41]:

$$\mathbf{L} \mathbf{v} = \lambda \mathbf{v}, \quad (6)$$

其中,

$$\mathbf{L} = \begin{pmatrix} i \frac{\partial}{\partial t} & -iq \\ -iq^* & -i \frac{\partial}{\partial t} \end{pmatrix}. \quad (7)$$

方程(6)是一个本征值问题,其中 \mathbf{L} 是一个线性算子, λ 是一组离散的且数目有限的本征值。假设信号完全可积,并满足边界条件^[26]

$$q(t) \in \mathbf{L}^1(\mathbb{R}), \quad (8)$$

$$q(t) \rightarrow 0, |t| \rightarrow \infty, \quad (9)$$

则方程(4)存在一组可能的解,称为 Jost 解,即

$$\varphi^N(t, \lambda) \rightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \exp(-i\lambda t),$$

$$\bar{\varphi}^N(t, \lambda) \rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \exp(i\lambda t), t \rightarrow -\infty, \quad (10a)$$

$$\varphi^P(t, \lambda) \rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \exp(i\lambda t),$$

$$\bar{\varphi}^P(t, \lambda) \rightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \exp(-i\lambda t), t \rightarrow +\infty, \quad (10b)$$

其中 $\varphi^N(t, \lambda)$ 、 $\varphi^P(t, \lambda)$ 、 $\bar{\varphi}^N(t, \lambda)$ 、 $\bar{\varphi}^P(t, \lambda)$ 为方程(4)的解。选取 $\varphi^P(t, \lambda)$ 和 $\bar{\varphi}^P(t, \lambda)$ 作为基矢量,将 $\varphi^N(t, \lambda)$ 和 $\bar{\varphi}^N(t, \lambda)$ 写成基矢量的线性组合,即

$$\varphi^N(t, \lambda) = \varphi^P(t, \lambda)b(\lambda) + \bar{\varphi}^P(t, \lambda)a(\lambda), \quad (11a)$$

$$\bar{\varphi}^N(t, \lambda) = \varphi^P(t, \lambda)\bar{a}(\lambda) + \bar{\varphi}^P(t, \lambda)\bar{b}(\lambda). \quad (11b)$$

考虑边界条件,可以得到散射系数 $a(\lambda)$ 和 $b(\lambda)$ 分别为

$$a(\lambda) = \lim_{t \rightarrow +\infty} \varphi_1^N(t, \lambda) \exp(i\lambda t), \quad (12a)$$

$$b(\lambda) = \lim_{t \rightarrow +\infty} \varphi_2^N(t, \lambda) \exp(-i\lambda t). \quad (12b)$$

根据散射系数,可以计算出信号的非线性谱为

$$Q_c(\lambda) = \frac{b(\lambda)}{a(\lambda)} \lambda \in \mathbb{R}, \quad (13)$$

$$Q_d(\lambda_i) = \frac{b(\lambda_i)}{a'(\lambda_i)}, \lambda_i \in \mathbb{C}^+, i = 1, \dots, N, \quad (14)$$

式中: $Q_c(\lambda)$ 为连续谱,也称为光谱函数或反射系数; $Q_d(\lambda_i)$ 为离散谱; λ_i 为 $a(\lambda)$ 的零点,称为本征值,并满足 $a(\lambda_i) = 0 (\lambda_i \in \mathbb{C}^+, i = 1, \dots, N)$ 和

$$a'(\lambda_i) = \frac{da(\lambda)}{d\lambda} \Big|_{\lambda=\lambda_i}. \text{ 连续谱和离散谱组成了信号的}$$

非线性谱,连续谱与信号中的色散波成分有关,离散谱与信号中的孤子成分有关,总脉冲能量 E_t 为离散谱能量 E_d 与连续谱能量 E_c 之和:

$$E_t = E_d + E_c =$$

$$\sum_{i=1}^N 4\text{Im}(\lambda_i) + \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \ln [1 + |Q_c(\lambda)|^2]. \quad (15)$$

随着距离增加,散射系数^[40]线性演化,

$$\begin{aligned} a(\lambda, z) &= a(\lambda, 0), b(\lambda, z) = \\ &= b(\lambda, 0) \exp(-4i\lambda^2 z). \end{aligned} \quad (16)$$

由式(16)可以得到非线性谱的演化,即

$$Q_c(\lambda, z) = Q_c(\lambda, 0) \exp(-4i\lambda^2 z), \lambda \in \mathbb{R}, \quad (17a)$$

$$Q_d(\lambda_i, z) = Q_c(\lambda_i, 0) \exp(-4i\lambda_i^2 z),$$

$$\lambda_i \in \mathbb{C}^+, i = 1, \dots, N, \quad (17b)$$

$$\lambda_i(z) = \lambda_i(0), i = 1, \dots, N, \quad (17c)$$

进而可以得到基于 NLS 方程的非线性域的传递函数^[42]为

$$H(\lambda, z) = \exp(-4i\lambda^2 z). \quad (18)$$

由式(18)可以看出,非线性谱在非线性域中线性传播。若考虑一阶纯孤子的非线性傅里叶变换,其非线性谱只含有离散谱,没有连续谱,并且本征值只有一个,记为 λ_i ,此时时域内脉冲^[34]的表达形式为

$$q(t) = -2i\text{Im}(\lambda_i) \exp[-i\angle Q_d(\lambda_i)] \cdot \text{sech}[2\text{Im}(\lambda_i)(t - t_0)] \exp[-2i\text{Re}(\lambda_i)t], \quad (19)$$

式中: $t_0 = \frac{1}{2\text{Im}(\lambda_i)} \ln \left[\frac{|Q_d(\lambda_i)|}{2\text{Im}(\lambda_i)} \right]$ 为孤子脉冲的位置(即脉冲的时间中心); $|Q_d(\lambda_i)|$ 为谱振幅; $\angle Q_d(\lambda_i)$ 为谱相位(表征孤子的相位)。孤子的振幅为 $2\text{Im}(\lambda_i)$, 频率为 $2\text{Re}(\lambda_i)$ 。图 2 为复平面上的非线性谱及其对应的脉冲特征,通过式(19)及图 2 可以看出,孤子的 4 个自由度(振幅、位置、频率、相位),均可以通过非线性傅里叶变换进行表征。

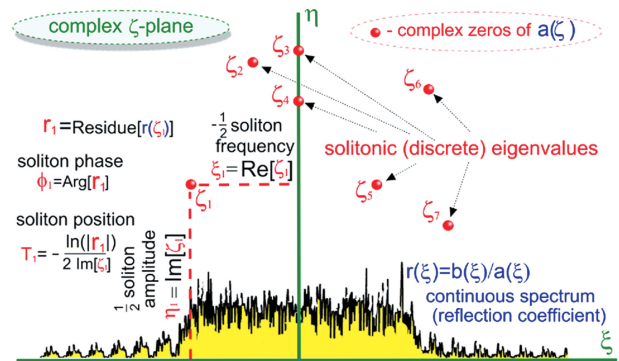


图 2 信号的非线性谱^[43]

Fig. 2 Nonlinear spectrum of optical signal^[43]

逆散射方法的最后一步需要进行的是非线性傅里叶逆变换,即通过两个非线性谱函数 $Q_c(\lambda)$ 和 $Q_d(\lambda_i)$ 重建信号 $q(t)$ 。当信号的非线性谱仅包含连续谱时,可以通过求解 Gelfand-Levitan-Marchenko (GLM) 积分方程实现逆变换^[44-45];当信号的非线性谱仅包含离散谱时,可通过 Darboux 变换得到时域信号^[46-47];当信号既包含连续谱又包含离散谱时,非线性谱的计算可以为上述两种方法的组合^[40-43]。当然,也存在其他计算逆变换的方法,如 Riemann-Hilbert 方法^[26]。

3 非线性傅里叶变换在光通信中的应用

光纤通信系统是全球电信网络的重要支柱, 承担了大量流量传输业务。光波在光纤中的传播可由式(1)描述, 该式忽略了光纤的损耗。在实际的光纤通信链路中, 光纤的损耗可以由光放大器进行补偿, 但在补偿损耗的同时也会在链路中引入放大器的自发辐射噪声。噪声、色散和非线性效应是影响信号传输特性的三个关键因素^[43]。在高功率传输状态下, 光纤的 Kerr 非线性带来的相位调制将严重影响信道的性能, 导致信道注入功率不能无限增加, 限制了频谱效率的提高^[48]。目前, 研究人员已采用数字反向传播算法、光学相位共轭算法等^[5, 49] 对非线性效应进行补偿, 但存在算法复杂度高以及对链路大

量修改等问题。非线性特性是光纤的固有属性, 因而在信号的编码、传输、处理过程中要把非线性当作传输系统的重要特性进行考虑。通过非线性傅里叶变换, 可以将信号编码在非线性谱上, 非线性谱沿光纤的演化是线性的, 在信道内传输时不会产生畸变, 也不会发生信道间的串扰^[28]。这种在非线性傅里叶域内编码的光通信系统称为非线性频分复用 (NFDM) 系统^[50-51]。在 NFDM 系统中, 通过调制离散谱和连续谱, 信号在非线性傅里叶域内直接编码, 而后通过求解 GLM 方程进行非线性傅里叶逆变换生成时域信号, 时域信号经 I/Q 调制后被发射到光纤链路中。在接收端恢复出信号的非线性谱后, 通过简单的相位补偿, 就可以消除色散和非线性的影响。图 3(a) 是基于非线性频谱域中多路复用信号的 NFDM 系统框图, 图 3(c)~(e) 为 16 QAM、

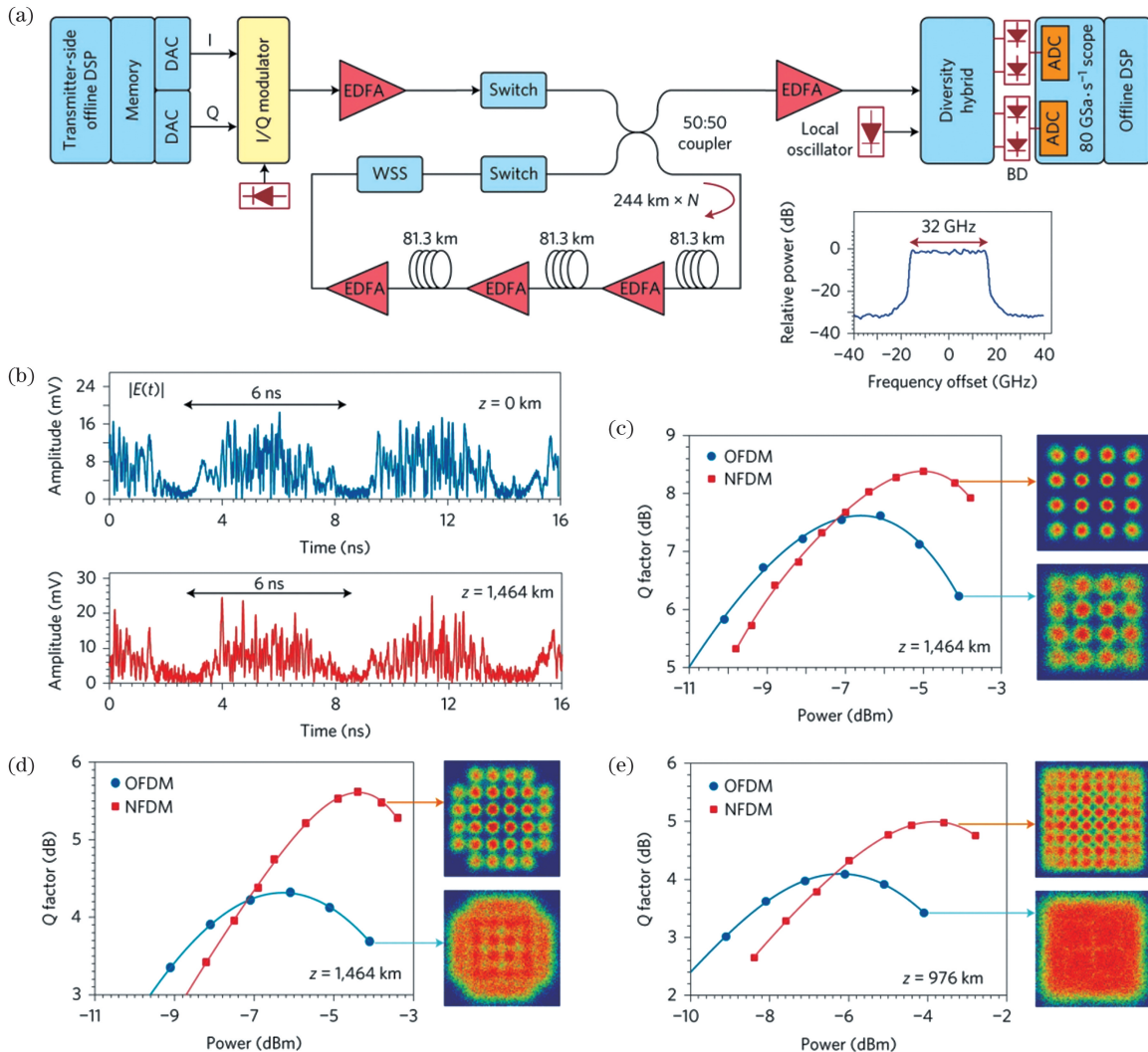


图 3 非线性频分复用系统^[52]。(a) 传输系统框图; (b) 预补偿信号; (c)~(e) 不同星座图下 OFDM 与 NFDM 传输性能的比较
 Fig. 3 Nonlinear frequency division multiplexing (NFDM) system^[52]. (a) Block diagram of NFDM transmission system; (b) pre-compensation signal; (c)~(e) comparison of OFDM and NFDM transmission performance under different constellations

32QAM, 64QAM 格式下 64×0.5 Gbaud 正交频分复用(OFDM)系统和 NFDM 系统的性能对比。相比于传统的 OFDM 系统,上述调制格式的 NFDM 系统的最佳入纤功率以及在最佳入纤功率处的 Q 因子均有明显提升^[52],有效补偿了光纤的非线性传输损伤,提升了系统性能。

近年来,研究人员针对 NFDM 系统进行了大量传输实验。根据调制方式的不同,可以将这些实验分为离散谱通信和连续谱通信。在离散谱通信方面,利用传输前后本征值保持不变的原理,可将信号编码在本征值或离散谱函数上。1993 年, Hasegawa 和 Nyu^[53]首次提出了本征值通信理论,在后续理论和实验中,本征值通信理论得以证实。对离散谱通信的研究主要集中在复用的本征值数目和离散谱函数的高级调制格式上。2016 年, Bülow 等^[54]结合频谱相位复用技术,对 7 个本征值的离散谱函数分别进行正交相移键控(QPSK)调制,实现了 1440 km 非零色散位移光纤无误码传输。2021 年,

Chen 等^[55]结合星座图几何整形技术,对单个本征值的离散谱函数进行幅度相移键控(AMPSK)调制,即 64APSK,实现了 960 km 无误码传输。同年, Zhou 等^[56]利用非线性频谱混叠技术(NIS),完成了最高传输速率 54.4 Gb/s、最远传输距离 1400 km 的实验。

在连续谱通信方面,相比于传统的 OFDM 系统, NFDM 系统在最佳入纤功率下有更高的品质因数。2016 年, Le 等^[57]对连续谱进行 QPSK 调制,首次实现了 10 Gbaud 信号长达 7344 km 的跨海传输。2017 年, Le 等^[58]采用发射端预补偿技术,使用 32-QAM 调制 222 个子载波,在 976 km 的标准单模光纤中获得了 125 Gb/s 的数据传输速率;当传输距离相同时,最优发射功率下的 NFDM 系统的传输品质因数比 OFDM 系统提高了约 1 dB。2021 年, Chen 等^[59]在波分复用(WDM)系统框架下,使用 16 个载波进行 NFDM 传输,实现了 6.4 Tb/s 的总信号速率和 640 km 的传输距离。NFDM 系统的研究进展见表 1。

表 1 NFDM 系统的研究进展

Table 1 Research progress of NFDM system

Multiplexing method	Modulation	Scheme	Result	Year
Continuous spectrum	QPSK	Cross-sea transmission	7344 km	2016 ^[57]
Continuous spectrum	32QAM	Pre-compensation	125 Gb/s, 976 km	2017 ^[58]
Continuous spectrum	32QAM	B-modulation	100 Gb/s, 976 km	2017 ^[60]
Continuous spectrum	32QAM	Dual-polarisation	400 Gb/s, 960 km	2018 ^[61]
Continuous spectrum	QPSK	Dual-polarisation	200 Gb/s	2019 ^[62]
Continuous spectrum	16QAM	WDM	6.4 Tb/s, 640 km	2021 ^[59]
Discrete spectrum	QPSK	Spectral phase multiplexing	7 Gb/s, 1440 km	2016 ^[54]
Discrete spectrum	16APSK	High-order modulation	24 Gb/s, 1050 km	2017 ^[63]
Discrete spectrum	QPSK/16QAM	Carrier frequency offset estimations	Carrier frequency offset compensate	2019 ^[64]
Discrete spectrum	OOK	ANN demodulator	2.5 Gb/s, 3000 km	2020 ^[65]
Discrete spectrum	64APSK	Constellation shaping	960 km	2021 ^[55]
Discrete spectrum	16QAM/16APSK	NIS	54.4 Gb/s, 1400 km	2021 ^[56]

光孤子通信是一种全光非线性通信方案,其基本原理是光纤非线性效应导致的光脉冲压缩可以与群速度色散引起的光脉冲展宽相平衡,在一定条件(光纤的反常色散区及脉冲光功率密度足够大)下,光孤子能够长距离不变形地在光纤中传输^[66],完全摆脱了光纤色散对传输速率和通信容量的限制。利用光孤子作为载波的光纤通信系统曾是研究热点^[67-68],早期虽然进行了大量研究,但基于基阶孤子的光纤通信仍面临巨大挑战,这主要是由于传统孤

子的频谱效率通常很低,约为 $0.2 \text{ bit} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{Hz}^{-1}$ ^[26],所以目前的光纤通信系统采用的是频谱效率较高的正弦或上升余弦脉冲。使用非线性傅里叶变换对非线性谱进行编码可以有效提高光孤子通信系统的频谱效率, Hari 等^[69]使用开关键控,仅调制离散谱就获得了 $3.14 \text{ bit} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{Hz}^{-1}$ 的频谱效率。非线性傅里叶变换为孤子通信带来了新的发展方向。

基于非线性傅里叶变换的光通信系统可以完全补偿光纤非线性传输损伤,而信道内的高斯白噪声

在非线性频域内为非线性串扰,严重影响了系统性能。Kotlyar 等^[70]在接收机处使用基于神经网络的均衡器,有效降低了自发辐射噪声对系统的影响,降低了光通信系统的误码率;除此以外,针对 NFT/INFT 算法计算复杂度高的问题,Wahls 等^[71-72]提出了快速 NFT/INFT 算法,该算法有效降低了运算的复杂度;同时,为了实现对信号进行实时 NFT、INFT 处理分析,Vasylichenkova 等^[73]提出了基于 FPGA 的非线性傅里叶变换模块,为非线性傅里叶变换的实时处理奠定了基础;此外,非线性傅里叶变换算法高度依赖于模型的可积性,而光纤链路中的损耗、高阶色散和其他扰动会影响信道的可积性,从而影响非线性傅里叶变换的准确性。综上所述,基于非线性傅里叶变换的光通信系统虽然存在一定优势,但仍面临着挑战,无法完全替代传统的相干通信系统。

4 非线性傅里叶变换在激光辐射分析中的应用

除了在光通信系统中被应用,非线性傅里叶变换还被广泛应用于非线性问题的研究,比如被应用于怪波^[29]、光频梳^[30]、锁模激光器脉冲动力学特性^[74]的研究中。事实上,除了描述怪波产生的高阶 NLS 方程(HNLSE)是可积的之外,描述光纤微谐振腔中光频梳的 Lugiato-Lefever 方程(LLE)以及描述脉冲在锁模光纤激光器中产生的 GL 方程,都属于不可积方程,这些方程并不能通过非线性傅里叶变换得到解析解。非线性傅里叶变换作为一种信号分析工具被应用于上述非线性现象中,而不是求解方程。传统的傅里叶变换很难用来表示局部相干结构和非平稳信号的演化^[35],而非线性傅里叶变换将脉冲分解到由孤立本征模和色散波分量组成的基底上,对于满足边界条件(8)、(9)的 NLS 方程,非线性傅里叶变换产生的非线性谱中的各分量在非线性傅里叶域中独立演化,没有非线性串扰,这与傅里叶变换中的谐波分量类似。在非线性谱中,本征值和离散谱共同描述脉冲中的孤立波分量,而连续谱则表征脉冲的色散波分量。因此,可以很容易地将脉冲中的孤子和色散波分离。

光纤激光器是具有非线性增益和损耗机制的非线性光学系统,是一个典型的耗散系统。光纤激光器中耗散孤子的形成是腔色散、光纤非线性、激光增益和损耗、增益带宽滤波之间相互作用的结果^[75],通常采用 GL 方程来描述耗散孤子的演化。GL 方程具有孤子解^[74],即

$$U(z, t) = U_0^{1+C}(t) \exp(i\varphi z), U_0(t) = \frac{A}{\cosh(t/\tau)}, \quad (20)$$

式中: U_0 为孤子的时域轮廓; C 为啁啾参数; φ 为孤子的相位; A 为孤子的振幅; τ 为孤子的脉冲宽度。尽管 GL 方程为不可积方程,但是仍然可以在任意位置处依据非线性傅里叶变换的定义计算脉冲的非线性谱,进而观察非线性谱的演化过程。Chekhovskoy 等^[74]使用非线性傅里叶变换计算了式(20)所给出的孤子脉冲的非线性谱,计算结果如图 4 所示。

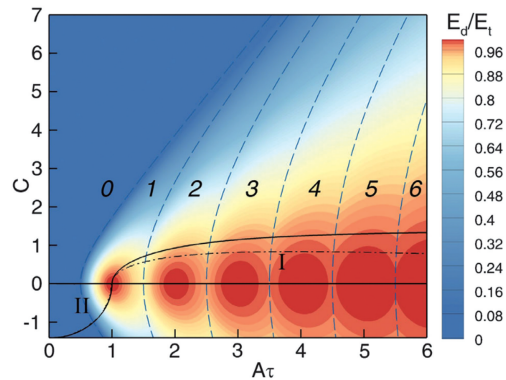


图 4 离散谱能量与脉冲总能量之比与啁啾参数 C 和 $A\tau$ 的关系^[74]

Fig. 4 Relationship between the ratio of discrete spectral energy to total pulse energy and chirp parameters C and product of $A\tau$ ^[74]

图 4 中描述了离散谱能量与脉冲总能量之比与耗散孤子的啁啾参数 C 、振幅脉宽之积 ($A\tau$) 的关系,其中, N 为本征值个数,蓝色虚线为 Zakharov-Shabat 谱问题的解析表达式: $A^2\tau^2 = C^2/4 + (N-1/2)^2$,非线性傅里叶变换的数值计算结果与解析解一致。图 4 中的色坐标表示离散谱能量与脉冲总能量之比,离散谱与连续谱能量可以由式(15)计算得到。当啁啾系数满足 $C < \sqrt{2}$ 时(图中实线 I 和 II 围成的区域),信号的绝大部分能量集中在离散谱上,此时脉冲的动力学过程主要取决于孤子。通过非线性傅里叶变换,仅使用有限个本征值就可以很好地描述耗散孤子的演化过程。图 5 和图 6 分别为非稳态 ($\sigma > 0$) 和稳态 ($\sigma < 0$) 孤子脉冲的演化过程,图 5(b) 和图 6(b) 为计算所得脉冲的本征值,可以看出,即使是非稳态的脉冲,非线性傅里叶分析也可以很好地刻画脉冲的演化。此外,图 5(c) 和图 6(c) 给出了非线性傅里叶分析的一个重要应用前提:脉冲的能量高度集中于离散谱 (E_d/E_t 接近于 1),此时脉冲的动力学行为由孤子主导。实验结

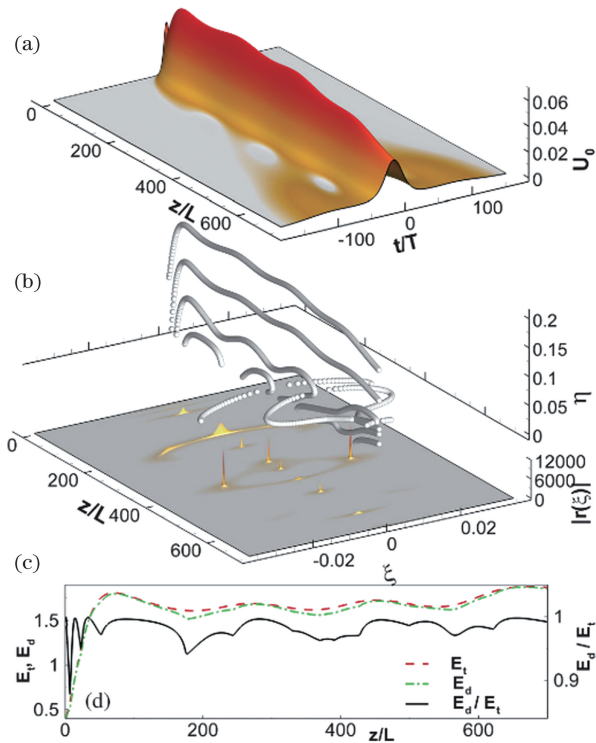


图 5 非稳态孤子脉冲的演化^[74]。(a) 脉冲的演化；(b)~(c) 本征值和连续谱的演化；(d) 总能量、离散谱能量以及二者比值的演化

Fig. 5 Evolution of non-steady state soliton pulse^[74]. (a) Evolution of pulse; (b)–(c) evolution of discrete eigenvalues and continuous spectrum; (d) evolution of total energy, discrete spectrum energy and their ratio

果表明,不论嵌入色散波中的孤子的演化过程是否稳定,只要离散谱集中了脉冲的大部分能量,非线性傅里叶变换方法就可以作为一种分析工具来减少描述脉冲演化所需的有效自由度的数目。

Turitsyn 等^[76]的实验表明,在脉冲动力学过程由孤子主导的前提下,仅根据几个本征值以及与其一一对应的离散谱,就可以通过非线性傅里叶逆变换重建脉冲的演化过程,这也说明了非线性傅里叶变换方法可以有效表征脉冲信号。Turitsyn 的实验结果如图 7 所示,其中:图 7(a)为构建的均匀背景波;图 7(b)为嵌在背景波中的孤子的演化;图 7(c)给出了任意时刻脉冲的两个本征值;图 7(d)是根据两个本征值以及与其对应的离散谱,通过非线性傅里叶逆变换重构的脉冲波形,其与原脉冲具有良好的一致性;图 7(e)进一步量化了重建过程,给出了原始场和重建场的 L_2 范数。图 8 为使用 4 个本征值重构的三孤子脉冲的演化过程,非线性傅里叶逆变换重建过程不仅针对单孤子脉冲有效,对于多孤

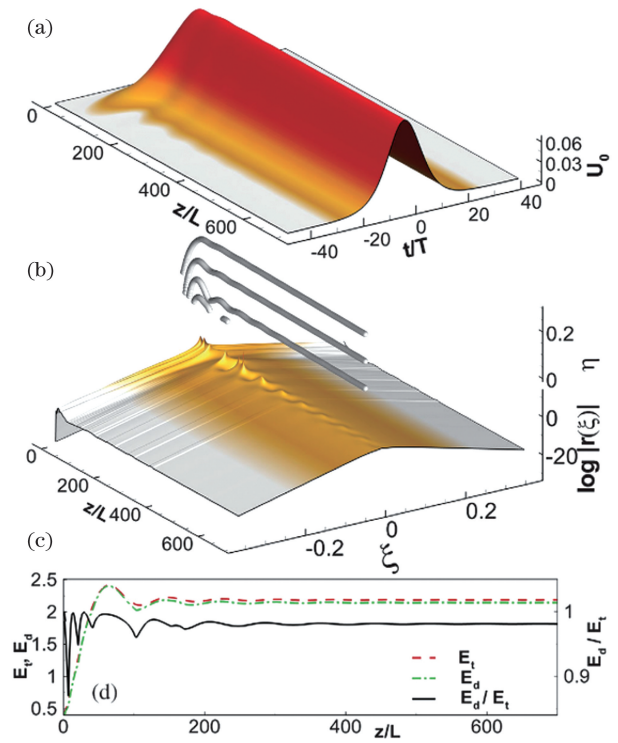


图 6 稳态孤子脉冲的演化^[74]。(a) 脉冲的演化；(b)~(c) 本征值和连续谱的演化；(d) 总能量、离散谱能量以及二者比值的演化

Fig. 6 Evolution of steady-state soliton pulse^[74]. (a) Evolution of pulse; (b)–(c) evolution of discrete eigenvalues and continuous spectrum; (d) evolution of total energy, discrete spectrum energy and their ratio

子脉冲也可以取得良好的重建效果。

目前常使用示波器、射频仪、光谱仪、自相关仪等仪器对超快光纤激光器的输出脉冲进行监控,以获得脉冲的时域信号、重复频率、光谱和脉冲宽度等信息,但这些探测方式往往不能准确表征快速变化、非重复的激光场,因此需要发展新的超短脉冲探测方法。近年来已报道了一些用于测量超快脉冲的新型探测技术,例如可以实现实时光谱测量的色散傅里叶变换(DFT)技术和基于时空二元性的时间透镜技术^[24-25,77]。将二者结合,可以在实验中获得对激光脉冲进行非线性傅里叶变换分析所需的脉冲振幅和相位信息。Ryczkowski 等^[78]使用 DFT、时间透镜技术结合 Gerchberg-Saxton 相位恢复技术采集了脉冲的全场信息,采用逆散射方法计算了脉冲的本征值,进而研究了锁模光纤激光器的耗散孤子动力学特性,图 9 为其采用的实验装置图。他们通过实验证实了锁模光纤激光器达到稳定状态前的“呼吸”特性,即脉冲的光谱和时域振幅发生调制,并

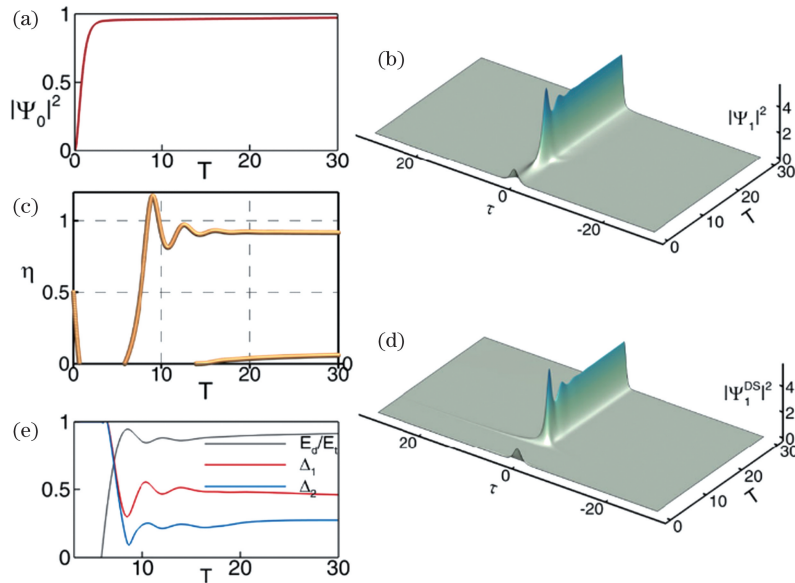


图 7 单孤子脉冲的非线性傅里叶变换表征与重建^[76]。(a)连续波背景;(b)耗散孤子演化;(c)本征值;(d)由本征值重建的脉冲演化;(e)离散谱能量与脉冲总能量之比

Fig.7 NFT characterization and reconstruction of single soliton pulse^[76]. (a) Continuous wave background; (b) evolution of dissipative soliton; (c) discrete eigenvalues; (d) pulse evolution reconstructed from discrete eigenvalues; (e) ratio of discrete spectrum energy to total pulse energy

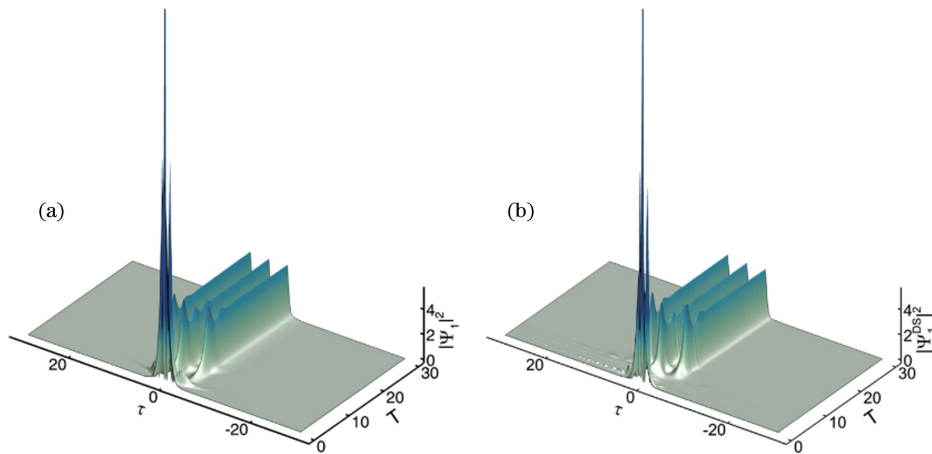


图 8 三孤子脉冲的非线性傅里叶变换重建^[76]。(a)原脉冲演化;(b)非线性傅里叶变换重建的脉冲演化

Fig. 8 NFT reconstruction of three soliton pulses^[76]. (a) Original pulse evolution; (b) pulse evolution obtained by NFT reconstruction

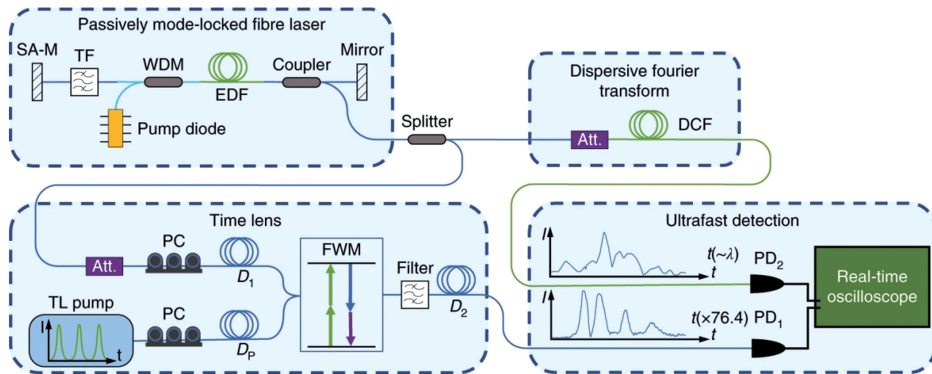


图 9 耗散孤子全场信息采集实验装置图^[78]

Fig. 9 Experimental setup of dissipative soliton full-field information collection^[78]

伴随约 30% 的能量变化。此外,他们还研究了双孤子和三孤子组成的“孤子分子”的演化过程,并计算了上述情况下脉冲的本征值,计算结果如图 10 所示。图 10(a)和图 10(b)为“呼吸”脉冲在不同状态下的本征值分布,当脉冲强度在归一化参考值附近

上下波动时,本征值的虚部也在理想的孤子值 (± 0.5) 上下波动,本征值的变化反映了脉冲的呼吸状态。图 10(c)和图 10(d)分别为双孤子脉冲和三孤子脉冲的本征值分布,本征值的数目与孤子数目对应,且本征值虚部的大小对应于孤子脉冲的振幅。

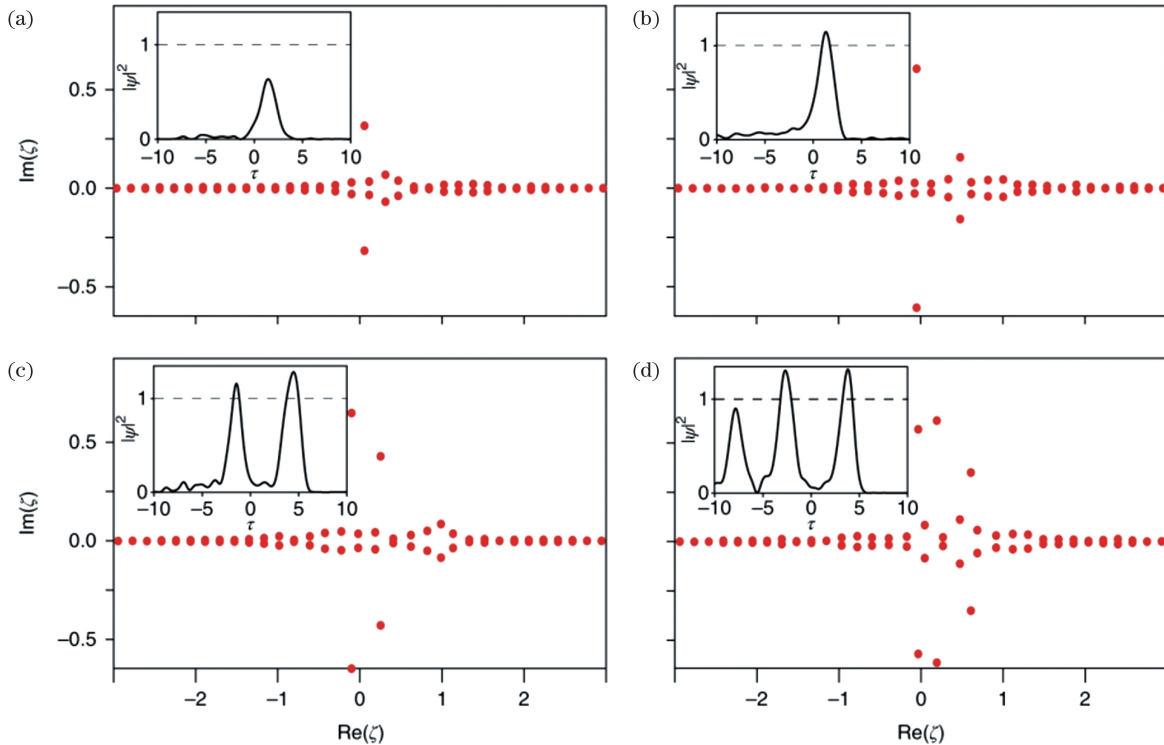


图 10 非稳态孤子的本征值分布^[78]。(a)~(b)“呼吸”脉冲在不同状态下的本征值分布;(c)~(d)双孤子脉冲和三孤子脉冲的本征值分布

Fig. 10 Eigenvalue distribution of unstable soliton^[78]. (a)~(b) Eigenvalue distribution correspond to different states in breath cycle; (c)~(d) eigenvalue distribution correspond to double soliton and three-soliton cases

Sugavanam 等^[35]使用相干零差探测的方法获得了脉冲的全场信息。在实验中,他们将锁模光纤激光器的输出作为信号光,将其与窄线宽的本振激光混合,经过相干探测接收,得到锁模激光脉冲的全场信息。实验装置如图 11(a)所示,对得到的光场进行非线性傅里叶变换,计算得到本征值,如图 11(d)所示。

Sugavanam 等^[35]分别在泵浦较低(略高于激光器阈值)和泵浦较高时得到了激光的全场演化动态,分辨率为脉冲在腔内的一次往返时间,结果如图 12 所示。当泵浦较低时,激光脉冲表现出明显的“呼吸”特性,由于孤子的本征值分布与脉冲能量密切相关,图 12(b)、(c)中,“呼吸”脉冲处于不同状态下的本征值分布具有明显差异。图 11(d)和图 12(b)揭示了脉冲中多个孤子成分的结构,其中具有较大虚部的本征值的实部几乎为零,说明这些分量在群速度参考系中的速度为零。此外,一些本征值具有非

零实部和相对较小的虚部,这表示相应时域成分具有非零的群速度,这些时域成分对应脉冲的边带。当泵浦较高时,脉冲输出平稳,本征值分布也显示出稳定的特性,时域脉冲与非线性谱表现出非常好的一致性。尽管光纤激光器属于不可积的耗散系统,但非线性傅里叶变换仍然可以有效表征激光脉冲。

实际上,真正的孤子在传播过程中要求所有的参数(脉冲能量、光纤色散等)在整个传输距离上保持不变,一般的锁模光纤激光器并不符合这一要求。通过求解 NLS 方程或 GL 方程得到的孤子解析解往往代表脉冲传播的平均情况,忽略了存在于腔内的输出耦合器、光纤接头、掺杂光纤等离散器件对孤子脉冲传播的影响。受这些器件的影响,脉冲能量在传播过程中会发生周期性变化。在周期性的扰动下,脉冲能量的一部分演化为不同的孤子(导致孤子参数发生变化),另一部分能量变为色散波^[79]。色散波刚产生时,其相位与孤子相位相同,但色散波各

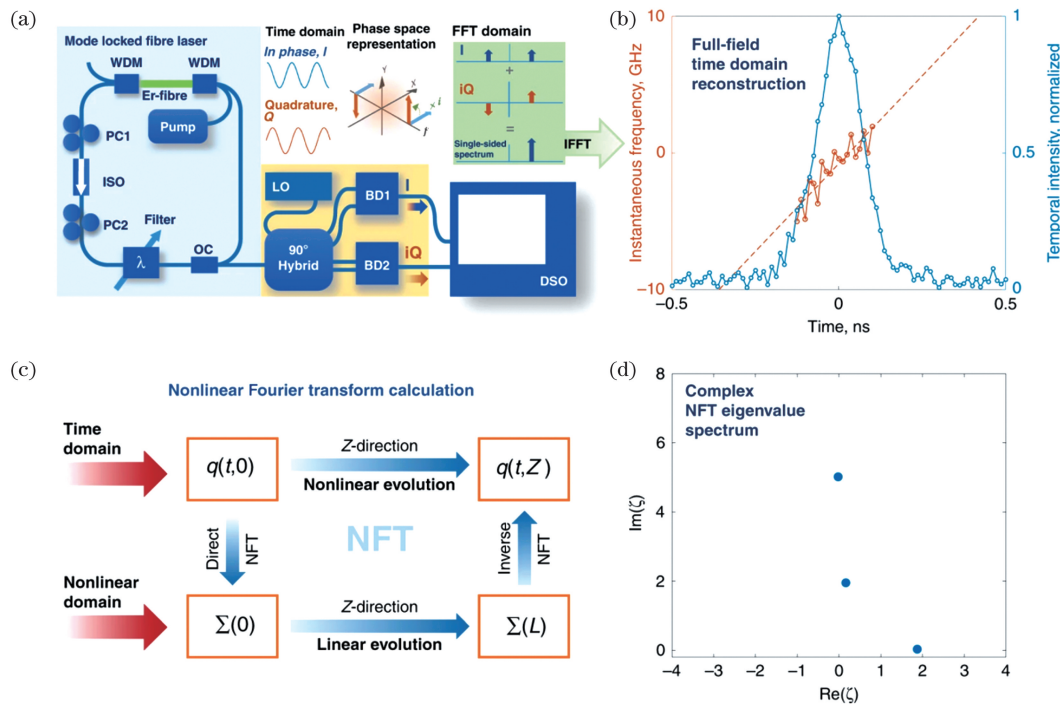


图 11 锁模光纤激光器非线性谱的计算过程^[35]。(a)实验装置;(b)由单边频谱重建得到的锁模脉冲的全场重建;(c)时域和非线性域的关系图;(d)脉冲的本征值

Fig. 11 Calculation process of nonlinear spectrum of mode-locked fiber laser^[35]. (a) Experimental setup; (b) full-field reconstruction of mode-locked pulse obtained from single-sided spectrum; (c) relationship between time domain and nonlinear domain; (d) eigenvalue of pulse

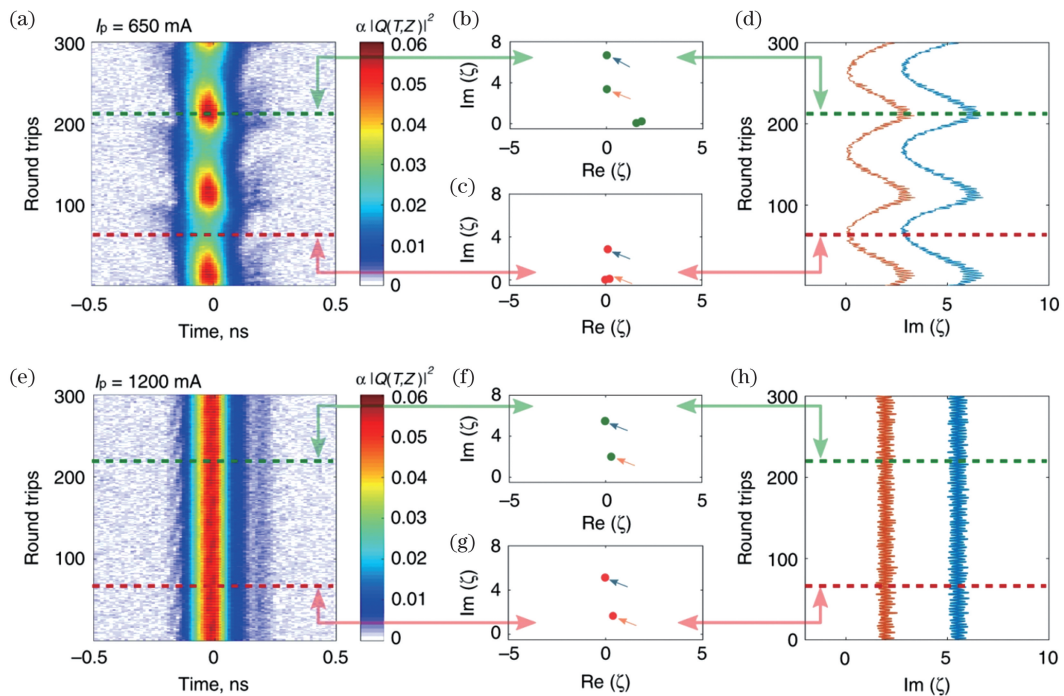


图 12 测量光纤激光器光场得到的非线性谱演化^[35]。(a)(e)全场测量得到的脉冲的时空动力学特性;(b)(c)(f)(g)不同往返行程中获得的瞬时非线性谱;(d)(h)两个最大本征值虚部的实时演化

Fig. 12 Real-time NFT data evolution obtained from measurement of fibre laser field^[35]. (a)(e) Real-time spatio-temporal dynamics of laser evolution obtained from full-field measurements; (b)(c)(f)(g) instantaneous NFT spectra obtained in different round trips; (d)(h) real-time evolution of imaginary parts of two largest discrete eigenvalues

频率分量的传播速度与孤子不同,当两者在传播过程中的相位差达到 2π 的整数倍时,便会在脉冲的频谱上形成边带,边带即为特殊的谐振色散波。总的来说,根据孤子与边带的相位关系是否确定,边带可以分为相干边带和非相干边带^[23]。非相干边带出现在谐振器参数不佳、锁模状态不完美的情况下。相干边带的类型多种多样,包括 Kelly 边带、展宽边带^[80]、子边带^[81-83]、参量边带^[84]、不对称边带^[85]、凹陷边带^[86-87]等,相干边带以确定的相位关系与孤子共同演化,很难将两者分离,在进行孤子放大前,往往需要使用光谱滤波器滤除边带^[88]。将孤子与色散波分离,可以获得纯孤子,有助于简化孤子相互作用的模型,同时也有助于研究保守系统和耗散系统产生的孤子的本质区别。由于非线性谱分为离散谱和连续谱两部分,非线性傅里叶变换可以轻易地分离脉冲中的色散波和孤子成分,由此可以带来对锁模光纤激光器脉冲进行分析的全新视角。

Wang 等^[33]的实验表明,在非线性傅里叶域中,孤子和边带具有不同的本征值分布,据此可以将孤子与色散波分开。在非线性傅里叶域中将本征值分离之后,可以进一步通过非线性傅里叶逆变换恢复纯孤子的波形。获得纯孤子的过程类似于水的蒸馏,因此这个过程被称为“孤子蒸馏”。对于纯孤子,其时域特征与本征值的关系已由式(19)给出,由本征值即可得到孤子的振幅和频率。图 13(b)、(d)分别为纯孤子和锁模光纤激光器输出脉冲的本征值分布,由于边带的存在,来自光纤激光器的脉冲的本征值不同于理论孤子的本征值。在图 13(d)中,孤子对应的本征值的虚部较大,实部几乎为零,而边带本征值具有非零实部和相对较小的虚部。“孤子蒸馏”的思想也被应用于 Kerr 腔孤子,脉冲的边带被滤除后,通过非线性傅里叶逆变换就可以重建出纯孤子^[89]。非线性傅里叶变换已被广泛地应用于光孤子分析。

在非线性谱中去除边带本征值(仅保留孤子本征值)后,通过非线性傅里叶逆变换,可以在时域中恢复出纯孤子。图 14(a)和图 14(b)分别显示了脉冲的时域波形和光谱,可以清楚地观察到来自光纤激光器的脉冲、孤子蒸馏后的脉冲与理论孤子之间的差异。理论孤子是根据光纤激光器的脉冲幅度和脉宽构建的,获得的纯孤子脉冲的时域波形和光谱与理论孤子几乎完全相同。

当泵浦较强时,光纤激光器中的孤子脉冲还会产生周期性振荡,脉冲在腔内两次或多次往返后恢

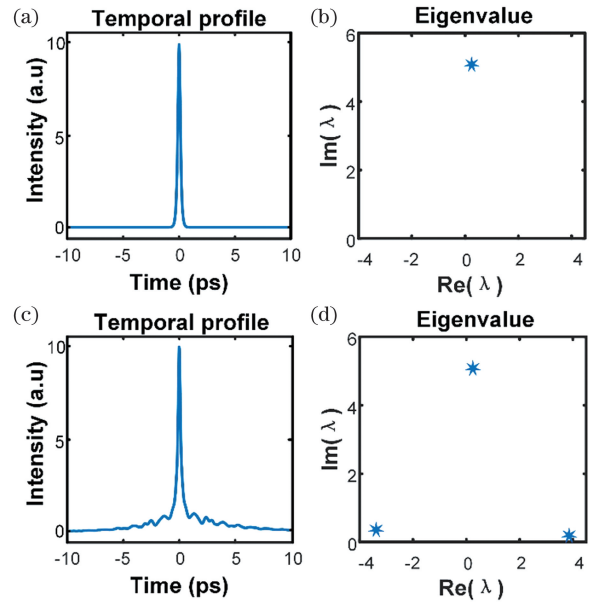


图 13 理论孤子、锁模激光器脉冲的时域波形和本征值分布^[33]。(a)理论孤子的时域波形;(b)理论孤子的本征值分布;(c)锁模激光器脉冲的时域波形;(d)锁模激光器脉冲的本征值分布

Fig. 13 Temporal profile and eigenvalue of a theoretical soliton and a mode-locked laser pulse^[33]. (a) Temporal profile of a theoretical soliton; (b) eigenvalue of a theoretical soliton; (c) temporal profile arising in a mode-locked laser pulse; (d) eigenvalue distribution of a mode-locked laser pulse

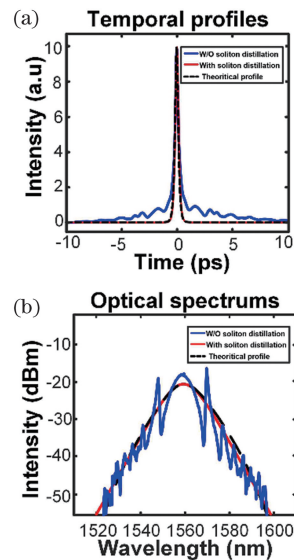


图 14 激光器输出脉冲、蒸馏后脉冲以及理论孤子脉冲的时域波形和光谱^[33]。(a)时域波形;(b)光谱

Fig. 14 Temporal profiles and optical spectra of laser pulse, filtered soliton and theoretical soliton^[33]. (a) Temporal profiles; (b) optical spectra

复自身,称为“周期分岔”。当处于周期分岔状态时,脉冲宽度和频谱在不同的往返过程中表现出明显差异。非线性傅里叶变换也可以表征周期分岔状态下的激光脉冲^[34],非线性谱中的本征值分布也表现出周期性特性。随着泵浦功率的提升,在腔内可以产生具有强相互作用的双脉冲或多脉冲,称为“孤子分子”。当“孤子分子”处于不稳定状态时,如图 15(a)所示,两孤子存在强烈的相互作用。非线性谱中本征值的演化也揭示了两孤子之间的能量交换。传统

方法在时域上计算的功率为孤子与色散波整体的功率,对于多孤子脉冲,无法准确得知脉冲内部各孤子成分的功率及其之间的相互作用,但通过基于非线性傅里叶变换的孤子蒸馏技术,可将色散波成分滤除,保留孤子成分,进而可以研究“纯孤子”的特性。在非线性和频域内,本征值的虚部对应脉冲幅值,多孤子脉冲内部各孤子成分有着不同的功率分布,在非线性和频域内也分别对应着不同的本征值。相比于传统的计算时域孤子的功率,非线性傅里叶变换可以

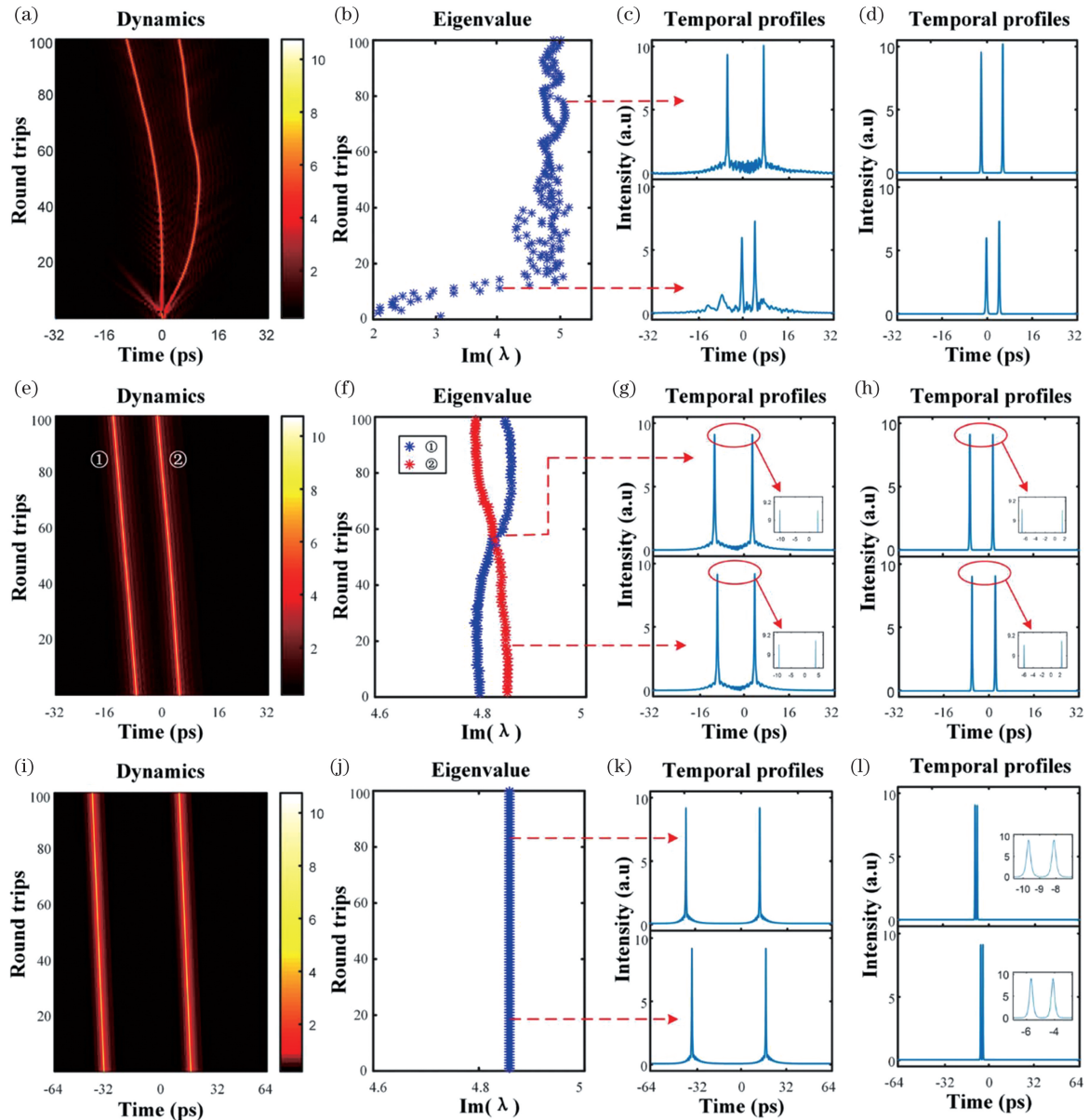


图 15 双孤子脉冲在非稳态(a)~(d)、稳态(e)~(l)下的演化和非线性傅里叶变换分析^[34]。(a)(e)(i)激光演化的实时时空动态全场测量;(b)(f)(j)本征值虚部的演变;(c)(g)(k)激光器输出脉冲;(d)(h)(l)孤子蒸馏后的时域脉冲

Fig. 15 NFT data evolution obtained from double pulses under unstable (a)–(d) and stable (e)–(l) states^[34]. (a)(e)(i) Real-time spatial-temporal dynamics of laser evolution from full-field measurements; (b)(f)(j) evolution of imaginary parts of eigenvalues; (c)(g)(k) temporal profiles of laser pulse; (d)(h)(l) temporal profiles with soliton distillation

有效分析多孤子脉冲的演化过程,揭示其内部不同孤子成分的强度演化。在时域中,各自稳定演化的脉冲[如图 15(e)所示]经过非线性傅里叶变换并滤除连续波成分后,在非线性和谱[如图 15(f)所示]中会显示出明显的强度演化。同样,此时可以通过非线性傅里叶逆变换获得纯孤子。值得注意的是,经过非线性傅里叶逆变换后,纯孤子的时域距离明显减小。非线性傅里叶变换可以有效表征单脉冲、多脉冲、周期分岔等现象,揭示孤子与连续色散波之间的能量交换过程,为研究非线性系统中的孤子相互作用开辟了一条新途径。未来,非线性傅里叶变换有望成为超快光学中另一种有效的脉冲监测工具。

5 前景与展望

基于非线性傅里叶变换的非线性频分复用系统可以有效克服光线非线性对通信系统的容量限制,但非线性傅里叶变换算法的效率和准确度仍需提升。在实际的光纤通信系统中存在损耗和增益。损耗会影响光纤信道的可积性,降低信号判别的准确度;而在信号放大过程中,放大器产生的自发辐射噪声叠加到非线性谱上,会影响系统的传输效率。目前,对非线性谱中的噪声进行数字信号处理的研究尚处于起步阶段。新型调制方案是提升非线性频分复用系统性能的有效方式,这些方案包括采取 B 调制、采用双偏振态孤子传输系统和引入预编码等。为了提高非线性傅里叶算法的效率,研究人员提出了快速非线性傅里叶变换算法。除此以外,通过挖掘时域波形与非线性谱信息之间的相关性,研究人员提出使用人工神经网络(ANN)来代替非线性傅里叶变换接收器。进一步,为了寻找实际光纤信道的最佳编解码方案,研究人员还提出了端到端的学习方案,将发送器和接收器部件都用人工神经网络代替,如此,系统性能可在理想情景下得到有效提升^[90]。

对光纤激光器产生的孤子脉冲进行非线性傅里叶变换分析时,首先要获得脉冲的振幅和相位信息,目前报道的采集方法主要有 Gerchberg-Saxton 相位恢复技术和相干零差探测技术。Gerchberg-Saxton 相位恢复技术要求同时获得脉冲的光谱和时域波形,通过时域波形和光谱数据,结合 Gerchberg-Saxton 算法,可以计算出脉冲的相位信息。在实验中,为了达到探测要求,研究人员使用了 DFT 和时间透镜技术,但相位恢复算法的精度和收敛性仍需要在实际操作中加以考虑。相干零差探测

将锁模光纤激光器的输出信号与窄线宽激光器的输出信号混合后进行正交 I/Q 相位恢复,但这种方法对探测器的带宽要求较高。通过合理设计光纤激光器的结构,可以获得较大脉宽的孤子脉冲输出,降低对探测器的带宽要求。在进行分析前,往往要对脉冲振幅进行归一化处理。目前常用的归一化方法是先计算各脉冲的离散谱和连续谱能量,然后将脉冲振幅归一化到连续谱能量占比较小的脉冲振幅上。归一化的方式并不唯一,如何判断归一化处理的有效性以及量化归一化处理带来的偏差,是非线性傅里叶分析应用在激光脉冲分析上需要解决的一大问题。此外,在近零和正常色散区,光纤激光器可以产生拉伸脉冲、自相似子、耗散孤子等不同性质的相干脉冲以及类噪声脉冲和孤子爆炸等非相干脉冲,这些不同种类的脉冲具有不同的时域特征,理论上它们非线性频域内有着不同的本征值分布。作为 NLS 方程的本征解,sech 函数对应于非线性频域内离散的本征值,本征值的实部、虚部分别对应脉冲的频率和相位。对于任意的脉冲波形,非线性傅里叶分析可以在形式上计算出非线性谱,但该非线性谱与实际物理现象的关联性还需要进一步研究讨论。

6 结束语

非线性傅里叶变换是一种全新的信号处理工具。在光通信领域,非线性傅里叶变换提供了崭新的系统设计方案,可以在非线性傅里叶域中对信号进行编码,有效补偿光纤的非线性传输损伤,甚至可以与光纤这一具有非线性响应的介质完全兼容。由于非线性傅里叶变换提高了系统的频谱效率,因此也给孤子通信系统带来了新的发展方向;同时,寻找更高效的非线性谱编码方式、进一步降低 NFT/INFT 算法的复杂度、噪声处理等问题,仍需要进一步研究。在激光脉冲辐射分析上,作为一种有效的信号分析工具,非线性傅里叶变换可以减少描述孤子脉冲演化所需的自由度数目,仅使用数个本征值就可以很好地刻画脉冲的演化过程,并可以通过非线性傅里叶逆变换重建孤子脉冲。位于非线性傅里叶域内的本征值对应于激光脉冲的时域特征,可以根据孤子和色散波的不同本征值分布,恢复纯孤子脉冲,简化非线性系统中孤子相互作用的理论模型,为孤子间隔操控提供新的技术手段。基于非线性傅里叶变换的瞬态非线性动力学分析,能够深入了解孤子的形成过程、澄清激光器的瞬态工作机理,基于非线性傅里叶变换的测量装置,有望成为新的激光

脉冲监测分析设备。在获取光脉冲的非线性谱信息后,非线性傅里叶变换能够在理论上完备地描述激光脉冲,服务于超快非线性动力学的基础研究和超功率光纤激光器的应用研究。

参 考 文 献

- [1] Kao K C, Hockham G A. Dielectric-fibre surface waveguides for optical frequencies[J]. Proceedings of the Institution of Electrical Engineers, 1966, 113(7): 1151-1158.
- [2] Agrawal G P. Fiber-optic communication systems [M]. Control of nonlinear effects. New York: John Wiley & Sons, 2021: 317-357.
- [3] Agrawal G P. Nonlinear fiber optics [M] // Christiansen P L, Sørensen M P, Scott A C. Nonlinear science at the dawn of the 21st century. Lecture notes in physics. Heidelberg: Springer, 2000, 542: 15-19.
- [4] Bayvel P, Maher R, Xu T H, et al. Maximizing the optical network capacity [J]. Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences, 2016, 374(2062): 20140440.
- [5] Lau A P T, Sui Q, Tam H Y, et al. Long-haul quasi-single-mode transmission using few-mode fiber with multi-path interference compensation[C]//2014 12th International Conference on Optical Internet 2014 (COIN), August 27-29, 2014, Jeju, Korea (South). New York: IEEE Press, 2014: 14737610.
- [6] Ip E, Kahn J M. Compensation of dispersion and nonlinear impairments using digital backpropagation [J]. Journal of Lightwave Technology, 2008, 26(20): 3416-3425.
- [7] Zervas M N, Codemard C A. High power fiber lasers: a review[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics, 2014, 20(5): 219-241.
- [8] Fermann M E, Hartl I. Ultrafast fibre lasers [J]. Nature Photonics, 2013, 7(11): 868-874.
- [9] Tang D Y, Li L, Song Y F, et al. Evidence of dark solitons in all-normal-dispersion-fiber lasers [J]. Physical Review A, 2013, 88(1): 013849.
- [10] Sheppard A P, Kivshar Y S. Polarized dark solitons in isotropic Kerr media [J]. Physical Review E, 1997, 55(4): 4773-4782.
- [11] Soto-Crespo J M, Akhmediev N N, Afanasjev V V, et al. Pulse solutions of the cubic-quintic complex Ginzburg-Landau equation in the case of normal dispersion [J]. Physical Review E, 1997, 55(4): 4783-4796.
- [12] Wang Y Q, Wang X Y, Peng J S, et al. Experimental observation of transient mode-locking in the build-up stage of a soliton fiber laser [J]. Chinese Optics Letters, 2021, 19(7): 071401.
- [13] 韩冬冬, 梅灵芝, 张佳月, 等. 间距可控的耗散孤子分子锁模光纤激光器 [J]. 激光与光电子学进展, 2021, 58(21): 2114013.
- [14] Han D D, Mei L Z, Zhang J Y, et al. Dissipative soliton molecule mode-locked fiber laser with controllable separation [J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2021, 58(21): 2114013.
- [15] Liu K W, Xiao X S, Ding Y H, et al. Buildup dynamics of multiple solitons in spatiotemporal mode-locked fiber lasers [J]. Photonics Research, 2021, 9(10): 1898-1906.
- [16] Zhao K J, Gao C X, Xiao X S, et al. Real-time collision dynamics of vector solitons in a fiber laser [J]. Photonics Research, 2021, 9(3): 289-298.
- [17] Zhao L M, Tang D Y, Lin F, et al. Observation of period-doubling bifurcations in a femtosecond fiber soliton laser with dispersion management cavity [J]. Optics Express, 2004, 12(19): 4573-4578.
- [18] Lecaplain C, Grelu P, Soto-Crespo J M, et al. Dissipative rogue waves generated by chaotic pulse bunching in a mode-locked laser [J]. Physical Review Letters, 2012, 108(23): 233901.
- [19] Renninger W H, Chong A, Wise F W. Amplifier similaritons in a dispersion-mapped fiber laser [J]. Optics Express, 2011, 19(23): 22496-22501.
- [20] Hasegawa A, Tappert F. Transmission of stationary nonlinear optical pulses in dispersive dielectric fibers. I. Anomalous dispersion [J]. Applied Physics Letters, 1973, 23(3): 142-144.
- [21] Tang D Y, Zhang H, Zhao L M, et al. Observation of high-order polarization-locked vector solitons in a fiber laser [J]. Physical Review Letters, 2008, 101(15): 153904.
- [22] Kelly S M J. Characteristic sideband instability of periodically amplified average soliton [J]. Electronics Letters, 1992, 28(8): 806-807.
- [23] Pandit N, Noske D U, Kelly S M J, et al. Characteristic instability of fibre loop soliton lasers [J]. Electronics Letters, 1992, 28(5): 455-457.
- [24] Liu M, Chen H J, Luo A P, et al. Identification of coherent and incoherent spectral sidebands in an ultrafast fiber laser [J]. IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics, 2018, 24(3): 17088617.
- [25] Herink G, Kurtz F, Jalali B, et al. Real-time spectral interferometry probes the internal dynamics of femtosecond soliton molecules [J]. Science, 2017, 356(6333): 50-54.

- [25] Tikan A, Billet C, El G, et al. Universality of the peregrine soliton in the focusing dynamics of the cubic nonlinear Schrödinger equation[J]. *Physical Review Letters*, 2017, 119(3): 033901.
- [26] Yousefi M I, Kschischang F R. Information transmission using the nonlinear Fourier transform, part I: mathematical tools[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2014, 60(7): 4312-4328.
- [27] Yousefi M I, Kschischang F R. Information transmission using the nonlinear Fourier transform, part II: numerical methods[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2014, 60(7): 4329-4345.
- [28] Yousefi M I, Kschischang F R. Information transmission using the nonlinear Fourier transform, part III: spectrum modulation [J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2014, 60(7): 4346-4369.
- [29] Weerasekara G, Maruta A. Characterization of optical rogue wave based on solitons' eigenvalues of the integrable higher-order nonlinear Schrödinger equation[J]. *Optics Communications*, 2017, 382: 639-645.
- [30] Turitsyn S K, Chekhovskoy I S, Fedoruk M P. Nonlinear Fourier transform for analysis of optical spectral combs[J]. *Physical Review E*, 2021, 103(2): L020202.
- [31] Zhang W Q, Chan T H, Afshar V S. A correlation propagation model for nonlinear Fourier transform of second order solitons[J]. *Scientific Reports*, 2021, 11: 2434.
- [32] Aref V. Nonlinear Fourier transform of truncated multi-soliton pulses [C] // 12th International ITG Conference on Systems, Communications and Coding, February 11-14, 2019, Rostock, Germany. London: VDE, 2019: 203-208.
- [33] Wang Y T, Fu S N, Zhang C, et al. Soliton distillation of pulses from a fiber laser[J]. *Journal of Lightwave Technology*, 2021, 39(8): 2542-2546.
- [34] Wang Y T, Fu S N, Kong J, et al. Nonlinear Fourier transform enabled eigenvalue spectrum investigation for fiber laser radiation [J]. *Photonics Research*, 2021, 9(8): 1531-1539.
- [35] Sugavanam S, Kopae M K, Peng J, et al. Analysis of laser radiation using the nonlinear Fourier transform[J]. *Nature Communications*, 2019, 10: 5663.
- [36] Yang J K. *Nonlinear waves in integrable and nonintegrable systems*[M]. Burlington: Society for Industrial and Applied Mathematics, 2010.
- [37] Zakharov V, Shabat A. Exact theory of two-dimensional self-focusing and one-dimensional self-modulation of waves in nonlinear media[J]. *Journal of Experimental and Theoretical Physics*, 1970, 34: 62-69.
- [38] Ablowitz M J, Kaup D J, Newell A C, et al. The inverse scattering transform-Fourier analysis for nonlinear problems [J]. *Studies in Applied Mathematics*, 1974, 53(4): 249-315.
- [39] Zhang W Q, Gui T, Zhang Q, et al. Correlated eigenvalues of multi-soliton optical communications [J]. *Scientific Reports*, 2019, 9: 6399.
- [40] Gaiarin S. Nonlinear Fourier transform for dual-polarization optical communication system [D]. Kongens Lyngby: Technical University of Denmark, 2018: 9-35.
- [41] Lax P D. Integrals of nonlinear equations of evolution and solitary waves[J]. *Communications on Pure and Applied Mathematics*, 1968, 21(5): 467-490.
- [42] Gaiarin S, Perego A M, da Silva E P, et al. Dual-polarization nonlinear Fourier transform-based optical communication system[J]. *Optica*, 2018, 5(3): 263-270.
- [43] Turitsyn S K, Prilepsky J E, Le S T, et al. Nonlinear Fourier transform for optical data processing and transmission: advances and perspectives[J]. *Optica*, 2017, 4(3): 307-322.
- [44] Prilepsky J E, Derevyanko S A, Turitsyn S K. Nonlinear spectral management: linearization of the lossless fiber channel[J]. *Optics Express*, 2013, 21(20): 24344-24367.
- [45] Civelli S, Barletti L, Secondini M. Numerical methods for the inverse nonlinear Fourier transform [C] // 2015 Tyrrhenian International Workshop on Digital Communications (TIWDC), September 22-22, 2015, Florence, Italy. New York: IEEE Press, 2015: 13-16.
- [46] Aref V. Control and detection of discrete spectral amplitudes in nonlinear Fourier spectrum[EB/OL]. (2016-05-18) [2021-03-06]. <https://arxiv.org/abs/1605.06328>.
- [47] Bülow H. Experimental demonstration of optical signal detection using nonlinear Fourier transform [J]. *Journal of Lightwave Technology*, 2015, 33(7): 1433-1439.
- [48] Mitra P P, Stark J B. Nonlinear limits to the information capacity of optical fibre communications [J]. *Nature*, 2001, 411(6841): 1027-1030.
- [49] Jansen S L, van den Borne D, Spinnler B, et al. Optical phase conjugation for ultra long-haul phase-shift-keyed transmission [J]. *Journal of Lightwave Technology*, 2006, 24(1): 54-64.
- [50] Le S T, Prilepsky J E, Turitsyn S K. Nonlinear

- inverse synthesis for high spectral efficiency transmission in optical fibers [J]. *Optics Express*, 2014, 22(22): 26720-26741.
- [51] Turitsyn S K. Nonlinear Fourier transform based transmission [C] // 2017 European Conference on Optical Communication (ECOC), September 17-21, 2017, Gothenburg, Sweden. New York: IEEE Press, 2017: 17733509.
- [52] le S T, Aref V, Buelow H. Nonlinear signal multiplexing for communication beyond the Kerr nonlinearity limit [J]. *Nature Photonics*, 2017, 11(9): 570-576.
- [53] Hasegawa A, Nyu T. Eigenvalue communication [J]. *Journal of Lightwave Technology*, 1993, 11(3): 395-399.
- [54] Bülow H, Aref V, Idler W. Transmission of waveforms determined by 7 eigenvalues with PSK-modulated spectral amplitudes [C] // ECOC 2016; 42nd European Conference on Optical Communication, September 18-22, 2016, Dusseldorf, Germany. London: VDE, 2016: 412-414.
- [55] Chen J D, Chen Y Z, Duan Y X, et al. Geometric shaping optimization of 64-APSK constellation in discrete nonlinear frequency division multiplexing systems [J]. *Optics Letters*, 2021, 46(14): 3368-3371.
- [56] Zhou G, Sun L, Lu C, et al. Multi-symbol digital signal processing techniques for discrete eigenvalue transmissions based on nonlinear Fourier transform [J]. *Journal of Lightwave Technology*, 2021, 39(17): 5459-5467.
- [57] Le S T, Philips I D, Prilepsky J E, et al. First experimental demonstration of nonlinear inverse synthesis transmission over transoceanic distances [C] // Optical Fiber Communication Conference, March 20-22, 2016, Anaheim, California. Washington, D. C.: OSA, 2016: Tu2A.1.
- [58] Le S T, Aref V, Buelow H. 125 Gbps pre-compensated nonlinear frequency-division multiplexed transmission [C] // 2017 European Conference on Optical Communication (ECOC), September 17-21, 2017, Gothenburg, Sweden. New York: IEEE Press, 2017: 17749242.
- [59] Chen X Y, Fang X S, Yang F, et al. 6.4 Tb/s (16×400 Gb/s) nonlinear frequency division multiplexing WDM transmission over 640 km SSMF [C] // 26th Optoelectronics and Communications Conference, July 3-7, 2021, Hong Kong, China. Washington, D. C.: OPTICA, 2021: T5A.4.
- [60] Le S T, Buelow H, Aref V. Demonstration of 64×0.5 Gbaud nonlinear frequency division multiplexed transmission with 32QAM [C] // Optical Fiber Communication Conference, March 19-23, 2017, Los Angeles, California. Washington, D. C.: OSA, 2017: W3J.1.
- [61] Yang Z X H, Aref V, le S T, et al. 400 Gbps dual-polarisation non-linear frequency-division multiplexed transmission with b-modulation [C] // 2018 European Conference on Optical Communication (ECOC), September 23-27, 2018, Rome, Italy. New York: IEEE Press, 2018: 18265196.
- [62] Yang Z X H, le S T, Aref V, et al. Experimental demonstration of dual-polarization NFDm transmission with b-modulation [J]. *IEEE Photonics Technology Letters*, 2019, 31(11): 885-888.
- [63] Gui T, Lu C, Lau A P T, et al. High-order modulation on a single discrete eigenvalue for optical communications based on nonlinear Fourier transform [J]. *Optics Express*, 2017, 25(17): 20286-20297.
- [64] Zheng Z B, Zhang X L, Yu R H, et al. Frequency offset estimation for nonlinear frequency division multiplexing with discrete spectrum modulation [J]. *Optics Express*, 2019, 27(20): 28223-28238.
- [65] Mishina K, Sato S, Yamamoto S, et al. Demodulation of eigenvalue modulated signal based on eigenvalue-domain neural network [C] // Optical Fiber Communication Conference (OFC) 2020, March 8-12, 2020, San Diego, California. Washington, D.C.: OSA, 2020: W3D.1.
- [66] Tai K, Tomita A, Jewell J L, et al. Generation of subpicosecond solitonlike optical pulses at 0.3 THz repetition rate by induced modulational instability [J]. *Applied Physics Letters*, 1986, 49(5): 236-238.
- [67] Mollenauer L F, Smith K. Demonstration of soliton transmission over more than 4000 km in fiber with loss periodically compensated by Raman gain [J]. *Optics Letters*, 1988, 13(8): 675-677.
- [68] Mamyshev P V, Chernikov S V, Dianov E M. Generation of fundamental soliton trains for high-bit-rate optical fiber communication lines [J]. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, 1991, 27(10): 2347-2355.
- [69] Hari S, Kschischang F, Yousefi M. Multi-eigenvalue communication via the nonlinear Fourier transform [C] // 2014 27th Biennial Symposium on Communications (QBSC), June 1-4, 2014, Kingston, ON, Canada. New York: IEEE Press, 2014: 92-95.
- [70] Kotlyar O, Pankratova M, Kamalian-Kopae M, et al. Combining nonlinear Fourier transform and neural

- network-based processing in optical communications [J]. *Optics Letters*, 2020, 45(13): 3462-3465.
- [71] Wahls S, Poor H V. Fast numerical nonlinear Fourier transforms [J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2015, 61(12): 6957-6974.
- [72] Wahls S, Poor H V. Fast inverse nonlinear Fourier transform for generating multi-solitons in optical fiber [C] // 2015 IEEE International Symposium on Information Theory, June 14-19, 2015, Hong Kong, China. New York: IEEE Press, 2015: 1676-1680.
- [73] Vasylenkova A, Salnikov D, Karaman D, et al. Fixed-point realization of fast nonlinear Fourier transform algorithm for FPGA implementation of optical data processing [J]. *Proceedings of SPIE*, 2021, 11770: 1177016.
- [74] Chekhovskoy I S, Shtyrina O V, Fedoruk M P, et al. Nonlinear Fourier transform for analysis of coherent structures in dissipative systems [J]. *Physical Review Letters*, 2019, 122(15): 153901.
- [75] Song Y F, Shi X J, Wu C F, et al. Recent progress of study on optical solitons in fiber lasers [J]. *Applied Physics Reviews*, 2019, 6(2): 021313.
- [76] Turitsyn S K, Chekhovskoy I S, Fedoruk M P. Nonlinear Fourier transform for characterization of the coherent structures in optical microresonators [J]. *Optics Letters*, 2020, 45(11): 3059-3062.
- [77] Runge A F J, Broderick N G R, Erkintalo M. Observation of soliton explosions in a passively mode-locked fiber laser [J]. *Optica*, 2015, 2(1): 36-39.
- [78] Ryczkowski P, Närhi M, Billet C, et al. Real-time full-field characterization of transient dissipative soliton dynamics in a mode-locked laser [J]. *Nature Photonics*, 2018, 12(4): 221-227.
- [79] Dennis M L, Duling I N. Experimental study of sideband generation in femtosecond fiber lasers [J]. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, 1994, 30(6): 1469-1477.
- [80] Du Y Q, Han M M, Cheng P Y, et al. Pulsating soliton with broadened Kelly sidebands in an ultrafast fiber laser [J]. *Optics Letters*, 2019, 44(16): 4087-4090.
- [81] Wang P, Xiao X S, Grelu P, et al. Subsideband generation associated with period-N pulsations in Tm soliton fiber lasers [J]. *IEEE Photonics Journal*, 2017, 9(4): 16983085.
- [82] Tang D Y, Zhao L M, Wu X, et al. Soliton modulation instability in fiber lasers [J]. *Physical Review A*, 2009, 80(2): 023806.
- [83] Luo Z C, Xu W C, Song C X, et al. Modulation instability induced by periodic power variation in soliton fiber ring lasers [J]. *The European Physical Journal D*, 2009, 54(3): 693-697.
- [84] Matera F, Mecozzi A, Romagnoli M, et al. Sideband instability induced by periodic power variation in long-distance fiber links [J]. *Optics Letters*, 1993, 18(18): 1499-1501.
- [85] Logvin Y, Anis H. Suppression of multi-period instabilities by third-order dispersion in mode-locked Yb-doped fiber lasers [J]. *Journal of the Optical Society of America B*, 2008, 25(4): 622-632.
- [86] Zhao L M, Tang D Y, Wu X, et al. Observation of dip-type sidebands in a soliton fiber laser [J]. *Optics Communications*, 2010, 283(2): 340-343.
- [87] Wu Q C, Liu C Y, Yao Y, et al. Experimental and simulated demonstration of a theoretical model for dip-type spectral sidebands in soliton fiber lasers [J]. *Optics & Laser Technology*, 2021, 141: 107152.
- [88] Yoshino K I, Fujiwara M, Tanaka A, et al. High-speed wavelength-division multiplexing quantum key distribution system [J]. *Optics Letters*, 2012, 37(2): 223-225.
- [89] Pan J X, Huang T Y, Wang Y T, et al. Numerical investigations of cavity-soliton distillation in Kerr resonators using the nonlinear Fourier transform [J]. *Physical Review A*, 2021, 104(4): 043507.
- [90] Karanov B, Lavery D, Bayvel P, et al. End-to-end optimized transmission over dispersive intensity-modulated channels using bidirectional recurrent neural networks [J]. *Optics Express*, 2019, 27(14): 19650-19663.

Nonlinear Fourier Transform and Its Applications in Optical Communications and Pulse Characterizations

Chen Fanglin¹, Cao Yiqing¹, Wang Yutian¹, Tang Xiahui¹, Tang Ming¹,
Fu Songnian², Zhao Luming^{1*}

¹ *School of Optical and Electronic Information & Wuhan National Laboratory for Optoelectronics,
Optics Valley Laboratory, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, Hubei, China;*

² *Advanced Institute of Photonics Technology, School of Information Engineering, Guangdong University of Technology,
Guangzhou 510006, Guangdong, China*

Abstract

Significance Nonlinear Fourier transform (NFT) can convert a signal into a nonlinear spectrum, including continuous spectrum and discrete spectrum, where the eigenvalues are located in the upper half of the complex plane. With the approach of NFT, information is encoded into the nonlinear spectrum of a signal, which can effectively address the nonlinear transmission impairments arising in standard single-mode fiber. At the same time, as a new effective signal processing tool, NFT can be used to analyze pulses in fiber lasers. For a pure soliton, its nonlinear spectrum only contains the discrete spectrum. The eigenvalues in the discrete spectrum can then be used to characterize soliton pulses, wherein the real and imaginary parts refer to the frequency and amplitude of soliton pulses, respectively. This methodology provides a new perspective for the study of laser dynamics. The soliton and continuous wave background can be separated based on their different eigenvalue distributions after the obtainment of full-field information of pulses. We summarize the principle of NFT and its applications in the field of optical communications and fiber lasers, specifically the “soliton distillation” technology based on NFT.

In optical fiber communication systems, there are transmission impairments such as loss, dispersion, and nonlinearity. Loss and dispersion can be compensated by optical amplification and dispersion compensation technology. Pulse broadening and distortion caused by nonlinear effects related to optical pulse intensity have, however, become the main factors limiting the system communication capacity improvement. As a powerful mathematical tool, NFT can effectively solve the problem of lightwave propagation in a nonlinear medium such as an optical fiber. Recently, a new framework of optical fiber communication systems based on NFT has begun receiving extensive attention. NFT can decompose a signal into a continuous spectrum (nonsoliton component) and discrete spectrum (soliton component), which are considered nonlinear spectra. With this method, information can be encoded into the nonlinear spectrum of the signal, and the technique of doing so is known as nonlinear frequency division multiplexing (NFDM). Compatible with the nonlinear response characteristics of optical fibers, NFDM can effectively address the dispersion and nonlinear impairments arising in standard single-mode fiber (SMF) transmission.

Optical soliton is a special light field that does not change during transmission under the dispersion and nonlinear effects, and it can be generated and spread in optical fiber systems. Periodically repeating stable pulses generated in fiber lasers can also be considered as solitons, more specifically known as dissipative solitons. The output signal can be transformed into a nonlinear spectrum (including continuous spectrum, discrete spectrum, and corresponding eigenvalues) through NFT. In the nonlinear Fourier domain, nonlinear phenomena in optical fiber systems are investigated, such as rogue wave, optical frequency combs, and cavity solitons. Lately, NFT has been applied to laser pulse analysis. For pure soliton, its nonlinear spectrum only contains a discrete spectrum and the eigenvalues in the discrete spectrum correspond to the characteristics of the soliton. For example, the real and imaginary parts of an eigenvalue correspond to the frequency and amplitude of the soliton, respectively. When the dynamic characteristics of the pulse are dominated by solitons, that is, when the discrete spectrum cumulates most of the pulse energy, the eigenvalue distribution can reflect the pulse feature, as shown in Fig. 13. At the same time, pure soliton and the resonant continuous-wave background can be separated according to different eigenvalue distributions, to realize soliton distillation. These findings show how NFT provides new insights into ultrafast transient dynamics in fiber systems.

Progress In an NFDM system (Fig. 3), after the nonlinear spectrum of the signal is recovered at the receiving

end, the effects of dispersion and nonlinearity can be eliminated by simple phase compensation, and the system performance can be improved. According to the different modulation spectrum, the nonlinear spectrum can be divided into discrete spectrum communication and continuous spectrum communication. Research on discrete spectrum communication has focused on the number of multiplexed eigenvalues and advanced modulation formats for discrete spectrum. As for continuous spectrum communication, compared to the traditional OFDM systems, NFD systems have higher quality factors under the optimal condition of fiber launching power. However, the NFT-based optical communication system still suffers from random noise. Meanwhile, problems, such as channel integrability and algorithm complexity, still exist, which greatly restrict the performance of the system.

To perform NFT analysis experimentally in the field of fiber lasers, full-field information, including the amplitude and phase of the pulse, must first be obtained. The current acquisition methods mainly include density functional theory and temporal lensing technology, combined with Gerchberg-Saxton phase recovery (Fig. 9) and coherent homodyne detection technologies (Fig. 11). After the full-field information of pulse is obtained, the pulse features can be projected onto the eigenvalue distribution by NFT. NFT can be used as an analysis tool to reduce the complexity of describing pulse evolution, whether for nonstationary (Fig. 5) or stationary pulses (Fig. 6). At the same time, according to the distribution of eigenvalues and their corresponding discrete spectra, the temporal evolution process of a pulse can be reconstructed using inverse nonlinear Fourier transform (INFT), which also shows that the NFT method can effectively characterize the laser pulse. INFT is not only effective for a single pulse (Fig. 7) but also achieves a good reconstruction effect for multiple pulses (Fig. 8). Further, the sideband eigenvalues can be removed and only the soliton eigenvalues are retained in the nonlinear spectrum. Through INFT, pure soliton can be recovered in the time domain (Fig. 14). NFT can perform pure soliton distillation and reconstruction on various pulses generated in fiber lasers, including single pulse, single pulse in period-doubling, different double pulses (Fig. 15), and multiple pulses. The transient nonlinear dynamic analysis based on NFT can deepen the knowledge on soliton formation and its interaction process, and also clarify the transient working mechanism of fiber laser.

Conclusions and Prospects As an emerging signal processing tool, NFT provides new system design solutions in the field of optical communication, which is fully compatible with optical fiber. Transient nonlinear dynamics analysis based on NFT can describe laser pulses theoretically and completely, providing a basic overview on ultrafast nonlinear dynamics, and its application in ultra high-power fiber lasers.

Key words Fourier optics; optical communication; nonlinear Fourier transform; dissipative solitons; fiber lasers