

## 分布式测量系统的分级几何约束定向方法

林嘉睿, 俞吉洙, 杨凌辉\*, 张饶, 郝继贵

天津大学精密测试技术及仪器国家重点实验室, 天津 300072

**摘要** 分布式测量系统借助辅助装置来构建几何约束条件以完成定向, 而约束精度和数量易受到现场条件环境的制约。针对测量空间欠约束定向的问题, 研究一种基于倾角传感的基准长度定向方法, 该方法引入高精度的倾角传感器与测量单元结合, 通过倾角传感的水平约束建立相对位姿定向模型并将系统定向过程进行分级处理, 借助高精度的测角仪器提供内部角度约束, 可以减少外部基准长度的约束条件个数。以室内空间测量定位系统作为实验平台, 搭建组合系统样机, 验证外部欠约束条件下的定向条件数目及分布对系统精度的影响。实验结果表明, 所提方法在保证定向精度的同时, 能够有效减少定向过程中所需的几何约束条件个数, 并具有较好的稳定性, 而且可以提高分布式测量系统的组网效率和复杂环境适应能力。

**关键词** 测量; 大尺寸测量; 分布式测量系统; 定向; 倾角传感器; 室内空间测量定位系统

中图分类号 TH72

文献标志码 A

doi: 10.3788/CJL202148.0904001

## 1 引言

近年来, 分布式测量系统因其具有并行多任务和空间可拓展等特点, 在大空间坐标精密测量任务中发挥愈来愈重要的作用。该系统以长度和角度的交会组合作为定位机制来构造整体测量网络, 网络结构一般由测量节点、对象节点和控制节点等组成, 形成一个具有空间多元定位、多重耦合和立体交联的测量场, 已成为未来大空间测量定位的发展模式之一<sup>[1-3]</sup>。其中分布式角度交会测量系统最为典型, 包括多站视觉测量系统<sup>[4]</sup>、经纬仪测量系统<sup>[5]</sup>和室内空间测量定位系统<sup>[6-7]</sup>等。

分布式测量系统具有多基站单元(节点)协同测量的特点, 各个测量基站间的相对位姿关系的精确确定(定向)是实现多站测量网络高精度测量的首要问题之一。在定向过程中, 分布式测量系统以各测量单元间的相对位姿关系作为优化参数, 通过辅助设备提供的冗余空间约束和测量单元与被测点间的交会关系来建立目标函数, 以最优化的方法来获得最终的定向参数。为了实现分布式测量系统的高精度标定, 往往依赖于所构建的冗余的空间几何约束

条件。在双经纬仪测量系统的标定过程中, 潘廷耀等<sup>[8]</sup>使用 9 个不同尺长的基准尺实现了系统的高精度标定。在多站视觉测量系统的标定过程中, Lei 等<sup>[9]</sup>将一维靶标在测量现场中摆放了 45 次, 用于实现系统的高精度标定; 全燕鸣等<sup>[10]</sup>利用归一化算法以及在空间中的多个一维标定物, 提高了多相机系统标定的精度及稳定性。

常规方法需要在有限的测量空间中构建足够的靶标约束数量, 但构建过程易受到标定条件及环境的制约, 这不利于系统在复杂的遮挡环境中使用。为了解决该问题, 科研学者使用运动装置来带动测量靶标, 用来在标定过程中提供冗余的几何约束条件。刘巍等<sup>[11]</sup>将复合式靶标覆盖整个测量视场并将其划分成不同区域, 根据不同区域提供的不同约束条件进行分区域标定, 实现了近景大视场相机的高精度标定。简慧杰等<sup>[12]</sup>使用了一维高精度转台和直线型靶标在标定过程中提供虚拟的控制场, 实现了人工复眼系统的几何标定。在短基线小视场双目相机测量系统的标定过程中, Yang 等<sup>[13]</sup>使用以转台为系统的运动载体和控制核心扩展了相机的可视范围, 为在大视场测量空间中实现高精度标定提

收稿日期: 2020-10-30; 修回日期: 2020-11-20; 录用日期: 2020-12-08

基金项目: 国家自然科学基金(51835007, 51775380, 51975408, 51721003)

\*E-mail: icelinker@tju.edu.cn

供精确的运动参数。在某些受到环境条件限制的复杂工业现场中,无法采用上述方法在测量和标定空间中提供足够冗余的空间约束条件。因此,为了减少定向测量空间所需的约束条件个数,可以融合其他测量系统所提供的几何约束条件,减少分布式测量单元间相对位姿关系的自由度<sup>[14]</sup>,对定向模型中的姿态约束关系进行分级处理,可以达到有效提升测量系统的组网效率和环境适应能力的目的。

针对分布式测量系统在定向过程中易受到现场环境制约的问题,本文提出一种基于分布式角度交会测量系统的分级几何约束定向方法。该方法引入高精度的倾角传感器并与测量单元结合以建立组合测量模型,将倾角传感器提供的多个角度作为水平约束,能够减少定向过程中所需的其余外部几何约束,从而提高组网效率和适应性。本文以天津大学精密测试技术及仪器国家重点实验室自研的室内空间测量定位系统(wMPS)为例,将倾角传感器置于wMPS系统的发射站单元中,以倾角传感器提供的多角度作为内部约束,以基准尺构建的基准长度作为标定空间的外部约束,建立组合系统定向数学模型并搭建系统样机,验证外部欠约束的条件下定向条件数目及分布对系统定向精度的影响。实验结果表明,所提方法能够有效减少定向过程中所需的空间约束条件个数,可以提高测量系统的组网效率和环境适应能力。

## 2 分布式坐标测量系统的定向原理

在工业大尺寸测量领域中,常用的分布式坐标测量系统以角度交会测量原理为主,这类测量系统都可以看作由多个局部单一测角单元构成的全局测量网络,其由测量单元自身的局部坐标系和全局坐标系构成。为了求解分布式测量系统在定向过程中的相对位姿关系,实验采用外部空间的冗余几何约束特征与测量单元观测值相结合的优化方法。分布式测量系统的定向原理如图 1 所示,其中  $L_1, L_2, \dots, L_n$  为基准长度定向约束条件,  $P_n(x, y, z)$  为三维坐标定向约束条件,  $\alpha_m$  和  $\beta_m$  分别为交会测量的方位角和俯仰角,  $m$  为测量单元的序号,  $\mathbf{R}$  和  $\mathbf{T}$  分别为各测量单元坐标系转换到全局坐标系的旋转和平移矩阵。

基于不同类型的几何约束条件,现有的分布式坐标测量系统的定向方法以光束平差法<sup>[15]</sup>为基础,建立被测点在测量单元中的交会条件,该交会条件的数学表达式为

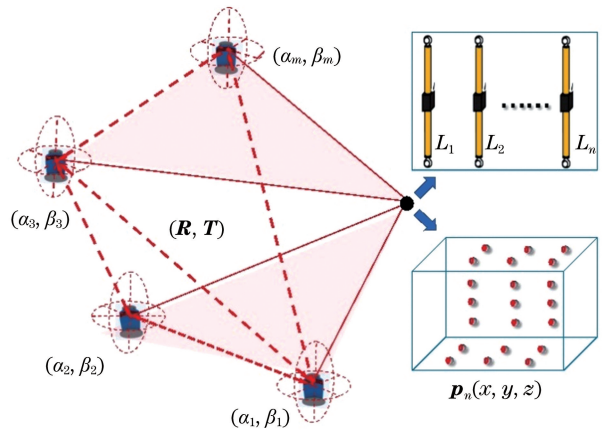


图 1 分布式测量系统的定向原理图

Fig. 1 Orientation schematic of distributed measurement system

$$f_m(\theta_m, \mathbf{c}; \mathbf{R}_m, \mathbf{T}_m) = 0, \quad (1)$$

式中:  $\theta_m$  为被测点在第  $m$  个测量单元中的观测值,在摄影测量系统中,  $\theta_m = [u_m \ v_m]^T$  为被测点的像素坐标,在室内空间测量定位系统中,  $\theta_m$  为发射站在各个光平面的旋转角度;  $\mathbf{c} = [x \ y \ z]^T$  为被测点在全局坐标系中的坐标。根据(1)式可知,采用最小二乘算法即可求解被测点在全局坐标系中的坐标。

现有的定向模型以(1)式为基础,都可以表示为非线性最小二乘问题,表达式为

$$\min_{\mathbf{R}, \mathbf{T}, \mathbf{C}} \left\{ \sum [f_i(\theta, \mathbf{C}; \mathbf{R}, \mathbf{T})]^2 + \lambda_1 \sum [h_j(\mathbf{R}, \mathbf{T})]^2 + \lambda_2 \sum [r_k(\mathbf{C})]^2 \right\}, \quad (2)$$

其中

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ x_n & y_n & z_n \end{bmatrix}, \quad (3)$$

式中:  $\mathbf{C}$  为被测点在全局坐标系中的坐标矩阵;  $f(\theta, \mathbf{C}; \mathbf{R}, \mathbf{T})$  为(1)式所描述的交会条件在多个空间中被测点的扩展函数;  $h(\mathbf{R}, \mathbf{T})$  为待标定的定向参数的结构函数,常用的约束函数为旋转矩阵的正交约束条件函数;  $r(\mathbf{C})$  为被测点在空间中的几何关系约束函数;  $\lambda_1$  和  $\lambda_2$  为罚因子;  $k = 1, 2, \dots, K$  为基准尺的尺位编号;  $j = 1, 2, \dots, J$  为待标定参数的结构函数的个数;  $i$  为被测点的编号。在后方交会算法<sup>[16]</sup>中,  $r(\mathbf{C})$  为被测点在全局坐标系中的实际坐标。在基准长度约束定向算法<sup>[17]</sup>中,  $r(\mathbf{C})$  为空间中两个被测点之间的长度约束。

建立目标函数后,设置迭代初值并采用相应的优化算法,即可获得各测量单元相对于全局坐标系的位姿优化矩阵。

### 3 基于倾角传感的基准长度定向方法

由于实际工业现场的测量环境复杂,所以分布式测量系统定向条件的构建会受到很大制约,则该系统处于欠约束的状态。鉴于此,以 wMPS 作为对象,研究一种基于倾角传感的基准长度定向方法。

#### 3.1 wMPS 的测量原理

wMPS<sup>[18]</sup> 是一种基于旋转激光扫描时间-空间变换的分布式坐标测量系统,该系统由发射站、接收器以及处理器构成。发射站周期性地发射扫描激光与同步激光,接收器将光信号转换为时间信号,通过同步光-扫描光的相位关系来计算基站所测量的角

度信息,通过多站交会即可得到最终的三维坐标信息。图 2 为 wMPS 的测量原理,图 2(a)为单站测角原理,反映了空间信息和时间信息的转换过程,其中  $\theta_1$  和  $\theta_2$  为发射站内第 1 个和第 2 个扫描光平面从初始状态旋转至被测点所转过的角度,  $t_0$  为接收器接收同步光信号的时刻,  $t_1$  为光平面 1 扫描到接收器的时刻,  $t_2$  为光平面 2 扫描到接收器的时刻,  $T$  为发射站旋转周期;图 2(b)为多站交会测量原理,  $X_W Y_W Z_W$  为世界坐标系,  $X_{T1} Y_{T1} Z_{T1}$  为发射站 1 的坐标系,  $X_{T2} Y_{T2} Z_{T2}$  为发射站 2 的坐标系,  $X_{Tu} Y_{Tu} Z_{Tu}$  为发射站  $u$  的坐标系,  $R_{WT}$  和  $T_{WT}$  分别为世界坐标系到发射站坐标系的旋转和平移矩阵。

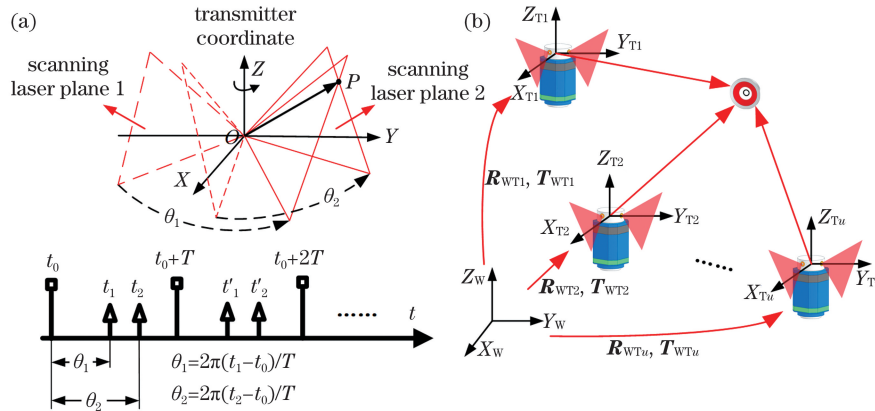


图 2 wMPS 的测量原理图。(a)单站测角原理;(b)多站交会测量原理

Fig. 2 Schematic of wMPS measurement. (a) Single station angle measurement principle; (b) multi-station intersection measurement principle

在单台发射站的情况下,当发射站内的扫描光平面扫描到被测点时,形成的约束可表示为

$$F = [a_o \quad b_o \quad c_o \quad d_o] \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{R}_Z^T(\theta_o) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{WT} & \mathbf{T}_{WT} \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix} = 0, \quad (4)$$

式中:  $a_o$ 、 $b_o$ 、 $c_o$  和  $d_o$  为发射站的内参,表示初始状态发射站的扫描光平面方程系数,  $o$  为扫描光平面的编号;  $R_Z$  为绕  $Z$  轴的旋转矩阵。

#### 3.2 倾角传感器的测量模型

倾角传感器<sup>[19]</sup> 是一种高精度的角度测量传感器,本质上为一种基于惯性原理的加速度传感器。双轴倾角传感器的测量模型如图 3 所示,其中  $\varphi$  为倾角传感器的  $Y$  轴与水平面的夹角,  $\omega$  为倾角传感器的  $X$  轴与水平面的夹角,  $\omega'$  为水平坐标系  $O_H - X_H Y_H Z_H$  绕  $Y$  轴旋转至倾角传感器坐标系  $O_I - X_I Y_I Z_I$  的旋转角度。  $O_H - X_H Y_H Z_H$  坐标系中的  $O X_H Y_H$  平面与水平面平行,为了简化作图,图中省略

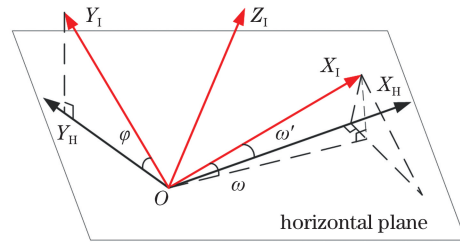


图 3 双轴倾角传感器的测量模型

Fig. 3 Measurement model of biaxial inclination sensor

了  $Z_H$  轴。  $O_I - X_I Y_I Z_I$  坐标系可由  $O_H - X_H Y_H Z_H$  坐标系绕三个坐标轴旋转而得。由于绕  $Z$  轴的旋转角度无法根据倾角传感器的输出值来获得,因此忽略绕  $Z$  轴的旋转角度。倾角传感器的输出参数为倾角传感器坐标系的坐标轴与水平面间的夹角。

任意姿态下,倾角传感器都可由对应的  $O_H - X_H Y_H Z_H$  坐标系的欧拉旋转而得。因倾角传感器对绕  $Z$  轴的旋转角度不敏感,所以定义欧拉旋转的顺序为  $Z-X-Y$ ,则倾角传感器相对于水平坐标系的欧拉旋转角可以表示为<sup>[20]</sup>

$$\begin{cases} \psi_1 = \varphi \\ \gamma_1 = \omega' = -\arcsin\left(\frac{\sin \omega}{\cos \varphi}\right) \end{cases} \quad (5)$$

根据旋转角即可得到水平参考坐标系旋转至倾角传感器坐标系的旋转矩阵,可表示为

$$\mathbf{R}_{H1} = \mathbf{R}_Y(\gamma_1) \mathbf{R}_X(\psi_1) \mathbf{R}_Z(\theta_1) = \begin{bmatrix} \cos \gamma_1 & 0 & -\sin \gamma_1 \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \gamma_1 & 0 & \cos \gamma_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \psi_1 & \sin \psi_1 \\ 0 & -\sin \psi_1 & \cos \psi_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta_1 & \sin \theta_1 & 0 \\ -\sin \theta_1 & \cos \theta_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (6)$$

式中: $\mathbf{R}_X$ 、 $\mathbf{R}_Y$  和  $\mathbf{R}_Z$  分别为坐标系绕  $X$ 、 $Y$  和  $Z$  轴的旋转矩阵; $\psi_1$ 、 $\gamma_1$  和  $\theta_1$  分别为相对应的旋转角度。 $\psi_1$  和  $\gamma_1$  可由(5)式求解获得,而  $\theta_1$  无法直接得到。

### 3.3 基于倾角传感的基准长度定向

本文设计了新型的发射站,内置高精度的轴倾角传感器<sup>[20]</sup>,因此新型发射站的测量单元坐标系由两个坐标系构成:发射站坐标系  $O_T - X_T Y_T Z_T$  与倾角传感器坐标系  $O_1 - X_1 Y_1 Z_1$ 。这两个坐标系之间的相对姿态不变,相对姿态为新型发射站的结构参数,该参数仅与发射站的内部结构有关,不随发射站的姿态变化而改变。

由于 wMPS 的接收器与激光跟踪仪的标准靶球之间具备兼容性,可使用预先标定好的基准尺作为基准长度以构建约束条件。基于倾角传感的基准长度定向模型如图 4 所示。定义发射站 1 的坐标系为  $O_{T1} - X_{T1} Y_{T1} Z_{T1}$ ,其倾角传感器坐标系为  $O_{11} - X_{11} Y_{11} Z_{11}$ ;定义发射站 2 的坐标系为  $O_{T2} - X_{T2} Y_{T2} Z_{T2}$ ,其倾角传感器坐标系为  $O_{12} -$

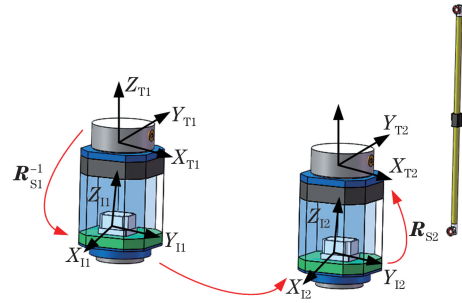


图 4 基于倾角传感的基准长度定向模型

Fig. 4 Datum length orientation model based on dip angle sensing

$X_{12} Y_{12} Z_{12}$ 。对于发射站与倾角传感器之间的相对姿态矩阵  $\mathbf{R}_{S1}$  和  $\mathbf{R}_{S2}$ ,可以通过预先标定的方式来获得<sup>[20]</sup>。由于倾角传感器仅具有测角功能,不具有定位功能,则可以认为倾角传感器坐标系的原点与同一发射站坐标系的原点重合。定向过程中,以发射站 1 的坐标系为世界坐标系。

根据(1)式和(4)式,可以得到基准尺的端点在 wMPS 发射站中的交会条件,即

$$\mathbf{f}_{uokl}(\boldsymbol{\theta}_{uo}, \mathbf{c}_{kl}; \mathbf{R}_{WTu}, \mathbf{T}_{WTu}) = [a_{uo} \ b_{uo} \ c_{uo} \ d_{uo}] \begin{bmatrix} \mathbf{R}_Z^T(\theta_{uo}) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{WTu} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{kl} \\ y_{kl} \\ z_{kl} \\ 1 \end{bmatrix} + \mathbf{T}_{WTu} = \mathbf{0}, \quad (7)$$

式中: $u=1, 2, \dots, U$  为测量系统中发射站的编号; $l=1, 2$  为基准尺两端点在基准尺上的编号; $k$  为基准尺编号。

基准尺的两端点间距固定,因此可以根据长度约束定义空间被测点的几何关系约束函数,表达式为

$$\mathbf{r}_k(\mathbf{C}) = [(x_{k1} - x_{k2})^2 + (y_{k1} - y_{k2})^2 + (z_{k1} - z_{k2})^2]^{\frac{1}{2}} - L = 0, \quad (8)$$

式中: $L$  为基准尺的长度。

将发射站到全局坐标系的旋转矩阵转换为欧拉旋转矩阵,则世界坐标系到发射站 1 和 2 的旋转矩

阵可表示为

$$\mathbf{R}_{WT1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (9)$$

$$\mathbf{T}_{WT1} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (10)$$

$$\mathbf{R}_{WT2} = \mathbf{R}_Y(\gamma_T) \mathbf{R}_X(\psi_T) \mathbf{R}_Z(\theta_T), \quad (11)$$

$$\mathbf{T}_{WT2} = \begin{bmatrix} T_X \\ T_Y \\ T_Z \end{bmatrix}, \quad (12)$$

式中： $\gamma_T, \psi_T, \theta_T, T_X, T_Y$  和  $T_Z$  为定向过程中所要求解的参数。由于已使用欧拉旋转角来表示旋转矩阵，所以无需将矩阵的正交约束条件作为约束函数。

由于倾角传感器的引入，可以将两发射站的倾角传感器坐标系作为中介，借助倾角传感器坐标系可由水平坐标系变换得到这一性质，并根据(6)式来建立两发射站坐标系之间的关系，表达式为

$$\mathbf{R}_{WT2} = \mathbf{R}_{S2} \mathbf{R}_Y(\gamma_{12}) \mathbf{R}_X(\psi_{12}) \mathbf{R}_Z(\theta_1) \times \mathbf{R}_X(-\psi_{11}) \mathbf{R}_Y(-\gamma_{11}) \mathbf{R}_{S1}^{-1}. \quad (13)$$

(13)式中的  $\psi_{11}, \gamma_{11}, \psi_{12}$  和  $\gamma_{12}$  是由(5)式和倾角传感器 1 和 2 输出得到的旋转角， $\theta_1$  需要通过定向过程来求解。由于受到倾角传感器水平约束的影响，(13)式的表示方式相较于(9)~(12)式减少了待标定的参数个数，这有助于减少组网条件。

将(7)、(8)和(13)式代入(2)式，可以获得基于倾角传感的基准长度定向方法的目标函数，表达式为

$$\min_{\theta_1, \mathbf{T}_{WT2}, \mathbf{C}} \left\{ \sum_{u=1}^U \sum_{o=1}^2 \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^2 [f_{uokl}(\theta_{uo}, \mathbf{C}; \theta_1, \mathbf{T}_{WT2})]^2 + \lambda \sum_{k=1}^K [r_k(\mathbf{C})]^2 \right\}. \quad (14)$$

采用类似 Levenberg-Marquardt (L-M) 优化算法<sup>[21]</sup>对该目标函数进行最小二乘优化求解，即可求解得到 wMPS 测量系统的定向参数的最优解。

### 3.4 迭代初值的求解

为了提高(14)式的求解效率和精度，wMPS 发射站通常采取水平安装这一特点，从而建立准确的初值模型。在单站测角模型中，忽略光平面参数中的截距  $d$ ，当两个光平面扫描到待测点时，可得到旋转后两个光平面在发射站坐标系下的参数，表达式为

$$\begin{cases} [a'_o & b'_o & c'_o] = [a_o & b_o & c_o] \mathbf{R}_Z^T(\theta) \\ \mathbf{s}_o = \frac{1}{\sqrt{(a'_o)^2 + (b'_o)^2 + (c'_o)^2}} [a'_o & b'_o & c'_o]^T, \\ o = 1, 2 \end{cases} \quad (15)$$

式中： $\mathbf{s}_o$  为光平面的法向量。被测点位于旋转后的两个光平面上，因此从原点出发沿着两个光平面交线方向形成的方向向量  $\mathbf{v}$  穿过被测点。由于光平面系数也可表示为光平面的法向量，该方向向量垂直于两个光平面的法向量。根据该性质，可以得到该方向向量，即

$$\mathbf{v} = \mathbf{s}_2 \times \mathbf{s}_1. \quad (16)$$

根据该方向向量可获得被测点在单发射站坐标系中的俯仰角  $\beta$  和方位角  $\alpha$  的近似值，表达式为

$$\begin{cases} \alpha \approx \arctan(v_Y/v_X) \\ \beta \approx \arctan(v_Z/\sqrt{v_X^2 + v_Y^2}) \end{cases}, \quad (17)$$

式中： $v_X, v_Y$  和  $v_Z$  为  $\mathbf{v}$  在  $X, Y$  和  $Z$  方向上的分量。在定向过程中，竖直摆放的基准尺如图 5 所示，则基准尺与发射站坐标系的  $Z$  轴近似平行，其中  $D$  为基准尺与发射站坐标系  $Z$  轴的水平距离。

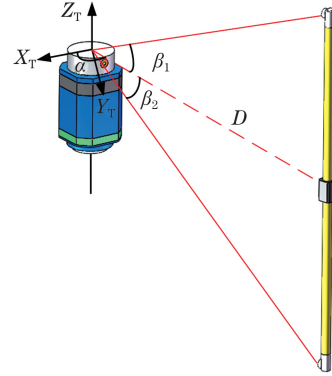


图 5 初值解算方法

Fig. 5 Initial value solution method

基准尺的两端点在发射站坐标系下的坐标可近似表示为

$$\mathbf{p}_1 \approx [D \cos \alpha_1 \quad D \sin \alpha_1 \quad D \tan \beta_1]^T, \quad (18)$$

$$\mathbf{p}_2 \approx [D \cos \alpha_2 \quad D \sin \alpha_2 \quad D \tan \beta_2]^T. \quad (19)$$

由于基准尺竖直放置，可以得到

$$L \approx D(\tan \beta_1 - \tan \beta_2), \quad (20)$$

则

$$D \approx \frac{L}{\tan \beta_1 - \tan \beta_2}. \quad (21)$$

根据(17)~(21)式可以得到基准尺的两端点在单发射站坐标系中的坐标近似值，将基准尺放在至少两个不同位置处，可以得到至少 4 个不同点在两发射站坐标系中的坐标。根据刚体运动学的坐标系配准算法，利用基准尺的端点可以得到发射站 1 到发射站 2 的旋转矩阵  $\mathbf{R}_{WT2}$  和平移矩阵  $\mathbf{T}_{WT2}$  的初值。

根据(13)式和旋转矩阵  $\mathbf{R}_{WT2}$  的初值，可以得到

$$\mathbf{R}_Z(\theta_1) \approx \mathbf{R}_X(-\psi_{12}) \mathbf{R}_Y(-\gamma_{12}) \times \mathbf{R}_{S2}^{-1} \mathbf{R}_{WT2} \mathbf{R}_{S1} \mathbf{R}_Y(\gamma_{11}) \mathbf{R}_X(\psi_{11}). \quad (22)$$

由(6)式可知， $\mathbf{R}_Z(\theta_1)$  为坐标系绕  $Z$  轴的旋转矩阵，因此  $\theta_1$  的初值可表示为

$$\theta_1 \approx \text{atan2}(\mathbf{R}_Z(\theta_1) [1, 2], \mathbf{R}_Z(\theta_1) [1, 1]), \quad (23)$$

式中： $\mathbf{R}_Z [1, 2]$  为矩阵  $\mathbf{R}_Z$  中第 1 行第 2 列的元素。atan2 函数可定义为

$$\text{atan2}(y, x) = \begin{cases} \arctan(y/x), & x > 0 \\ \arctan(y/x) + \pi, & y \geq 0, x < 0 \\ \arctan(y/x) - \pi, & y < 0, x < 0 \\ \pi/2, & y > 0, x = 0 \\ -\pi/2, & y < 0, x = 0 \\ \text{undefined}, & y = 0, x = 0 \end{cases} \quad (24)$$

### 4 仿真分析

倾角传感器的测角误差会对最终的定向精度造成影响,因此对误差进行仿真模拟。两个发射站等

高且间距为 10 m,测量区域与两个发射站之间的距离均为 8 m,覆盖空间为 10 m×2 m×2 m,其中一个倾角传感器赋予 2"的测角误差,仿真计算区域内高度分别为 -0.5,0,0.5,1.0 m 的点位误差,仿真结果如图 6 所示。

此外,对该区域内的尺长误差进行仿真,仿真过程中所用的尺长为 1000 mm,图 7 为最终仿真结果。

从图 6 和图 7 可以看到,在距离发射站 8 m 至 10 m 之间,倾角传感器所引入的点位误差会随着距离的增大而变大,点位误差小于 0.1 mm,尺长误差小于 0.2 mm。

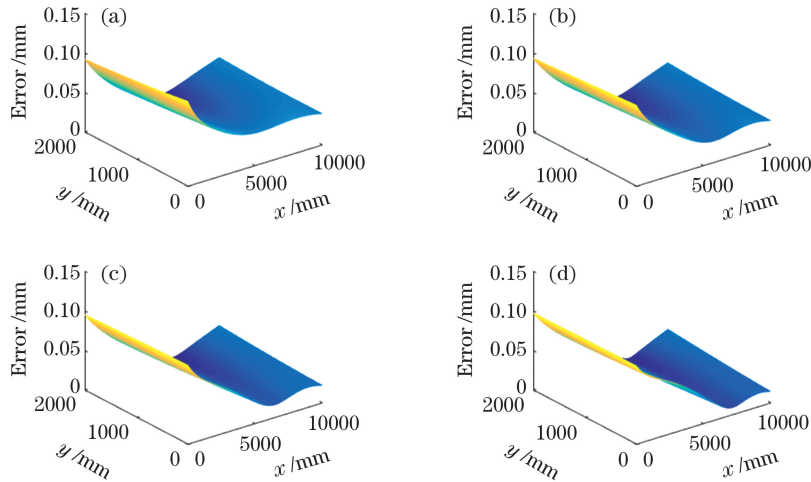


图 6 点位误差的仿真结果。(a) z=-0.5 m; (b) z=0 m; (c) z=0.5 m; (d) z=1.0 m

Fig. 6 Simulation results of point position error. (a) z=-0.5 m; (b) z=0 m; (c) z=0.5 m; (d) z=1.0 m

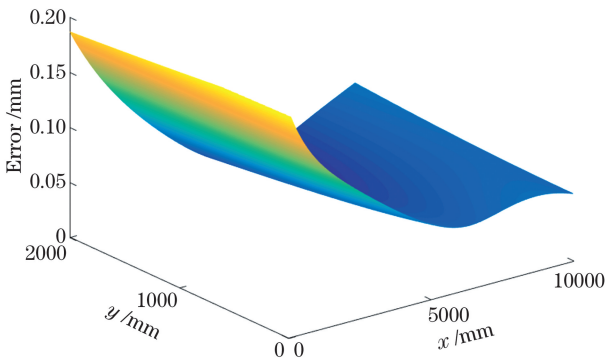


图 7 尺长误差的仿真结果

Fig. 7 Simulation result of length error

### 5 实验验证

实验以天津大学精仪学院自研的 wMPS 进行精度验证,其内置的倾角传感器为高精度的双轴倾角传感器,测量范围为 ±1°,测角分辨力为 0.0001°,测角精度优于 2",交叉耦合精度优于 0.72"。实验环境如图 8 所示,现场由多个内置倾角传感器的

wMPS 发射站和一把标定过的基准尺组成。

在实验现场中布置多台新型的发射站,使用其中两台构成最小测量单元。实验中所用基准尺的两端基座兼容同尺寸的激光跟踪仪靶球和 wMPS 接收器,使用激光跟踪仪标定测距方向的长度<sup>[22]</sup>,值为 970.086 mm。实验过程中,将距离两个发射站约为 8 m 处尺寸为 8 m×3 m×2 m 的空间作为定向和测量空间。实验中所用的发射站光平面参数如表 1 所示。

在基准尺标定前,需要对发射站与倾角传感器进行相对姿态标定实验,标定方法采用基于水平控制场的发射站与倾角传感器相对姿态标定算法<sup>[20]</sup>。使用水平控制场标定发射站与倾角传感器的相对姿态结果,即

$$\mathbf{R}_{S1} = \begin{bmatrix} -0.996772 & 0.080278 & -0.000415 \\ -0.080277 & -0.996772 & -0.000373 \\ -0.000443 & -0.000338 & 1 \end{bmatrix}, \quad (25)$$

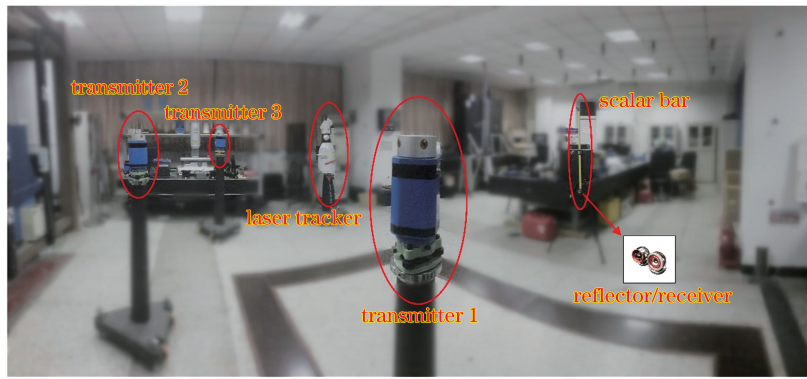


图 8 实验场景

Fig. 8 Experimental scene

表 1 发射站光平面的参数

Table 1 Parameters of light plane of transmitting station

Number of transmitters	Index of laser plane	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>
1	1	0	-0.762056	0.647511	0
	2	-0.727838	0.000293	0.685748	0.223464
2	1	0	-0.786219	0.617947	0
	2	-0.477274	0.005196	0.878739	2.063871

$$R_{S_2} = \begin{bmatrix} -0.998767 & -0.049629 & 0.000653 \\ 0.049621 & -0.998724 & -0.009351 \\ 0.001116 & -0.009307 & 0.999956 \end{bmatrix} \quad (26)$$

将新型的发射站置于实验现场后,通过水平调整基座令新型发射站的倾角传感器处于量程范围内。实验过程中,两发射站的倾角传感器的输出值为

$$I_1 = (0.1036^\circ, -0.0996^\circ), \quad (27)$$

$$I_2 = (-0.1031^\circ, 0.1050^\circ), \quad (28)$$

式中: $I_1$  和  $I_2$  分别为倾角传感器 1 和倾角传感器 2 的输出值。

为了分析倾角传感器所引入的水平约束对基准长度定向结果的影响,从两个基准尺位开始逐渐增加标定的参考位置,并分别采用基于水平约束和不基于水平约束的基准长度定向方法实施标定。最后,采用同一基准尺在测量空间中的不同位置处进行 10 次精度验证,以平均尺长误差作为评价基准,实验结果如图 9 所示。

从图 9 可以看到,当采用两个基准尺的尺位进行定向时,常规方法(不基于倾角水平约束)的尺长误差大于 9 mm 且不稳定;当采用测量单元所引入的倾角水平约束进行定向时,尺长误差为 0.56 mm,与常规方法采用 5 尺位的结果一致;随着

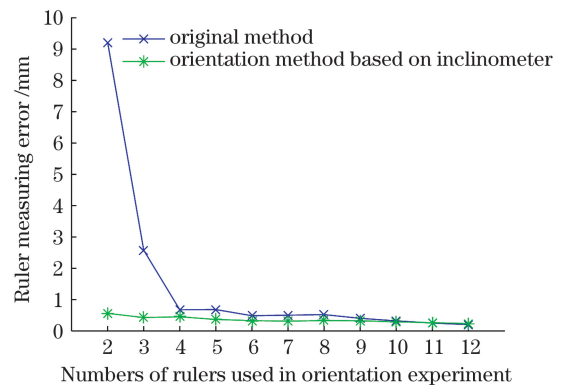


图 9 尺长误差结果

Fig. 9 Length error results

尺位数量的增加,两类方法的基准长度误差不断减小且趋于平稳;当尺位数量超过 8 时,常规方法的尺长误差接近所研究的方法,优于 0.2 mm。因此,倾角传感器所提供的水平约束可以有效减少定向过程基准长度约束的个数。

同时,为了验证所提研究方法的稳定性,在保证发射站姿态不变的前提下,固定基准尺尺位的个数,改变基准尺的摆放形式。实验过程中使用基准尺的尺位个数为 2,两个发射站之间的连线作为基线,如图 10 所示。定向完成后,对空间中 10 个不同位置处的尺长精度进行验证,结果如图 11 所示。

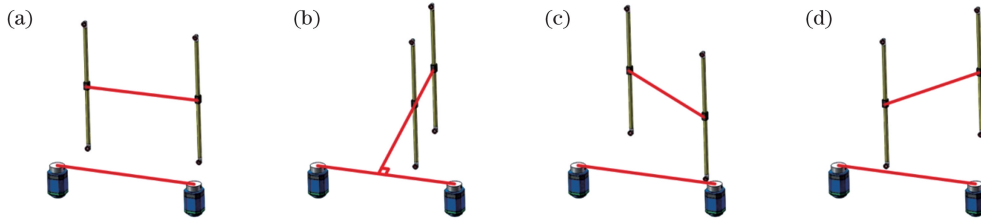


图 10 定向稳定性实验。(a)基准尺连线与基线平行;(b)基准尺连线与基线垂直;(c)基准尺连线与基线成一定角度 1;(d)基准尺连线与基线成一定角度 2

Fig. 10 Orientation stability test. (a) Connecting line of reference ruler is parallel to baseline; (b) connecting line of reference ruler is perpendicular to baseline; (c) connecting line of reference ruler should be at certain angle to baseline 1; (d) connecting line of reference ruler should be at a certain angle to baseline 2

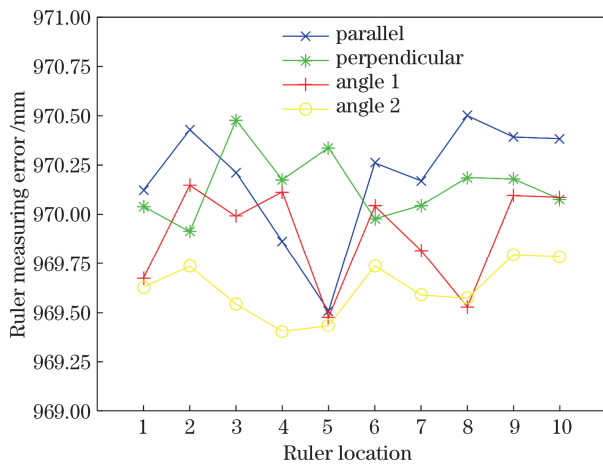


图 11 定向稳定性的实验结果

Fig. 11 Experimental results of orientation stability

根据图 11 的实验结果并结合倾角传感的水平约束,可以使两个尺位的基准长度参与定向,10 个位置的尺长精度标准差优于 0.3 mm,因此使用水平约束的基准长度定向方法具有较好的稳定性。此外,尺位的垂直摆放方式有利于初值的精确获取,相较于其他摆放方式具有更好的定向精度。

综合上述,结合倾角水平约束可以有效减少基准长度标定所需的尺位个数并具有良好的稳定性,因此定向过程受到空间的限制更少且更高效。

## 6 结 论

本文分析分布式坐标测量系统的测量原理和定向方法,研究基于倾角传感水平约束的分级定向方法,建立系统水平约束与基准长度约束结合的分级定向数学模型,可以有效减少标定过程中所需的约束条件个数。以室内空间测量定位系统 wMPS 作为实验对象,验证所研究方法的有效性和适应性。在复杂的环境中,当组网的条件受限时,能够满足工业现场的测量需求,具有一定的应用前景。

## 参 考 文 献

- [1] Wu B, Yang F T, Ding W, et al. A novel calibration method for non-orthogonal shaft laser theodolite measurement system [J]. Review of Scientific Instruments, 2016, 87(3): 035102.
- [2] Ma G Q, Liu L, Yu Z L, et al. Three-dimensional point cloud splicing technology of complex surfaces based on iGPS[J]. Chinese Journal of Lasers, 2019, 46(2): 0204003.  
马国庆, 刘丽, 于正林, 等. 基于 iGPS 的复杂曲面三维点云拼接技术 [J]. 中国激光, 2019, 46(2): 0204003.
- [3] Wang P, Zhang Y J, Sun C K, et al. Multi-camera three-dimensional measurement system using an image stitching method based on flexible calibration target positioning[J]. Acta Optica Sinica, 2020, 40(4): 0412003.  
王鹏, 张颖杰, 孙长库, 等. 基于柔性靶标定实现图像拼接的多相机三维测量系统 [J]. 光学学报, 2020, 40(4): 0412003.
- [4] Xie Z X, Wang X D, Gong H L. Round-hole profile measurement of thin-walled parts based on binocular vision[J]. Chinese Journal of Lasers, 2019, 46(12): 1204004.  
解则晓, 王晓东, 宫韩磊. 基于双目视觉的薄壁零件圆孔轮廓测量 [J]. 中国激光, 2019, 46(12): 1204004.
- [5] Zhang X H, Zhu Z K, Yuan Y, et al. A universal and flexible theodolite-camera system for making accurate measurements over large volumes [J]. Optics and Lasers in Engineering, 2012, 50(11): 1611-1620.
- [6] Cao H W, Yang L H, Lin J R. Networking method of distributed measurement network fused with autonomous navigation information [J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2020, 57(15): 151201.  
曹瀚文, 杨凌辉, 林嘉睿. 融合自主导航信息的分布



- 式测量网络组网方法[J]. 激光与光电子学进展, 2020, 57(15): 151201.
- [7] Muelaner J E, Wang Z, Martin O, et al. Verification of the indoor GPS system, by comparison with calibrated coordinates and by angular reference[J]. Journal of Intelligent Manufacturing, 2012, 23(6): 2323-2331.
- [8] Pan T Y, Fan B X, Xi Q, et al. Research of theodolite scale joint calibration technology [J]. Engineering of Surveying and Mapping, 2016, 25(5): 56-58, 63.  
潘廷耀, 范百兴, 西勤, 等. 经纬仪多基准尺联合标定技术研究[J]. 测绘工程, 2016, 25(5): 56-58, 63.
- [9] Lei H, Wei Z Z, Zhang G J. A simple global calibration method based on 1D target for multi-binocular vision sensor [C]//2008 International Symposium on Computer Science and Computational Technology, December 20-22, 2008, Shanghai, China. New York: IEEE Press, 2008: 290-294.
- [10] Quan Y M, Qin Z B, Li W S, et al. Multi-camera calibration of one-dimensional calibration objects based on normalization algorithm [J]. Acta Optica Sinica, 2019, 39(4): 0415001.  
全燕鸣, 覃镇波, 李维诗, 等. 基于归一化算法的一维标定物多相机标定[J]. 光学学报, 2019, 39(4): 0415001.
- [11] Liu W, Li X, Ma X, et al. Camera calibration method for close range large field of view camera based on compound target [J]. Infrared and Laser Engineering, 2016, 45(7): 0717005.  
刘巍, 李肖, 马鑫, 等. 采用复合式靶标的近景大视场相机标定方法[J]. 红外与激光工程, 2016, 45(7): 0717005.
- [12] Jian H J, He J Z, Wang K Y. Geometric calibration of artificial compound eye system for large field of view three-dimensional detection [J]. Acta Optica Sinica, 2017, 37(2): 0215002.  
简慧杰, 何建争, 王克逸. 用于大视场三维探测的人工复眼系统几何标定[J]. 光学学报, 2017, 37(2): 0215002.
- [13] Yang S B, Gao Y, Liu Z, et al. A calibration method for binocular stereo vision sensor with short-baseline based on 3D flexible control field [J]. Optics and Lasers in Engineering, 2020, 124(10): 105817.
- [14] D'Alfonso L, Garone E, Muraca P, et al. On the use of the inclinometers in the PnP problem [C]//2013 European Control Conference (ECC), July 17-19, 2013. Zurich, Switzerland. New York: IEEE Press, 2013: 13936201.
- [15] Lichti D D, Kim C, Jamtsho S. An integrated bundle adjustment approach to range camera geometric self-calibration[J]. ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing, 2010, 65(4): 360-368.
- [16] Zhang Y J, Hu K, Huang R Y. Bundle adjustment with additional constraints applied to imagery of the Dunhuang wall paintings [J]. ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing, 2012, 72: 113-120.
- [17] Yan B X, Dong M L, Wang J, et al. Unstable calibration of exterior orientation elements of dual-camera under length constraints [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2015, 36(6): 1326-1332.  
燕必希, 董明利, 王君, 等. 长度约束下双相机外参数不稳定定向[J]. 仪器仪表学报, 2015, 36(6): 1326-1332.
- [18] Yang L H, Yang X Y, Lao D B, et al. Large-scale coordinates measurement method based on intersection of optical planes [J]. Infrared and Laser Engineering, 2010, 39(6): 1105-1109.  
杨凌辉, 杨学友, 劳达宝, 等. 采用光平面交汇的大尺寸坐标测量方法[J]. 红外与激光工程, 2010, 39(6): 1105-1109.
- [19] Zeng Y, Fu J Q, Zhu X J. Compensation of coupling disturbance for dual-axis tilt sensor [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2004, 25(S2): 175-178.  
曾瑜, 付敬奇, 朱晓锦. 双轴倾角传感器耦合干扰的补偿[J]. 仪器仪表学报, 2004, 25(S2): 175-178.
- [20] Guo S Y, Lin J R, Ren Y J, et al. Application of a self-compensation mechanism to a rotary-laser scanning measurement system [J]. Measurement Science and Technology, 2017, 28(11): 115007.
- [21] Amini K, Rostami F. A modified two steps Levenberg-Marquardt method for nonlinear equations [J]. Journal of Computational and Applied Mathematics, 2015, 288: 341-350.
- [22] Geosystems L. Leica absolute tracker-ASME B89.4. 19-2006 specifications [EB/OL]. [2020-10-29] [https://www.researchgate.net/publication/224900123\\_Leica\\_Absolute\\_Tracker\\_-\\_ASME\\_B89419-2006\\_Specifications](https://www.researchgate.net/publication/224900123_Leica_Absolute_Tracker_-_ASME_B89419-2006_Specifications).

# Orientation Method of Distributed Measurement System Based on Hierarchical Geometric Constraints

Lin Jiarui<sup>1</sup>, Yu Jizhu<sup>1</sup>, Yang Linghui<sup>1\*</sup>, Zhang Rao<sup>1</sup>, Zhu Jigui<sup>1</sup>

*State Key Laboratory of Precision Measuring Technology and Instruments, Tianjin University, Tianjin 300072, China*

## Abstract

**Objective** With the advantage of the characteristic of parallel multitask and space expandability, a large-scale distributed measurement system is widely used in mechanical manufacturing. Based on the intersection-positioning mechanism of multisource observations, large-scale distributed measurement system constructs an integrated measurement network. The positioning of the system determines the performance and applicability of the whole network. The precision and quantity of orientation constraints are easily restricted by on-site conditions and environment. Represented by the angle intersection measurement system, typical distributed measurement systems consist of multiple vision measurement systems, theodolite measurement system, and workshop Measurement-Positioning System (wMPS). Considering the relative position and postural relationship among the measurement units as the optimization parameters, the objective function of the orientation process is established through redundant geometric constraints and the intersection relation between measurement units and the measured points. The final orientation parameters are obtained by the optimization method. In the conventional method, geometric constraints are constructed by auxiliary equipment, which is disadvantageous to use in complex occlusion environment.

**Methods** Solving the under-constraint problem for the distributed measurement system, an orientation method based on angle and length constraints is presented. It combines a high-precision dual-axis inclinometer with measurement units of distributed measurement systems. The proposed orientation method is deduced based on the wMPS. First, the general orientation principle of the distributed measurement system is established. The proposed orientation method is developed based on the general orientation principle. Second, a new orientation method is built by an dual-axis inclinometer and length constraints supported by the scalar bar. A relative postural orientation model is established according to the horizontal constraints supported by an inclinometer. The proposed method depends on the relative posture between the inclinometer and wMPS transmitter, which can be obtained by precalibration. Using internal angle constraints provided by a high-precision angle measuring instrument, the orientation parameters are processed by the multihierarchical stage, and the number of length constraints for the orientation is decreased, which can improve the orientation efficiency. Considering wMPS as the experimental platform, the combined system prototype is developed to investigate the influence of the number and distribution of orientation conditions on the orientation accuracy and robustness of the orientation method.

**Results and Discussions** To analyze the influence of the measuring error of inclinometer on the orientation method, some simulations are performed. In the simulation, a space of  $10\text{ m} \times 2\text{ m} \times 2\text{ m}$  away from wMPS transmitter is used as orientation and measurement space. The measuring error of inclinometer set in simulation is  $2''$ . The point measuring error is less than  $0.1\text{ mm}$  (Fig. 6), and length measuring error is less than  $0.2\text{ mm}$  (Fig. 7). A series of experiments are conducted. The angle resolution of high-precision dual-axis inclinometer used in the experiment is  $0.0001^\circ$ . The angle measurement accuracy is greater than  $2''$ . The experimental site consists of several wMPS transmitters using a built-in inclinometer and a scalar bar. The two ends of the scalar bar are compatible with the same size spherically-mounted retroreflector and wMPS receiver. The length of the scalar bar is calibrated by the laser tracker. To analyze the influence of the horizontal constraints on the orientation result, the number of length constraints used in orientation is gradually increased from 2 to 12, and the orientation method based and not based on horizontal constraints are used to implement the orientation process, respectively. The same scalar bar is used to verify the accuracy of different positions in the measurement space 10 times. Besides, the average length measuring error is used as the evaluation index. Using two positions for orientation, the length measuring error of the conventional method (not based on horizontal constraints) is greater than  $9\text{ mm}$  and unstable. However, the proposed method length measuring error is  $0.56\text{ mm}$ , which is consistent with the conventional method using five positions. With the increase in the number of length constraints, the length measuring error of the two methods

decreases and tends to be stable. When the number of length constraints exceeds eight, the conventional method length measuring error is close to that of the proposed method that is less than 0.2 mm (Fig. 9). To verify the robustness of the proposed method, keeping the number of length constraints used in the orientation unchanged as 2, change the placement form of the scalar bar, and perform the orientation experiment based on the proposed method. After orientation, the same scalar bar is measured to test the accuracy of the system. The standard deviation of the length measuring error with 10 positions is better than 0.3 mm (Fig. 10), indicating the orientation method robustness.

**Conclusions** In this study, an orientation method of a distributed measurement system based on hierarchical geometric constraints is investigated. Using the horizontal geometric and length constraints, the number of constraints required by the orientation model is effectively decreased. Finally, the effectiveness and adaptability of the proposed method are verified using wMPS as an experimental platform. In a complex environment, when the orientation conditions are limited, a new method can meet the measurement needs of the industrial field and has a certain application prospect.

**Key words** measurement; large-scale metrology; distributed measurement system; orientation; inclinometers; workshop Measurement Positioning System

**OCIS codes** 120.3940; 120.4640; 150.3045; 150.1488