

多 FROG 构型下非方形迹的超短脉冲重建

毛安君^{1,2,3}, 刘呈普^{1*}¹中国科学院上海光学精密机械研究所强场激光物理国家重点实验室, 上海 201800;²中国科学院大学, 北京 100049;³淮阴工学院数理学院, 江苏 淮安 223001

摘要 在充分考虑测量仪器特点的基础上设计非方形迹图, 具体对原方形迹图进行如下三种操作: 频率轴的低通滤波, 降低非线性过程中相位匹配带宽的要求; 频率轴的上采样, 充分利用光谱仪的高分辨率; 延时轴的下采样, 明显减少测量耗时并提高精度。由此基于层叠成像算法对二次谐波、偏振门和交叉相位调制三种构型的频率分辨光学开关(FROG)使用非方形迹图进行脉冲重建并对重建能力进行比较, 发现在频率轴“ $1/3 \times$ ”低通滤波和“ $4 \times$ ”上采样的情况下, 交叉相位调制构型能够在仅使用 8 个延时(原方形迹图需 128 个)的情况下成功实现脉冲的重建。因延时操作为 FROG 技术中最耗时的环节之一, 减少其次数可有效促进 FROG 用于超短激光脉冲的实时测量。

关键词 测量; 超短脉冲表征; 频率分辨光学开关; 光束构型; 非方形迹图

中图分类号 O439

文献标志码 A

doi: 10.3788/CJL202148.0704004

1 引言

飞秒超短激光脉冲在超快光谱学、量子相干调控和强场激光物理等众多物理和技术领域中具有广泛的应用^[1-4], 这些应用都涉及超短脉冲的电场分布问题。早期, 科研人员多采用强度自相关方法来表征超短脉冲的电场分布^[5], 该方法只能获得脉冲的长度信息, 而且需要对脉冲形状进行预设。1993 年 Kane 等^[6]提出了基于时域-频域光谱图的频率分辨光学开关(FROG)法, 1998 年 Iaconis 等^[7]提出了基于干涉的光谱相位相干直接电场重建(SPIDER)法, 这两个方法可以实现超短脉冲的完全表征。后来又发展出多光子脉冲内干涉相位扫描(MIIPS)法^[8]、色散扫描法^[9-10]和干涉 FROG 法^[11]等。在上述方法中, FROG 由于其装置易于搭建和调节、设计思路直观简明且鲁棒性好而得到广泛使用。

FROG 的设计思路是先将待测脉冲分成两个副本, 然后将其中一个副本经过可调节的延时操作后与另一个副本在非线性介质中相互作用, 并将产

生的非线性信号导入光谱仪中以测量其光谱, 最后通过调节不同的延时来测得一系列的光谱, 将其并排放置以得到一个光谱图, 称为 FROG 迹图。FROG 因所使用的非线性效应不同而有多种空间构型, 如二次谐波(SHG)型^[12]、偏振门(PG)型^[13]和交叉相位调制(XPM)型^[14-15]等。在操作和测量精度上, 不同的构型有不同的特点。

由于光谱测量丢失了频域的相位信息, 故不能由 FROG 迹图直接解析来获得脉冲的电场, 而必须采用迭代算法才能实现迹图的相位恢复, 进而重建脉冲电场。主元素广义投影算法(PCGPA)是 FROG 相位恢复算法的一种, 因其鲁棒性好且耗时较短而得到广泛应用。然而, PCGPA 要求 FROG 迹图的形状必须为方形, 且其频率轴坐标和延时轴坐标由快速傅里叶变换(FFT)耦合得到。该要求在很大程度上限制了光谱仪等仪器的性能发挥, 并且因引入了过多的延时操作而明显增加测量阶段的耗时。实际上, 这并非是 FROG 的原理性要求^[16], 最近 Bendory 等^[17]指出, 理论上使用只含有三次延时

收稿日期: 2020-08-26; 修回日期: 2020-10-01; 录用日期: 2020-10-29

基金项目: 国家自然科学基金(11674342)

*E-mail: chpliu@siom.ac.cn

的非方形迹图就能实现脉冲重建。对于相位恢复算法,在相干衍射成像领域中发展起来的层叠成像算法能够对非方形迹图实现超分辨的相位恢复^[18-20],并具有良好的鲁棒性和运行效率;另外,遗传算法^[21]和通用算法^[22]也能基于非方形迹图运行,但前者收敛速度过慢,后者对复杂脉冲的重建能力尚未得到检验。

本文在充分考虑测量仪器特点的基础上设计非方形 FROG 迹图,并采用层叠成像算法对三种构型的 FROG 使用非方形迹图重建脉冲的能力进行比较。首先介绍三种构型 FROG 的表达式和层叠成像算法,然后说明非方形迹图的设计方式,最后对三种构型的 FROG 使用非方形迹图的脉冲重建效果进行比较。

2 三种构型 FROG 的表达式与层叠成像算法

2.1 三种构型的 FROG 迹图表达式

SHG、PG 和 XPM 等三种构型的 FROG 迹图表达式为^[12-14]

$$I^{\text{SHG}}(\omega, \tau) = \left| \int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{E}(t) \mathbf{E}(t - \tau) \exp(-i\omega t) dt \right|^2, \quad (1)$$

$$I^{\text{PG}}(\omega, \tau) = \left| \int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{E}(t) |\mathbf{E}(t - \tau)|^2 \exp(-i\omega t) dt \right|^2, \quad (2)$$

$$I^{\text{XPM}}(\omega, \tau) = \left| \int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{E}(t) \exp[i\beta |\mathbf{E}(t - \tau)|^2] \exp(-i\omega t) dt \right|^2, \quad (3)$$

式中: I 为信号光的光谱强度; \mathbf{E} 为光电场矢量; t 为时间; τ 为延时; β 为 XPM 调制强度,值为 1; ω 为角频率。

2.2 层叠成像算法

本节以 SHG 构型的 FROG 为例,用来说明层叠成像算法的执行流程^[18-20]。设 M 为 FROG 迹图的总延时个数,所有延时组成向量 $\boldsymbol{\tau} = [\tau(1) \ \tau(2) \ \cdots \ \tau(M)]$;对应生成一个整数向量 $\mathbf{s} = [1 \ 2 \ \cdots \ M]$,并对其进行随机重排 $\mathbf{s}_{\text{ran}} = \text{random}(\mathbf{s})$,其中 $\text{random}(\cdot)$ 为随机函数。实验中,对随机给定的一个复向量进行脉冲初始化。迭代运算过程中,每一次对整个迹图的迭代都由 M 次对迹图各列的迭代组成,对于其中第 i 次列迭代的操作

流程如下。

1) 取出 \mathbf{s}_{ran} 中的第 i 个元素 $j = \mathbf{s}_{\text{ran}}(i)$,对应得到延时值 $\tau(j)$ 。由此根据上次迭代得到的脉冲电场 $E_i(t)$ 计算出 SHG 的信号场,表达式为

$$E_i^{\text{sig}}(t) = E_i(t) E_i[t - \tau(j)], \quad (4)$$

式中: $E_i^{\text{sig}}(t)$ 为 SHG 信号光的电场强度。

2) 将该信号场进行 FFT 变换以变换到频域,得到的电场强度使用 FROG 迹图第 j 列值的平方根替换,则得到更新的电场强度,表达式为

$$E_{i+1}^{\text{sig}}(\omega) = \sqrt{I^{\text{SHG}}(\omega, \tau(j))} \frac{F(E_i^{\text{sig}}(t))}{|F(E_i^{\text{sig}}(t))| + \epsilon}, \quad (5)$$

式中: $\epsilon = 10^{-5}$,用来避免 0 作除数; F 为傅里叶变换函数。

3) 将更新的电场强度进行逆傅里叶变换 (iFFT) 以变换到时域,此时得到更新的信号场强度为

$$E_{i+1}^{\text{sig}}(t) = F^{-1}(E_{i+1}^{\text{sig}}(\omega)). \quad (6)$$

4) 对脉冲电场进行更新,表达式为

$$E_i(t) + \alpha \frac{E_i^*(t - \tau(j))}{|E_i(t - \tau(j))|_{\text{max}}^2} (E_{i+1}^{\text{sig}}(t) - E_i^{\text{sig}}(t)), \quad (7)$$

式中: α 为控制更新幅度的正实数; E^* 为共轭电场强度。

通过上述流程,使 i 从 1 到 M 开始计算,可以完成对 FROG 迹图的一次整体迭代,之后重复该过程直到收敛。

3 基于非方形迹图的脉冲重建

3.1 非方形迹图的建立

根据 FROG 测量装置的特点,从目前广泛使用尺寸为 $N \times N$ 的方形迹图出发,如图 1(a)所示,通过三种方法来建立非方形迹图,并初步分析层叠成像算法对相应迹图的适用性。具体过程如下。

1) 减小迹图频率轴的采样带宽。以 SHG 构型的 FROG 装置为例,SHG 晶体满足相位匹配的带宽并与晶体厚度呈负相关,一般要求其须覆盖待测光的光谱。因超短脉冲的光谱宽度很宽,故所需 SHG 晶体的厚度一般很薄,典型的情况是测量长度小于带宽为 10 fs 的脉冲须使用厚度仅约为 10 μm 厚的晶体。然而,SHG 信号光的产生效率与晶体厚度呈正相关,减小晶体的厚度会降低信号光的强度,进而降低测量的信噪比 (R_{SN})。为了解决此问题,

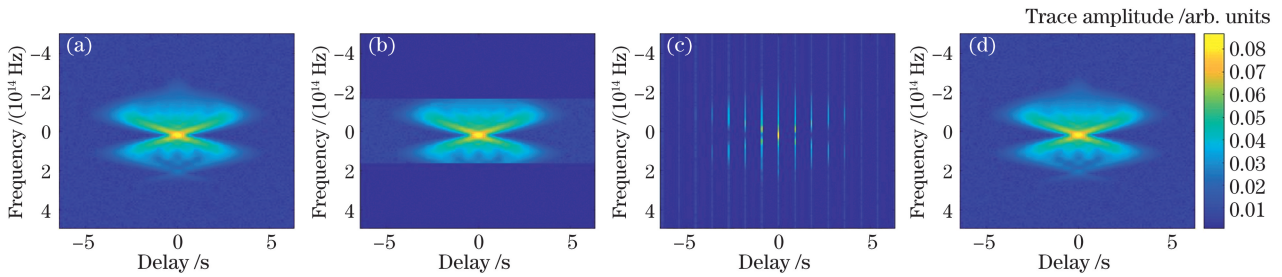


图 1 非方形迹图的建立过程。(a) 方形 SHG 构型的 FROG 迹图; (b) 减小迹图频率轴的采样带宽产生的迹图; (c) 减少迹图延时轴的采样次数产生的迹图; (d) 提高迹图频率轴的采样频率产生的迹图

Fig. 1 Process of establishing non-square trace map. (a) Frog trace of square SHG configuration; (b) trace generated by reducing sampling bandwidth of trace frequency axis; (c) trace generated by reducing sampling times of trace delay axis; (d) trace generated by increasing sampling frequency of trace frequency axis

可减小 FROG 迹图的测量带宽,使其不必覆盖信号光的带宽,则 SHG 晶体的相位匹配带宽不必覆盖超短脉冲的光谱,由此可使用较厚的晶体来提高 SHG 信号光的强度,从而改善测量的 R_{SN} 。该方法得到的迹图如图 1(b)所示,此种迹图可借助于层叠成像算法的超分辨本领来实现超短光脉冲的重建。PG 构型和 XPM 构型的情况与此类似。

2) 减少迹图延时轴的采样次数。单发的 FROG 装置能够一次性实现 T 个延时,从而可以解决脉冲之间的不一致问题,但其代价是需要增加光束的宽度,这会降低进入非线性晶体的光强,进而降低测量的信噪比,从而导致单发的 FROG 装置的灵敏度仅为多发的 FROG 装置的 $1/10$ 。多发的 FROG 装置具有更好的灵敏度,但其 T 个延时操作需依次完成,这会导致其不能有效解决脉冲之间的不一致问题,若精确实现既有很高的技术要求,又非常耗时。减少迹图延时轴的采样次数,对于单发的 FROG 装置可减小其光束宽度,从而提高测量的灵敏度。对于多发的 FROG 装置,其能够有效降低测量的复杂度和耗时,该方法得到的迹图如图 1(c)所示。因层叠成像算法的每次迭代只使用一个延时对应的数据,故减少延时次数并不会影响该算法的正常运行。

3) 提高迹图频率轴的采样频率。原则上确定 D 维复值脉冲只需 $2D$ 个数据,然而增加数据的冗余度能够提高脉冲重建的鲁棒性。传统的方形迹图通过增加延时次数来提供数据的冗余度,这会大幅度增加测量耗时。FROG 装置中的光谱仪能够一次性获得数量远超 D 个的数据,其高分辨率特性并未得到充分利用。提高迹图频率轴的采样频率,则可充分发挥光谱仪高分辨率的特性,简单有效地提高数据的冗余度。相比于图 1(a),该方法获得的迹

图在频率轴上的数据点更密集,直观上并无差别。在执行层叠成像算法的过程中,对应改变 FFT 和 iFFT 的变换点数即可适应该种迹图。

以上依次说明为建立非方形迹图而采取的三种做法。由上述分析可知,采用非方形迹图能够使测量仪器的性能实现扬长避短。从测量角度来讲,相比于非方形迹图,采用方形迹图更具优势,下面将考察其脉冲重建的能力。由上述三种方法产生的非方形迹图,可对应看作对传统方形迹图进行频率轴低通滤波、延时轴下采样和频率轴上采样等三种操作而得。为了描述方便,使用此三种操作的名称来标识其对应的非方形迹图。

3.2 三种构型的 FROG 基于非方形迹图的脉冲重建

本节研究三种构型的 FROG 应用非方形迹图恢复超短脉冲的能力。首先模拟生成 200 组脉冲数据,每个脉冲的包络都是随机的 $2\sim 6$ 个高斯函数的叠加,相位则由随机数量的啁啾、二阶啁啾和自相位调制项组合而成。脉冲采样周期为 $dt = 1$ fs,采样点数为 128。然后对生成脉冲的 $N \times N$ 大小的迹图施加如下三种操作来建立非方形迹图:1) 频率轴的低通滤波 F_LPF : $1/n \times, 1/n$ 表示低通比例;2) 频率轴的上采样 F_US : $m \times$,指采样频率变为原来的 m 倍;3) 延时轴的下采样 D_DS : $1/p \times$,指延时次数变为原来的 $1/p$ 。对得到的非方形迹图添加 R_{SN} 为 20 的高斯白噪声。最后使用层叠成像算法对三种 FROG 构型的非方形迹图进行相位恢复运算。将重建脉冲与原脉冲在多维空间的矢量夹角定义为误差角,以定量描述脉冲振幅和相位的恢复情况^[18],表达式为

$$\theta(E_o, E_r) = \arccos\left(\frac{|\langle E_o(t) | E_r(t) \rangle|}{\sqrt{\langle E_o(t) | E_o(t) \rangle \langle E_r(t) | E_r(t) \rangle}}\right), \quad (8)$$

式中: $E_o(t)$ 为原脉冲光场; $E_r(t)$ 为恢复的脉冲光场。一般认为 $\theta < 0.1$ 代表恢复结果良好。

3.2.1 SHG 构型的非方形迹图的脉冲重建

SHG 构型的非方形 FROG 迹图的脉冲重建结果如表 1 所示, 其中模型的大小为频率数据量与延迟数据量的乘积。从表 1 可以看到, 对原方形迹图进行频率轴低通滤波后, 得到的迹图能够实现脉冲重建, 因高频信息对应着更小的时间分辨率, 该情况相当于实现时间域的超分辨脉冲重建; 频率轴的上采样能够改善恢复结果, 当其他条件相同时, 上采样率越高则表明恢复效果越好, 比如对于经过“F_LPF: 1/3×”和“D_DS: 1/6×”处理后, 当迹图的上采样率分别为 2× 和 4× 时, 误差角分别为 0.065 ± 0.005 和 0.060 ± 0.004 , 后者优于前者; 虽然 $\theta(E_o, E_r)$ 值随着延时次数的减少而增加, 恢复效果有较小程度的变差, 但对于 $n=2$ 的情况, 当 $p=8.5$ (15 个延时) 时, θ 值仍小于 0.1, 仍可以认为脉冲得到较好的恢复, 当 $p=9$ (14 个延时) 时, θ 值为 0.121, 恢复算法不能实现很好收敛, 对于 $n=4$ 的情况, 能够实现收敛, 则拓展到 $p \leq 9$ 。另外, 增大 n 值可允许使用更少的延时数, 再次反映出充分利用光谱仪的高分辨率来提高数据的冗余度, 确实有助于改善相位恢复的效果。

表 1 基于 SHG 构型的非方形迹图的脉冲重建结果

Table 1 Pulse reconstruction results of non-square trace based on SHG configuration

F_LPF	F_US	D_DS	Shape	θ
		1/3×	84×42	0.034 ± 0.003
	2×	1/6×	84×21	0.065 ± 0.005
		1/8.5×	84×15	0.091 ± 0.005
		1/9×	84×14	0.121 ± 0.005
1/3×		1/3×	168×42	0.025 ± 0.005
		1/6×	168×21	0.060 ± 0.004
	4×	1/8.5×	168×15	0.072 ± 0.008
		1/9×	168×14	0.098 ± 0.004
		1/10×	168×13	0.125 ± 0.005

3.2.2 PG 构型的非方形迹图的脉冲重建

使用 PG 构型的非方形 FROG 迹图的脉冲重建结果如表 2 所示。对比表 1 可以看到, 方形迹图所施加的三种操作对重建结果的影响与 SHG 构型的情况类似; 从延时次数上来看, 对于“F_LPF:

1/3×”和“F_US: 2×”的情况, 能够成功实现脉冲重建的最少延时次数为 13, 对于“F_LPF: 1/3×”和“F_US: 4×”的情况, 最少延时次数为 12, 都小于 SHG 构型对应的结果。

表 2 基于 PG 构型的非方形迹图的脉冲重建结果

Table 2 Pulse reconstruction results of non-square trace based on PG configuration

F_LPF	F_US	D_DS	Shape	θ
		1/3×	84×42	0.025 ± 0.003
	2×	1/6×	84×21	0.055 ± 0.006
		1/10×	84×13	0.097 ± 0.007
		1/10.5×	84×12	0.118 ± 0.006
1/3×		1/3×	168×42	0.023 ± 0.005
		1/6×	168×21	0.053 ± 0.003
	4×	1/10×	168×13	0.088 ± 0.006
		1/10.5×	168×12	0.099 ± 0.004
		1/11.5×	168×11	0.121 ± 0.005

3.2.3 XPM 构型的非方形迹图的脉冲重建

使用 XPM 构型的非方形 FROG 迹图的脉冲重建结果如表 3 所示。从表 3 可以看到, 方形迹图所施加的三种操作对重建结果的影响与前两种构型的情况类似; 不同的是, XPM 构型比前两种构型需要更少的延时数。对于“F_LPF: 1/3×”和“F_US: 2×”的情况, 最少延时次数为 9, 对于“F_LPF: 1/3×”和“F_US: 4×”的情况, 当延时数仅为 8 时, 仍能实现误差角为 0.093 ± 0.006 的脉冲重建。

表 3 基于 XPM 构型的非方形迹图的脉冲重建结果

Table 3 Pulse reconstruction results of non-square trace based on XPM configuration

F_LPF	F_US	D_DS	Mesh size	θ
		1/3×	84×42	0.020 ± 0.002
	2×	1/6×	84×21	0.051 ± 0.003
		1/14×	84×9	0.096 ± 0.006
		1/16×	84×8	0.123 ± 0.005
1/3×		1/3×	168×42	0.018 ± 0.002
		1/6×	168×21	0.043 ± 0.003
	4×	1/14×	168×9	0.079 ± 0.007
		1/16×	168×8	0.093 ± 0.006
		1/18×	168×7	0.116 ± 0.007

3.2.4 三种构型的对比

三种构型的 FROG 对某模拟脉冲的重建结果如图 2 所示。图 2(a) 为 128×128 SHG 构型的

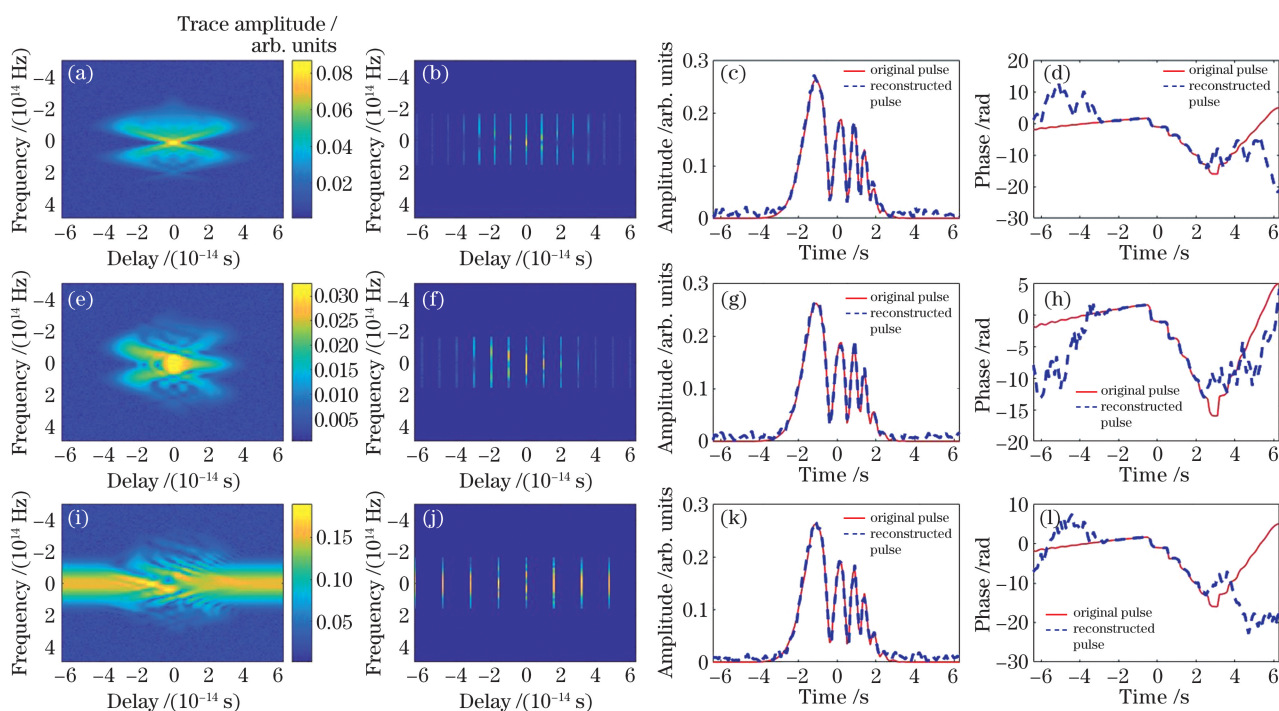


图 2 非方形迹图对模拟脉冲的重建。(a) 方形 SHG 构型的 FROG 迹图; (b) 168×14 大小的非方形 SHG 构型的 FROG 迹图; (c)~(d) 图(a)和图(b)的振幅分布和相位分布; (e) 方形 PG 构型的 FROG 迹图; (f) 168×12 大小的非方形 PG 构型的 FROG 迹图; (g)~(h) 图(e)和图(f)的振幅分布和相位分布; (i) 方形 XPM 构型的 FROG 迹图; (j) 168×8 大小的非方形 XPM 构型的 FROG 迹图; (k)~(l) 图(i)和图(j)的振幅分布和相位分布

Fig. 2 Reconstruction of analog pulses with non-square trace. (a) FROG trace of square SHG configuration; (b) FROG trace of non-square SHG configuration of 168×14 size; (c)~(d) amplitude distribution and phase distribution of Fig. (a) and Fig. (b); (e) FROG trace of square PG configuration; (f) FROG trace of non-square PG configuration of 168×12 size; (g)~(h) amplitude distribution and phase distribution of Fig. (e) and Fig. (f); (i) FROG trace of square XPM configuration; (j) FROG trace of non-square XPM configuration of 168×8 size; (k)~(l) amplitude distribution and phase distribution of Fig. (i) and Fig. (j)

FROG 迹图, 对其应用“F_LPF: $1/3 \times$ ”、“F_US: $4 \times$ ”和“D_DS: $1/9 \times$ ”后, 得到 168×14 非方形迹图, 如图 2(b) 所示, 则重建脉冲的振幅和相位如图 2(c) 和图 2(d) 所示。从图 2(c) 和图 2(d) 可以看到, 误差角为 0.095, 重建脉冲与原脉冲符合较好; 重建的相位分布与原相位分布在有些区域中有很大偏差, 但这些区域的振幅为零, 相位没有物理意义, 另外两种构型有类似的情况。图 2(e) 为该脉冲的 128×128 PG 构型的 FROG 迹图。从图 2(e) 可以看到, 其结构比 SHG 型迹图更复杂。经过“F_LPF: $1/3 \times$ ”、“F_US: $4 \times$ ”和“D_DS: $1/10 \times$ ”处理后, 可得 168×13 非方形迹图, 如图 2(f) 所示, 对其进行脉冲重建, 结果如图 2(g) 和图 2(h) 所示。从图 2(g) 和图 2(h) 可以看到, 误差角 θ 为 0.096。图 2(i) 为该脉冲的 XPM 构型的 FROG 方形迹图, 对其应用“F_LPF: $1/3 \times$ ”、“F_US: $4 \times$ ”和“D_DS: $1/16 \times$ ”后, 得到 168×8 非方形迹图如图 2(j) 所示,

重建脉冲的振幅分布和相位分布如图 2(k) 和图 2(l) 所示。从图 2(k) 和图 2(l) 可以看到, 误差角为 0.091, 对原脉冲实现较好的重建。

三种构型的 FROG 都能基于非方形迹图成功实现脉冲的重建, 但对重建所需的最少延时次数而言, 按照大小顺序为 SHG, PG, XPM, 原因在于三种构型的 FROG 迹图具有不同的特点。从(1)式可以看到, SHG 构型的 FROG 迹图关于延时 $\tau = 0$ 的列对称, 对于有 q 列(延时)SHG 构型的迹矩阵, 有效的列数仅约为 $q/2$, 因此相比于另外两种构型, SHG 构型的迹需要更多列的数据, 才能提供足够的有效信息来完成相位恢复。PG 构型的 FROG 的非线性信号涉及原脉冲与延时脉冲的振幅乘积, 当延时时长大于脉冲时长时该乘积结果为零, 因此在迹图中这些延时时所对应的列的值全为零, 不包含有效信息。XPM 构型的门脉冲为纯相位型, 延时脉冲的电场出现在相位中, 故当延时时长大于脉冲时长时, 非线性

信号光的电场等于原脉冲,在迹图中这些延时所对应的列即为原脉冲的光谱,其能够为辅助相位恢复有效信息,因此比 PG 构型需要最少的延时数更少。

3.3 非方形迹图对周期量级激光脉冲的重建

为了进一步验证非方形迹图对实验脉冲的重建能力,非方形迹图对周期量级实验脉冲的重建结果如图 3 所示。针对实验室产生的中心波长为 1800 nm 和脉宽十几飞秒的周期量级激光脉冲,三种 FROG 构型可以分别得到形如 168×14 、 168×12 和 168×8 的非方形迹图,如图 3(b)、3(f)和 3(j)所

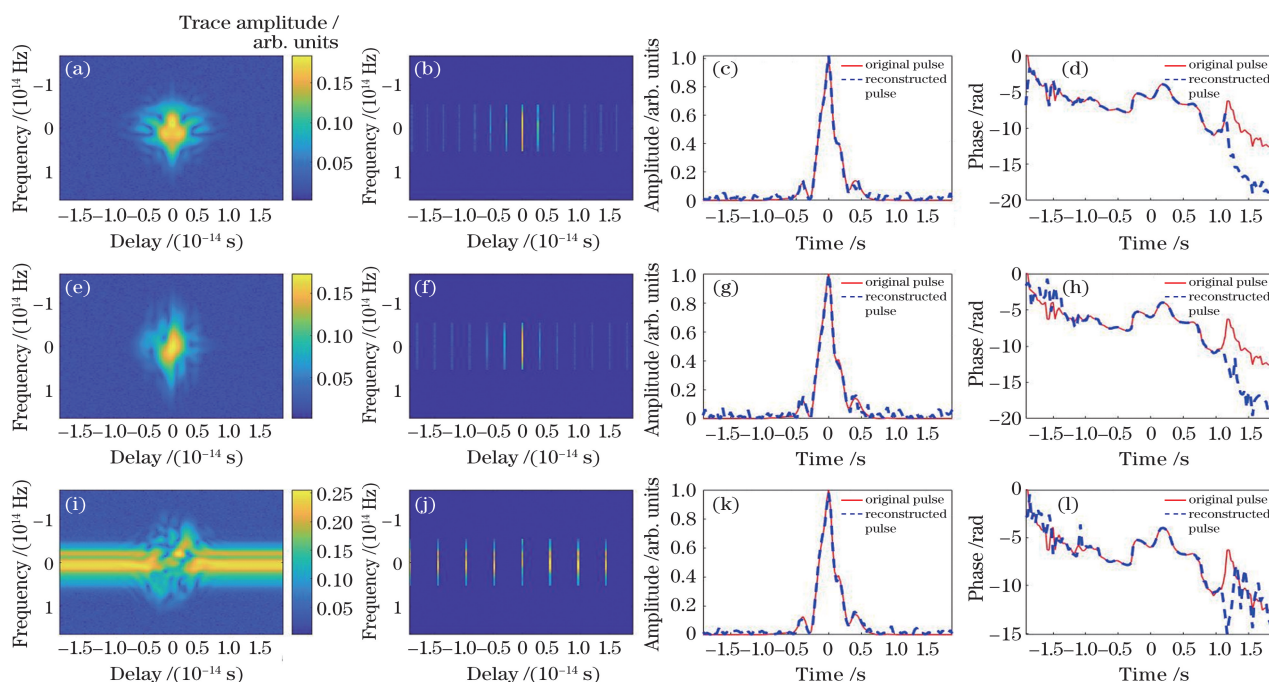


图 3 非方形迹图对周期量级实验脉冲的重建。(a)方形 SHG 构型的 FROG 迹图;(b) 168×14 大小的非方形 SHG 构型的 FROG 迹图;(c)~(d)图(a)和图(b)的振幅分布和相位分布;(e)方形 PG 构型的 FROG 迹图;(f) 168×12 大小的非方形 PG 构型的 FROG 迹图;(g)~(h)图(e)和图(f)的振幅分布和相位分布;(i)方形 XPM 构型的 FROG 迹图;(j) 168×8 大小的非方形 XPM 构型的 FROG 迹图;(k)~(l)图(i)和图(j)的振幅分布和相位分布

Fig. 3 Reconstruction of aperiodic scale experimental pulses from non-square traces. (a) FROG trace of square SHG configuration; (b) FROG trace of non-square SHG configuration of 168×14 size; (c)–(d) amplitude distribution and phase distribution of Fig. (a) and Fig. (b); (e) FROG trace of square PG configuration; (f) FROG trace of non-square PG configuration of 168×12 size; (g)–(h) amplitude distribution and phase distribution of Fig. (e) and Fig. (f); (i) FROG trace of square XPM configuration; (j) FROG trace of non-square XPM configuration of 168×8 size; (k)–(l) amplitude distribution and phase distribution of Fig. (i) and Fig. (j)

4 结 论

针对 SHG、PG 和 XPM 构型的三种 FROG 迹图,对形如 128×128 的方形迹图施加频率轴的低通滤波和上采样、延时轴的下采样后,得到的非方形迹图比原方形迹图更能有效发挥测量仪器的优势,并且能借助层叠成像算法成功实现超短激光脉冲的重建。在对方形迹图施加 $F_LPF: 1/3 \times$ 和 $F_US:$

示,并使用层叠成像算法对其进行脉冲重建。该脉冲形状不规则,并非理想的高斯或双曲正割函数,相位分布亦难以表达为时间的低阶多项式,如图 3(c)和图 3(d)实线所示,导致其迹图比模拟脉冲的迹图要更加复杂,如图 3(a)、3(e)和 3(i)所示。从图 3(c)和图 3(d)、图 3(g)和图 3(h)以及图 3(k)和图 3(l)可以看到,重建脉冲的误差角 θ 值分别为 0.096、0.098 和 0.093,由此可见使用三种构型的非方迹图都可以对该周期量级激光脉冲的振幅和相位(除了无意义的振幅为零处)实现有效重建。

$4 \times$ 后,三种构型的 FROG 为实现脉冲重建所需延时次数的最小值分别为 14、12 和 8。因 XPM 构型的迹图在延时时长大于脉冲时长时,相应列的值为待测脉冲的光谱,而非只是零值,故所需延时次数相对更少。由于延时是多发的 FROG 装置中最耗时且难以精确实现的操作,减少延时操作的次数将有利于 FROG 实现对超短激光脉冲的实时测量并提高测量精度。所得结果相比理论预测值还有一定的

距离,下面将进一步从 FROG 构型、迹图形状设计和算法的相位恢复能力方面进行改进,以期能够在超短激光脉冲的产生和整形等过程中提供实时的在线反馈。

参 考 文 献

- [1] Gunaratne T, Kangas M, Singh S, et al. Influence of bandwidth and phase shaping on laser induced breakdown spectroscopy with ultrashort laser pulses [J]. *Chemical Physics Letters*, 2006, 423(1/2/3): 197-201.
- [2] Press D, Ladd T D, Zhang B Y, et al. Complete quantum control of a single quantum dot spin using ultrafast optical pulses [J]. *Nature*, 2008, 456(7219): 218-221.
- [3] Zeil K, Kraft S D, Bock S, et al. The scaling of proton energies in ultrashort pulse laser plasma acceleration[J]. *New Journal of Physics*, 2010, 12(4): 045015.
- [4] Zhu X N, Bao W X. Fundamentals of ultrashort pulse laser and its applications[J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2019, 46(12): 1200001.
朱晓农, 包文霞. 超短脉冲激光及其相关应用的一些基本知识[J]. *中国激光*, 2019, 46(12): 1200001.
- [5] Weber H P. Method for pulsewidth measurement of ultrashort light pulses generated by phase-locked lasers using nonlinear optics[J]. *Journal of Applied Physics*, 1967, 38(5): 2231-2234.
- [6] Kane D J, Trebino R. Characterization of arbitrary femtosecond pulses using frequency-resolved optical gating [J]. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, 1993, 29(2): 571-579.
- [7] Iaconis C, Walmsley I A. Spectral phase interferometry for direct electric-field reconstruction of ultrashort optical pulses[J]. *Optics Letters*, 1998, 23(10): 792-794.
- [8] Xu B, Gunn J M, Cruz J M D, et al. Quantitative investigation of the multiphoton intrapulse interference phase scan method for simultaneous phase measurement and compensation of femtosecond laser pulses [J]. *Journal of the Optical Society of America B*, 2006, 23(4): 750-759.
- [9] Loriot V, Gitzinger G, Forget N. Self-referenced characterization of femtosecond laser pulses by chirp scan[J]. *Optics Express*, 2013, 21(21): 24879-24893.
- [10] Escoto E, Tajalli A, Nagy T, et al. Advanced phase retrieval for dispersion scan: a comparative study[J]. *Journal of the Optical Society of America B*, 2017, 35(1): 8-19.
- [11] Hyyti J, Escoto E, Steinmeyer G. Third-harmonic interferometric frequency-resolved optical gating [J]. *Journal of the Optical Society of America B*, 2017, 34(11): 2367-2375.
- [12] DeLong K W, Trebino R, Hunter J R, et al. Frequency-resolved optical gating with the use of second-harmonic generation [J]. *Journal of The Optical Society of America B-optical Physics*, 1994, 11(11): 2206-2215.
- [13] Trebino R, DeLong K W, Fittinghoff D N, et al. Measuring ultrashort laser pulses in the time-frequency domain using frequency-resolved optical gating [J]. *Review of Scientific Instruments*, 1997, 68(9): 3277-3295.
- [14] Honzatko P, Kanka J, Vraný B. Measurement of pulse amplitude and phase using cross-phase modulation in microstructure fiber [J]. *Optics Letters*, 2005, 30(14): 1821-1823.
- [15] Abdukerim N, Alamgir I, Rochette M. Pulse characterization by cross-phase modulation in chalcogenide glass [J]. *Optics Letters*, 2018, 43(19): 4771-4774.
- [16] Mao A J, Liu C P. Principle and realization of super-resolution reconstruction of femtosecond ultrashort pulses [J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2020, 47(6): 0601006.
毛安君, 刘呈普. 飞秒超短脉冲超分辨重建的原理及实现 [J]. *中国激光*, 2020, 47(6): 0601006.
- [17] Bendory T, Edidin D, Eldar Y C. On signal reconstruction from FROG measurements [J]. *Applied and Computational Harmonic Analysis*, 2020, 48(3): 1030-1044.
- [18] Sidorenko P, Lahav O, Avnat Z, et al. Ptychographic reconstruction algorithm for frequency-resolved optical gating: super-resolution and supreme robustness [J]. *Optica*, 2016, 3(12): 1320-1330.
- [19] Maiden A, Johnson D, Li P. Further improvements to the ptychographical iterative engine [J]. *Optica*, 2017, 4(7): 736-745.
- [20] Pan X C, Liu C, Tao H, et al. Phase imaging based on ptychography and progress on related key techniques [J]. *Acta Optica Sinica*, 2020, 40(1): 0111010.
潘兴臣, 刘诚, 陶华, 等. Ptychography 相位成像及其关键技术进展 [J]. *光学学报*, 2020, 40(1): 0111010.
- [21] Shu S F. Evolving ultrafast laser information by a learning genetic algorithm combined with a knowledge base [J]. *IEEE Photonics Technology Letters*, 2006, 18(2): 379-381.
- [22] Geib N C, Zilk M, Pertsch T, et al. Common pulse retrieval algorithm: a fast and universal method to retrieve ultrashort pulses [J]. *Optica*, 2019, 6(4): 495-505.

Ultrashort Pulse Reconstruction from Non-Square FROG Traces in Different Geometric Schemes

Mao Anjun^{1,2,3}, Liu Chengpu^{1*}

¹State Key Laboratory of High Field Laser Physics, Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800, China;

²University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China;

³Faculty of Mathematics and Physics, Huaiyin Institute of Technology, Huaian, Jiangsu 223001, China

Abstract

Objective The research on the electric field of ultrashort laser pulse has a wide application prospect. The ultrashort femtosecond laser pulse is used in many scientific and engineering domains, such as ultrashort spectroscopy, quantum coherent modulation, and ultra-intense laser physics. A typical method of measuring ultrashort laser pulse is the frequency-resolved optical gating (FROG). Using FROG, we first split the pulse into two replicas and then apply a time-delay to one of them. Next, we allow them to interact in a nonlinear process to generate a signal, in which we use spectroscopy to measure the spectral intensity. Finally, we tune the time delays to obtain the spectral intensities of a set of nonlinear signals, which constitute a spectrogram named FROG trace. A phase retrieval algorithm is always required to reconstruct the original laser pulse because only the intensities are recorded in FROG trace. As an efficient phase retrieval algorithm, the prominent component general projecting algorithm (PCGPA) is widely used for ultrashort pulse measurement. However, PCGA brings several practical problems for the FROG measuring process because PCGPA requires that the trace be a square one and that its frequency axis and delay axis coordinates are coupled by fast Fourier transform. According to the different applications of the nonlinear process, FROG can also be realized in different geometrical schemes, for example, second harmonic generation (SHG), polarization gate (PG), and cross-phase modulation (XPM). In this study, we aim to (i) build a non-square FROG trace by taking the features of the measuring devices into fully account to realize successful pulse reconstruction and avoid the drawbacks accompanied by PCGPA and (ii) compare the retrieving results in different geometries to select a more efficient and practical one.

Methods First, we build the non-square trace by applying the following three transformations on the 256×256 square FROG trace (Fig. 1): (i) low-pass filtering in the frequency axis (F_LPF), (ii) up-sampling in the frequency axis (F_US), and (iii) down-sampling in the delay axis (D_DS). To identify the relevant non-square traces, we also use the three aforementioned transformations. Then, we numerically generate 200 pulses, whose envelopes are the superposition of 2–6 Gaussian functions and phases are composed of chirps, quadratic chirps, and self-phase modulations. We also obtain few-cyclic experimental pulses for comparison. Next, we use the ptychography algorithm, originally developed in coherent diffraction imaging, to retrieve the FROG trace phase and the corresponding pulse field. Ptychography algorithm is accustomed to non-square traces without further adjustment because it uses only one column of a trace in its single iteration. To evaluate the results, we use the intersection angle θ between the original and the reconstructed pulses in multi-dimensional space, which is considered eligible when less than 0.1. Finally, we realize the pulse reconstruction from non-square FROG traces in different geometric schemes (i.e., SHG, PG, and XPM schemes) and compared the results.

Results and Discussions For SHG FROG (Table 1), pulse reconstruction can be realized from trace after F-LPF, which should be regarded as super-resolution one because of the absence of high-frequency information, and F_US application can improve the reconstruction. Although the results will be slightly worse for applying D_DS, it is still less than 0.1 when only 14-delay data are left. For PG and XPM FROG traces (Table 2 and Table 3, respectively), the effects of these three transformations on the retrieval result are similar to the SHG FROG trace; however, the minimum amount of delays for successful reconstruction is only 12 and 8, respectively. Ptychography algorithm from non-square FROG traces (Fig. 2 and Fig. 3) can restructure both the numerally generated pulse and the few-cyclic experimental pulse. For different geometries, XPM FROG can be deemed the most practical because it requires the least delays. SHG FROG trace is symmetrical; thus, only half of the delays in a trace are effective, leading to the requirement of more delay steps to make the algorithm be converged. The nonlinear signal in PG FROG is

proportional to the product of the original pulse field and the delayed pulse field, so it vanishes and is useless when the time-delay is longer than the pulse duration. The nonlinear signal in XPM geometry is the original pulse under the same conditions because the delayed pulse replica only modulates the original pulse phase. In short, XPM FROG trace contains more effective information than the other two types of trace; therefore, few time delays are needed for efficient pulse reconstruction.

Conclusions In this study, we build non-square traces by applying three transformations on the corresponding square one: (i) F_LPF to reduce the requirement of large phase-matching bandwidth, (ii) F_US to utilize the high resolution of spectrometer, and (iii) D_DS to reduce the measuring time. Ptychography algorithm can reconstruct simulated and few-cyclic experimental pulses from the non-square traces in SHG, PG, and XPM FROG. After applying F_LPF and F_US for the XPM FROG trace, only eight delays are sufficient to retrieve the pulses successfully. Changing the delay is the most time-consuming step in FROG; hence, reducing delays will benefit FROG to realize the real-time measurement of ultrashort pulses.

Key words measurement; characterization of ultrashort pulses; frequency-resolved optical switch; beam geometry; non-square trace

OCIS codes 120.5050; 140.3295; 320.7100