

基于干涉条纹傅里叶分析技术对拼接光栅调整偏角的计算分析

韩建^{1,2*}, 姜明达^{1,2}, 张凯^{1,2}, 肖东^{1,2}, 朱永田^{1,2}

¹中国科学院国家天文台南京天文光学技术研究所, 江苏 南京 210042;

²中国科学院天文光学技术重点实验室(南京天文光学技术研究所), 江苏 南京 210042

摘要 阶梯光栅共相拼接技术是实现增大光栅尺寸、进一步提高天文光谱分辨率(天文光谱分辨率 $R > 10^5$)的关键。为了提高中阶梯拼接光栅的调整角度精度,本文基于干涉条纹傅里叶分析,提出了一种干涉条纹空间载频频率的九像素平均算法;然后结合干涉条纹光栅拼接技术,模拟了不同角度偏差下的条纹变化及其相应的傅里叶分析角度计算,在实验上实现了对系统角度调整系数的标定以及对傅里叶算法计算的调整偏角精度的分析,获得了拼接光栅调整系统中角度最大计算误差精度小于 $0.4 \mu\text{rad}$ 的结果,为天文上应用的大尺寸拼接光栅的共相调节提供了理论支持。

关键词 相干光学; 拼接光栅; 傅里叶变换; 共相调节; 调整精度

中图分类号 P111.2

文献标志码 A

doi: 10.3788/CJL202148.0311001

1 引言

宇宙广袤浩瀚、变化万千,天文学通过研究各种不同尺度的恒星、星系等天体来深化人类对整个宇宙起源、结构和演化的认识。高精度的天体探测是推动天文发展的前提。当前世界上多个极大口径望远镜(如巨型麦哲伦望远镜 GMT、30 m 望远镜 TMT、39 m 巨型望远镜 E-ELT 以及中国自主设计的 12 m 光学/红外望远镜 LOT)筹建工作的开展,使得望远镜的集光能力获得了极大提高^[1-2],同时也使得实现仪器的高光谱分辨率成为天文仪器发展亟需解决的基本问题^[3-4]。理论上,10 万以上高分辨率光谱仪需要的阶梯光栅尺寸在 1 m 以上,在当前单个米级大尺寸阶梯光栅制作技术难以突破的前提下,拼接技术的发展成为实现天文大尺寸光栅制作的关键。

目前的光栅拼接方法主要包括干涉条纹法和衍射光斑法。德国的 POLARIS 光栅拼接使用的是衍射光斑法^[5-6],美国的 OMEGA-EP 光栅^[7]以及法国

的 Pico2000 脉冲压缩光栅^[8]拼接使用的是干涉条纹法,且都取得了较好的效果。文献[9-13]对拼接光栅的光斑法和干涉条纹法进行了详细研究。为了精确调整高光谱天文仪器中的光栅,需要保证拼接光栅的各调节误差同时满足高精度要求,即实现共相拼接,因此天文用光栅的拼接误差都是通过干涉条纹技术进行分析的,如 EXPRESSO 的 1.2 m 光栅^[14],其调节精度达到了 $1 \mu\text{rad}$ 以内。干涉条纹调整技术就是利用干涉原理,通过调整光栅条纹与基准光栅条纹相一致来实现拼接光栅的精确调节。干涉条纹携带了拼接光栅姿态的基本信息(包括调整角度误差和平移误差),因此,通过对干涉条纹进行精确的处理,提取出相应的光栅调节误差的大小,对于在拼接调节过程中进行快速有效的角度精确调整具有重要意义,同时,对于在拼接光栅使用过程及使用后期对光栅进行实时检测以及对波前误差的大小进行精确计算和评估也具有重要意义。

研究人员通常采用傅里叶变换条纹分析处理技

收稿日期: 2020-07-30; 修回日期: 2020-08-29; 录用日期: 2020-09-07

基金项目: 国家自然科学基金(11673046, 11873071, 11773047, 11803059)、中国科学院国际合作局对外合作重点项目(114A32KYSB20160049)、国家自然科学基金联合基金重点项目(U2031211)

*E-mail: jhan@niaot.ac.cn

术从单一干涉条纹中恢复所需的光栅相位信息。美国罗切斯特大学激光动力能实验室 (LLE) 为 OMEGA EP 制作的脉冲压缩拼接光栅使用的是基于傅里叶分析的空间同步相位检测技术^[15], Qiao 等^[7]在此技术的基础上提出了基于傅里叶变换条纹处理技术的迭代算法, 实现了对拼接光栅实时检测的调整。干涉条纹的傅里叶变换分析技术是 Takeda 等^[16]于 1982 年首先提出的, 该技术将条纹频谱中的载频旁瓣作为载频估计来获得精确的相位信息。而对于拼接光栅中由于调整角度变化所形成的干涉条纹, 若要获取光栅的调整偏角, 就需要获得精确的条纹载频频率。但在光栅干涉条纹的傅里叶算法中, 载频频率的计算精度容易受到两方面的影响: 1) 载频的频谱泄露效应; 2) 在条纹变化较小时零频对载频数值计算的影响。Bone 等^[17]提出了最小二乘估计载频的计算方法; Huntley 等^[18]提出了分别对纯载频干涉条纹和检测光波信息干涉条纹进行傅里叶变换分析, 最后将所得解包裹相位分布相减获得精确相位信息的方法, 此方法失去了干涉条纹傅里叶动态分析的优点; 楚兴春等^[19]将条纹图的整周期裁剪方法用于抑制频谱泄露效应, 这一做法极大地减小了可测量的范围; 王雨雷等^[20]将干涉条纹的外推延拓方法用于抑制干涉条纹的频谱泄露效应, 然而载频计算误差依然较大; 为了抑制频谱泄露

效应和载频移除误差, 栗银等^[21]将干涉条纹的加窗切趾处理与旁瓣质心坐标结合起来用于估计干涉条纹的载频, 但该方法难以直接应用到拼接光栅条纹的处理中, 同时当条纹变化较小时, 载频的计算精度还需进一步提高。

为提高傅里叶条纹分析算法计算光栅调整偏角的精度, 有效抑制载频频谱泄露效应及条纹变化较小时零频与载频的相互影响, 本文以拼接光栅产生的干涉条纹为基础, 提出了对载频频率进行精确计算的九像素平均方法, 结合傅里叶分析技术和相位恢复算法获得了拼接光栅的角度调节误差, 并针对拼接光栅系统中的角度调整系数进行了标定, 同时对傅里叶条纹分析算法的角度计算稳定性和角度分辨精度进行了分析。

2 基本原理及实验仿真

2.1 拼接光栅的调整与相位差之间的关系

以两个光栅进行拼接为例, 如图 1(a) 所示, G1 为基准光栅, G2 为调整光栅, 通过精确定位 G2 光栅的姿态, 使 G2 光栅与 G1 光栅实现严格的共相拼接。G2 光栅可调整的 5 个自由度分别为绕坐标轴 x 、 y 、 z 轴旋转的角度偏差 (调整偏角) $\Delta\theta_x$ 、 $\Delta\theta_y$ 、 $\Delta\theta_z$, 以及沿 x 轴方向的平移误差 Δx 和沿 z 轴方向的平移误差 Δz 。

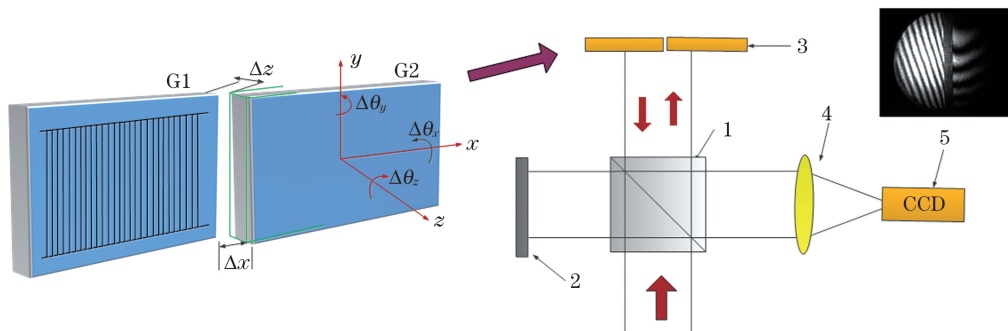


图 1 拼接光栅坐标系及其零级调整结构图。(a) 拼接光栅调整参数示意图; (b) 拼接光栅零级光条纹干涉检测示意图
Fig. 1 Mosaic grating coordinate system and alignment setup for 0-order. (a) Mosaic grating tiling parameters; (b) interferometer setup for 0-order of mosaic grating

在光栅 G2 存在调整误差的条件下, 各误差引起的相位变化可以表示为

$$\begin{cases} E_{\phi_z} = \frac{2\pi}{\lambda} [(\sin \alpha + \sin \beta)\Delta x - (\cos \alpha + \cos \beta)\Delta z] \\ \frac{\partial \Phi}{\partial y} = -\frac{2\pi}{\lambda} [(\cos \alpha + \cos \beta)\Delta \theta_x + (\sin \alpha + \sin \beta)\Delta \theta_z] \\ \frac{\partial \Phi}{\partial x} = \frac{2\pi}{\lambda} \left[(\cos \alpha + \cos \beta)\Delta \theta_y - (\sin \alpha + \sin \beta) \frac{\Delta d}{d} \right] \sec \beta \end{cases} \quad (1)$$

式中： α 为光栅入射角； β 为光栅衍射角； λ 为入射光波长； Φ 、 E 分别为角度误差引起的相位和平移相位； d 为光栅周期； Δd 为两块需要拼接的光栅周期误差。当两块光栅的周期相同时，满足 $\Delta d = 0$ ，(1) 式的相位可以表示为线性关系，即

$$\Phi = ax + by + c, \quad (2)$$

其中，

$$\begin{cases} a = \frac{k(\cos \alpha + \cos \beta)}{\cos \beta} \Delta \theta_y \\ b = -k \left[(\cos \alpha + \cos \beta) \Delta \theta_x + \frac{m\lambda}{d} \Delta \theta_z \right] \\ c = E_{\Phi z} \end{cases}, \quad (3)$$

式中： $k = 2\pi/\lambda$ ； m 为光栅的检测级次。由 (2) 式可知，调整光栅 G2 的相位由 x 、 y 方向的倾斜误差和平移误差组成。干涉条纹调整技术的本质就是根据调整光栅 G2 相对于基准光栅 G1 存在相位差 Φ 产生的干涉条纹差异，通过 G2 产生的条纹进行傅里叶分析计算，从而精确获得光栅 G2 调整误差的大小。为了验证条纹傅里叶分析算法的精确性，本文采用拼接光栅的零级进行分析。当 $m = 0$ 时，

$$I(x, y) = a(x, y) + c(x, y) \exp[i2\pi(f_x x + f_y y)] + c^*(x, y) \exp[-i2\pi(f_x x + f_y y)], \quad (5)$$

式中： $c(x, y) = \frac{b(x, y)}{2} \exp[i\Phi(x, y)]$ ； $c^*(x, y)$ 为 $c(x, y)$ 的共轭。对 (5) 式进行傅里叶变换可得到

$$\mathcal{F}(I) = \mathcal{A}(f_x, f_y) + \mathcal{C}(f_x - f_{x0}, f_y - f_{y0}) + \mathcal{C}^*(f_x + f_{x0}, f_y + f_{y0}), \quad (6)$$

式中： \mathcal{A} 、 \mathcal{C} 、 \mathcal{C}^* 分别为 $a(x, y)$ 、 $c(x, y)$ 、 $c(x, y)$ 的傅里叶变换。在测量过程中，背景光强 A 相对于条纹频率变化得非常缓慢，在傅里叶图中表现为零频的展宽，而干涉条纹周期和方向在频谱中表现为相对于零频对称分布的频率点阵图。当图像中只存在一组干涉条纹时，干涉条纹信息在频率域中表现为相对于零频对称的两个载频旁瓣，对干涉条纹的旁瓣频谱进行反变换和相位恢复，就可以获得 G2 光栅的面形姿态。

在拼接光栅条纹的处理中，对条纹载 frequencies 的精确计算，是提高光栅调整偏角计算精度的关键。但由于存在零频的展宽效应，当角度偏差较小时，即条纹变化较弱时，载频旁瓣接近于零频位置，旁瓣受零频的影响较大，频率的位置计算误差较大。对载波峰值像素位置进行计算的峰值算法虽然可以最

(3) 式中的系数 b 只与角度 $\Delta \theta_x$ 有关，因此在实验中只需调整拼接光栅的角度 $\Delta \theta_x$ 和 $\Delta \theta_y$ ，通过条纹的变化进行傅里叶分析计算，实验图如图 1(b) 所示。实验光路采用 Michelson 干涉原理，入射到拼接光栅拼缝位置的反射光与标准镜 2 反射光经会聚透镜 4 后形成干涉，在 CCD 上形成带有光栅调整信息的干涉条纹。对调整光栅的干涉条纹进行分析，就能获得调整光栅相对于基准光栅的调整偏差。

2.2 干涉条纹傅里叶计算调整角度的基本原理

干涉条纹的光强变化 $I(x, y)$ 可以表示为

$$I(x, y) = a(x, y) +$$

$$b(x, y) \cos[(2\pi f_x x + 2\pi f_y y) + \Phi(x, y)], \quad (4)$$

式中： f_x 、 f_y 分别为 x 和 y 方向的载波频率； $a(x, y)$ 为背景光强的变化量； $b(x, y)$ 为条纹的调制强度； $\Phi(x, y)$ 为初始相位。在理想情况下，光栅面形产生的相位误差为零，而角度误差会使条纹产生方向和周期性变化。因此，对光栅拼接系统中干涉条纹的分析，实质上是对载波频率的精确计算。(4) 式可表示为

大限度地消除零频对载频的影响，但如果干涉条纹的频率正好处在频率的采样点上，峰值采样就可以精确恢复出光栅的角度调节误差；而如果干涉条纹频率处在采样点之间，就会出现频谱的泄漏，即载频旁瓣的峰值坐标不等于载频，从而使得使用峰值频率采样时会由于频谱泄漏效应而产生计算误差。因此，需要在载频旁瓣采样时使用区域滤波(矩形或方形滤波)。为兼顾旁瓣频率坐标计算的精度与零频影响，本文以条纹傅里叶变换旁瓣的峰值坐标为中心，采用九像素平均算法进行滤波，精确计算条纹的载频，如图 2 所示。频谱载波频率的计算公式为

$$\begin{cases} f'_x = \frac{\sum_m f_x F(m, n)}{\sum_m F(m, n)} \\ f'_y = \frac{\sum_n f_y F(m, n)}{\sum_n F(m, n)} \end{cases}, \quad (7)$$

式中： $F(m, n)$ 为旁瓣的频率幅值； f'_x 和 f'_y 为干涉条纹空间载频的精确估计值。

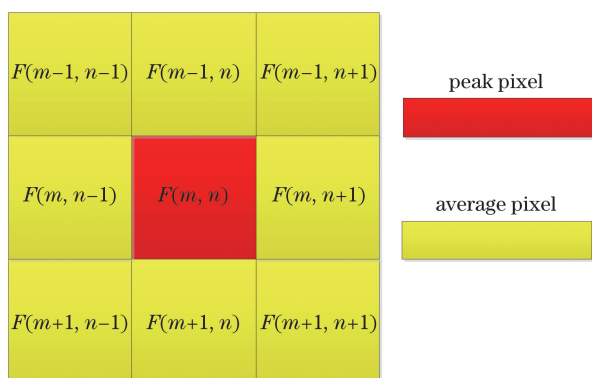


图 2 九像素平均算法的滤波区域示意图

Fig. 2 Filtering region of nine-pixel average algorithm

通过对载频进行精确计算以及对相位进行恢

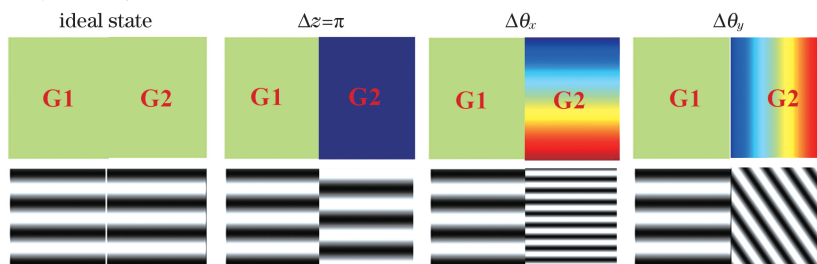


图 3 不同调整误差下干涉条纹的变化示意图

Fig. 3 Interference fringe pattern of mosaic grating G2 with the different misalignments

图 3 分别显示了基准光栅 G1 产生的干涉条纹,以及调整光栅 G2 分别在不同调整状态(理想调整状态以及存在平移误差 $\Delta z = \pi$ 、 $\Delta \theta_x$ 角度误差和 $\Delta \theta_y$ 角度误差)下的条纹。从图中可以看出,条纹的姿态变化与调整偏角是唯一映射关系。为了根据条纹的变化计算相应的调整偏角,首先需要采用数值模拟对傅里叶条纹分析算法进行精度验证。

基于拼接光栅产生的干涉条纹傅里叶算法计算调整偏角的基本流程如图 4 所示,其主要过程为:1)对拼接光栅的干涉条纹进行数据采集,获取调整光栅干涉条纹应用于数据处理的区域;2)对干涉条纹进行滤波处理,消除图像边缘在频谱分析中的噪声影响;3)对干涉条纹进行频谱变换,通过九像素平均算法获得载频旁瓣的精确频率分布;4)对载频频率进行傅里叶逆变换、相位恢复以及拟合计算,获得调整光栅相对于基准光栅的姿态变化以及调整偏角,根据此调整偏角可对拼接光栅的位置进行精确调整。

用此条纹傅里叶算法处理流程对该条纹角度算法的计算精度进行模拟计算。首先根据(2)式模拟出已知条纹频率 f_x 和 f_y (或已知调整偏角)的干涉条纹图形,并在干涉条纹中加入随机高斯噪声,以模拟环境噪声对条纹的影响;然后对条纹进行傅里叶

复,可获得调整光栅的相位分布,然后根据(2)式进行线性拟合,分别拟合出不同条纹形状下 x 和 y 方向的系数,就可以计算出相应的不同方向的调整偏角。

2.3 拼接光栅傅里叶条纹分析误差角度的模拟计算

为了精确计算不同条纹形状下(条纹倾斜、条纹周期)调整光栅相对于基准光栅的调整偏差,需要对傅里叶条纹分析算法进行精度分析。根据(2)式可知,拼接光栅的调整误差引起的相位变化可分为角度误差和平移误差,而在拼接过程中,相位差及其相应的干涉条纹变化可用图 3 表示。

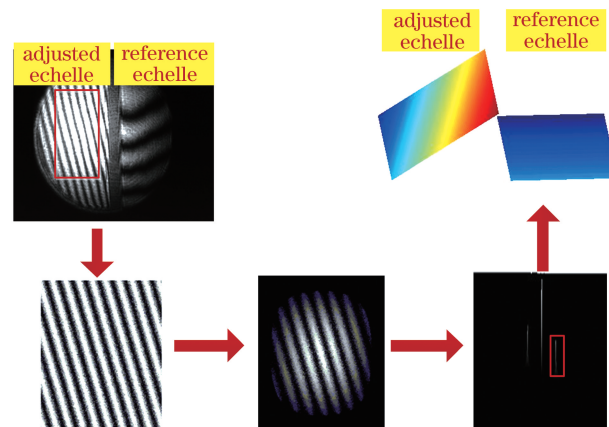


图 4 采用傅里叶条纹分析算法计算拼接光栅调整偏角的流程图

Fig. 4 A Fourier-transform (FT)-based fringe calculation algorithm of misalignment error in the mosaic grating interferometric technique

变换,通过九像素平均算法获得载频频率,然后采用逆变换和相位恢复算法获得光栅的调整偏角,并将其与实际的调整偏角进行比较,如表 1 所示。表通过比较计算获得的 $\Delta \theta_x$ 、 $\Delta \theta_y$ 和 Δz 与实际值之间的差异,获得了角度误差在 $0.2 \mu\text{rad}$ 、平移偏差在 1 nm 以内的精度。数值模拟结果证明了九像素平均算法可以满足拼接光栅通过条纹傅里叶分析获得高精度角度调整偏差的基本要求。

表 1 傅里叶条纹分析算法计算的角度与设定角度的精度比较

Table 1 Angular precision comparisons for Fourier-transform fringe calculation and the set angle

No.	$\Delta\theta_x / \mu\text{rad}$		$\Delta\theta_y / \mu\text{rad}$		$\Delta z / \text{nm}$	
	Set value	Calculated value	Set value	Calculated value	Set value	Calculated value
1	80	80.14	0	0.0023	158.12	158.2
2	0	0.0105	160	160.2078	110.73	110.74
3	10	9.9122	30	30.1819	254.61	254.12
4	30	29.806143	60	60.1754	316.31	316.40

3 拼接光栅干涉条纹傅里叶分析算法的实验结果与分析

拼接光栅的角度变化是通过旋转高精度测微头进行调整的。由于光栅尺寸及安装机械结构的变化,需要对角度调节系统中拼接光栅的角度变化与测微头数值之间的角度系数进行标定。本文以拼接光栅的零级干涉检测光路为基础,根据调整光栅干涉条纹计算出的相应的光栅调整偏角 $\Delta\theta_x$ 和 $\Delta\theta_y$,对拼接光栅调整系统中的角度系数标定及角度计算精度进行分析。

3.1 系统调整角度系数的标定

实验光路如图 1(b)所示。首先以零级干涉条纹计算为基础,分别在角度方向上进行高精度的测微头调整,以改变角度 $\Delta\theta_x$ 和 $\Delta\theta_y$ 的大小;然后以调整光栅和基准光栅产生的干涉条纹完全相同为调整起点,采用条纹傅里叶分析九像素平均算法计算不同测微头读数下干涉条纹的调整偏角 $\Delta\theta_x$ 和 $\Delta\theta_y$,获得 x 和 y 方向上光栅角度变化与测微头读数之间的关系,进而进行调整角度系数的标定。数据测量结果如表 2 所示。

图 5 中横坐标表示高精度测微头读数,计算得到的拼接光栅的旋转角度随测微探头旋转的增大而增大。从图 5 中的干涉条纹变化可知,在 $\Delta\theta_x$ 为零的条件下, $\Delta\theta_y$ 的增大使得调节光栅干涉条纹的倾斜发生了明显变化, $\Delta\theta_y$ 越大,干涉条纹的倾斜越大。对不同干涉条纹进行傅里叶变化分析获得 $\Delta\theta_y$ 的计算值如图 5 中的散点所示。通过数据拟合可知:采用傅里叶条纹分析算法获得的角度与测微头读数之间具有极好的线性关系,线性斜率 $m_y = 1.046 \times 10^{-6}$,初始位置 $b_y = 2.336 \times 10^{-8}$,其线性拟合系数 r 为 0.9995;在测微头读数为 0 处,采用傅里叶条纹分析算法获得的数值近似为 0,这与模拟值完全吻合。

表 2 不同测微头读数下的角度对比

Table 2 Angular comparison for different micrometer-head readings

Angle $\Delta\theta_y$ calibration		Angle $\Delta\theta_x$ calibration	
Relative position / μm	$\Delta\theta_x / \mu\text{rad}$	Relative position / μm	$\Delta\theta_y / \mu\text{rad}$
0	2.0826547898677	0	0.0463922748852
0.5	2.5352650817527	0.5	0.2938363677108
1.0	3.2253720699421	1.0	0.7203864363864
1.5	3.6734482080818	1.5	1.7647825563767
2.0	4.3104932903961	2.0	2.1876069811494
2.5	4.7970250631079	2.5	2.5457884447918
3.0	5.3247634717387	3.0	2.9642370964542
3.5	6.0839336768059	3.5	4.0578362957872
4.0	6.4468877209477	4.0	4.4267976178890
4.5	7.2100798579411	4.5	4.7716809875211
5.0	7.8637411020833	5.0	5.0750356366581
5.5	8.3067126578060	5.5	5.6737606984746
6.0	8.9699303615685	6.5	6.9679236214245
6.5	9.7252206866609	7.5	7.7812553901410
7.0	10.1178510708594	8.5	9.1578520400525
7.5	10.8112034527515	9.5	9.8648688552040
8.0	11.5032556769418	10.5	11.3261324212112
8.5	11.9980221823748	11.5	12.0590578283417
9.0	12.7070987520545	12.5	13.5580491207188
9.5	13.2790255460762	14.5	15.0932106198199
10.0	13.8440898944499	16.5	17.0530354239669
11.0	15.2260534149986	18.5	19.2436857344570
12.0	16.3976205258346	20.5	21.3697713075448
13.0	17.6797042539835	22.5	23.5515972589135

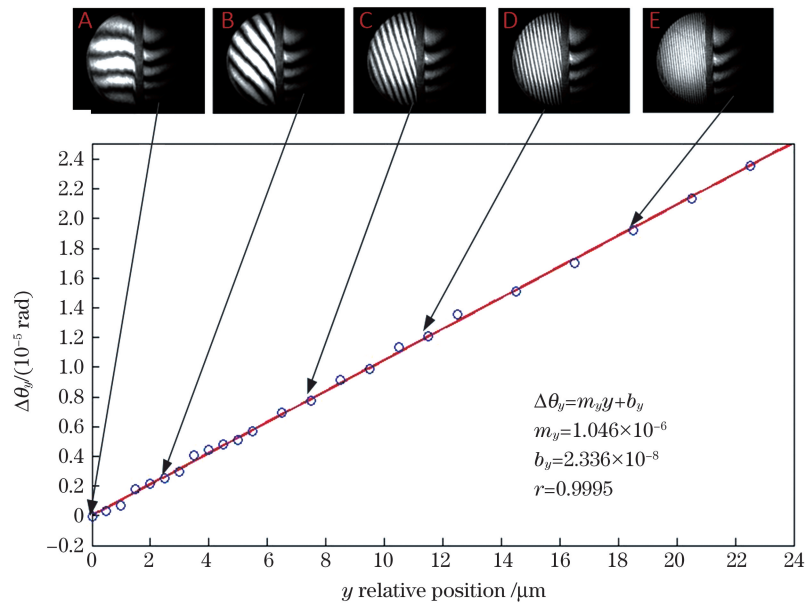


图 5 测微头读数与计算的偏角 $\Delta\theta_y$ 之间的关系 ($\Delta\theta_x = 0$)

Fig. 5 Relationship between misalignment angle $\Delta\theta_y$ and micrometer-head reading in y direction ($\Delta\theta_x = 0$)

图 6 为 x 方向上测微头读数与计算的偏角 $\Delta\theta_x$ 之间的关系,其中散点是采用傅里叶条纹分析算法获得的调整偏角,直线为拟合结果,横轴为测微头读数。由图 6 可以看出;拼接光栅中 $\Delta\theta_x$ 角度的增大使得干涉条纹在纵向方向上的密度变大,并且角度的变化量与条纹密度的变化量呈良好的线性关系,线性斜率系数为 $m_x = 1.208 \times 10^{-6}$,初始位置 $b_x = 1.831 \times 10^{-6}$,线性拟合系数 r 为 0.9997;在条纹的初始位置 A 处,采用傅里叶条纹分析算法计算获得的 $\Delta\theta_x$ 为 $1.9 \mu\text{rad}$,线性拟合计算的角度为 $1.886 \mu\text{rad}$ 。这是调节过程中为了对比基准光栅和

调整光栅产生的条纹而附加的固有角度,两者之间相差仅 $0.014 \mu\text{rad}$,完全满足光栅调整角度误差在 $1 \mu\text{rad}$ 范围内的基本要求。

采用傅里叶条纹算法对系统中 x 、 y 方向的测微头读数与角度变化之间的关系进行了系数标定,但在如图 1 所示的拼接光栅零级调整系统中,拼接光栅会同时存在 $\Delta\theta_x$ 和 $\Delta\theta_y$ 两个偏转方向的调整偏角,因此在实际的条纹计算及调整过程中,本文根据 x 和 y 方向的角度变化系数,获得了整个调整系统中角度调节大小 θ 与测微头读数之间的关系: $\theta = m_x x + m_y y + b_x$,如图 7 所示。根

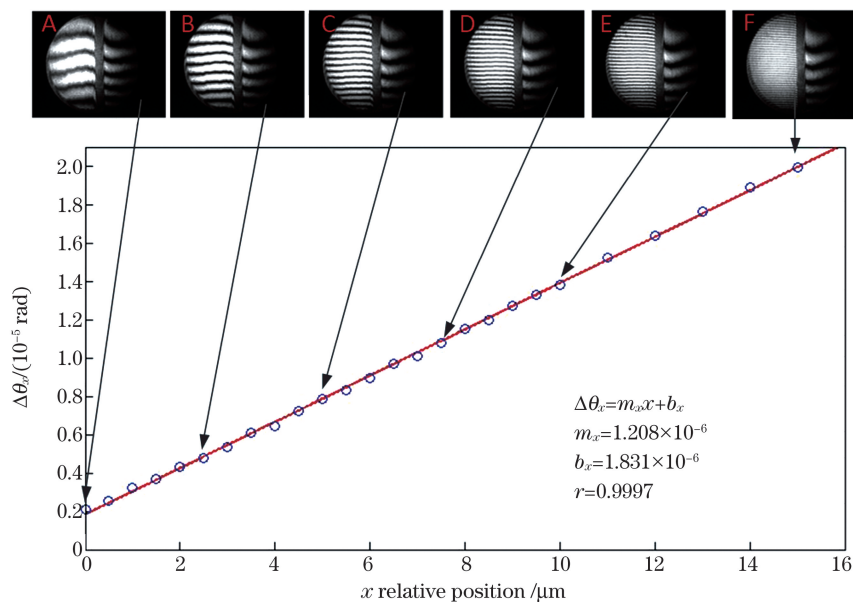


图 6 测微头读数与计算的偏角 $\Delta\theta_x$ 之间的关系 ($\Delta\theta_y = 0$)

Fig. 6 Relationship between misalignment angle $\Delta\theta_x$ and micrometer-head reading in x direction ($\Delta\theta_y = 0$)

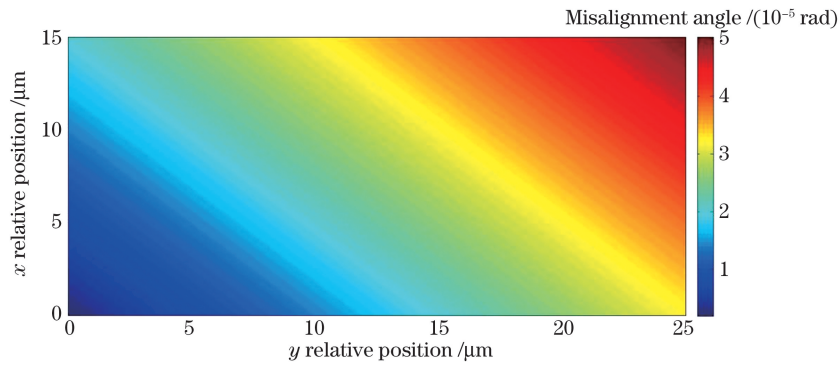


图 7 拼接光栅角度调节系统中测微头读数与调整偏角的对应关系

Fig. 7 Misalignment angle variation under different micrometer-head readings in the mosaic grating alignment system

据该公式, 只要通过条纹傅里叶分析算法获得干涉条纹的调整偏角, 就可以计算出在 x 和 y 角度偏转方向上该调整偏角对应的精确测微旋转数据。

3.2 结果分析

为验证傅里叶条纹分析算法在拼接光栅调整系统中的计算精度, 以拼接光栅在 x 和 y 轴上的角度变化与测微头读数的线性数据标定为依据, 着重分析了在任意干涉条纹下采用傅里叶条纹分析算法获得的光栅角度偏差与实际角度改变量之间的误差关

系, 分析结果如图 8 所示。

图 8(a) 为采用傅里叶条纹分析算法计算获得的调整偏角与实际调整偏角的比较图, 图 8(b) 为调整偏角 $\Delta\theta_x$ 和 $\Delta\theta_y$ 的误差变化范围。从图 8 中可知, 对于任意的干涉条纹, 采用傅里叶条纹分析算法计算的光栅调整偏角能够与实际系统的角度设定值较好地吻合, $\Delta\theta_x$ 的最大偏差为 $0.3 \mu\text{rad}$, $\Delta\theta_y$ 的最大偏差为 $0.4 \mu\text{rad}$ 。以上说明该计算方法完全可以满足现有望远镜所要求的拼接角度误差在 $1 \mu\text{rad}$ 范围内的基本要求。

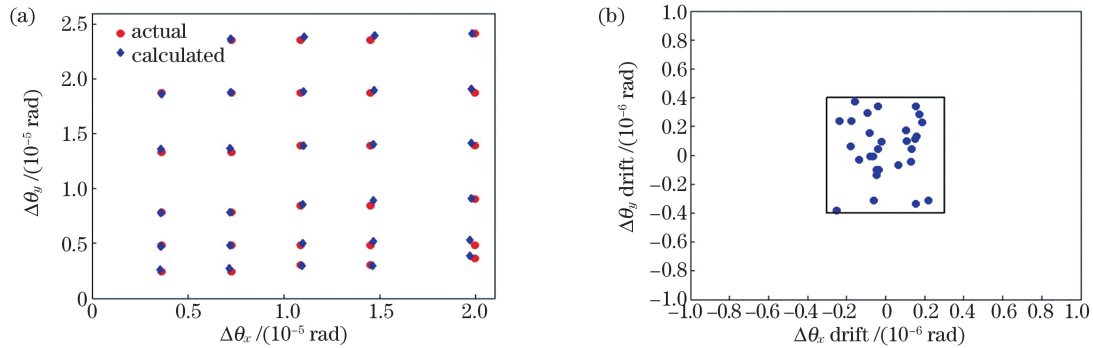


图 8 调整偏角的计算误差分析。(a) 计算调整偏角与实际调整偏角的对比; (b) 调整偏角的误差分布

Fig. 8 Error analysis of calculated misalignment angle. (a) Comparison of calculated and actual misalignment angles;

(b) misalignment angle error distribution

为了比较傅里叶条纹算法在载频频率中的计算精度, 分别选取了在 $\Delta\theta_x$ 和 $\Delta\theta_y$ 微量变化条件下的干涉条纹图形进行分析, 如图 9 所示。其中: 图 9(a)、(b) 是 $\Delta\theta_x$ 的微小改变量为 $0.4 \mu\text{rad}$ 时的

干涉条纹, 可以看到在整个干涉场区域内存在 1 个条纹的变化; 图 9(c)、(d) 是 $\Delta\theta_y$ 的微小改变量为 $0.946 \mu\text{rad}$ 时的干涉条纹, 可以看到存在约 0.5 个条纹变化。

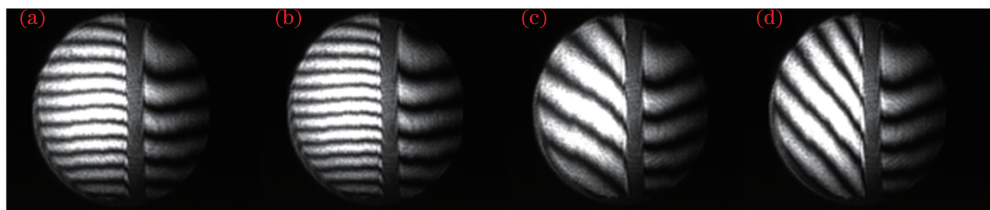


图 9 在微小角度改变条件下干涉条纹的对比。(a)(b) $\Delta\theta_x$ 的微小该变量为 $0.4 \mu\text{rad}$; (c)(d) $\Delta\theta_y$ 的微小该变量为 $0.946 \mu\text{rad}$

Fig. 9 Interferogram fringe comparisons for slight angle variation. (a)(b) With $0.4 \mu\text{rad}$ difference of $\Delta\theta_x$ angle error;

(c)(d) with $0.946 \mu\text{rad}$ difference of $\Delta\theta_y$ angle error

表 3 列出了不同算法下角度计算值与设定值的比较。虽然干涉条纹的图形比较相似,但采用九像素平均算法获得的角度计算值与设定值的误差在 $0.1 \mu\text{rad}$ 以内,完全可以满足拼接光栅对调整误差的基本要求;采用峰值算法进行计算时,虽然干涉条纹存在微小变化,但是该算法分辨不出此情况下的

角度变化。这一结果充分说明了采用峰值算法计算时存在频谱泄漏效应,在干涉条纹变化较小时分辨率下降;而九像素平均算法在有效弥补频谱泄漏的同时,提高了条纹的计算分辨率,同时在条纹密度较小的情况下,有效避免了零频展宽效应对载频计算精度的影响,并获得了较高的计算精度。

表 3 不同计算方法得到的调整偏角分辨的对比

Table 3 Misalignment angle resolution comparison for different fringe algorithms

Algorithm	$\Delta\theta_x/\mu\text{rad}$		$\Delta\theta_y/\mu\text{rad}$	
	Fig. 9(a)	Fig. 9(b)	Fig. 9(c)	Fig. 9(d)
Peak algorithm	6.31537	6.31537	2.35875	2.35875
Nine-pixel average algorithm	6.08393	6.44689	1.76478	2.54579
Set value	6.05883	6.46275	1.6929	2.63926
Deviation	0.0251	-0.01586	0.07188	-0.09347

4 结 论

为了有效抑制条纹载频频率的泄露效应以及零频与载频之间的相互影响,提高傅里叶条纹分析算法对调整偏角的计算精度和角度分辨率,本文提出了干涉条纹载频的九像素平均算法,并采用该算法对拼接光栅调整系统的角度系数进行标定;然后对傅里叶条纹处理算法计算得到的角度误差和角度分辨率进行分析,获得了角度的计算误差在 $0.4 \mu\text{rad}$ 以内。本文为实现大尺寸拼接光栅的共相调整提供了数据处理方面的理论支持。

参 考 文 献

- [1] Zhang Y F, Xian H. Statistical properties of wavefront and image field of misaligned segmented optical systems [J]. *Acta Optica Sinica*, 2019, 39(11): 1111004.
张永峰, 鲜浩. 失调拼接式光学系统波前及像场统计特性研究 [J]. *光学学报*, 2019, 39(11): 1111004.
- [2] Zhang C Y, Xu S Y, Xu B Q, et al. correction for effect of calibration error on accuracy of co-phasing error detection of dispersed fringe [J]. *Acta Optica Sinica*, 2018, 38(7): 0711003.
张春悦, 徐抒岩, 许博谦, 等. 标定误差对色散条纹共相误差检测影响的修正 [J]. *光学学报*, 2018, 38(7): 0711003.
- [3] Ji H X, Zhu Y T, Hu Z W. Optical system design of high throughput multi-channel spectrograph for very large telescope [J]. *Acta Optica Sinica*, 2019, 39(3): 0330003.
季杭馨, 朱永田, 胡中文. 极大望远镜高效率多通道光谱仪的光学系统设计 [J]. *光学学报*, 2019, 39(3): 0330003.
- [4] Zhu Y T. High resolution spectrographs for 8-10m class optical/IR telescopes [J]. *Progress in Astronomy*, 2001, 19(3): 336-345.
朱永田. 8~10 m 级光学/红外望远镜的高分辨率光谱仪 [J]. *天文学进展*, 2001, 19(3): 336-345.
- [5] Hornung M, Bödefeld R, Siebold M, et al. Alignment of a tiled-grating compressor in a high-power chirped-pulse amplification laser system [J]. *Applied Optics*, 2007, 46(30): 7432-7435.
- [6] Hornung M, Bödefeld R, Kessler A, et al. Spectrally resolved and phase-sensitive far-field measurement for the coherent addition of laser pulses in a tiled grating compressor [J]. *Optics Letters*, 2010, 35(12): 2073-2075.
- [7] Qiao J, Kalb A, Guardalben M J, et al. Large-aperture grating tiling by interferometry for petawatt chirped-pulse-amplification systems [J]. *Optics Express*, 2007, 15(15): 9562-9574.
- [8] Cotel A, Castaing M, Pichon P, et al. Phased-array grating compression for high-energy chirped pulse amplification lasers [J]. *Optics Express*, 2007, 15(5): 2742-2752.
- [9] Li Z Y, Li S, Wang C, et al. Stable and near Fourier-transform-limit 30 fs pulse compression with a tiled grating compressor scheme [J]. *Optics Express*, 2015, 23(26): 33386-33395.
- [10] Li Z, Wang T, Xu G, et al. Research on potential problems of object image grating self-tiling for applications in large aperture optical systems [J]. *Applied Optics*, 2013, 52(4): 718-725.
- [11] Hu Y, Zeng L J, Li L F. Method to mosaic gratings that relies on analysis of far-field intensity patterns in two wavelengths [J]. *Optics Communications*, 2007,

- 269(2): 285-290.
- [12] Zeng L, Li L. Method of making mosaic gratings by using a two-color heterodyne interferometer containing a reference grating [J]. Optics Letters, 2006, 31(2): 152-154.
- [13] Cong M, Qi X D, Xu J, et al. Analysis and removal of five-dimensional mosaicking errors in mosaic grating [J]. Optics Express, 2019, 27(3): 1968-1980.
- [14] Lizon J L, Dekker H, Manescau A, et al. A large mosaic echelle grating for ESPRESSO spectrograph [J]. Proceedings of SPIE, 2018, 1070: 107012P.
- [15] Kessler T. Demonstration of real time, phase locked alignment of tiled gratings for chirped pulse amplification lasers [J]. LLE Review, 2004, 100: 242-251.
- [16] Takeda M, Ina H, Kobayashi S. Fourier-transform method of fringe-pattern analysis for computer-based topography and interferometry [J]. JOSA, 1982, 72(1): 156-160.
- [17] Bone D J, Bachor H A, Sandeman R J. Fringe-pattern analysis using a 2-D Fourier transform [J]. Applied Optics, 1986, 25(10): 1653-1660.
- [18] Huntley J M, Field J E. High resolution moire photography: application to dynamic stress analysis [J]. Optical Engineering, 1989, 28(8): 926-933.
- [19] Chu X C, Lü H B, Zhao S H. Investigation of high precision subdivision method for fringes based on fast Fourier transform [J]. Acta Optica Sinica, 2007, 27(12): 2179-2183.
楚兴春, 吕海宝, 赵尚弘. 基于傅里叶变换的高精度条纹细分方法 [J]. 光学学报, 2007, 27(12): 2179-2183.
- [20] Wang Y L, Lü Z W, Wang Y, et al. New method for interferogram fringe pattern analysis based on Fourier transform method [J]. Acta Optica Sinica, 2006, 26(8): 1167-1171.
王雨雷, 吕志伟, 王岩, 等. 一种基于傅里叶变换的分析载波条纹的新方法 [J]. 光学学报, 2006, 26(8): 1167-1171.
- [21] Su Y, Fan Q, Wang Y F, et al. Fourier transform method for interferogram analysis with high accuracy [J]. Acta Photonica Sinica, 2015, 44(11): 1112004.
粟银, 范琦, 王云飞, 等. 干涉条纹的高准确度傅里叶变换分析 [J]. 光子学报, 2015, 44(11): 1112004.

Fourier-Transform Method for Analyzing Angular Errors from Interferograms for Mosaic Grating Alignment

Han Jian^{1,2*}, Jiang Mingda^{1,2}, Zhang Kai^{1,2}, Xiao Dong^{1,2}, Zhu Yongtian^{1,2}

¹ National Astronomical Observatories/Nanjing Institute of Astronomical Optics & Technology, Chinese Academy of Sciences, Nanjing, Jiangsu 210042, China;

² CAS Key Laboratory of Astronomical Optics & Technology, Nanjing Institute of Astronomical Optics & Technology, Nanjing, Jiangsu 210042, China

Abstract

Objective The current maximum size of a diffraction grating is a ruled area of 300 mm (groove length) by 400 mm (ruled width). With the latest generation of eight- and ten-meter-class optical telescopes and the desire for resolutions exceeding 100000 for spectroscopic applications, there is a need to produce larger diffraction gratings or assemblies of existing gratings in good alignment. At the same time, descriptions of instrumentation utilizing such large gratings are found in the chirped-pulse-amplification (CPA) scheme. To overcome the current size limit for ruled gratings, a method is required for producing a stable assembly of two or more gratings. The most obvious choice is to build a fixture that can hold individual gratings in a stable configuration relative to one another and relative to the instrument where the gratings are being used. The alignment requirements for mosaic echelle gratings are derived from the image-quality requirements for a high-resolution spectrograph. Several schematic setups have been used to build alignment collimators of the echelle mosaic. Image analysis, as well as the logging of all data, is typically important for achieving the required level of noise reduction. The errors of the mosaic gratings can be analyzed quantitatively, enabling the experiment to succeed more effectively.

Methods The alignments in a mosaic grating are determined by maintaining a reference grating in a static position and moving the adjustable gratings relative to the reference tile. There are five degrees of freedom relative to the reference grating: the tilt $\Delta\theta_y$, tip $\Delta\theta_x$, twist $\Delta\theta_z$, lateral shift Δx , and piston extension Δz . All these alignment errors produce different fringes, so the properly aligned position can be determined by interferometric analysis. In

order to increase the precision of the angular-error adjustments in mosaic grating alignment, we use nine-pixel-average algorithm based on Fourier-transform to analyze the interference-fringe frequency patterns with high precision. The algorithm contains several steps. First, a window function is applied to each fringe pattern to reduce edge effects in the Fourier-transform calculations, and the carrier frequency is chosen to position the sidelobes outside the noise spectrum of the interferometer system. Second, we apply an inverse Fourier-transform, followed by phase calculations, to produce a two-dimensional phase reconstruction of the gratings. Finally, any remaining tip/tilt errors can be calculated and resolved. By using the nine-pixel-average algorithm and calculating the centroid coordinates of the sidelobes of the interferogram, we can determine the spatial carrier frequencies with high accuracy. This technique is especially useful when operating in optically “noisy” environments, and it permits a high level of noise rejection. In connection with the interference method for mosaic echelle alignment, we have simulated and analyzed the Fourier-transforms of the different fringes obtained for different angular errors. We also have obtained the calibration coefficients for the angles in alignment and have determined the resolution and the precision tolerance of the Fourier-transform-based fringe-pattern analysis in a co-phasing mosaic-grating-assembly experiment.

Results and Discussion In the zeroth-order diffraction pattern of the mosaic gratings, the angular errors $\Delta\theta_x$ and $\Delta\theta_y$ affect the tilt and the period of the interferogram fringes. Using nine-pixel-average algorithm based on Fourier-transform, we have analyzed the different fringes obtained with different micrometer-head readings, and we have also calculated the calibration coefficients for the angles in alignment system (Fig. 5 and Fig. 6). The calculated angular errors increase linearly as the micrometer-head readings increase, and the linear fitting coefficient is better than 0.999. In addition, we have determined the resolution and precision tolerance of the algorithm. According to the error analysis of calculated misalignment angle, we find that Fourier-transform-based nine-pixel-average algorithm data is in accord with the setting data, and the angular-misalignment error distribution is less than $0.4 \mu\text{rad}$ (Fig. 8). We have also compared the angular resolution for different fringe algorithms (the peak algorithm and the nine-pixel-average algorithm). We find that the resolution precision of the nine-pixel-average algorithm is better than $0.1 \mu\text{rad}$, while the peak algorithm is impractical for use in fringe calculations (Table 2). From this sensitivity study, not only do we find that the nine-pixel-average algorithm shows better performance in the analysis but also we verify its high sensitivity for detecting phase variations. All these results demonstrate the usefulness of the nine-pixel-average algorithm.

Conclusions In the present study, we have devised Fourier-transform-based nine-pixel-average algorithm and have used it to analyze the interference-fringe frequency patterns with high precision. With this technique, we can determine the angle-adjustment coefficients of the system. The alignment angles of the two gratings with respect to each other can be determined with an accuracy of $0.4 \mu\text{rad}$, and the resolution precision of the nine-pixel-average algorithm is better than $0.1 \mu\text{rad}$. This result is entirely sufficient to guarantee the precision required for mosaic echelle gratings at the telescope, and the work provides a theory for fringe calculations for the co-phasing mosaic alignment of large-sized gratings. We anticipate that in conjunction with future increases in grating size, astronomical spectrographs will be able to attain the significantly increased resolution that is very important for astronomical research.

Key words coherence optics; mosaic grating; Fourier-transform; co-phasing mosaic; adjusted precision

OCIS codes 030.1640; 050.1950; 070.4560; 120.5050