

分数效应下双艾里-高斯光束在高斯势垒中的传输

肖燕*, 王鹏翔, 郭腾, 高茹, 任淑敏

山西大学物理电子工程学院, 山西 太原 030006

摘要 以分数薛定谔方程为理论模型,采用分步傅里叶法研究了双艾里-高斯光束在高斯势垒中的相互作用。结果表明,艾里-高斯光束在入射后产生分裂,随着莱维指数的增大,分裂现象会逐渐消失。同时,改变莱维指数可以调节光束的衍射效应和两光束之间的夹角。在自加速、分数衍射效应和势垒反射的共同作用下,传输呈现周期性演化。通过改变势垒参数可以控制传输周期以及光束的透射和反射比。在分布因子较小时,间隔参量会影响光束的演化周期,其符号决定了在两光束间是主瓣还是旁瓣进行主要作用。此外,在一定的相对相位条件下,两束艾里-高斯光束相互作用会发生能量转移,且随着间隔参量的变化,能量转移过程也会发生相应的改变。利用这些特性可以控制光束的传播方向和产生的光束数量,在光开关、分路器等领域有潜在的应用价值。

关键词 衍射;艾里-高斯光束;分数薛定谔方程;高斯势垒

中图分类号 O437

文献标志码 A

doi: 10.3788/CJL202148.2005002

1 引言

衍射是光束传播过程中的基本特性,它会导致传输过程中的光束发生展宽且能量减弱,进而限制了光束的远距离传输。为了降低衍射效应对光束传输的影响,人们开始寻找无衍射光束。1987年,Durnin等^[1-2]正式提出了无衍射光束的概念。无衍射光束的光强分布不会随着传输距离的增加而改变,进而其在电子加速^[3]、光互联^[4]和自成像^[5]等领域中有着广阔的应用前景,并成为现代光学领域的研究热点之一。艾里光束是无衍射光束的一种,1979年,Berry等^[6]在量子力学范畴内提出艾里函数是薛定谔方程的一个特解,但满足该函数形式的艾里波包理论上具有无限能量,并不能在实验中获得。2007年,Siviloglou等^[7]将艾里波包“截趾”,在理论和实验上得到了有限能量的艾里光束,从此对艾里光束的研究进入了光学领域。除了无衍射特性外,艾里光束还具有横向自加速和自愈特性^[8-11]。自加速特性会使光束的传播轨迹表现为抛物线。自愈特性是指光束在传播过程中遇到干扰时,继续传播一段时间后会恢复到初始状态。人们对艾里光束

在不同非线性效应下的传输特性进行了研究^[12-14],发现其在等离子体通道^[15-17]、粒子操纵^[18-19]、光子弹^[20-22]和光路由^[23]中具有很高的研究价值。

由于艾里-高斯光束是艾里光束经过高斯光阑调制得到的且其具有有限能量,因此利用艾里-高斯光束可以较好地描述艾里波包的传播。其在有限的传播距离内保持了无衍射传播特性,进而可以在实验中很好地模拟现实情况^[24]。改变分布因子可以使得艾里-高斯光束呈现高斯光束或者艾里光束的性质,这种涵括性促使国内外研究人员对其进行了研究。研究艾里-高斯光束在强非局域非线性介质中传播^[25]时,发现艾里-高斯函数是 Snyder-Mitchell 模型的解,但是其线性动量不守恒,进而在强非局域介质中,非线性薛定谔方程的艾里-高斯解析解与数值模拟结果不一致。同时,分布因子越大,艾里-高斯光束越接近于高斯分布。另外,有研究表明艾里-高斯光束在自由空间和克尔介质中传播时,临界功率和自加速效应均会随着分布因子的增大而减小^[26],而在光折变介质或晶体中传播时,则会发生孤子脱落现象^[27-28]。国内外学者在研究分布因子的同时,对艾里-高斯光束的相互作用进行了研

收稿日期: 2021-01-26; 修回日期: 2021-03-18; 录用日期: 2021-03-24

通信作者: *xiaoyan@sxu.edu.cn

究^[29-31]。例如,利用数值方法研究了艾里-高斯光束在三次非线性介质中的传播和相互作用中呼吸孤子的产生^[29],发现当两艾里-高斯光束相互作用时,通过调整初始艾里-高斯光束的各参数可以观察到不同的呼吸孤子和孤子对。对艾里-高斯光束在饱和介质中的传播和相互作用进行了研究^[30],在传输过程中同样观察到了孤子与孤子对。

以上均是艾里-高斯光束基于非线性薛定谔方程模型的研究成果,而基于分数薛定谔方程模型的研究很少。Laskin^[32-34]在量子力学范畴内提出了分数薛定谔方程。在费曼积分中,利用莱维轨迹的积分路径代替 Brownian 轨迹的积分路径可得到分数薛定谔方程,它可以描述分数场理论和分数自旋粒子的行为。2015 年,Longhi^[35]基于薛定谔方程和傍轴波动方程间的近似性,提出了一种基于非球面光学谐振腔横向激光动力学的实现方法,将分数薛定谔方程引入了光学领域。这项工作为研究以分数薛定谔方程为模型的光束动力学提供了新思路,在后续的研究中得到了一些有趣的现象。例如,研究了啁啾高斯光束在无势分数薛定谔方程理论模型下的传播特性,发现在无啁啾的情况下,高斯光束会分裂为两束,而在啁啾存在的情况下,其中一束光会随着啁啾的增加而逐渐被抑制。从

理论和数值方面研究了高斯光束在变系数分数薛定谔方程理论模型下的传播特性^[36],结果表明,在纵向周期调制的作用下,高斯光束是周期性振荡的。除此以外,超高斯光束^[37]、艾里光束^[38]在分数薛定谔方程模型下的传输特性均得到了研究,但是对于艾里-高斯光束的研究很少。最近,线性势作用下的艾里-高斯光束的周期演化得到了研究^[39],在此基础上,本文研究了艾里-高斯光束在高斯势垒中的传输演化。

本文以分数薛定谔方程为理论模型,利用分步傅里叶法对双艾里-高斯光束在高斯势垒中的相互作用进行了研究,分析了分布因子、莱维指数及势垒参数等对传输过程的影响。改变这些参数值可以调节双艾里-高斯光束的传输周期和光束间的夹角,进而利用这些性质可以制作光学开关和光学逻辑器件等。此外,当改变相对相位和间隔参量时,可以观察到能量转移现象,这对研究光束在光纤系统中的能量调控有一定的意义。

2 理论模型

在傍轴近似条件下,用分数薛定谔方程描述(1+1)维艾里-高斯光束在势作用下沿 z 方向的传输:

$$i \frac{\partial}{\partial z} \psi(x, z) = \frac{1}{2} \left(-\frac{\partial^2}{\partial x^2} \right)^{\alpha/2} \psi(x, z) + V(x) \psi(x, z), \quad (1)$$

式中: $\psi(x, z)$ 为无量纲光场复振幅; $x = \eta/x_m$ 和 $z = \xi/kx_m^2$ 分别为归一化横坐标和传输距离,其中 η 为光束的横向尺寸, ξ 为光束的传输距离, x_m 为光束的横向特征宽度, kx_m^2 为瑞利长度, $k = 2n_0\pi/\lambda$ 为波数, λ 为真空中的波长, n_0 为线性

折射率; α 为莱维指数,用来描述分数阶衍射效应,取值范围为 $1 < \alpha \leq 2$,并且当 $\alpha = 2$ 时,分数薛定谔方程即为标准形式的薛定谔方程; $V(x)$ 为高斯势垒,可以控制光束在空间中的传播,势垒的表达式为

$$V(x) = p \left\{ \exp \left[-\frac{(x-x_0)^2}{d_0^2} \right] + \exp \left[-\frac{(x+x_0)^2}{d_0^2} \right] \right\}, \quad (2)$$

式中: p 为势垒高度; d_0 为势垒宽度; x_0 为高斯势垒中心点在 x 方向上的位置。

在求解非线性薛定谔方程时,需要使用分步傅里叶法。分步傅里叶法是指在传输过程中,当光场每通过一小段距离 h 时,分别考虑衍射效应和非线性效应的影响后得到的近似结果。将 $(z, z+h)$ 的传输过程分两步考虑,在 $(z, z+h/2)$ 和 $(z+h/2, z+h)$ 中只考虑衍射效应的影响,在 $z+h/2$ 处考虑

非线性作用,这是最低阶的分步法的思路。因为在求解线性项的时候使用了傅里叶法,所以上述分步法被称为分步傅里叶法。

艾里-高斯光束的表达式为

$$\phi(x) = A_0 \phi_{Ai}(x) \exp(ax) \exp(-x^2 \chi_0^2), \quad (3)$$

式中: A_0 为光束的初始振幅; $\phi_{Ai}(x) = 1/\pi \cdot \int_0^{+\infty} \cos(t^3/3 + xt) dt$ 为艾里函数^[40-41]; a 为截断系

数,作用是保证光束的能量有限,它是正实数,在本文中设定 $a = 0.2$; χ_0 是控制艾里-高斯光束的分布因子,不同的分布因子会使光束具有不同的性质, χ_0 值越大时艾里-高斯光束越接近于高斯光束, χ_0

值越小时艾里-高斯光束越接近于艾里光束。

为了研究艾里-高斯光束的相互作用,将两束反向加速的艾里高斯-光束作为初始入射光束,其表达式为

$$\begin{aligned} \phi(x, z = 0) = & A_1 \phi_{Ai}(x - B) \exp[a(x - B)] \exp[-(x - B)^2 \chi_0^2] + \\ & A_2 \phi_{Ai}[-(x + B)] \exp[-a(x + B)] \exp[-(x + B)^2 \chi_0^2] \exp(i\delta), \end{aligned} \quad (4)$$

式中: A_1 和 A_2 分别为两束艾里-高斯光束的振幅; B 为间隔参量,表示两光束主瓣中心点到 $x = 0$ 处的距离; δ 为相对相位,当 $\delta = 0$ 时两束艾里-高斯光束为同相状态,当 $\delta = \pi$ 时两束艾里-高斯光束为反相状态。

3 数值模拟

非线性薛定谔方程是光通信领域中常用的传输方程,通常情况下无法求出其解析解,需要利用数值方法对其进行研究,分步傅里叶法是其中应用最为广泛的一种方法。在分步傅里叶法中,假设传输距离很小时衍射和非线性是独立作用的,此时传输过

程可分两步进行计算,即分别考虑衍射效应和非线性效应的影响,最终可得到光束的传输结果。

将(4)式作为初始条件,方程(1)作为理论模型,采用分步傅里叶法对双艾里-高斯光束的相互作用进行了数值模拟。

图 1 为改变莱维指数 α 和势垒位置 x_0 的同相双艾里-高斯光束的相互作用传输图,此时, $A_1 = A_2 = 3, B = 3, \chi_0 = 0.1, p = 40, d_0 = 1.5$ 。研究发现,当 $\alpha = 1$ 时,艾里-高斯光束进入高斯势后会出现分裂现象。随着 α 的增大,衍射效应增强,分裂现象逐渐消失,两光束主瓣间的夹角变大,传输周期减小。同时,当 α 取某些特定值时,分裂后的子光束在

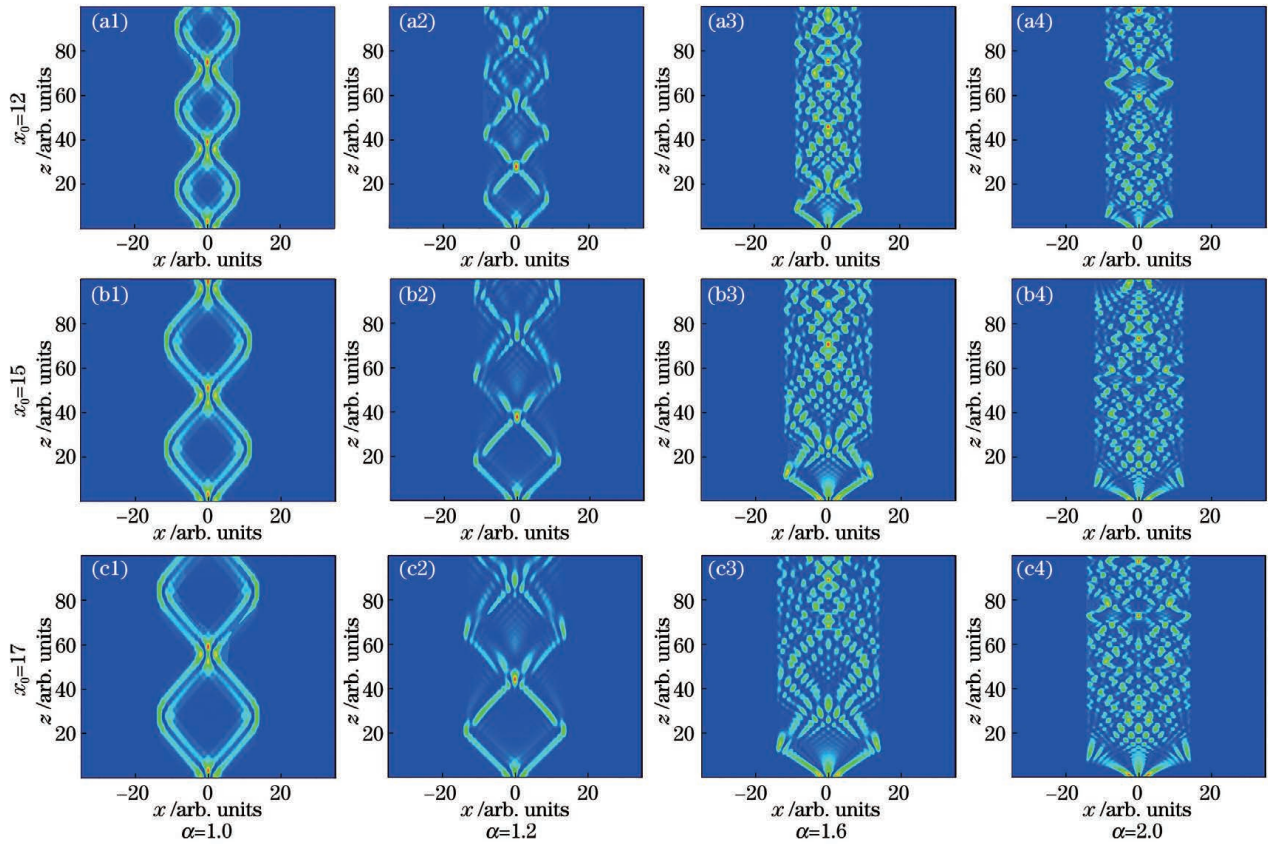


图 1 不同莱维指数和势垒位置下的同相双艾里-高斯光束的相互作用传输图

Fig. 1 Interaction propagation diagrams of in-phase dual Airy-Gaussian beams with different Lévy indices and potential barrier positions

碰撞后会发生能量互换。从图 1(a1)中可以发现,当 $\alpha=1$ 时,两束艾里-高斯光束在入射点处受到分数衍射效应的影响分裂为两束子光束,子光束在向前传输过程中遇到势垒壁发生反射,传输方向改变。从图 1(a2)中可以发现,当 $\alpha=1.2$ 时,衍射效应的增强使得中间的两束子光束在入射后出现了能量耗散,并且有一部分会传递给两侧的子光束,即在与势垒壁碰撞或者两光束相互干涉时,中间子光束与两侧的子光束间会进行能量互换。从图 1(a3)中可以发现,当 α 增加到 1.6 时,分裂现象消失,两束艾里-高斯光束主瓣按各自的自加速方向传播,其旁瓣在中间相互吸引叠加后向前传输。随着 α 的进一步增大,光束主瓣间的夹角变大,此时的衍射效应足够强,光束在传播一段距离后出现了混沌现象,如图 1(a4)所示。此外,研究表明势垒位置会影响光束相互作用的周期,如图 1(a1)~(c1)所示。随着势垒位置 x_0 的增大,光束的传播周期随之变大。这是两势垒间的距离加大,而光束的初始入射位置不变,光束与势垒壁的碰撞位置发生变化所导致的。这些现象为研究光束控制等方面提供了新的思路。

图 2 为改变分布因子 χ_0 和间隔参量 B 的同相双艾里-高斯光束的相互作用传输图,此时, $\alpha=1, x_0=15, p=40, d_0=1.5$ 。研究发现,双艾

里-高斯光束在传输过程中呈周期性演化趋势,在 χ_0 较小时时间间隔参量对周期会有一些影响,随着 χ_0 的增加,艾里-高斯光束趋于高斯化,间隔参量对周期的影响不断减弱直至消失。在同一传输距离处,不同的 B 值对应的峰值点个数有差异。当 $B<0$ 时,主要是光束主瓣发生相互作用,中间两束子光束的能量较强。从图 2(a1)~(c1)中可以发现, $B=-5$ 时,两光束主瓣的间距较大,同相两光束间的引力较弱。中间子光束受到自加速作用向内偏转,传输一段距离后发生碰撞,形成一个峰值点。在后续的传播过程中,由于受到光束间相互作用和势垒壁反射的影响,故在不同传输距离处对应的峰值点数量发生改变。从图 2(a3)~(c3)中可以发现,当 $B=0$ 时,两光束主瓣重合,能量最为集中。从图 2(a4)~(c4)、(a5)~(c5)中可以发现,当 $B>0$ 时,由于主要是光束的旁瓣发生相互作用,因此两侧子光束的能量较强。从图 2 中也可以看出分布因子 χ_0 会影响两束艾里-高斯光束的相互作用特性。当 $\chi_0=0.01$ 时,艾里-高斯光束接近于艾里光束,此时旁瓣较多。随着 χ_0 的增大,光束的旁瓣越来越少,光束越接近于高斯光束。此时,间隔参量几乎不会影响两艾里-高斯光束的相互作用,如图 2(c1)、(c5)和图 2(c2)、(c4)所示。

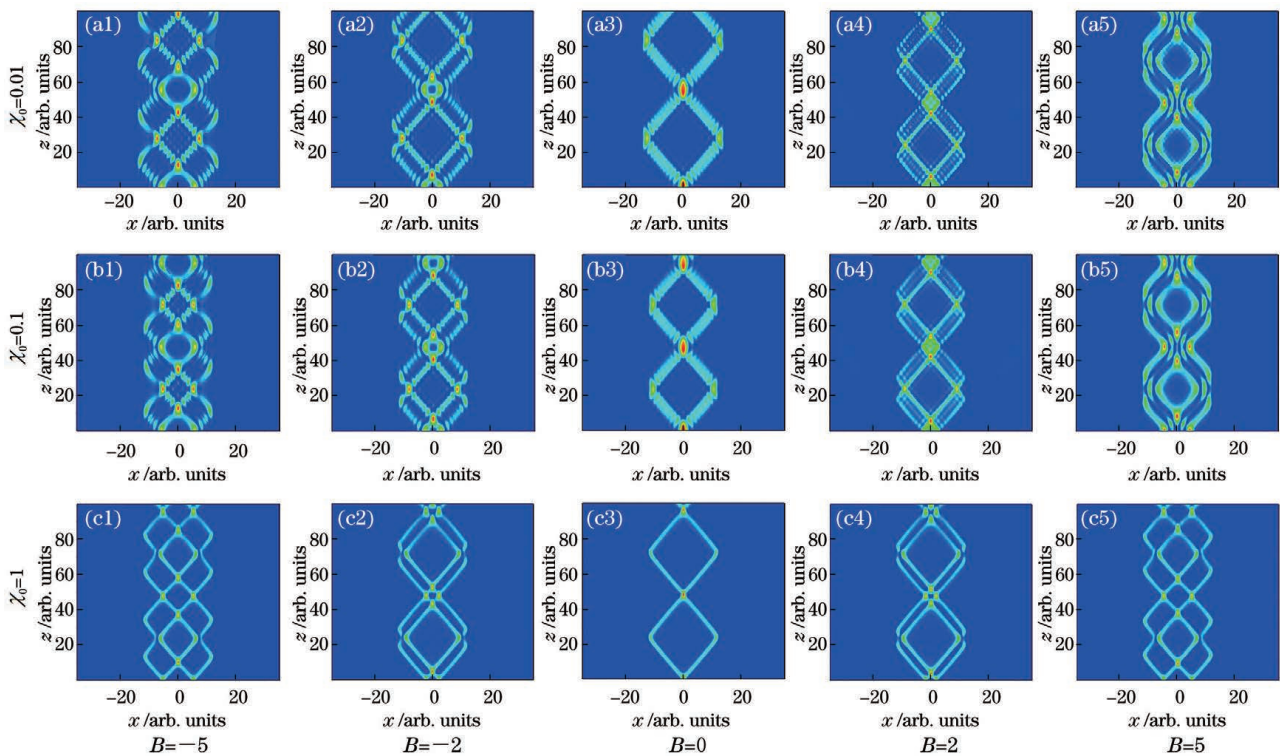


图 2 不同分布因子和间隔参量下的同相双艾里-高斯光束的相互作用传输图

Fig. 2 Interaction propagation diagrams of in-phase dual Airy-Gaussian beams with different distribution factors and interval parameters

接下来,进一步研究了 B 值不同时,一个周期内不同传输距离处双艾里-高斯光束的光强分布,如图 3 所示。此时, $\alpha = 1, x_0 = 15, p = 40, d_0 = 1.5, \chi_0 = 0.1$ 。 B 的取值主要影响两光束的间隔,其正负号则决定主瓣或旁瓣发生相互作用。当 B 取正值时,光束旁瓣先发生接触并进行相互作用。 B 取负值时,主瓣发生相互作用。当 B 取不同值时,随着传输距离的增加,波峰数量会发生变化,且在传输过程中波峰的数量和强度总是关于 $x = 0$ 对称。如图 3(c) 所示,当 $B = 0$ 时,两束艾里-高斯光束主瓣在入射点处几乎重合呈现一个波峰。由于两光束的自加速方向相反,因此与分数衍射效应共同作用后,光束向不同的方向传输进而产生分裂形成两个波

峰。随着传输距离的增加,两个波峰之间的距离越来越远,而经过势垒壁反射后,两波峰之间的距离会逐渐减小并最终重合为一个波峰。当 $|B|$ 相等时,如图 3(b)、(d) 和图 3(a)、(e) 所示,波峰数量变化情况基本一致,但峰值不相等。这是 B 的正负号影响了主瓣与旁瓣相互作用的位置,改变了它们之间的重合点造成的。当 $B > 0$ 时,主瓣与旁瓣会有一定的重合。随着 B 的增大,主瓣与旁瓣重合变少,主瓣能量越集中,峰值越大,如图 3(d)、(e) 所示。值得注意的是,当 B 取值为 -5 和 5 时,在 $z = 22$ 处波峰数量不同, $B = -5$ 时只有两个波峰, $B = 5$ 时却产生了四个波峰,这同样也是 B 的符号不同影响了主瓣与旁瓣相互作用的位置造成的。

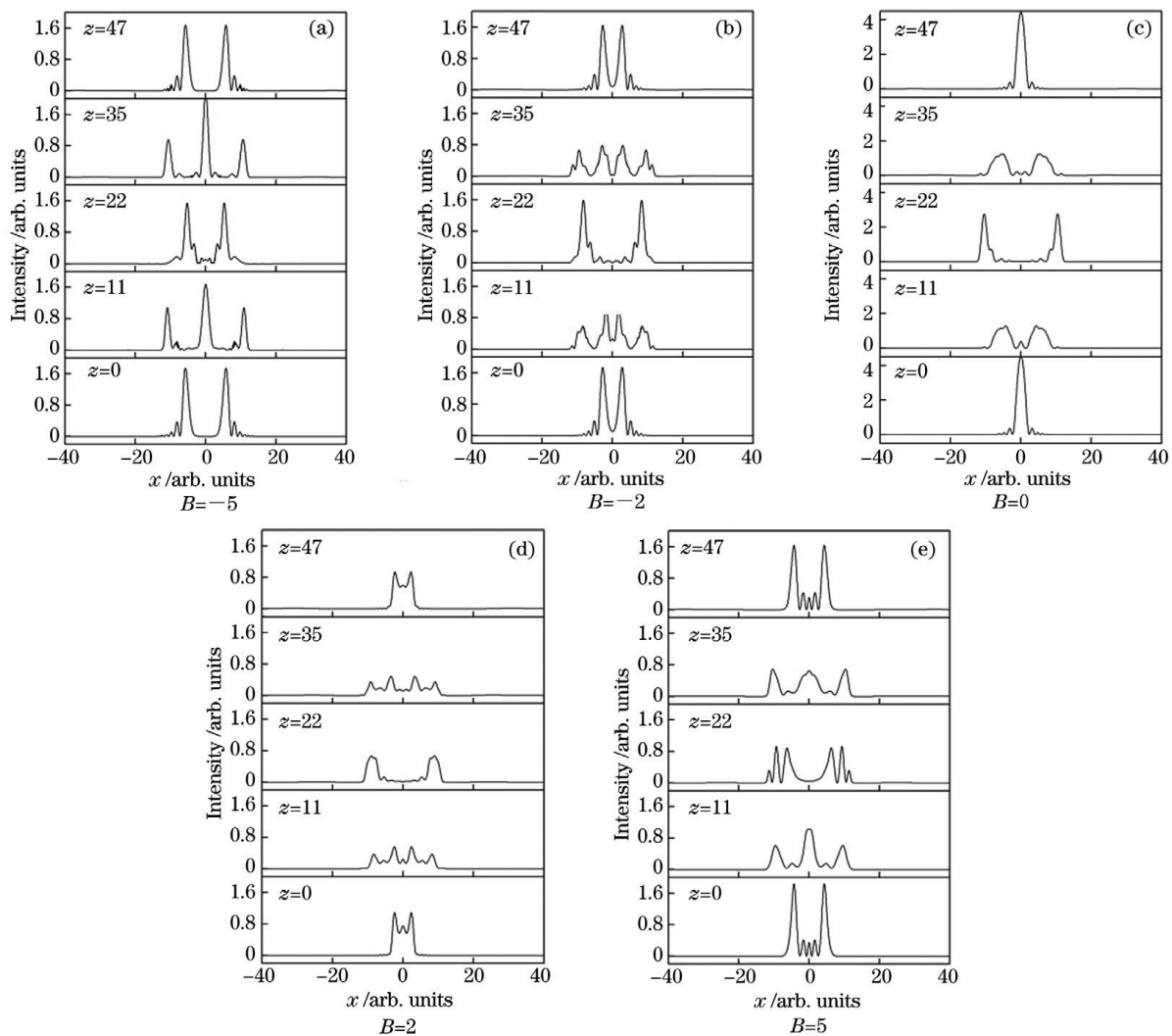


图 3 在不同间隔参量下,一个周期内双艾里-高斯光束的光强分布图

Fig. 3 Intensity distribution diagrams of dual Airy-Gaussian beams in a period with different interval parameters

图 4 为改变间隔参量 B 和相对相位 δ 的双艾里-高斯光束相互作用的传输图。此时, $\alpha = 1, x_0 = 15, p = 40, d_0 = 1.5, \chi_0 = 0.1$ 。当相对相位 $\delta = 0$ 即

为同相时,两光束会相互吸引,而在 $\delta = \pi$ 即反相情况下,两光束间会产生斥力。如图 4(b2) 所示,在同相情况下,当 $B = 0$ 时,入射光束在初始点的自加速

方向相反,分裂成两束子光束并向前传播,经过势垒壁反射后两子光束相互靠近。受到同相光束间的引力作用,两子光束会发生碰撞,碰撞后传播方向不变。在反相情况下,如图 4(d2)所示,由于斥力的作用,光束在碰撞点前相互排斥,因此两子光束向相反的方向传播。在同相和反相两种情况下,由于两个输入光束的强度相等,因此在相互作用过程中两侧光束的强度关于 $x=0$ 对称。当 $\delta=-\pi/2$ 和 $\delta=\pi/2$ 时,如图 4(a1)~(a4)、(c1)~(c4)所示,虽然入射光束的强度是相等的,但是由于两入射光束存在

相位差,因此相互作用时会发生能量转移,即一束光在传播过程中会将一部分能量转移到另一束光上,使得后者拥有较强的能量向前传输。当 $\delta=-\pi/2$ 且 $B\leq 0$ 时,右侧光束的部分能量转移到了左侧光束上,使得左侧光束的能量较强,如图 4(a1)、(a2)所示。当 $\delta=-\pi/2$ 且 $B>0$ 时,左侧光束的部分能量转移到了右侧光束上。而在 $\delta=\pi/2$ 情况下,能量转移过程与 $\delta=-\pi/2$ 时正好相反,如图 4(c1)~(c4)所示。这些性质可以用来控制光束的传播和调控能量,在光开关、分路器等领域有潜在的应用。

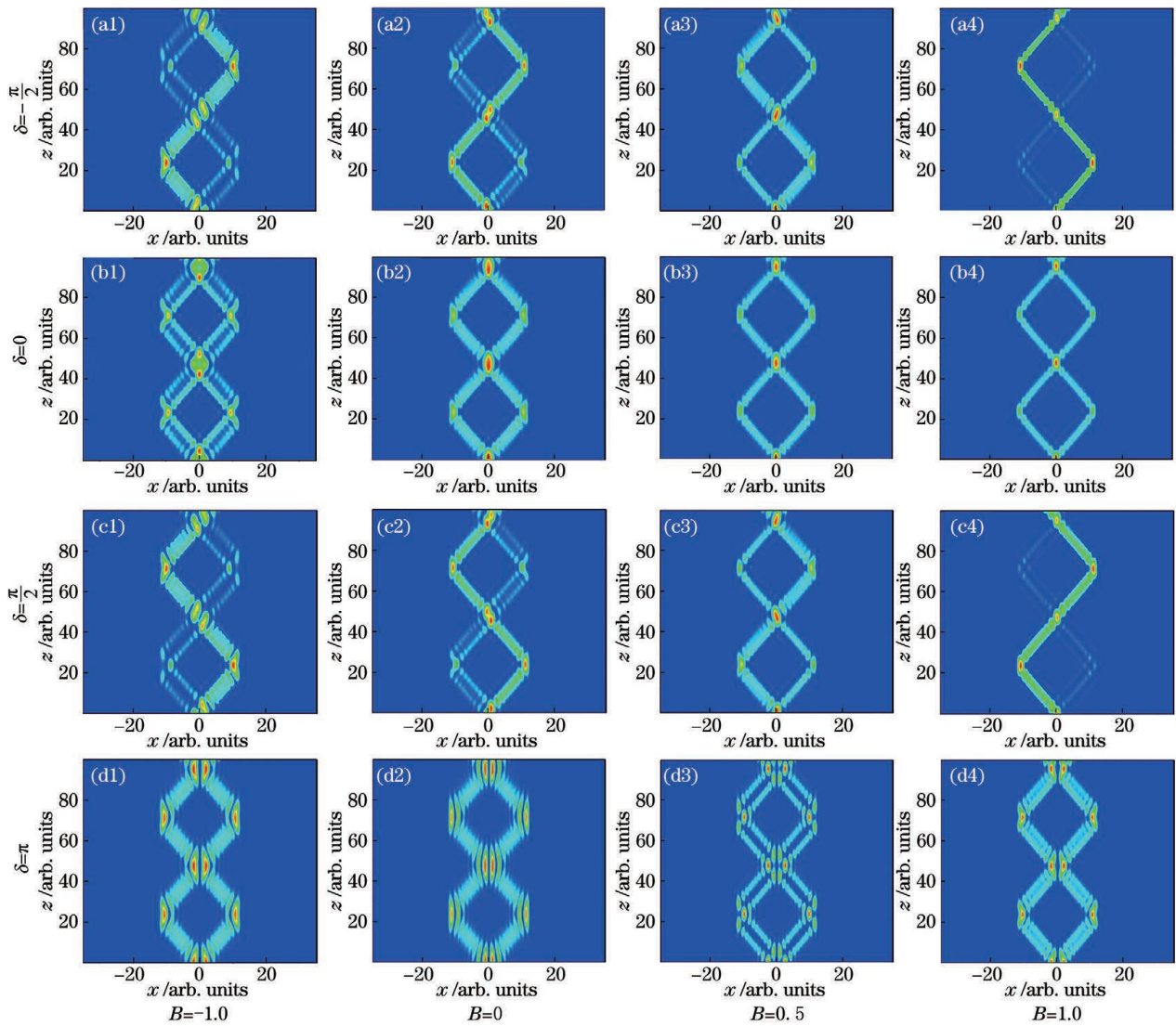


图 4 不同间隔参量和相对相位下的双艾里-高斯光束的相互作用传输图

Fig. 4 Interaction propagation diagrams of dual Airy-Gaussian beams with different interval parameters and relative phases

图 5 为不同势垒高度 p 和势垒宽度 d_0 下艾里-高斯光束相互作用的演化图。此时, $\alpha=1, x_0=15, B=3, \chi_0=0.1$ 。从图 5 中可以发现,由于光束之间的相互作用以及势垒的影响,故传输过程呈现周期性变化。 d_0, p 不仅会影响周期的大小,还会影响光

束的反射与透射。从图 5(a1)~(a3)中可以发现,当 p 一定, d_0 增大时,势垒内壁向 $x=0$ 方向收缩,对子光束的约束宽度减小,从而周期减小。这种变化类似于将一层屏障增加到多层屏障,阻隔作用变强,导致透射减弱、反射增强,最终可达到全反射效

果。同理,势垒的阻碍作用随着 p 的增大而增强, p 对反射和透射的影响效果和 d_0 相似,随着 p 的增加,周期减小,对光束的反射作用增强,如图 5(a1)~(c1)所示。增加 p 导致周期减小的机制

为:随着势垒高度的增加,高斯势垒本身的形状会发生变化,势垒壁变得陡峭,光束反射位置发生变化。利用这些特性可以控制光束在势垒中的传播周期以及透射与反射的比值。

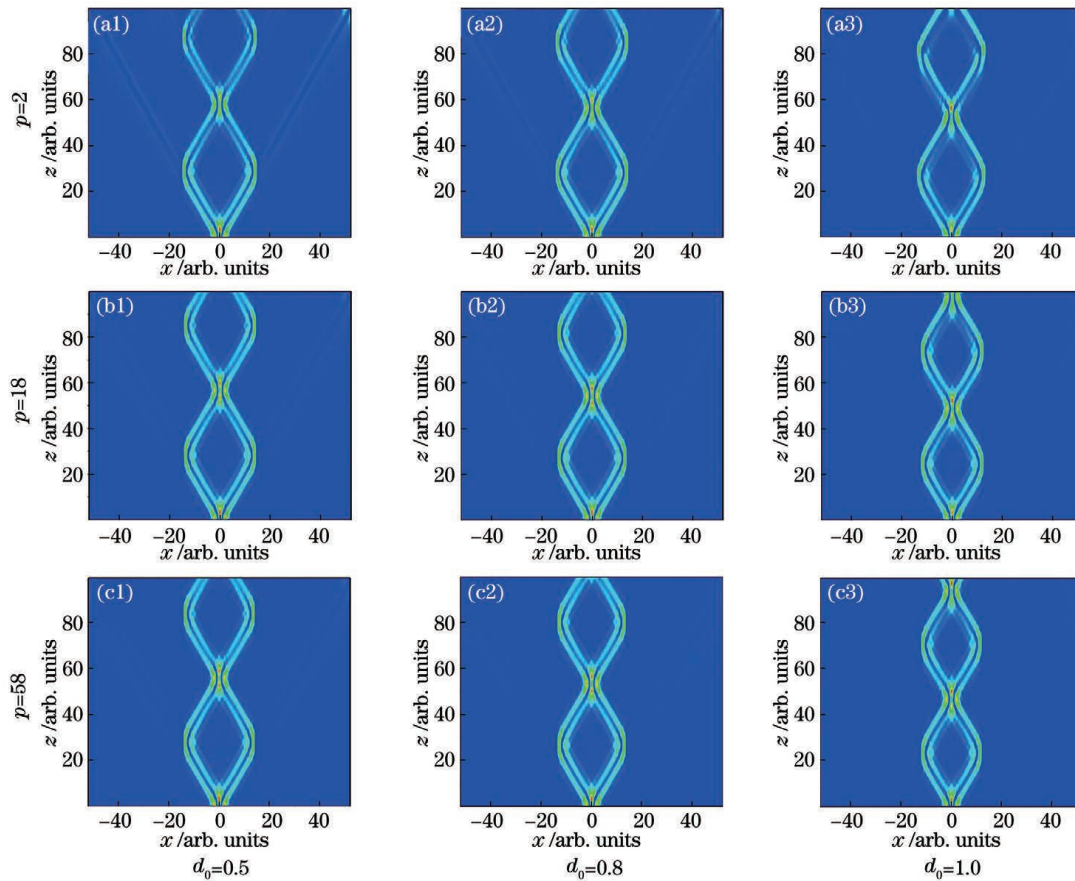


图 5 不同势垒高度和势垒宽度下的艾里-高斯光束相互作用的演化图

Fig. 5 Interaction propagation diagrams of dual Airy-Gaussian beams with different potential barrier heights and potential barrier widths

为了更好地观察光束在势垒壁处的透射与反射现象,进一步研究了反射率 R 和透射率 T 随势垒参数的变化,如图 6 所示。此时, $\alpha=1, x_0=15, B=3, \chi_0=0.1$ 。可以看出,反射率与透射率始终满足 $R+T=1$ 。图 6(a)为 R 与 T 随势垒高度 p

的变化图,可以看出,随着 p 的增加,反射率增大,透射率减小。当 p 从 0 增到 5 时, R 从 0 增长到 0.89, T 从 1 减小到 0.11,且变化速度很快。当 $p > 5$ 时, R 和 T 的变化趋于平缓, R 会持续增大到 1, T 则持续减小到 0。图 6(b)为 R 与 T 随势垒宽

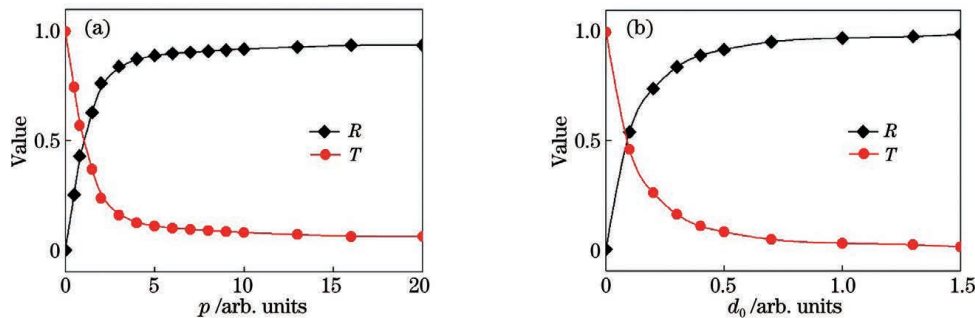


图 6 反射率与透射率随势垒参数的变化。(a)势垒高度;(b)势垒宽度

Fig. 6 Variations of reflectances and transmittances with potential barrier parameters. (a) Barrier height; (b) barrier width

度 d_0 的变化图,其变化规律与图 6(a)相似,随着 d_0 增大,反射率 R 增大,透射率 T 减小,并且在 $0 < d_0 < 1$ 时, R 和 T 的变化很快,在 $d_0 > 1$ 时, R 和 T 的变化趋于平缓。

4 结 论

以分数薛定谔方程为理论模型,利用分步傅里叶法数值模拟了高斯势作用下双艾里-高斯光束的相互作用。结果表明,两束艾里-高斯光束在高斯势中的相互作用过程整体上呈现周期性变化,改变势垒参数可以调节其周期大小。其中,势垒宽度和势垒高度的增加导致周期减小,而势垒位置的增大使得周期增大。势垒高度和势垒宽度不仅会影响周期变化,还会对光束的反射和透射产生影响。随着势垒高度和势垒宽度的增加,高斯势垒对光束的反射增强、透射减弱,最终会达到全反射效果。莱维指数主要影响光束的分裂和衍射,随着莱维指数的增大,分裂现象逐渐消失,衍射效应增强。当莱维指数增加到一定值时,传播一段时间后会呈现混沌现象。改变分布因子可以调节艾里-高斯光束的分布特性,在分布因子较小时,间隔参量可以对光束的周期产生一定的影响。除此之外,间隔参量与相对相位共同作用时会影响光束在传输过程中的强度分布。在同相和反相情况下,两光束的能量在传播过程中保持对称,在相对相位为 $\pi/2$ 或 $-\pi/2$ 时,能量不再对称,出现能量转移现象,此时改变间隔参量还会影响能量转移的方向。调节这些参数可控制光束数量、光束的传播方向以及光束在势垒中的传播周期和透射与反射比,在光开关、分路器等领域有潜在的应用。

参 考 文 献

- [1] Durnin J. Exact solutions for nondiffracting beams. I. the scalar theory[J]. Journal of the Optical Society of America A, 1987, 4(4): 651-654.
- [2] Durnin J, Miceli J J, Eberly J H. Diffraction-free beams[J]. Physical Review Letters, 1987, 58(15): 1499-1501.
- [3] Voloch-Bloch N, Lereah Y, Lilach Y, et al. Generation of electron Airy beams[J]. Nature, 2013, 494(7437): 331-335.
- [4] Wiersma N, Marsal N, Sciamanna M, et al. All-optical interconnects using Airy beams[J]. Optics Letters, 2014, 39(20): 5997-6000.
- [5] Zhan K Y, Jiao R Y, Wang J, et al. Self-imaging effect based on Airy beams with quadratic phase modulation[J]. Annalen Der Physik, 2020, 532(3): 1900546.
- [6] Berry M V, Balazs N L. Nonspreading wave packets[J]. American Journal of Physics, 1979, 47(3): 264-267.
- [7] Siviloglou G A, Broky J, Dogariu A, et al. Observation of accelerating airy beams[J]. Physical Review Letters, 2007, 99(21): 213901.
- [8] Siviloglou G A, Christodoulides D N. Accelerating finite energy Airy beams[J]. Optics Letters, 2007, 32(8): 979-981.
- [9] Siviloglou G A, Broky J, Dogariu A, et al. Ballistic dynamics of Airy beams[J]. Optics Letters, 2008, 33(3): 207-209.
- [10] Bandres M A, Rodríguez-Lara B M. Nondiffracting accelerating waves: Weber waves and parabolic momentum[J]. New Journal of Physics, 2013, 15(1): 013054.
- [11] Broky J, Siviloglou G A, Dogariu A, et al. Self-healing properties of optical Airy beams[J]. Optics Express, 2008, 16(17): 12880-12891.
- [12] Chen R P, Yin C F, Chu X X, et al. Effect of Kerr nonlinearity on an Airy beam[J]. Physical Review A, 2010, 82(4): 043832.
- [13] Zhang L, Zhang J, Xiao Y. Propagation of chirped Airy pulse and soliton in inhomogeneous optical fiber[J]. Chinese Journal of Lasers, 2017, 44(9): 0906005.
张露, 张健, 肖燕. 啾啾艾里脉冲和孤子在非均匀光纤中的传输[J]. 中国激光, 2017, 44(9): 0906005.
- [14] Chen W J, Yang J K, Liu C Y, et al. Generation and propagation regulation of Airy solitons in saturable nonlinear medium[J]. Acta Optica Sinica, 2018, 38(1): 0119001.
陈卫军, 杨继凯, 刘春阳, 等. 饱和非线性介质中艾里孤子的产生与传输调控[J]. 光学学报, 2018, 38(1): 0119001.
- [15] Polynkin P, Kolesik M, Moloney J V, et al. Curved plasma channel generation using ultraintense Airy beams[J]. Science, 2009, 324(5924): 229-232.
- [16] Salandrino A, Christodoulides D N. Airy plasmon: a nondiffracting surface wave[J]. Optics Letters, 2010, 35(12): 2082-2084.
- [17] Zhang P, Wang S, Liu Y M, et al. Plasmonic Airy beams with dynamically controlled trajectories[J]. Optics Letters, 2011, 36(16): 3191-3193.
- [18] Ashkin A, Dziedzic J M, Bjorkholm J E, et al. Observation of a single-beam gradient force optical trap for dielectric particles[J]. Optics Letters, 1986, 11(5): 288-290.
- [19] McGloin D, Reid J P. Forty years of optical

- manipulation[J]. *Optics and Photonics News*, 2010, 21(3): 20-26.
- [20] Abdollahpour D, Suntsov S, Papazoglou D G, et al. Spatiotemporal Airy light bullets in the linear and nonlinear regimes [J]. *Physical Review Letters*, 2010, 105(25): 253901.
- [21] Chong A, Renninger W H, Christodoulides D N, et al. Airy-Bessel wave packets as versatile linear light bullets[J]. *Nature Photonics*, 2010, 4(2): 103-106.
- [22] Panagiotopoulos P, Papazoglou D G, Couairon A, et al. Sharply autofocused ring-Airy beams transforming into non-linear intense light bullets[J]. *Nature Communications*, 2013, 4(1): 1-6.
- [23] Rose P, Diebel F, Boguslawski M, et al. Airy beam induced optical routing[J]. *Applied Physics Letters*, 2013, 102(10): 101101.
- [24] Bandres M A, Gutiérrez-Vega J C. Airy-Gauss beams and their transformation by paraxial optical systems[J]. *Optics Express*, 2007, 15(25): 16719-16728.
- [25] Deng D, Li H. Propagation properties of Airy-Gaussian beams[J]. *Applied Physics B*, 2012, 106(3): 677-681.
- [26] Chen C D, Chen B, Peng X, et al. Propagation of Airy-Gaussian beam in Kerr medium[J]. *Journal of Optics*, 2015, 17(3): 035504.
- [27] Bai X Q, Wang Y H, Zhang J, et al. Soliton shedding from Airy-Gaussian beams in photorefractive media[J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2019, 46(8): 0805001. 白小琴, 王宇浩, 张静, 等. 艾里-高斯光束在光折变介质中的孤子脱落[J]. *中国激光*, 2019, 46(8): 0805001.
- [28] Zhang T, Chen W J, Mu Y N, et al. Propagation properties of Airy-Gaussian beams in a biased photovoltaic-photorefractive crystal[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2019, 48(10): 1048004. 张拓, 陈卫军, 母一宁, 等. 有偏压光伏光折变晶体中艾里高斯光束的传输特性[J]. *光子学报*, 2019, 48(10): 1048004.
- [29] Chen W J, Ju Y, Liu C Y, et al. Generation of breathing solitons in the propagation and interactions of Airy-Gaussian beams in a cubic-quintic nonlinear medium [J]. *Chinese Physics B*, 2018, 27(11): 114216.
- [30] Chen W J, Lu K Q, Hui J L, et al. Propagation and interactions of Airy-Gaussian beams in saturable nonlinear medium[J]. *Acta Physica Sinica*, 2016, 65(24): 244202. 陈卫军, 卢克清, 惠娟利, 等. 饱和非线性介质中艾里-高斯光束的传输与交互作用[J]. *物理学报*, 2016, 65(24): 244202.
- [31] Zuo M W, Shi Z W, Li H G. Interaction of two Airy-Gaussian beams in nonlocal nonlinear medium with defected lattices [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2020, 57(5): 051901. 左茂武, 石智伟, 李华刚. 两艾里-高斯光束在非局域非线性缺陷晶格中的相互作用[J]. *激光与光电子学进展*, 2020, 57(5): 051901.
- [32] Laskin N. Fractional quantum mechanics[J]. *Physical Review E*, 2000, 62(3): 3135-3145.
- [33] Laskin N. Fractional quantum mechanics and Lévy path integrals[J]. *Physics Letters A*, 2000, 268(4/5/6): 298-305.
- [34] Laskin N. Fractional Schrödinger equation[J]. *Physical Review E*, 2002, 66(5): 056108.
- [35] Longhi S. Fractional Schrödinger equation in optics [J]. *Optics Letters*, 2015, 40(6): 1117-1120.
- [36] Zang F, Wang Y, Li L. Dynamics of Gaussian beam modeled by fractional Schrödinger equation with a variable coefficient [J]. *Optics Express*, 2018, 26(18): 23740-23750.
- [37] Zhang L F, Li C X, Zhong H Z, et al. Propagation dynamics of super-Gaussian beams in fractional Schrödinger equation: from linear to nonlinear regimes[J]. *Optics Express*, 2016, 24(13): 14406-14418.
- [38] Huang X W, Deng Z X, Fu X Q. Dynamics of finite energy Airy beams modeled by the fractional Schrödinger equation with a linear potential[J]. *Journal of the Optical Society of America B*, 2017, 34(5): 976-982.
- [39] Xiao Y, Zhang J, Wang P X. Periodic evolution of Airy-Gaussian beams under linear potential[J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2021, 48(1): 0105002. 肖燕, 张静, 王鹏翔. 线性势作用下艾里-高斯光束的周期演化[J]. *中国激光*, 2021, 48(1): 0105002.
- [40] Vallée O, Soares M. Airy functions and applications to physics [M]. Singapore: Imperial College Press, 2004.
- [41] Abramowitz M, Stegun I. Handbook of mathematical functions [M]. New York: Dover Publications, Inc., 1965.

Propagation of Dual Airy-Gaussian Beams in Gaussian Potential under Fractional Effect

Xiao Yan^{*}, Wang Pengxiang, Guo Teng, Gao Ru, Ren Shumin

College of Physics and Electronic Engineering, Shanxi University, Taiyuan, Shanxi 030006, China

Abstract

Objective Diffraction can affect beam propagation. To reduce its influence, people have tried many means to search for a nondiffracted beam. Airy beam, featuring self-acceleration and self-healing, is a typical nondiffracted beam discovered in exploration. Unfortunately, it carries infinite energy. Later, an Airy beam with finite energy is obtained through truncation in practice. Airy-Gaussian beam is modulated by finite energy Airy beam, ranging from Airy beam to Gaussian beam by adjusting the distribution factor, which is convenient for research. Based on the nonlinear Schrödinger equation, researchers have studied the propagation of Airy-Gaussian beams in various nonlinear media such as Kerr medium, strongly nonlocal nonlinear media, photorefractive media, and obtained many intriguing phenomena.

Following the discovery of the nonlinear Schrödinger equation, the fractional Schrödinger equation, which is proposed in the category of quantum mechanics, is discovered. Longhi introduces it into optics, which sparks widespread interest and prompts a series of researches. The propagation and interaction characteristics of Airy and Gaussian beams have been extensively studied within the framework of the fractional Schrödinger equation. However, little research has been conducted on the Airy-Gaussian beam. Therefore, studying the propagation of the Airy-Gaussian beam modulated using the fractional Schrödinger equation is necessary.

The split-step Fourier method, considering that diffraction and nonlinearity act independently when the transmission distance is very small, is one of the most common methods to solve the nonlinear Schrödinger equation. Therefore, the transmission process is calculated in two steps, the influence of diffraction effect and nonlinearity effect is considered respectively, and the transmission result of the beam is obtained finally.

Methods The fractional Schrödinger equation model is used in this paper to study the interaction of dual Airy-Gaussian beams in the Gaussian potential and the effect of various parameters on the propagation process, including distribution factors, Lévy index, and barrier parameters, is thoroughly examined. The interaction process of dual Airy-Gaussian beams in the Gaussian potential is periodic.

Results and Discussions We first consider the effect of the Lévy index and the potential barrier's position x_0 on the interaction process. With the increase of α , the diffraction effect becomes stronger, and the splitting phenomenon gradually disappears, accompanied by the larger angle between the two main lobes and the decreasing transmission period. When α takes a certain value, the energy exchange of the splitting sub-beams occurs after the collision. The position of the potential barrier will affect the propagation period, performing that when x_0 increases, the evolution period of the beam becomes larger (Fig. 1). When χ_0 is small, the interval parameter B has a certain influence on the period, and with its increment, the effect of the Airy-Gaussian beam on the period decreases, even disappears finally. And the number of peak points varies with the value of B at the same transmission distance (Fig. 2). In addition, when B is assigned different values, with the increase of the transmission distance, the number of peaks changes accordingly, whose number and intensity are always completely symmetric with $x = 0$ in the transmission process (Fig. 3). In the case of in-phase and out-phase, the energy distributions of the beam are symmetric about the center axis. While energy transfer occurs in other phase conditions, the energy distributions are no longer symmetric (Fig. 4). When retaining other parameters unchanged, transmission/reflection ratio and period of beam interaction can be controlled by potential barrier depth p and potential barrier width d_0 , both of which can decrease the transmission period. Simultaneously, the transmission of the beam in the wall of the potential barrier is weakened, whereas the reflection is enhanced (Fig. 5).

Conclusions The interaction of dual Airy-Gaussian beams in the Gaussian potential is studied using the split-step Fourier method in this paper, which is based on the fractional Schrödinger equation. The results show that the interaction between the two Airy-Gaussian beams in the Gaussian potential is periodic and the period can be changed

by adjusting the potential barrier parameters. The increase of the potential barrier width and potential depth leads to the decrease of the period, whereas the change of the barrier position leads to the increase of the period. The depth and width of the potential barrier not only affect the periodic variation, but also affect the reflection and transmission of beams. With the increase of the depth and width of the potential barrier, the Gaussian potential's reflection effect on the beam is enhanced, the transmission is weakened, and the beam reaches total reflection. The Lévy index mainly affects the splitting and diffraction of the beam. With the increase of the Lévy index, the splitting phenomenon gradually disappears, and the diffraction effect is strengthened. When the Lévy index increases to a certain value, chaos will appear after a propagation period. The distribution characteristics of the Airy-Gaussian beam can be adjusted by changing the distribution factor. When the distribution factor is small, the interval parameter can affect the beam period. In addition, the interaction between interval parameter and relative phase will affect the intensity distribution of beam in the transmission process. In the case of in-phase and out-phase, the energy of two beams remains symmetrical in the propagation process, but when a relative phase is $\pi/2$ or $-\pi/2$, the energy is no longer symmetrical and the energy transfer phenomenon appears. Changing the interval parameter also affects the direction of energy transfer. Our findings can be used to control the propagation direction of a light beam and the number of light beams generated. They have potential applications in optical switches, splitters, and other fields.

Key words diffraction; Airy-Gaussian beam; fractional Schrödinger equation; Gaussian potential barrier

OCIS codes 050.1970; 060.2310; 060.2330; 190.4370