

双光束激光焊接机器人轨迹优化

曾氢菲,刘雪梅*,冯焱,谢楠

同济大学机械与能源工程学院,上海 201804

摘要 为提高飞机大尺寸结构件 T 型接头的焊接质量,本课题组研究了新型双光束激光焊接机器人多臂协同焊接 轨迹优化问题。本文提出了一种针对双侧焊缝焊接的机器人平顺高效运动的优化策略。首先,提取双曲度壁板上 T 型接头双侧焊缝和按压桁条的关键路径点信息,根据路径点局部坐标系相对于双光束激光焊接机器人基坐标系 的转换矩阵,得到机器人三条机械臂末端的位姿表示;然后,基于双光束激光焊接机器人多轴运动链逆解计算得到 机器人各关节的位移或转动角度;再采用 5 次 B 样条曲线对 18 个关节的位移或转动角度进行插补,以双光束激光 焊接机器人高效、平稳运动为目标,建立机器人协同焊接作业轨迹优化模型;最后,采用多目标优化算法 NSGA (non-dominated sorting genetic algorithm)Ⅲ进行求解,并将求解结果与 NSGA II 多目标优化算法的求解结果进行 对比,结果表明,NSGA III 求解计算的时间消耗比 NSGA II 仅多 3.8‰,但得到的 Pareto 解集的多样性提高了 161.29‰,证明了 NSGA III 优化算法的有效性。

关键词 激光技术;双光束激光焊接机器人;多臂协同;T型接头双侧焊缝;轨迹平顺;多目标优化
 中图分类号 TP242
 文献标志码 A
 doi: 10.3788/CJL202148.1802020

1 引 言

在飞机制造领域中,与传统的铆接方式相比,基 于激光焊接的轻量化技术可以改善工件的刚度并提 高工作效率。实现三维T型接头焊缝的双光束激 光焊接技术主要被应用于飞机整体壁板蒙皮等大尺 寸结构件^[1]的焊接上。为了保证焊接头位置与姿态 的控制精度,一般采用具有横梁结构的双光束激光 焊接设备来实现T型接头双侧焊缝的同时焊接;该 设备具有焊接效率高、焊接质量好等特点。德国弗 劳恩霍夫材料与射线研究所(IWS)^[2]开发了可实现 航空工业T型结构双侧焊缝的焊接设备,该设备具 有焊缝跟踪和桁条三维可移动夹紧功能。龚时华 等^[3-6]自主研发了具有横梁结构的大型六轴六联动 机床;为了实现双光束激光焊接跟踪,他们在此机床 上采用了"上位工控机+六轴运动控制器+双通道 两轴跟踪控制器"的数控系统结构。

对于以往的双侧激光同步焊接技术的专用焊接 设备,其一侧的调整会对另一侧构成影响^[3-4]。若将 机床主体结构与工业机器人结合,就可以增强双光 束激光焊接设备的灵活性,避免这一问题,而且还可 以成形复杂的焊缝;但是,此时的焊接轨迹优化也将 变得更加复杂,需要先对焊接对象的路径特征进行 提取,继而再实施轨迹优化。由于焊接对象是航空 领域的机身壁板蒙皮/桁条 T 型结构,双激光束双 侧同步焊接工艺要求比一般焊接对象的工艺要求更 高,需要进一步进行焊缝相关数据的提取等。为了 提高焊接质量,不再使用示教与预装夹的方法,文献 [7-8]研究了三维拼缝中心位置以及法矢测量,设计 了测量装置,获取了焊缝中心位置法矢,实现了焊接 过程中焊炬位姿的调节,为改变现阶段的"示教-在 线"工作方式、完成智能协同焊接作业奠定了基础。

目前,已有很多学者对工业焊接机器人中典型 的单机械臂轨迹规划进行了相关研究,如:Liu等^[9] 研究了六自由度机器人进行球管相贯与单Y型坡 口焊接的轨迹规划方法;Kim等^[10]针对单台点焊机 器人提出了最短时间轨迹规划方法,该方法在高频 规划和控制周期内的计算效率高、动态接近时间最 优、路径跟踪完整;Rout等^[11]针对安川焊接机器人 MOTOMAN-MA1440A,采用基于非支配排序的多

收稿日期: 2021-03-16; 修回日期: 2021-04-12; 录用日期: 2021-05-17 基金项目:国家重点研发计划(2017YFB1301600) 通信作者: *liuxuemei@tongji.edu.cn

目标优化方法 EMOTLBO 获得了给定焊缝路径的 最优关节轨迹; Hou 等^[12]采用基于先验知识的图 像处理方法实时获取亚像素精度的特征点,用 Fanuc M-10iA 机器人进行了在线焊接轨迹规划, 实现了无示教焊接; Zhao 等^[13]基于关节极限约束 的刚度指标,提出了包括 ZK-500 机器人与定位器 的搅拌摩擦焊系统的关节轨迹规划算法。

目前,对于由多条机械臂组成的单台双光束激光 协同焊接系统的研究还比较少,而采用双光束激光焊 接机器人进行多臂协同作业,建立针对T型结构双 侧焊缝的机器人轨迹优化模型,还存在多个不同的待 优化目标不一致的问题^[14-16],即多目标优化问题。目 前,越来越多的多目标智能优化算法不断涌现^[17-19], 而 NSGAIII算法是近几年新出现的智能优化算法之 一。本文采用 NSGAIII算法来提高机器人焊接的平 稳性和焊接效率,这对于提高双光束激光焊接质量以 及提升专业激光焊接装备的工作效率,具有十分重要 的意义。

2 双光束激光焊接机器人

2.1 焊接作业对象

本文的焊接对象为大型客机下颌壁板蒙皮和长 桁。根据蒙皮和桁条的几何结构与尺寸,建立了三 维空间下具有T型结构的蒙皮和桁条几何模型,实 物与三维模型如图1所示。该模型由一块双曲度壁 板以及其上的9根桁条组成,从而形成了9组双侧 焊缝。实际焊件为几何中心对称结构。对于这种类 型的焊接构件,一般有三种典型的焊接顺序:顺序焊 接、中心对称焊接和首尾对称焊接。其中:顺序焊接 由壁板一侧的桁条开始,依次焊接;中心对称焊接是 先对中心桁条进行焊接,然后由内向两侧进行焊接; 首尾对称焊接是由外侧桁条向内侧桁条依次焊接。 首尾对称焊接具有焊接残余应力与变形最小、焊接 质量较好等特点,已被广泛应用于实际生产^[20]。







对于末端执行器来说,9组双侧焊缝的焊接过 程可以看作是对某一组双侧焊缝不断重复作业的过 程。为不失一般性,本文选取非中心的一组双侧焊 缝作为作业过程中的焊接对象。

2.2 双光束激光焊接机器人的作业方式

双光束激光焊接机器人采用焊接和按压两种 机械臂协同作业来完成双光束激光焊接过程。左 右两个焊接臂末端分别沿着蒙皮/桁条 T 型结构 形成两侧焊缝,并以合适的姿态进行同步焊接。 定义通过左侧焊接点 M_1 并与蒙皮表面相切的平 面为切平面 A_1 ,通过焊接点 M_1 并与该点焊接速度 方向垂直的平面为法平面 B_1 ,激光束在法平面内, 并与切平面 A_1 保持一定的夹角 α 。在双光束激光 焊接过程中,为了约束三条机械臂末端的相对位 置,在法平面 B_1 内确定了右侧焊接点 M_r 与桁条 按压点 M_m ,如图 2 所示。



图 2 T型接头双侧焊缝作业 Fig.2 Welding dual seam of T-joint

同理可得切平面 A_r 、法平面 B_r 以及切平面 A_m 、法平面 B_m ,右侧激光束与切平面 A_r 的夹角也 需为 α ,按压轮的轴线 β 与切平面 A_m 始终保持 平行。

双光束激光焊接机器人系统如图 3 所示。基于 高架桥式结构的 18 自由度多臂焊接机器人协同完 成焊接任务,其中桁架为机器人的三自由度平移关

节 J_k(k=1,2,3),中间的机械臂用于焊接作业过 程中按压飞机双曲度蒙皮上的桁条,它包含3个转 动关节 J_k(k=4,5,6)。6个关节一起组成机器人 的第一条运动链。六自由度的左右焊接机械臂分布 在按压机械臂的两边,作为机器人的第二、第三条运 动链,执行双侧焊缝的焊接,用以确保各机械臂保持 相对位姿。从左臂基座到左臂末端的转动关节依次 为 J_k(k=7,...,12),从右臂基座到右臂末端的转动 关节依次为J_k(k=13,...,18)。图中 $O_{\rm B}X_{\rm B}Y_{\rm B}Z_{\rm B}$ 为



图 3 双光束激光焊接机器人系统 Fig.3 Dual-beam laser welding robot system 机器人基坐标系。

根据 T 型接头双侧焊缝的焊接任务要求,双光 束激光焊接机器人需要完成从高层的任务规划到低 层的末端轨迹规划和关节轨迹规划,进而实现末端 轨迹优化。为提高装夹精度、减少二次应力造成的 焊接变形,机器人左右臂产生两束激光并同时在 T 型接头两侧进行焊接,并且中间臂也同时对桁条进 行按压,所以双光束激光焊接机器人高层的任务规 划需要三条臂协同作业。多层级的轨迹规划如图 4 所示。任务规划层包括左右臂的焊接任务与中间臂 的按压任务规划;末端轨迹规划层包括三条机械臂 的末端执行器分别从轨迹初始点 M1, 移动至终止 点 $M_{n,i}$ (*j*=1, 2, 3,分别表示左臂、中臂、右臂)的 规划,这一层规划将得到机器人三个末端经过的位 置点与相关的姿态向量;关节轨迹规划层是根据末 端轨迹规划结果求取机械臂的臂型变化,得到机器 人关节的空间运动曲线,为机器人在笛卡儿空间下 的轨迹优化提供约束条件。在此基础上,通过对机 器人末端轨迹优化模型进行求解,最终得到了双光 束激光焊接机器人轨迹的优化结果。



图 4 机器人多臂协同焊接作业的规划层次

Fig. 4 Planning level of robot multi-arm cooperative welding

3 双光束激光焊接机器人轨迹优化 方法

3.1 路径提取与机器人末端位姿表示

为了提取双光束激光焊接机器人多臂协同作业时末端焊接轨迹的关键路径点信息,需要同时对T型接头的双侧焊缝曲线以及按压桁条上表面的中心线以相同且均匀的插补间隔进行离散化,即根据插补间隔均匀生成 n×3 个焊缝位置离散点 M_{i,j} (*i* = 1, 2, …, n; *j* = 1, 2, 3), 它们分别是桁条上的按压点以及左右两侧焊缝上的焊接点。在三维图形软件中通过接口和函数读取蒙皮焊缝曲线以及按压桁条

上离散点 $M_{i,j}$ 的位置向量 $P_{i,j}$ 与法向量 $f_{i,j}$,其中 $P_{i,j}$ 为机器人的三维空间位置坐标 $(x_{i,j}^{p}, y_{i,j}^{p}, z_{i,j}^{p})$ 。 如图 5 所示,以当前点与下一点的连线方向得到切 向量 $v_{i,j}$,其中,每组路径点 $(M_{i,1}, M_{i,2}, M_{i,3})$ 位于 同一法平面内。



图 5 关键路径点相关向量示意图



由于坐标轴的正交性, $u_{i,j} = v_{i,j} \times f_{i,j}$,则

$$\begin{cases} ux_{i,j} = vy_{i,j} \times fz_{i,j} - vz_{i,j} \times fy_{i,j} \\ uy_{i,j} = vz_{i,j} \times fx_{i,j} - vx_{i,j} \times fz_{i,j} \\ uz_{i,j} = vx_{i,j} \times fy_{i,j} - vy_{i,j} \times fx_{i,j} \end{cases}$$
(1)

根据机器人测量系统建立的基本原理^[21],构 建双光束激光焊接机器人基坐标系、机器人末端 坐标系、工件局部坐标系之间的转换关系,转换 关系原理图如图 6 所示。三个机器人末端坐标 系 O_{E1}X_{E1}Y_{E1}Z_{E1}、O_{E2}X_{E2}Y_{E2}Z_{E2}、O_{E3}X_{E3}Y_{E3}Z_{E3} 分别以中间机械臂按压轮末端中点、左右机械臂 焊枪末端点为基点;工件局部坐标系 O_{M1}X_{M1}Y_{M1}Z_{M1}、O_{M2}X_{M2}Y_{M2}Z_{M2}、O_{M3}X_{M3}Y_{M3}Z_{M3} 分别以按压路径上的点M_{i,1}、左右焊缝上的点 M_{i,2}、M_{i,3}为基点。以上坐标系坐标轴方向均与 基坐标系坐标轴方向相同。接下来对各坐标系 进行转换,从而计算机器人各末端执行器的 位姿。





Fig. 6 Schematic of coordinate system transformation

由(1)式得到以 $M_{i,j}$ 为坐标原点,以 $v_{i,j}$ 、 $u_{i,j}$ 、 $f_{i,j}$ 为坐标轴的局部坐标系相对于双光束激光焊接 机器人基坐标系的转换矩阵^B $M_{i,i}$,即

$${}^{\mathrm{B}}\boldsymbol{M}_{i,j} = \begin{bmatrix} ux_{i,j} & vx_{i,j} & fx_{i,j} & x_{i,j} \\ uy_{i,j} & vy_{i,j} & fy_{i,j} & y_{i,j} \\ uz_{i,j} & vz_{i,j} & fz_{i,j} & z_{i,j} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
 (2)

在对点 $M_{i,j}$ 进行作业时,机器人的位姿矩阵为 $^{\mathrm{B}}_{\mathrm{E}}T_{i,j}$,机器人工具坐标系相对于末端坐标系的转换矩阵

为^E_T $T_{i,j}$,工具坐标系相对于 $M_{i,j}$ 的局部坐标系的转换 矩阵为^M_T $T_{i,j}$ 。上述转换矩阵与^B $M_{i,j}$ 的转换关系为

$${}^{\mathrm{B}}_{\mathrm{E}}\boldsymbol{T}_{i,j}{}^{\mathrm{E}}_{\mathrm{T}}\boldsymbol{T}_{i,j} = {}^{\mathrm{B}}\boldsymbol{M}_{i,j}{}^{\mathrm{M}}_{\mathrm{T}}\boldsymbol{T}_{i,j} \,. \tag{3}$$

在对飞机下颌壁板 T 型接头进行双光束激光 焊接时,按照工艺要求,设置图 2 所示的左右激光束 入射角 α 为 23.5°。中间机械臂工具坐标系与 $M_{i,j}$ 的局部坐标系重合,故转换矩阵 ${}^{\mathrm{M}}\mathbf{T}_{i,1}$ 为单位矩阵。 左机械臂与右机械臂的转换矩阵 ${}^{\mathrm{M}}\mathbf{T}_{i,2}$ 和 ${}^{\mathrm{M}}\mathbf{T}_{i,3}$ 分 别为

$${}^{\mathrm{M}}_{\mathrm{T}} \mathbf{T}_{i,2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(90^{\circ} - 23.5^{\circ}) & -\sin(90^{\circ} - 23.5^{\circ}) & 0 \\ 0 & \sin(90^{\circ} - 23.5^{\circ}) & \cos(90^{\circ} - 23.5^{\circ}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$
(4)
$${}^{\mathrm{M}}_{\mathrm{T}} \mathbf{T}_{i,3} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos[-(90^{\circ} - 23.5^{\circ})] & -\sin[-(90^{\circ} - 23.5^{\circ})] & 0 \\ 0 & \sin[-(90^{\circ} - 23.5^{\circ})] & \cos[-(90^{\circ} - 23.5^{\circ})] & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$
(5)

 $T_{T,j}^{M}$ 可以由机器人工具坐标系标定得到,结合 (3)式可以得到按压执行器和焊接执行器末端位姿 矩阵 $T_{i,j}$ 为

$${}^{\mathrm{B}}_{\mathrm{E}}\boldsymbol{T}_{i,j} = {}^{\mathrm{B}}\boldsymbol{M}_{i,j} {}^{\mathrm{M}}_{\mathrm{T}}\boldsymbol{T}_{i,j} {}^{\mathrm{E}}_{\mathrm{T}}\boldsymbol{T}_{i,j}^{-1} \,. \tag{6}$$

设路径离散点数 n=51,具体的末端位姿计算数值 如表 $1\sim3$ 所示,其中,表 1 中省略的数据为 i=3, 4,…,49 时按压执行器末端的 9 个姿态数据和 3 个位置数据,表 2 中省略的数据为 i=3,4,...,49

第48卷第18期/2021年9月/中国激光

时左侧焊缝焊接执行器末端的 9 个姿态数据和 3 个位置数据,表 3 中省略的数据为 *i* = 3,4,...,49 时,右侧焊缝焊接执行器末端的 9 个姿态数据和 3个位置数据。按以上方法得到的执行器末端位 姿是机器人顺利进行多臂协同焊接作业的必要 条件。

表1 按压执行器末端位姿

Table 1 Position and attitude of the pressing end effector

i	$n(x_{i,1})$	$n(y_{i,1})$	$n(z_{i,1})$	$o(x_{i,1})$	$o(y_{i,1})$	$o(z_{i,1})$	$a(x_{i,1})$	$a(y_{i,1})$	$a(z_{i,1})$	<i>x</i> _{<i>i</i>,1}	$y_{i,1}$	$z_{i,1}$
1	0.98059	0.00037	0.19606	0.03099	0.98714	-0.15686	-0.19360	0.15989	0.96797	-1494.55	2411.74	1658.92
2	0.98206	0.00036	0.18859	0.02980	0.98714	-0.15709	-0.18622	0.15989	0.96941	-1571.61	2411.71	1643.38
50	0.98206	-0.00036	-0.18859	-0.02980	0.98714	-0.15709	0.18622	0.15989	0.96941	-5318.40	2411.67	1622.26
51	0.98059	-0.00037	-0.19606	-0.03099	0.98714	-0.15686	0.19360	0.15989	0.96797	-5395.62	2411.69	1636.96

Notes: the omitted data are nine orientation data and three position data of the pressing end effector when $i=3,4,\cdots,49$.

表 2 左侧焊缝焊接执行器末端位姿

Table 2 Posi	tion and	attitude	of	the	left	welding	seam	end	effector
--------------	----------	----------	----	-----	------	---------	------	-----	----------

i	$n(x_{i,2})$	$n(y_{i,2})$	$n(z_{i,2})$	$o(x_{i,2})$	$o(y_{i,2})$	$o(z_{i,2})$	$a(x_{i,2})$	$a(y_{i,2})$	$a(z_{i,2})$	<i>x</i> _{<i>i</i>,2}	${\mathcal Y}_{i,2}$	$z_{i,2}$
1	-0.00978	-0.99872	0.04973	0.98120	0	0.19298	-0.19273	0.05068	0.97994	-1562.50	2075.97	1672.12
2	-0.00941	-0.99872	0.04980	0.98262	0	0.18561	-0.18537	0.05068	0.98136	-1639.23	2075.97	1657.33
••• 50	 0.00941	 -0.99872	 0.04980	 0.98262	 0	 -0.18561	 0.18537	 0.05068	 0.98136	 -5360.80	 2075.97	 1657.34

Notes: the omitted data are nine orientation data and three position data of the left welding seam end effector when $i=3,4,\cdots,49$.

表 3 右侧焊缝焊接执行器末端位姿

Table 3 Position and attitude of the right welding seam end effecto	Table 3	Position	and	attitude of	the	right	welding	seam	end	effector
---	---------	----------	-----	-------------	-----	-------	---------	------	-----	----------

i	$n(x_{i,3})$	$n(y_{i,3})$	$n(z_{i,3})$	$o(x_{i,3})$	$o(y_{i,3})$	$o(z_{i,3})$	$a(x_{i,3})$	$a(y_{i,3})$	$a(z_{i,3})$	<i>x</i> _{<i>i</i>,3}	$\mathcal{Y}_{i,3}$	$z_{i,3}$
1	0.05152	0.96367	-0.26210	-0.98122	0	-0.19287	-0.18586	0.26712	0.94557	-1543.02	2738.61	1566.84
2	0.04955	0.96367	-0.26248	-0.98265	0	-0.18549	-0.17875	0.26712	0.94694	-1620.60	2738.61	1551.89
••• 50	 -0.04955	••• 0.96367	 -0.26248	 -0.98265	•••• 0	 0.18549	 0. 17875	 0.26712	••• 0.94694	 	 2738.61	 1551.90

Notes: the omitted data are nine orientation data and three position data of the right welding seam end effector when $i=3,4,\cdots,49$.

3.2 关节空间运动曲线与末端轨迹优化模型的

建立

基于双光束激光机器人多臂焊接作业时的逆运 动学模型 $\Gamma^{-1[22]}$,根据

$$\Theta(P_{i,k}) = \Gamma^{-1}({}_{\mathrm{E}}^{\mathrm{B}}\boldsymbol{T}_{i,j})$$
(7)

计算机器人所有末端位姿对应的 18 个关节的位移 或转动角度 Θ ,可以求解关节空间运动点 $P_{i,k}$,($i = 1,2,\dots,51$; $k = 1,2,\dots,18$),其中, $k = 1,2,\dots,6$ 表 示桁架的 3 个移动关节及中臂的 3 个转动关节, $k = 7,8,\dots,12$ 表示左臂的 6 个关节, $k = 13,14,\dots,18$ 表示右臂的 6 个转动关节。

获得双光束激光焊接机器人关节空间运动的离 散点以后,需要对各个关节的离散点进行插值拟合, 目的是使其连续光滑^[23]。基于5次样条的曲线的

$$\boldsymbol{p}(\boldsymbol{s}) = \sum_{j=0}^{n} \boldsymbol{d}_{r} N_{r,5}(\boldsymbol{s}), \qquad (8)$$

式中:s 为时间变量; d_r 为控制顶点的矢量,r=0, 1,…, i_i ; $N_{r,5}(s)$ 为5次规范B样条基函数。

结合双光束激光焊接机器人关节空间运动点 $P_{i,k}$ 以及速度与加速度的约束 A_r ,根据(9)式中 5 次样条插值下控制顶点的方程,求得多臂机器人焊 接轨迹的控制顶点 $Q_{i,k} = [Q_{0,k}, Q_{1,k}, \cdots, Q_{i+5-1,k}]^T$,就可以得到连续的机器人关节空间轨 迹,为机器人末端轨迹优化模型提供约束条件。

$$\boldsymbol{A}_{\mathrm{r}}\boldsymbol{Q} = \boldsymbol{P}_{\mathrm{o}} \tag{9}$$

根据实际激光焊接工艺要求,双光束激光焊接 机器人系统不仅要平稳作业,还要保证焊接效率高。

为优化双光束激光机器人多臂协同焊接过程,保证 三条机械臂作业协同一致,本文以相邻焊缝离散点 间的运动时间间隔为优化变量,分别定义优化模型 中的目标函数为焊接过程所需总时间 T₁ 与运动时 间间隔的方差和 T₂,即

$$T_{1} = \min\left[\sum_{i=1}^{n} (t_{i} - t_{i-1})\right], \quad (10)$$

$$T_{2} = \min\left\{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n-1} (t_{i} - t_{i-1})^{2} - \left[\frac{\sum_{i=1}^{n-1} (t_{i} - t_{i-1})}{n-1}\right]^{2}\right\}, \quad (11)$$

式中:t_i为焊缝离散点处的作业时刻;n=51。目标 T₁表示焊接机器人的最短工作时间。当相邻离散 点间距离相等时,焊接作业的时间间隔方差越小,机 器人的运动速度越均匀,故目标 T₂表示焊接机器 人最小的运动时间间隔,即最为平稳的运行。

根据实际工况确定关节移动或转角位移的约束 条件为

$${}^{\min}M_{i,k} \leqslant P_{i,k}^{1} \leqslant {}^{\max}M_{i,k}, \ i = 1, 2, \cdots, 51,$$

$$b = 1, 2, \cdots, 18.$$
(12)

式中: $P_{i,k}^{1}$ 表示机器人关节 k 在第 i 时刻的实际位移;^{min} $M_{i,k}$ 和^{max} $M_{i,k}$ 分别表示机器人关节 k 在第 i时刻移动或转角位移的上下限。

根据(9)式得到的机器人关节空间轨迹,可以直 接求取关节的速度和加速度,因此优化模型得到的 解集可以保证关节的速度和加速度在允许的范围 内。各关节位移的速度、加速度约束条件为

$$\max(|P_{i,k}^{2}|) \leq V_{i,k},$$

 $i = 1, 2, \dots, 51, \ k = 1, 2, \dots, 18,$ (13)

$$\max(|P_{i,k}^{3}|) \leq A_{i,k},$$

$$i = 1, 2, \cdots, 51, k = 1, 2, \cdots, 18$$
 (14)

式中: $P_{i,k}^2$ 和 $P_{i,k}^3$ 分别表示机器人关节k在第i时刻的速度和加速度; $V_{i,k}$ 、 $A_{i,k}$ 分别为机器人关节k在第i时刻速度、加速度的上限。

3.3 模型求解

非支配排序遗传 NSGAⅢ算法作为基于群体 智能的启发式优化算法中的一种,通过模拟生物进 化过程中的繁殖、变异、重组和选择等,可以得到多 目标优化问题的 Pareto 解集。基于参考点的多目 标遗传算法 NSGAⅢ,结合了非支配排序和基于参 考点选择的优点。本文采用 NSGAⅢ算法进行模 型的求解,求解流程图如图 7 所示。



Fig.7 Multi objective optimization trajectory flow chart based on NSGAⅢ

模型求解主要有以下几步:

步骤 1) 定义优化目标函数以及约束条件。

步骤 2) 定义一组参考点,构建含有 N 个个体的初始种群 P_G,这里的个体为机器人焊接过程中的时间间隔。

步骤 3) 采用竞赛选择策略实现个体交叉,应用 启发式算子修复不可行个体。随机选择个体执行变 异操作,再应用启发式算子修复不可行个体。依次 完成交叉、变异操作,得到新种群 Q₆。

步骤 4) 将初始种群 P_{G} 和新种群 Q_{G} 合并为一 个大小为 2N 的新种群 R_{G} ,将 R_{G} 通过非支配排序 分为多个非支配层 $F_{\ell}(f=1,2,\cdots)$ 。

步骤 5) 对种群按照非支配层进行划分,从 F₁ 开始构造新的种群 S₆,直到其大小为 N 或者第一 次超过 N,且在支配层最后一层仅部分被接受的情 况下,进一步确定超平面上的参考点,完成种群个体 的自适应归一化,并计算关联参考点到每个个体的 距离,而后进行排序。

步骤 6) 判断迭代次数 G 是否达到中止条件, 如果满足则决策结束,否则返回步骤 3)继续迭代。

4 优化结果与分析

4.1 多目标优化结果

根据以上多目标 NSGA Ⅲ 算法的原理与求解 步骤,设置种群大小 N 为 100,迭代次数上限 MaxIte 为 100,交叉概率为 0.7,变异概率为 0.3。

基于双光束激光焊接工艺参数,焊接速度的有效变 化范围为 3.8~12 m/min,时间间隔变化范围为 0.4926~1.2713 s。约束条件分为两部分:对移动 关节和中间按压臂的约束以及对左右两焊接臂关节 的约束。

移动关节和中间按压臂的约束条件设置为: ^{max} $M_{i,1}$ =2.5 m, ^{min} $M_{i,1}$ =-2.5 m, $V_{i,1}$ =0.25 mm/s, $A_{i,1}$ =0.5 mm/s², ^{max} $M_{i,2}$ =1.5 m, ^{min} $M_{i,1}$ =-1.5 m, $V_{i,2}$ =0.25 m/s, $A_{i,2}$ =0.5 m/s², ^{max} $M_{i,3}$ =0.5 m, ^{min} $M_{i,3}$ =-0.5 m, $V_{i,3}$ =0.25 m/s, $A_{i,3}$ =0.5 m/s², ^{max} $M_{i,4}$ =350°, ^{min} $M_{i,4}$ =-350°, $V_{i,4}$ =179 (°)/s, $A_{i,4}$ =50 (°)/s², ^{max} $M_{i,5}$ =125°, ^{min} $M_{i,5}$ =-125°, $V_{i,5}$ =172 (°)/s, $A_{i,5}$ =50 (°)/s², ^{max} $M_{i,6}$ =350°, ^{min} $M_{i,6}$ = - 350°, $V_{i,6}$ = 219 (°)/s, $A_{i,6}$ = 55 (°)/s².

左右两臂的约束条件设置为: $^{\max}M_{i,7} = ^{\max}M_{i,13}$ = 185°, $^{\min}M_{i,7} = ^{\min}M_{i,13} = -185°$, $V_{i,7} = V_{i,13} =$ 156 (°)/s, $A_{i,7} = A_{i,13} = 40$ (°)/s², $^{\max}M_{i,8} =$ $^{\max}M_{i,14} = 125°$, $^{\min}M_{i,8} = ^{\min}M_{i,14} = -65°$, $V_{i,8} =$ $V_{i,14} = 156$ (°)/s, $A_{i,8} = A_{i,14} = 40$ (°)/s², $^{\max}M_{i,9} =$ $^{\max}M_{i,15} = 64°$, $^{\min}M_{i,9} = ^{\min}M_{i,15} = -220°$, $V_{i,9} =$ 156 (°)/s, $V_{i,15} = 156$ (°)/s, $A_{i,9} = A_{i,15} = 40$ (°)/s², $^{\max}M_{i,10} = ^{\max}M_{i,16} = 350°$, $^{\min}M_{i,10} = ^{\min}M_{i,16} =$ -350°, $V_{i,10} = V_{i,16} = 330$ (°)/s, $A_{i,10} = 50$ (°)/s², $A_{i,16} = 50$ (°)/s², $^{\max}M_{i,10} = ^{\max}M_{i,16} = 130°$, $^{\min}M_{i,11} = ^{\min}M_{i,17} = -130°$, $V_{i,11} = V_{i,17} = 336$ (°)/s, $A_{i,11} = A_{i,17} = 50$ (°)/s², $^{\max}M_{i,12} = ^{\max}M_{i,18} =$ 350°, $^{\min}M_{i,12} = ^{\min}M_{i,18} = -350°$, $V_{i,12} = V_{i,18} =$ 615 (°)/s, $A_{i,12} = A_{i,18} = 55$ (°)/s² ,

得到的机器人各个关节获得最佳时间间隔序列 的 Pareto 解集如图 8 所示,横纵坐标轴分别表示机 器人作业时间和运行平稳性。从图 8 中可以看出, 本文同时考虑了工作时间与运行平稳性两个目标,



第48卷第18期/2021年9月/中国激光

这两个目标之间呈现相互矛盾的关系,可以得到一 系列的非支配解。本文建立的多目标优化模型可以 为双光束激光焊接机器人使用方提供机器人运行时 间间隔的丰富的候选方案。表4给出了基于 NSGA Ⅲ算法得到的最优解目标向量值。

表 4 最优解的目标向量值

Table 4	Objective	vector	value	of	optimal	solution
r abre r	Objective	1001	varue	01	optimui	Solution

	-	-
Number	T_1/s	T_2/s^2
1	36.9373	0.0030
2	36.9408	0.0029
		•••
35	38.3977	0.0007
36	38.4007	0.0007

可以根据实际焊接作业中的工艺需求,从表 4 中选择一组目标向量值下相应的优化时间间隔,以 提高双光束激光焊接的作业效率与作业平稳性。

4.2 多目标优化算法对比

仍设定与上述相同的桁条双侧焊缝作为目标轨迹,再用非支配排序遗传 NSGA II 算法进行对比求解,计算前设定相同的约束条件,且输入信息使用相同的算法参数与硬件参数,相应获得的 Pareto 解集如图 9 所示,横纵坐标轴分别表示机器人的作业时间和运行平稳性。可以看到,基于 NSGA II 算法得到的解集分布也体现了作业时间和运行平稳性两者之间呈现相互矛盾的关系,但比 NSGA III 算法得到的解集更为稀疏,且均匀性不及图 8 的解集分布,不利于机器人使用方应对不同焊接作业需求时对解集的选取。



为了进一步解释优化结果的有效性,从基于 NSGAII算法的 Pareto 最优解集中选取 T_2 最小 $(T_2=37.0490 \text{ s})$,即最不平稳的一组优化结果,同 时随机选取表 4 中基于 NSGA III算法的解集中 T_2 更小 $(T_2=37.0004 \text{ s})$ 的一组优化结果,分别进行仿

真实验,得到了未优化与基于两种优化算法的机器 人轨迹对比,结果如表 5~7 所示,其中,未优化的机 器人轨迹是通过随机生成数函数在 0~37.0004 s 时间范围内生成一组相同个数的时间间隔,再进行 仿真实验得到的。

表 5 未优化的机械臂末端速率

Table 5	Speed of robot end effectors before optimization						
Time /s	Speed of middle manipulator end effector /	Speed of left manipulator end effector /	Speed of right manipulator end effector / (m•min ⁻¹)				
	$(m \cdot min^{-1})$	$(m \cdot min^{-1})$					
0	13.2349	13.1656	13.3134				
0.7400	5.1524	5.1225	5.1773				
	•••	•••	•••				
36.2604	10.0846	10.0224	10.1262				
37.0004	4.8569	4.83551	4.8899				

表 6 NSGA II 优化的机械臂末端速率

Table 6	Speed of robot en	d effectors optim	mized by NSGA []
	Speed of middle	Speed of left	Speed of right
T : /	manipulator	manipulator	manipulator
1 ime/ s	end effector $/$	end effector $/$	end effector $/$
	$(m \cdot min^{-1})$	$(m \cdot min^{-1})$	$(m \cdot min^{-1})$
0	8.0633	8.1146	8.02307
0.7410	6.0739	6.1039	6.0391
•••	•••	•••	•••
36.3080	7.6285	7.6617	7.5822
37.0490	4.5236	4.5523	4.5025

表 7 NSGAⅢ优化的机械臂末端速率

Table 7 Speed of robot end effectors optimized by NSGA II

	Speed of middle	Speed of left	Speed of right		
T:	manipulator	manipulator	manipulator		
11me/s	end effector \slash	end effector $/$	end effector /		
	$(m \cdot min^{-1})$	$(m \cdot min^{-1})$	$(m \cdot min^{-1})$		
0	7.0282	6.9943	7.0747		
0.7400	6.3966	6.3594	6.4274		
	•••	•••	•••		
36.2604	7.3131	7.26887	7.3455		
37.0004	3.2036	3.19046	3.2259		

分析表 5~7 中的数据可以看出,每个时间点下 三条机械臂末端的速率非常接近,并且当一条机械 臂的速率增大或者减小时,其余两条机械臂的速率 也会相应地增大或减小,变化趋势一致。这说明机 器人的末端不仅可以在几何空间上完成双光束焊接 任务,还具有一定的协同稳定性,可以实现同步焊接 作业。

由于三条机械臂末端的速率变化一致,因此其 中一条机械臂末端的速率变化可以代表另外两条 机械臂末端的速率变化。为避免重复,分别选取

第 48 卷 第 18 期/2021 年 <u>9 月/中国激光</u>

表 5~7 中未优化、NSGA II 优化、NSGA III 优化后 中臂末端的速率作为代表,得到了优化前后末端速 率随时间变化的曲线,如图 10 所示。可以看出:未 优化的中臂末端的速率随时间变化的波动性最大, 最不平稳,而经过两种优化算法求解的机械臂末端 速率的波动幅度降低,平稳性均得到了显著提高。 在启动阶段,NSGA III 优化后的中臂末端速率小于 NSGA II 优化后的,而在停止阶段,NSGA II 优化后 的中臂末端速率略小于 NSGA III 优化后的。启停 阶段机器人的速率较低可使其受到的冲击和振动减 少,验证了两种优化算法的有效性。



Fig. 10 Speed comparison of laser welding robot middle manipulator end effector before and after optimization

从计算时间和非劣解个数两方面得到了两种优 化算法的对比结果,如表 8 所示。可以看到:NSGA Ⅲ算法在计算时间比 NSGA Ⅱ 仅多 3.8‰的情况 下,使优化结果的多样性提高了 161.29‰,更有利 于工程人员根据侧重点不同的焊接需求,从优化的 结果中选择相应的解。

表 8 两种算法的比较 a 8 Comparison of two algorith

Tab	le 8 Comparisor	n of two algorithms
Algorithm	Computing time /s	Number of non-inferior solutions
NSGA∭	6802.74	36
NSGA []	6777.07	31

5 结 论

本课题组在提取大型复杂结构件双侧焊缝与按 压中心线几何特征的基础上,得到了精确的机器人 末端位姿,保证了双光束激光焊接机器人多关节顺 利进行协同焊接作业。

本课题组提出了双光束激光焊接机器人多臂协

同作业轨迹优化模型。在机器人各个关节位置、速度、加速度满足焊接要求的前提下,双光束激光焊接机器人各关节的运动平稳性与作业时间均得到了优化,解决了复杂结构形式下多臂协同机器人面向复杂焊缝进行焊接作业时的末端轨迹优化问题。

从算法的计算时间和非劣解个数两方面对比了 两种多目标优化算法,得到了 NSGAⅢ算法在双光 束激光焊接机器人轨迹规划中综合性能更好的 结论。

参考文献

- [1] Li H, Chen J, Chen L, et al. Existing state and development on dual laser-beam bilateral welding technology used in civil aircraft [J]. Aeronautical Manufacturing Technology, 2012, 55(21): 50-53.
 李昊,陈洁,陈磊,等.双光束激光焊接技术在民用 飞机上的应用现状及发展[J]. 航空制造技术, 2012, 55(21): 50-53.
- [2] Fraunhofer Institute for Material and Beam Technology IWS. Large size laser welding systems [EB/OL]. [2020-12-09]. https://www. iws. fraunhofer. de/en/business _ fields/joining/welding/ ausstattung/xxl-laserstrahlschweissanlage.html.
- [3] Gong S H, Zheng Z X, Wang P J, et al. Control technology for dual-beam laser welding and seam tracking with ten-axis six-linkage CNC [J]. Aeronautical Manufacturing Technology, 2018, 61 (11): 34-39, 47.
 龚时华,郑忠香,王平江,等. 十轴六联动双光束激光焊接及其跟踪控制技术[J]. 航空制造技术, 2018, 61(11): 34-39, 47.
- [4] Gong S H, Yu J F, Yang J Z, et al. Dynamic compensation for deformation in laser welding of 3D joint seam [J]. Transactions of the China Welding Institution, 2011, 32(2): 89-92, 117.
 龚时华,喻俊峰,杨建中,等. 三维拼缝激光焊接的 变形动态补偿[J]. 焊接学报, 2011, 32(2): 89-92, 117.
- [5] Jiang Z W, Gong S H, Wang Q H. Study on the tracking control technology of dual-beam laser welding[J]. Laser Technology, 2013, 37(1): 1-5. 蒋志伟,龚时华,王启行.双光束激光双路焊接的跟 踪控制技术研究[J].激光技术, 2013, 37(1): 1-5.
- [6] Liang B Y, Xu X Y, Gong S H, et al. Dual-beam laser welding and seam tracking control technology for 3D T-beam [J]. Transactions of the China Welding Institution, 2016, 37(2): 47-50, 131.
 梁斌焱,许先雨,龚时华,等. 三维 T 形焊缝的双光 束激光焊接及其焊缝跟踪控制[J]. 焊接学报, 2016,

第48卷第18期/2021年9月/中国激光

37(2): 47-50, 131.

- [7] Wang P J, Wu J Y, Chen J H, et al. A method for measuring seam topograph in tailored blank laser welding[J]. China Mechanical Engineering, 2010, 21 (17): 2132-2138.
 王平江,吴家勇,陈吉红,等.激光焊接中狭窄对接 拼缝测量方法[J].中国机械工程,2010,21(17): 2132-2138.
- [8] Zou Y Y, Kou M. A new method for measuring normal vector of three-dimensional joint based on circle structured light[J]. Transactions of the China Welding Institution, 2017, 38(1): 39-42, 130-131.
 邹媛媛, 寇森. 基于环形结构光的三维拼缝法矢测量 方法[J]. 焊接学报, 2017, 38(1): 39-42, 130-131.
- [9] Liu Y, Liu Y, Tian X C. Trajectory and velocity planning of the robot for sphere-pipe intersection hole cutting with single-Y welding groove [J]. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, 2019, 56: 244-253.
- [10] Kim J, Croft E A. Online near time-optimal trajectory planning for industrial robots [J]. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, 2019, 58: 158-171.
- [11] Rout A, Bbvl D, Biswal B B. Optimal trajectory generation of an industrial welding robot with kinematic and dynamic constraints [J]. Industrial Robot: the International Journal of Robotics Research and Application, 2019, 47(1): 68-75.
- [12] Hou Z, Xu Y L, Xiao R Q, et al. A teaching-free welding method based on laser visual sensing system in robotic GMAW [J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2020, 109(5/ 6): 1755-1774.
- [13] Zhao J, Duan Y X, Xie B Y, et al. FSW robot system dimensional optimization and trajectory planning based on soft stiffness indices[J]. Journal of Manufacturing Processes, 2021, 63: 88-97.
- [14] LiSX. Broadband filter selection for multispectral camera based on multi-objective optimization [J]. Acta Optica Sinica, 2020, 40(4): 0411001.
 李遂贤.基于多目标优化的多光谱相机的宽带滤色 片选取[J].光学学报, 2020, 40(4): 0411001.
- [15] Liu X G, Huo F R, Xue C X. Parameter optimization and error compensation of diffraction microlens injection molding process [J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2020, 57(5): 052204.
 刘兴国, 霍富荣, 薛常喜. 衍射微透镜注塑成型工艺参数优化及误差补偿[J]. 激光与光电子学进展, 2020, 57(5): 052204.
- [16] Guan S H, Yang G, Lu S, et al. Multi-objective optimization of hyperspectral band selection based on

attention mechanism [J]. Acta Optica Sinica, 2020, 40(21): 2128002. 关世豪,杨桄,卢珊,等.基于注意力机制的多目标 优化高光谱波段选择[J].光学学报,2020,40(21): 2128002.

- [17] Deb K, Jain H. An evolutionary many-objective optimization algorithm using reference-point-based nondominated sorting approach, part I: solving problems with box constraints [J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2014, 18 (4): 577-601.
- [18] Gong D W, Liu Y P, Sun X Y, et al. Parallel manyobjective evolutionary optimization using objectives decomposition[J]. Acta Automatica Sinica, 2015, 41 (8): 1438-1451.
 巩敦卫,刘益萍,孙晓燕,等.基于目标分解的高维 多目标并行进化优化方法[J]. 自动化学报, 2015, 41(8): 1438-1451.
- [19] Zhang X Y, Jiang X S, Zhang L. A weight vector based multi-objective optimization algorithm with preference [J]. Acta Electronica Sinica, 2016, 44 (11): 2639-2645.
 (11): 2639-2645.
 (11): 2639-2645.

张兴义,蒋小三,张磊.基于权值向量的偏好多目标

优化方法[J]. 电子学报, 2016, 44(11): 2639-2645.

- [20] Wang M. Research on new technologies of single pass welding and double backside shaping for T-structure of titanium alloy [D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2011: 60-66.
 王敏. 钛合金 T-型结构单面焊背面双侧成形焊接新 技术研究[D]. 哈尔滨:哈尔滨工业大学, 2011: 60-66.
- [21] Zhang T, Zhang M H, Zou Y B. Path planning of robot processing based on three-dimensional point cloud[J]. Chinese Journal of Lasers, 2018, 45(5): 0502009.
 张铁,张美辉,邹焱飚.基于三维点云的机器人加工 轨迹规划[J]. 中国激光, 2018, 45(5): 0502009.
- [22] Liu X M, Qiu C R, Zeng Q F, et al. Kinematics analysis and trajectory planning of collaborative welding robot with multiple manipulators [J]. Procedia CIRP, 2019, 81: 1034-1039.
- [23] Liu L, Ma G Q, Gao Y, et al. Trajectory planning technology of three-dimensional shape measurement robots[J]. Chinese Journal of Lasers, 2019, 46(2): 0204005.
 刘丽,马国庆,高艺,等. 三维形貌测量机器人的轨迹规划技术[J]. 中国激光, 2019, 46(2): 0204005.

Trajectory Optimization of Dual Beam Laser Welding Robot

Zeng Qingfei, Liu Xuemei^{*}, Feng Yan, Xie Nan School of Mechanical Engineering, Tongji University, Shanghai 201804, China

Abstract

Objective In the aircraft manufacturing field, compared with the traditional riveting method, the lightweight technology of laser welding can improve the workpiece stiffness and work efficiency. To improve the welding quality of T-joints on structural components of aircraft, the dual-beam laser welding equipment based on beam structure is used to weld the bilateral welding seam of T-joint simultaneously, enabling precise control of the position and posture of the welding head, stable welding speed and impact, high welding efficiency, and superior laser welding quality. Since the T-joint of the fuselage belongs to the aerospace field, the welding process requirements are higher than that of the general welding object, and further data extraction of the welding seam is required. While there have been many studies on trajectory planning of a typical single manipulator in the industrial welding robot, there is little literature on trajectory planning of multiple manipulators. The single manipulator is already a high-order, nonlinear, and strongly coupled multiple input multiple output system, and trajectory planning for a welding robot with multiple manipulators is investigated to obtain a smooth and efficient movement of the robot while meeting the position, velocity, and acceleration requirements of each joint.

Methods Using coordinate transformation and quintic B-spline curve, the robot end effector representation and joint space trajectory interpolation propagate the dual-beam laser through bilateral welding seam of T-joint successively, which contributes significantly to the cooperative motion of robot multiple manipulators. First, the geometric features of the T-joint on the hyperbolic panel are obtained, followed by the extraction of the welding trajectory's key path points. According to the path-point transformation matrix of the local coordinate system relative to the base coordinate system, the position and attitude of three robot manipulators are obtained. Second, the

displacement or rotation angle of each robot joint is calculated on the basis of the inverse kinematics solution of the dual-beam laser welding robot. Third, the displacement or rotation angle of 18 joints is interpolated by a quintic B-spline curve to obtain the continuous joint space trajectory. Fourth, the velocity and acceleration of each joint are taken as the optimization constraints, and the efficient and stable movements of the dual-beam laser welding robot are taken as the objectives to establish a trajectory optimization model of the cooperative robot with multiple manipulators. Finally, the non-dominated sorting genetic algorithm II (NSGA II) and non-dominated sorting genetic algorithm II (NSGA II) are used to solve the optimization model.

Results and Discussions (1) The position and attitude of three robot manipulators' end effectors (Tables 1–3) are obtained as the basis for establishing the trajectory optimization model. (2) The Pareto set of the optimal time interval sequence for each joint of the robot (Figure 8) is obtained by NSGA III, and the proposed multi-objective optimization model can provide abundant candidate schemes for the users of the dual-beam laser welding robot. According to the actual welding process requirements, the corresponding optimization time interval under a set of target vector values (Table 4) can be selected. However, the Pareto set obtained by NSGA [] (Figure 9) is more sparse and less uniform than the Pareto set distribution, which makes it difficult to select solutions for robot users to cope with varying welding requirements. (3) According to the speed of the three robot manipulators' end effectors before and after the application of the two optimization algorithms (Tables 5-7), the speed of the three manipulators' end effectors is very close at each time point, and when the speed of one manipulator increases or decreases, the speed of the other two manipulators also increases or decreases correspondingly with the same change trend, indicating that the dual-beam laser welding robot can not only complete the bilateral welding seam of T-joint in geometric space but also has a certain cooperative stability. (4) Speed comparison of the dual-beam laser welding robot's middle manipulator's end effector before and after optimization (Figure 10) shows that the fluctuation range of the end velocity of the robot is reduced, and its stability is improved significantly after optimization. In the startup phase, the speed of the middle manipulator optimized by NSGA III is less than that of the middle manipulator optimized by NSGA II. In the stop phase, the speed of the middle manipulator optimized by NSGA II is slightly less than that of the middle arm optimized by NSGA III. In the startup and stop phases, the impact and vibration of the robot can be reduced because of the low speed. (5) The results (Table 8) show that NSGA III only takes 3.8% more computational time than NSGA [] to solve the problem, and the diversity of Pareto solution set is improved by 161.29%.

Conclusions In this study, we consider the trajectory optimization problem of a dual-beam laser welding robot, which has not been previously considered in the literature. Aiming at the welding of large-scale structural components in aviation, a general solution method for the position and attitude of the end effectors of a dual-beam laser welding robot is proposed, which ensures the cooperative welding operation of multiple joints of the dual-beam laser welding robot. The trajectory optimization model is proposed to further improve the welding quality of T-joints. The motion stability and operation time of the dual-beam laser welding robot are optimized on the basis of the position, velocity, and acceleration requirements of each joint. NSGA [] and NSGA []] are used to solve the multi-objective optimization model, and comparative analyses are performed.

Key words laser technique; dual-beam laser welding robot; cooperation of multiple manipulators; bilateral welding seam of T-joint; trajectory smoothing; multi-objective optimization

OCIS codes 150.5758; 350.3390; 140.3390