

顾及随机误差的地面三维激光扫描仪自检校模型及其抗差解法

周腾飞^{1**}, 程效军^{1,2*}, 黄凯¹, 陶远³

¹ 同济大学测绘与地理信息学院, 上海 200092;

² 自然资源部现代工程测量重点实验室, 上海 200092;

³ 安徽理工大学空间信息与测绘工程学院, 安徽 淮南 232001

摘要 针对地面三维激光扫描仪自检校模型易受到随机误差与粗差的影响, 基于 Gauss-Helmert 坐标转换模型与扫描仪观测原理提出了一种三维激光扫描仪的自检校方法。该方法共包含 6 个外部转换参数与 5 个系统误差参数(附加参数), 首先利用泰勒级数对函数模型进行线性化, 并构造拉格朗日目标函数, 基于 Newton-Gauss 法迭代求解所有未知参数的初值; 之后利用标准化残差构造权因子函数, 以对观测值进行重新定权, 并通过迭代计算出参数的最终解。通过仿真和实验进行验证, 结果表明所提方法较现有的算法能有效去除观测值中的随机误差与粗差, 且具有良好的鲁棒性。

关键词 探测器; 自检校; Gauss-Helmert 模型; Newton-Gauss 法; 随机模型; 抗差估计

中图分类号 TN958.98

文献标志码 A

doi: 10.3788/CJL202148.1304002

1 引言

在对目标进行扫描或观测的过程中, 三维激光点云数据易受到仪器本身、目标物及外界环境等多重因素的影响, 使得点云数据中除随机误差外往往还存在一部分系统误差, 甚至是粗差, 这导致点云数据难以反映出目标的真实特性, 在一定程度上降低了观测精度并影响后续点云模型的建立和应用。传统的系统误差检校通常需要将距离和角度的误差检校分开进行, 即利用扫描仪对已标定的基线或者角度进行测量^[1], 之后基于间接平差等方法求取附加参数(APs), 而自检校方法不需要严格的实验条件, 只需将 APs 作为未知参数代入函数模型, 并同时求解 APs 和其他未知参数。

Lichti^[2-4]提出了一种基于信号点网络对安全传输层协议(TLS)进行自检校的严格方法, 通过在球坐标观测方程中添加一组 APs, 并基于坐标转换模型实现了调幅连续波(AM-CW)扫描仪的系统误差自检校^[2]。Reshetyuk^[5]基于飞行时间对脉冲地面

激光扫描仪进行了研究与检校。Schneider^[6]基于文献[2]中的方法对 Riegl LMS-Z420i 扫描仪进行自检校。Reshetyuk^[7]利用室内检校场, 完成了 Callidus 1.1、HDS3000 和 HDS 2500 三种扫描仪的校准。针对未知参数间的相关性问题, Lichti 等^[8-9]采用文献[2]中的 APs, 通过对点云的观测值附加适当的权重并与地理参考相关联构造一个函数模型, 以削弱参数之间的相关性。Lerma 等^[10]提出了一种确定最佳附加参数集的方法, 以实现基于无量纲质量指数的先验未知系统误差建模。Medić 等^[11]研究了一种基于点特征自校准的经验随机模型, 通过检测扫描仪目标点的不确定性, 解决了随机模型和事实不相容的问题。Zhou 等^[12]基于三维激光扫描仪的观测方程和坐标转换模型提出了三维激光扫描仪通用自检校模型, 并基于方差分量估计理论实现了多类观测值的验后定权。官云兰等^[13]将 5 种 APs 引入坐标转换模型, 并基于非线性 Gauss-Markov 模型实现了 HDS3000 扫描仪的系统误差检校。

收稿日期: 2020-12-08; 修回日期: 2021-01-04; 录用日期: 2021-01-11

基金项目: 国家自然科学基金(41974213, 41671449)

通信作者: *cxj@tongji.edu.cn; **1710639@tongji.edu.cn

对近年来的相关文献进行研究和分析,可以发现现有的自检校方法在函数模型方面极为相似,即忽略了观测值中的随机误差,这在一定程度上导致了函数模型的不稳定,使得无法避免随机误差对模型本身和参数解的影响,难以确保结果的准确性。另外,当观测值中存在粗差时,没有合理有效的解决方案。

本文从三维激光扫描仪原始观测值出发,利用文献[2]提出的 APs,基于非线性 Gauss-Helmert 模型^[14]和 Gauss-Newton 法^[15],提出了一种三维激光扫描仪自检校函数模型;针对观测值中可能出现的粗差^[16],通过引入 IGG III 等价权函数^[17],实现了观测值的验后定权。

2 基本原理

2.1 扫描仪观测原理

与全站仪类似,在实际扫描过程中,三维激光扫描仪构建的坐标系为独立的空间球坐标系,扫描仪直接获取的观测值(即原始观测值)为几何中心到目标物 p 的斜距 s 、垂直角 θ 和水平角 α ,以左手系为例(X 轴为瞄准轴, Y 轴为水平轴, Z 轴为垂直轴),如图 1 所示。

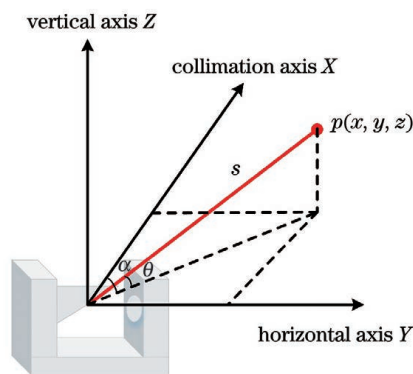


图 1 地面三维激光扫描仪观测原理

Fig. 1 Observation principle of terrestrial three-dimensional laser scanner

图 1 中, p 为目标点, (s, θ, α) 表示原始观测值。根据极坐标与空间直角坐标的关系,对原始坐标观测值进行转换,获得目标点在笛卡儿坐标系中的三维空间直角坐标 (x, y, z) 。扫描仪的观

测方程为

$$\begin{cases} x = s \cdot \cos \theta \cdot \cos \alpha \\ y = s \cdot \cos \theta \cdot \sin \alpha \\ z = s \cdot \sin \theta \end{cases} \quad (1)$$

同样地,也可以将三维直角坐标转换为原始观测值,即

$$\begin{cases} s = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \\ \theta = \arctan(z / \sqrt{x^2 + y^2}) \\ \alpha = \arctan(y/x) \end{cases} \quad (2)$$

对于采用光电测距的三维激光扫描仪,除存在随机误差外,原始观测值中往往会存在一定的系统误差。以全站仪的系统误差项作为参考^[2],距离观测值中通常会存在两项 APs,即加常数 m 和乘常数 λ ,其中加常数是一个固定值,而乘常数的影响程度与观测距离成正比;角度观测值中存在垂直轴误差 t 、瞄准轴误差 c 及水平轴误差 i ,且后两项对于水平角观测值的改正 (c', i') 与垂直角观测值存在的关系为

$$\begin{cases} c' = c / \cos \theta \\ i' = i \cdot \tan \theta \end{cases} \quad (3)$$

2.2 三维激光扫描仪的自检校模型

自检校是指将若干系统误差纳入函数模型中,在平差的过程中将这些系统误差作为未知数或者带权观测值,将其与模型中的其他未知参数一并参与解算^[18],实现自动测定和消除系统误差的目的^[19-21]。扫描仪自检校通常基于坐标转换模型,即

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \mathbf{R} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \end{bmatrix}, \quad (4)$$

式中: $[X \ Y \ Z]^T$ 和 $[x \ y \ z]^T$ 分别为全站仪与三维激光扫描仪的三维坐标观测值; $[\Delta x \ \Delta y \ \Delta z]^T$ 为平移参数; \mathbf{R} 为旋转矩阵。

为了在平差过程中获取 APs 的估计值,需要对上述坐标转换模型进行改写,考虑到系统误差存在于距离和角度观测值中,因此需要将扫描仪的笛卡儿坐标转换为原始观测值。常规自检校函数模型^[13]为

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \mathbf{R} \begin{bmatrix} [s(1+\lambda) + m] \cos(\theta + t) \cos(\alpha + i' + c') \\ [s(1+\lambda) + m] \cos(\theta + t) \sin(\alpha + i' + c') \\ [s(1+\lambda) + m] \sin(\theta + t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \end{bmatrix}. \quad (5)$$

对于三维激光扫描仪,其系统误差项可能相对较大,且观测值中存在的随机误差不可忽视^[12];另外,三维激光扫描仪在对靶标中心进行拟合或特征提取时可能会存在很大的误差,甚至可能会出现粗差。

考虑到所有原始观测值的随机误差为

$$\begin{cases} \mathbf{e}_{\text{tls}} = [e_s \quad e_\theta \quad e_\alpha]^\text{T} \\ \mathbf{e}_{\text{ts}} = [e_X \quad e_Y \quad e_Z]^\text{T} \end{cases}, \quad (6)$$

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} e_X \\ e_Y \\ e_Z \end{bmatrix} = \mathbf{R} \begin{bmatrix} [(s - e_s)(1 + \lambda) + m] \cos(\theta - e_\theta + t) \cos(\alpha - e_\alpha + i' + c') \\ [(s - e_s)(1 + \lambda) + m] \cos(\theta - e_\theta + t) \sin(\alpha - e_\alpha + i' + c') \\ [(s - e_s)(1 + \lambda) + m] \sin(\theta - e_\theta + t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \end{bmatrix}, \quad (7)$$

式中: \mathbf{R} 为旋转矩阵,通常由 3 个矩阵相乘得到,即

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}_\varphi \mathbf{R}_\omega \mathbf{R}_\kappa = \begin{bmatrix} \cos \varphi & 0 & -\sin \varphi \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \varphi & 0 & \cos \varphi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \omega & -\sin \omega \\ 0 & \sin \omega & \cos \omega \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \kappa & -\sin \kappa & 0 \\ \sin \kappa & \cos \kappa & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (8)$$

式中: $\mathbf{R}_\varphi, \mathbf{R}_\omega, \mathbf{R}_\kappa$ 为基于 Y, X, Z 轴旋转角度构造的旋转矩阵; $(\varphi, \omega, \kappa)$ 为欧拉角,与 3 个平移参数构成外部定向参数(EOPs)。

根据(7)式,与扫描仪观测值不同的是,全站仪坐标序列中并不包括系统误差,这是因为扫描仪在自检校过程中,通常会利用更高精度的全站仪与待校准扫描仪观测同一系列目标。由于观测值中的随机误差是不可避免的,因此两系统原始观测值中的随机误差都没有被忽略,此时随机误差被认为服从正态分布^[22],对应的随机模型为

$$\begin{cases} \mathbf{e}_{\text{ts}} = \begin{bmatrix} e_X \\ e_Y \\ e_Z \end{bmatrix} \sim \left(\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \sigma_X^2 & \sigma_{XY} & \sigma_{XZ} \\ \sigma_{YX} & \sigma_Y^2 & \sigma_{YZ} \\ \sigma_{ZX} & \sigma_{ZY} & \sigma_Z^2 \end{bmatrix} \right) \\ \mathbf{e}_{\text{tls}} = \begin{bmatrix} e_s \\ e_\theta \\ e_\alpha \end{bmatrix} \sim \left(\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \sigma_s^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_\theta^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_\alpha^2 \end{bmatrix} \right) \end{cases}, \quad (9)$$

式中: $\mathbf{e}_{\text{ts}} = [e_X \quad e_Y \quad e_Z]^\text{T}$ 为全站仪的三维空间直角坐标观测值的随机误差; $\mathbf{e}_{\text{tls}} = (e_s, e_\theta, e_\alpha)$ 为扫描仪原始观测值的随机误差。基于 Gauss-Helmert 坐标转换模型,可以构建三维激光扫描仪的自检校函数模型:

式中: $\sigma_X, \sigma_Y, \sigma_Z$ 为坐标分量的中误差; $\sigma_{XY}, \sigma_{XZ}, \sigma_{YX}, \sigma_{YZ}, \sigma_{ZX}, \sigma_{ZY}$ 为坐标分量的协方差; $\sigma_s, \sigma_\theta, \sigma_\alpha$ 为距离、垂直角和水平角观测值的先验信息。

全站仪三维坐标观测值的方差信息可以根据观测原理与误差传播定律获得^[12, 23]。

2.3 自检校模型推导的具体形式

不难看出,在(7)式中自变量与因变量间存在非线性关系,因此本文提出的自检校方法实质上是一个非线性模型,这时未知参数的求解就转变为非线性回归问题。通常处理非线性问题的方法是,通过变量变换将非线性回归化为线性回归,然后用线性回归方法进行处理^[15]。具体的处理过程为通过泰勒级数对函数模型进行线性化,然后对展开的函数模型构建拉格朗日目标函数,并基于其必要条件推导所有未知参数的迭代解。假定观测值中的随机误差在两坐标系下的初始值以及函数模型中未知参数的初始值(均以上标 0 表示)分别为

$$\mathbf{e}^0 = [\mathbf{e}_{\text{tls}}^0 \quad \mathbf{e}_{\text{ts}}^0] = \begin{bmatrix} e_s^0 & e_X^0 \\ e_\theta^0 & e_Y^0 \\ e_\alpha^0 & e_Z^0 \end{bmatrix}, \quad (10)$$

$$\boldsymbol{\xi}^0 = [\Delta x^0 \quad \Delta y^0 \quad \Delta z^0 \quad \varphi^0 \quad \omega^0 \quad \kappa^0 \quad m^0 \quad \lambda^0 \quad c^0 \quad i^0 \quad t^0]^\text{T}. \quad (11)$$

由于初始值并不需要非常精确,对于未知参数中的 EOPs,可以通过线性 Gauss-Markov 模型或 Bursa-Wolf 模型(忽略尺度缩放的影响)解算。假

定仪器在装配和实地测量的过程中都处于理想状态,则 APs 与随机误差向量的初始值可以认为是 0。

令 $\mathbf{H}_{\text{ts}} = [X \ Y \ Z], \mathbf{T} = [\Delta x \ \Delta y \ \Delta z]$,且

$$\mathbf{H}_{\text{tls}} = \begin{bmatrix} [(s - e_s)(1 + \lambda) + m] \cos(\theta - e_\theta + t) \cos(\alpha - e_\alpha + i' + c') \\ [(s - e_s)(1 + \lambda) + m] \cos(\theta - e_\theta + t) \sin(\alpha - e_\alpha + i' + c') \\ [(s - e_s)(1 + \lambda) + m] \sin(\theta - e_\theta + t) \end{bmatrix}, \quad (12)$$

设第 j 次迭代(以上标表示)计算出的随机误差估值为 e^j , 参数向量为 ξ^j 。将(7)式等号右端按照二元

泰勒级数在近似值(e^j, ξ^j)处展开, 并保留一阶项, 可以得到线性化后的函数模型为

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_{\text{ts}} - e_{\text{ts}} = & \mathbf{R}^j \mathbf{H}_{\text{tls}}^j + \mathbf{T}^j + d\mathbf{T} + \frac{\partial \mathbf{R}^j}{\partial \varphi} \mathbf{H}_{\text{tls}}^j d\varphi + \frac{\partial \mathbf{R}^j}{\partial \omega} \mathbf{H}_{\text{tls}}^j d\omega + \frac{\partial \mathbf{R}^j}{\partial \kappa} \mathbf{H}_{\text{tls}}^j d\kappa + \mathbf{R}^j \frac{\partial \mathbf{H}_{\text{tls}}^j}{\partial m} dm + \\ & \mathbf{R}^j \frac{\partial \mathbf{H}_{\text{tls}}^j}{\partial \lambda} d\lambda + \mathbf{R}^j \frac{\partial \mathbf{H}_{\text{tls}}^j}{\partial c} dc + \mathbf{R}^j \frac{\partial \mathbf{H}_{\text{tls}}^j}{\partial i} di + \mathbf{R}^j \frac{\partial \mathbf{H}_{\text{tls}}^j}{\partial t} dt + \mathbf{R}^j \frac{\partial \mathbf{H}_{\text{tls}}^j}{\partial e_{\text{tls}}} (e_{\text{tls}} - e_{\text{tls}}^j). \end{aligned} \quad (13)$$

(13)式在解算未知量的过程中需要进行迭代计算^[24], 需要注意的是, 当 $j=1$, 即首次迭代时, (e^j ,

ξ^j)需要使用初始值(e^0, ξ^0)替换。其中

$$\begin{cases} \frac{\partial \mathbf{R}^j}{\partial \varphi} = \frac{\partial \mathbf{R}_\varphi^j}{\partial \varphi} \mathbf{R}_\omega^j \mathbf{R}_\kappa^j = \begin{bmatrix} -\mathbf{R}^j(3,1) & -\mathbf{R}^j(3,2) & -\mathbf{R}^j(3,3) \\ 0 & 0 & 0 \\ \mathbf{R}^j(1,1) & \mathbf{R}^j(1,2) & \mathbf{R}^j(1,3) \end{bmatrix} \\ \frac{\partial \mathbf{R}^j}{\partial \omega} = \mathbf{R}_\varphi^j \frac{\partial \mathbf{R}_\omega^j}{\partial \omega} \mathbf{R}_\kappa^j = \begin{bmatrix} -\sin \varphi^j \mathbf{R}^j(2,1) & -\sin \varphi^j \mathbf{R}^j(2,2) & -\sin \varphi^j \mathbf{R}^j(2,3) \\ -\sin \omega^j \cos \kappa^j & -\sin \omega^j \sin \kappa^j & -\cos \omega^j \\ \cos \varphi^j \mathbf{R}^j(2,1) & \cos \varphi^j \mathbf{R}^j(2,2) & \cos \varphi^j \mathbf{R}^j(2,3) \end{bmatrix} \\ \frac{\partial \mathbf{R}^j}{\partial \kappa} = \mathbf{R}_\varphi^j \mathbf{R}_\omega^j \frac{\partial \mathbf{R}_\kappa^j}{\partial \kappa} = \begin{bmatrix} -\mathbf{R}^j(1,2) & \mathbf{R}^j(1,1) & 0 \\ -\mathbf{R}^j(2,2) & \mathbf{R}^j(2,1) & 0 \\ -\mathbf{R}^j(3,2) & \mathbf{R}^j(3,1) & 0 \end{bmatrix} \end{cases}. \quad (14)$$

为简化矩阵的形式, 令

$$\begin{cases} s^j = (s - e_s^j)(1 + \lambda^j) + m^j \\ \theta^j = \theta - e_\theta^j + t^j \\ \alpha^j = \alpha - e_\alpha^j + c'^j + i'^j \end{cases}. \quad (15)$$

可以得到各个 APs 参数改正数的系数阵为

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{H}_{\text{tls}}^j}{\partial m} &= \begin{bmatrix} \cos \theta^j \cos \alpha^j \\ \cos \theta^j \sin \alpha^j \\ \sin \theta^j \end{bmatrix}, \\ \frac{\partial \mathbf{H}_{\text{tls}}^j}{\partial \lambda} &= \begin{bmatrix} \cos \theta^j \cos \alpha^j \\ \cos \theta^j \sin \alpha^j \\ \sin \theta^j \end{bmatrix} (s - e_s^j), \end{aligned}$$

$$\frac{\partial \mathbf{H}_{\text{tls}}^j}{\partial t} = \begin{bmatrix} -s^j \sin \theta^j \cos \alpha^j \\ -s^j \sin \theta^j \sin \alpha^j \\ s^j \cos \theta^j \end{bmatrix},$$

$$\frac{\partial \mathbf{H}_{\text{tls}}^j}{\partial c} = \begin{bmatrix} -s^j \cos \theta^j \sin \alpha^j \\ s^j \cos \theta^j \cos \alpha^j \\ 0 \end{bmatrix} \frac{1}{\cos \theta^j},$$

$$\frac{\partial \mathbf{H}_{\text{tls}}^j}{\partial i} = \begin{bmatrix} -s^j \cos \theta^j \sin \alpha^j \\ s^j \cos \theta^j \cos \alpha^j \\ 0 \end{bmatrix} \tan \theta^j. \quad (16)$$

另外, 根据观测方程求随机误差的偏导数, 并按照随机误差向量的顺序进行排序, 第 j 次迭代中, 残差向量的系数阵 $\mathbf{A}_{\text{tls}}^j$ 可以表示为

$$\mathbf{A}_{\text{tls}}^j = \mathbf{R}^j \frac{\partial \mathbf{H}_{\text{tls}}^j}{\partial e_{\text{tls}}} = \mathbf{R}^j \begin{bmatrix} -(1 + \lambda^j) \cos \theta^j \cos \alpha^j & s^j \sin \theta^j \cos \alpha^j & s^j \cos \theta^j \sin \alpha^j \\ -(1 + \lambda^j) \cos \theta^j \sin \alpha^j & s^j \sin \theta^j \sin \alpha^j & -s^j \cos \theta^j \cos \alpha^j \\ -(1 + \lambda^j) \sin \theta^j & -s^j \cos \theta^j & 0 \end{bmatrix}. \quad (17)$$

综合(13)~(17)式, 合并线性化后的函数模型中的相似项, 得到

$$\mathbf{H}_{\text{ts}} - e_{\text{ts}} = \mathbf{R}^j \mathbf{H}_{\text{tls}}^j + \mathbf{T}^j + \mathbf{B}^j d\xi^j + \mathbf{A}_{\text{tls}}^j (e_{\text{tls}} - e_{\text{tls}}^j), \quad (18)$$

式中: B^j 为 11 个未知参数的系数阵, 满足

$$B^j = \begin{bmatrix} E_{3 \times 3} & \frac{\partial R^j}{\partial \varphi} H_{\text{tls}}^j & \frac{\partial R^j}{\partial \omega} H_{\text{tls}}^j & \frac{\partial R^j}{\partial \kappa} H_{\text{tls}}^j & R^j & \frac{\partial H_{\text{tls}}^j}{\partial m} & R^j & \frac{\partial H_{\text{tls}}^j}{\partial \lambda} & R^j & \frac{\partial H_{\text{tls}}^j}{\partial c} & R^j & \frac{\partial H_{\text{tls}}^j}{\partial i} & R^j & \frac{\partial H_{\text{tls}}^j}{\partial t} \end{bmatrix}, \quad (19)$$

式中: $E_{3 \times 3}$ 为维度为 3 的单位阵。

需要注意的是, 此时待求的未知参数向量将发生改变, 转变为原参数的改正数, 即

$$d\xi^j = [d\Delta x^j \quad d\Delta y^j \quad d\Delta z^j \quad d\varphi^j \quad d\omega^j \quad d\kappa^j \quad dm^j \quad d\lambda^j \quad dc^j \quad di^j \quad dt^j]^T. \quad (20)$$

令

$$L^j = H_{\text{ts}} - R^j H_{\text{tls}}^j - T^j + A_{\text{tls}}^j e_{\text{tls}}^j, \quad (21)$$

则(18)式可写为

$$L^j - B^j d\xi - e_{\text{ts}} - A_{\text{tls}}^j e_{\text{tls}} = 0. \quad (22)$$

根据最小二乘估计准则, 即

$$e^T P e = V_{\min}, \quad (23)$$

式中: V_{\min} 表示极小值; e 为观测值残差; P 为权阵, 分别可表示为

$$\begin{cases} e = [e_{\text{tls}} & e_{\text{ts}}]^T \\ P = \begin{bmatrix} P_{\text{tls}} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & P_{\text{ts}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{\text{tls}}^{-1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & Q_{\text{ts}}^{-1} \end{bmatrix} = Q^{-1} \end{cases}, \quad (24)$$

式中: $P_{\text{tls}}, P_{\text{ts}}$ 分别为扫描仪和全站仪观测值的权阵; $Q_{\text{tls}}, Q_{\text{ts}}$ 分别为扫描仪和全站仪观测值的协因数阵; Q 为所有观测值的协因数阵。

在获得线性化的函数模型后, 可以构建加权整体最小二乘问题的拉格朗日目标函数为

$$\begin{aligned} \Phi = & e_{\text{ts}}^T P_{\text{ts}} e_{\text{ts}} + e_{\text{tls}}^T P_{\text{tls}} e_{\text{tls}} + \\ & 2K^T (L^j - B^j d\xi^j - e_{\text{ts}} - A_{\text{tls}}^j e_{\text{tls}}), \end{aligned} \quad (25)$$

式中: K 为拉格朗日乘子; 两个坐标系统的权阵 P_{ts} 与 P_{tls} 为块对角矩阵, 其元素的排列顺序需要与残差向量 e 的顺序相同, 以扫描仪为例, 其权阵 P_{tls} 为

$$P_{\text{tls}} = \begin{bmatrix} \Lambda & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \Lambda & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \Lambda \end{bmatrix}, \quad (26)$$

式中: $\Lambda = \begin{bmatrix} \sigma_0^2 & & & \\ \frac{\sigma_0^2}{\sigma_s} & 0 & 0 & \\ & \sigma_0^2 & & \\ & \frac{\sigma_0^2}{\sigma_\theta} & & \\ & & & \sigma_0^2 \\ 0 & 0 & & \sigma_\alpha^2 \end{bmatrix}$ 。位于分子位置的 σ_0 表示

先验单位权中误差, 分母位置的符号表示原始观测值的先验信息, 一般可以通过仪器厂商给定的标称精度获取。

根据拉格朗日必要条件, 即目标函数对每个变量的偏导数为 0, 有

$$\begin{cases} \frac{1}{2} \frac{\partial \Phi}{\partial e_{\text{ts}}} = P_{\text{ts}} \tilde{e}_{\text{ts}} - K = 0 \\ \frac{1}{2} \frac{\partial \Phi}{\partial e_{\text{tls}}} = P_{\text{tls}} \tilde{e}_{\text{tls}} - (A_{\text{tls}}^j)^T K = 0 \\ \frac{1}{2} \frac{\partial \Phi}{\partial d\xi} = -(B^j)^T K = 0 \\ \frac{1}{2} \frac{\partial \Phi}{\partial K} = L^j - B^j d\xi^j - \tilde{e}_{\text{ts}} - A_{\text{tls}}^j \tilde{e}_{\text{tls}} = 0 \end{cases}, \quad (27)$$

式中: $\tilde{e}_{\text{ts}}, \tilde{e}_{\text{tls}}$ 分别表示全站仪及扫描仪残差向量的预测值; $d\xi^j$ 为未知参数的改正数在第 j 次迭代中的估计值。

根据(27)式, 可以获取未知参数改正数的估计值与观测值残差的预测值为

$$d\xi^j = [(B^j)^T (Q_c^j)^{-1} B^j]^{-1} (B^j)^T (Q_c^j)^{-1} L^j, \quad (28)$$

$$\tilde{e}^{j+1} = \begin{bmatrix} \tilde{e}_{\text{tls}}^{j+1} \\ \tilde{e}_{\text{ts}}^{j+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{\text{tls}}^j (A_{\text{tls}}^j)^T \\ Q_{\text{ts}}^j \end{bmatrix} (Q_c^j)^{-1} (L^j - B^j d\xi^j), \quad (29)$$

式中: \sim 代表估计值; $\tilde{\sim}$ 代表预测值; Q_{ts}^j 与 Q_{tls}^j 分别为第 j 次迭代过程中全站仪和扫描仪观测值的协因数阵, 与对应观测值的权阵互逆。为简化方程, 令 Q_c^j 表示部分矩阵的运算, 且有

$$Q_c^j = Q_{\text{ts}}^j + A_{\text{tls}}^j Q_{\text{tls}}^j (A_{\text{tls}}^j)^T. \quad (30)$$

观测值的随机误差向量在迭代的过程中需要不断更新, 并且未知参数向量在第 $j+1$ 次迭代后的值为

$$\tilde{\xi}^{j+1} = \tilde{\xi}^j + d\xi^j. \quad (31)$$

2.4 抗差估计

按照以上推导过程, 可以获得在顾及随机误差情况下的扫描仪自检校参数估值。利用扫描仪对设定的靶标进行扫描后, 在特征点提取的过程中往往难以拟合出较高精度的靶标中心, 甚至提取出的坐标可能会很大程度上偏离中心点, 致使坐标中含有粗差, 而基于最小二乘的方法对于粗差没有抵抗力, 即便是较少的粗差也会对最终的参数解算产生很大

的影响^[25]。随机采样一致性(RANSAC)方法可以有效去除点云中的离群点^[26],在点云处理方面有着较多的应用,但 RANSAC 方法往往基于函数模型,在随机模型方面仍有不足。此时可以借鉴大地测量领域中较为常用的一般抗差估计等价权原理来处理这个问题,其基本思想是利用等价权原理降低粗差的权重,从而减少其在参数求解过程中的影响。

与(23)式不同,根据等价权原理,此时估计准则中的权阵将用一般等价权代替,即

$$e^T P e = V_{\min}, \quad (32)$$

式中: \bar{P} 为观测值的等价权矩阵,即

$$\bar{P} = \begin{bmatrix} \bar{P}_{\text{tls}} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \bar{P}_{\text{ts}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{\text{tls}}^{-1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \bar{Q}_{\text{ts}}^{-1} \end{bmatrix} = \bar{Q}, \quad (33)$$

式中: \bar{Q} 为等价协因数阵; $\bar{P}_{\text{tls}}, \bar{P}_{\text{ts}}$ 分别为全站仪与扫描仪原始观测值的等价权阵; \bar{Q}_{ts} 与 \bar{Q}_{tls} 为全站仪与扫描仪原始观测值的等价协因数阵,与等价权阵互逆。利用抗差估计进行粗差剔除的推导过程与 2.3 节基本相同,只是在迭代计算的过程中需要将权阵(或协因数阵)替换为等价权阵(或等价协因数阵)。

根据等价权原理,在迭代过程中需要使用权因子函数计算等价权阵,这里使用 IGG III 权因子函数进行计算。由(28)~(30)式可以发现,未知参数与观测值残差向量的估计需要协因数阵参与运算,此时通过对 IGG III 权因子函数求倒数便可获取其对应的协因数因子 F_n :

$$F_n = \begin{cases} 1.0 & |\tilde{e}_n| \leq k_0 \\ \frac{|\tilde{e}_n|}{k_0} \left(\frac{k_1 - k_0}{k_1 - |\tilde{e}_n|} \right)^2 & k_0 < |\tilde{e}_n| \leq k_1, \\ 10^{10} & k_1 < |\tilde{e}_n| \end{cases} \quad (34)$$

式中: n 为矩阵元素索引序号; k_0, k_1 为常数阈值,根据文献[17, 25], k_0 的取值范围一般为 2.0~3.0, k_1 的范围是 4.5~8.5。当 $k_1 < |\tilde{e}_n|$ 时,观测值被认为是粗差,其等价权为 0,这时协因数因子应为无穷大。为方便计算和满足实际要求,使用一个极大的数值(10^{10})来代替^[14]。 \tilde{e}_n 为标准化残差,且有

$$\tilde{e}_n = \frac{e_n}{\sigma_0 \sqrt{Q_{e_n}}}, \quad Q_{e_n} \neq 0, \quad (35)$$

式中: e_n 为残差向量元素; Q_{e_n} 为残差协因数阵的主对角线上的第 n 个元素; σ_0 为单位权中误差,可通

过中位函数计算得出

$$\sigma_0 = \text{median}(|e_n / Q_{e_n}|) \cdot 1.4826, \quad Q_{e_n} \neq 0, \quad (36)$$

式中:median 为中位数计算函数。

此时,由于原始观测值相互独立,等价协因数 \bar{Q}_n 的获取公式为

$$\bar{Q}_n = Q_n F_n, \quad (37)$$

式中: \bar{Q}_n 及 Q_n 表示等价协因数阵及原始协因数阵主对角线第 n 个元素。

若观测值间具有相关性,可采用双因子模型的形式^[14, 17, 24-25]。需要注意的是,为达到抵抗粗差的效果,等价协因数阵 \bar{Q} 在迭代计算的过程中也需要不断地更新^[27]。

2.5 残差协因数阵的推导

根据(29)式,在第 j 次迭代后,可以获得残差向量的估计值为

$$\hat{e}^{j+1} = \begin{bmatrix} \hat{e}_{\text{tls}}^{j+1} \\ \hat{e}_{\text{ts}}^{j+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{M} \\ \mathbf{N} \end{bmatrix} \mathbf{G}, \quad (38)$$

为简化方程表示,分别利用 $\mathbf{M}, \mathbf{N}, \mathbf{G}$ 代替(29)式中部分运算,且有

$$\begin{cases} \mathbf{M} = \mathbf{Q}_{\text{tls}}^j (\mathbf{A}_{\text{tls}}^j)^T (\mathbf{Q}_c^j)^{-1} \\ \mathbf{N} = \mathbf{Q}_{\text{ts}}^j (\mathbf{Q}_c^j)^{-1} \\ \mathbf{G} = \mathbf{L}^j - \mathbf{B}^j d\hat{\xi}^j \end{cases}. \quad (39)$$

经观察发现, \mathbf{G} 中所有的观测值均为近似值,无法直接应用协因数传播定律。根据函数模型,即(22)式,可得

$$\begin{aligned} \mathbf{L}^j - \mathbf{B}^j d\hat{\xi} &= \mathbf{A}_{\text{tls}}^j e_{\text{tls}} + e_{\text{ts}} = \\ \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{\text{tls}}^j & \mathbf{E}_{3 \times 3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_{\text{tls}} \\ e_{\text{ts}} \end{bmatrix} &= \mathbf{J} e, \end{aligned} \quad (40)$$

式中: \mathbf{J} 为残差系数阵, $\mathbf{J} = [\mathbf{A}_{\text{tls}}^j \quad \mathbf{E}_{3 \times 3}]$ 。需要注意的是,此时需要采用先验信息计算 e 的协因数阵,综合(38)~(40)式,根据协因数传播定律,残差的协因数阵 Q_{e_i} 可以表示为

$$Q_{e_i} = \begin{bmatrix} \mathbf{M} \\ \mathbf{N} \end{bmatrix} \mathbf{J} \mathbf{Q}_e \mathbf{J}^T \begin{bmatrix} \mathbf{M}^T & \mathbf{N}^T \end{bmatrix}. \quad (41)$$

2.6 迭代计算步骤

迭代计算的步骤为

1) 计算公共点的原始观测值

根据(1)式,将扫描仪获取的三维空间直角坐标转换为原始观测值,为保证转换结果正确,可采用(2)式对结果进行检核。

2) 获取未知参数向量的初始值

在不考虑抗差估计的条件下,利用(22)式和(9)式并基于加权整体最小二乘理论解算所有未知数与

观测值残差的初值。

3) 迭代过程

(1) 将第 j 次的计算结果(第一次迭代时使用步骤 2)中的计算结果)以及观测值的先验协因数阵 Q_{ts} 、 Q_{ts} 代入(38)~(41)式,更新相应的残差协因数阵 Q_{e_i} ;

(2) 将残差向量 e_i 和步骤(1)获得的 Q_{e_i} 代入(35)、(36)式,获得第 j 次迭代的标准化残差;

(3) 利用(34)式和(37)式对原始观测值的协因数阵进行更新;

(4) 根据等价权原理,将等价协因数阵代入(28)、(29)式,计算未知参数的改正数与观测值残差,并基于(31)式对未知参数的预测值进行更新;

(5) 第 $j+1$ 次迭代获得的 \hat{e}^{j+1} 与 $\hat{\xi}^{j+1}$,需要再次作为初始值参与进一步的迭代运算,重复进行步骤(1)~(4),直至 $d\hat{\xi} < \epsilon_0$ (ϵ_0 是给定的极小正数)时停止迭代计算。

4) 精度评定。

3 实验与分析

为验证算法的有效性和实用性,实验基于仿真数据和实测数据进行,仿真数据依据实际的仪器参数生成,但忽略外界环境和仪器整平对于结果的影响。实验思路为采用高精度全站仪和三维激光扫描仪分别对指定位置的靶标点进行观测,获取两组坐标数据,通过与现有自检校方法对比进行验证。

3.1 仿真数据

假设有 60 个点在空间中随机分布,其中 50 个为公共点,10 个为检核点,点的分布根据三维激光扫描仪真实视场(FOV)生成。目标物至扫描几何中心的距离设定为 10~30 m,垂直角设定为 $-45^\circ \sim 90^\circ$,水平角设定为 $0 \sim 360^\circ$ 。给定未知参数的真实值 ξ_{true} 如表 1 所示。

表 1 未知参数的真实值

Table 1 True values of unknown parameters

EOPs						APs				
$\Delta x / m$	$\Delta y / m$	$\Delta z / m$	φ / rad	ω / rad	κ / rad	m / m	λ	c / rad	i / rad	t / rad
5	10	5	0.2	-0.2	-1.0	0.005	10^{-4}	-10^{-3}	10^{-3}	-10^{-4}

在标准零假设条件下,给定原始观测值的中误差,如表 2 所示。本文假定垂直角和水平角的先验中误差相同,每次模拟均按照零均值和给定的单位中误差的高斯密度函数生成相应的随机误差,并将其附加到全站仪与三维激光扫描仪的每个原始观测值的真值上。在公共点中,粗差的位置随机产生,其大小为标准差的 5~20 倍,加入的粗差数量为 5 个,仿真 1000 次。

表 2 原始观测值的先验信息

Table 2 Prior information of original observations

TLS			TS		
s / m	$\theta / \mu rad$	$\alpha / \mu rad$	ρ / m	$\gamma / \mu rad$	$\beta / \mu rad$
0.005	60	60	0.002	24	24

由于角度的先验中误差较小,为保证算法的精度与计算效率,本文选取的先验单位权中误差为 $\sigma_0 = 0.001$,并假定两坐标系中所有的观测值不相关。为评价自检校的结果及精度,在计算出所有未知参数后,对扫描仪原始观测值进行系统误差和随

机误差改正,并由 EOPs 将其转换至全站仪坐标系,计算各点位在三个分量的误差及点位中误差为

$$\begin{cases} \sigma_x = \sqrt{\sum_{a=1}^{50} (x_c - x_{ts})^2 / 50} \\ \sigma_y = \sqrt{\sum_{a=1}^{50} (y_c - y_{ts})^2 / 50} \\ \sigma_z = \sqrt{\sum_{a=1}^{50} (z_c - z_{ts})^2 / 50} \\ \sigma_p = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2} \end{cases}, \quad (42)$$

式中: $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ 为 X, Y, Z 坐标分量的验后中误差; σ_p 为点位中误差; (x_{ts}, y_{ts}, z_{ts}) 为全站仪坐标真实值; a 为观测值序列索引; (x_c, y_c, z_c) 为改正后的坐标值。对于检核点,其精度计算方法与(42)式相似,不过需要将分母改变为检核点总数。为验证参数的解算精度,将最终的参数估计值与给定的参数真值(表 1)进行比较,并计算其均方根误差,即

$$\begin{cases} \Delta \xi = \hat{\xi} - \xi_{true} \\ E_{RMSE} = \sqrt{\sum_{b=1}^{1000} (\Delta \xi)^2 / 1000} \end{cases}, \quad (43)$$

式中: E_{RMSE} 为未知参数的均方根误差 (RMSE) 的值; b 为仿真次数索引; $\Delta\xi$ 为未知参数预测值与真实值之差的矩阵。

设计的实验方案如下:

方案 1: 不考虑随机误差与系统误差的坐标转换模型 [函数模型见 (4) 式];

方案 2: 文献 [13] 提出的扫描仪自检校算法 [函数模型见 (5) 式];

方案 3: 本文提出的自检校抗差解法。

利用以上三种实验方案对仿真数据进行处理, 并根据 (42)、(43) 式对计算结果进行精度评定, 如图 2、图 3 所示。

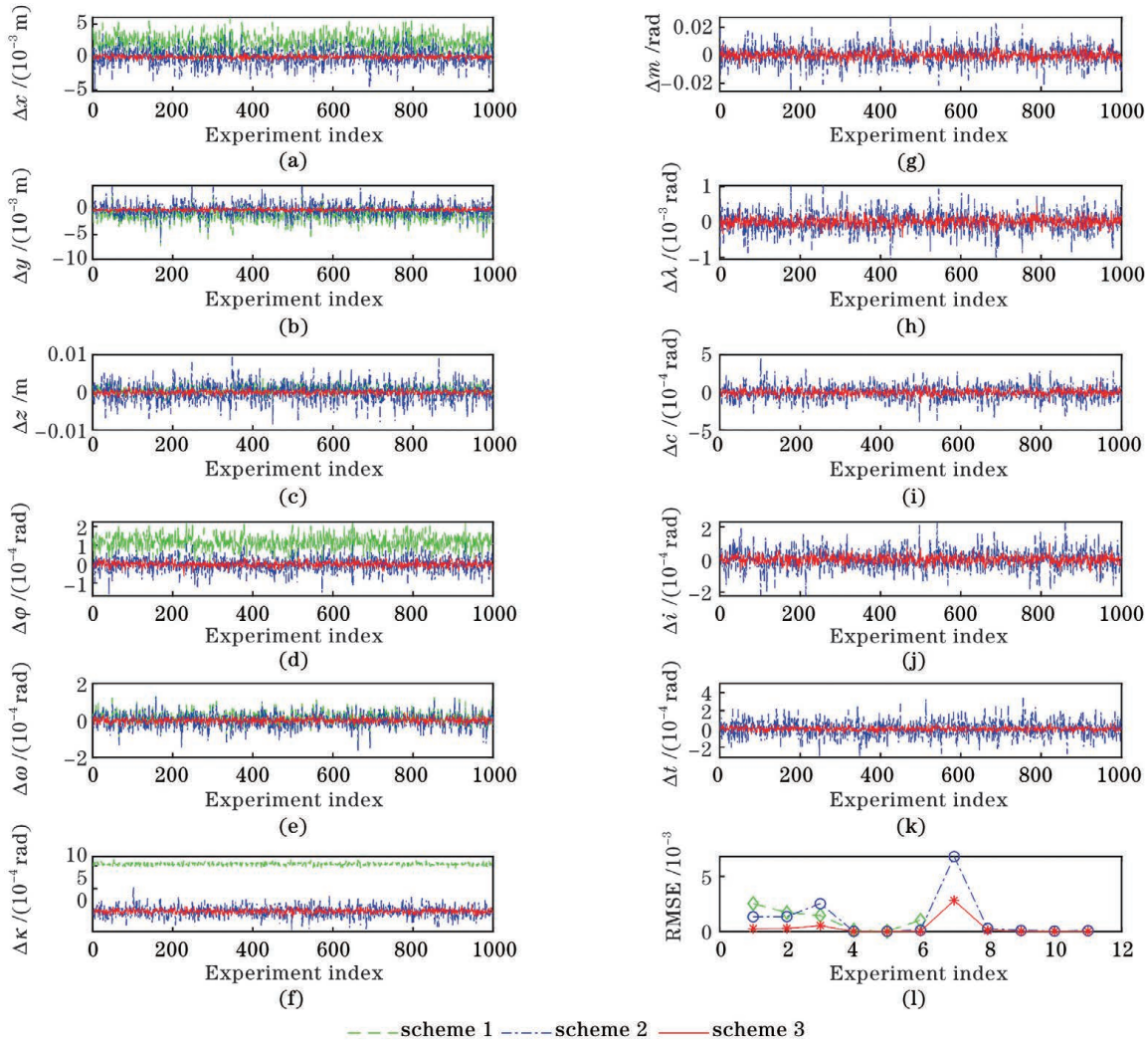


图 2 参数差值及均方根误差。(a) 平移参数 Δx ; (b) 平移参数 Δy ; (c) 平移参数 Δz ; (d) 旋转参数 $\Delta\varphi$; (e) 旋转参数 $\Delta\omega$; (f) 旋转参数 $\Delta\kappa$; (g) 加常数 Δm ; (h) 乘常数 $\Delta\lambda$; (i) 瞄准轴误差 Δc ; (j) 水平轴误差 Δi ; (k) 垂直轴误差 Δt ; (l) 均方根误差
Fig. 2 Parameter differences and RMSE. (a) Translation parameter Δx ; (b) translation parameter Δy ; (c) translation parameter Δz ; (d) rotation parameter $\Delta\varphi$; (e) rotation parameter $\Delta\omega$; (f) rotation parameter $\Delta\kappa$; (g) addition constant Δm ; (h) multiplication constant $\Delta\lambda$; (i) aiming axis error Δc ; (j) horizontal axis error Δi ; (k) vertical axis error Δt ; (l) RMSE

3.2 实测数据

采用文献 [13] 中的 HDS3000 扫描仪与 NET1200 全站仪实测坐标作为实验数据, 共包含

5 个靶球球心与 3 个平面靶标中心点的三维空间直角坐标。先验单位权中误差设为 $\sigma_0 = 0.001$; 以仪器的标称精度作为原始观测值的先验信息:

$$\begin{cases} \text{HDS3000: } \sigma_s = 0.004 \text{ m, } \sigma_\theta = \sigma_a = 12'' \\ \text{NET1200: } \sigma_s = 0.001 \text{ m, } \sigma_\theta = \sigma_a = 1'' \end{cases} \quad (44)$$

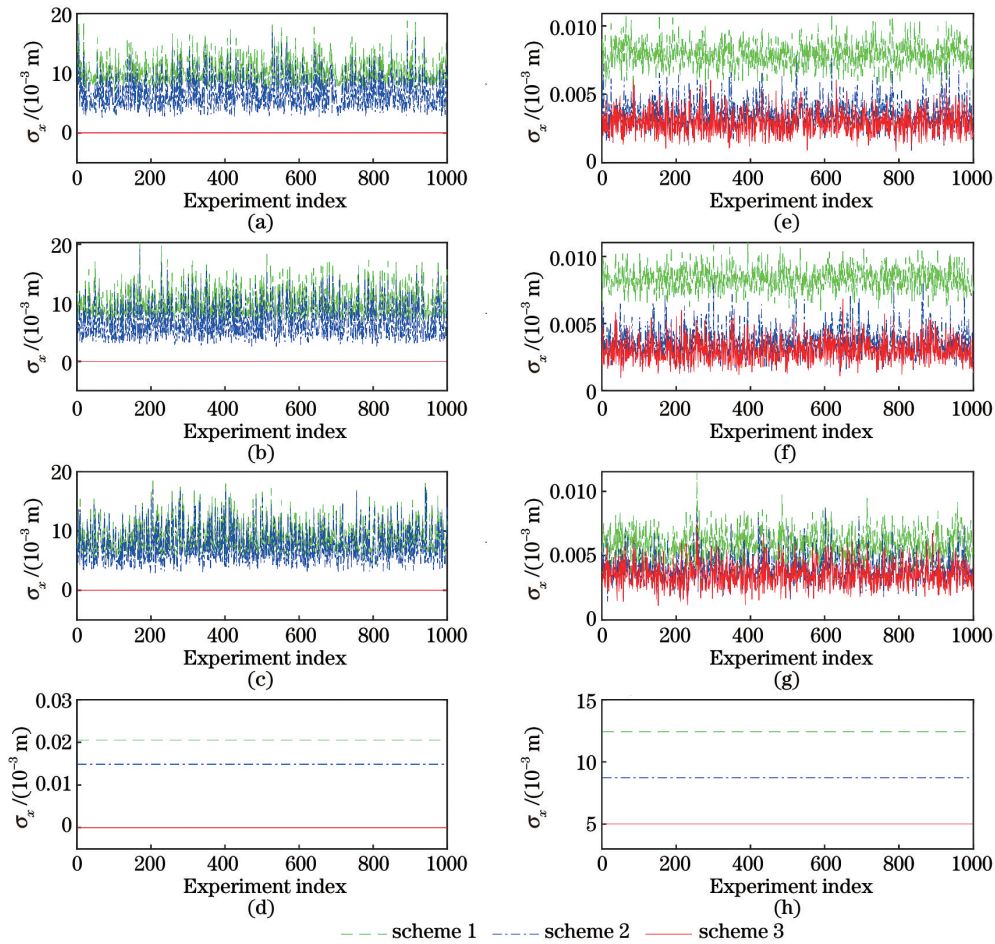


图 3 公共点及检核点的均方根误差。(a)公共点 x 分量;(b)公共点 y 分量;(c)公共点 z 分量;(d)公共点点位精度;
(e)检核点 x 分量;(f)检核点 y 分量;(g)检核点 z 分量;(h)检核点点位精度

Fig. 3 RMSE of common point and check point. (a) x component of common point; (b) y component of common point; (c) z component of common point; (d) positional precision of common point; (e) x component of check point; (f) y component of check point; (g) z component of check point; (h) positional precision of check point

将靶球坐标视为公共点,靶标坐标视为检核点;利用文献[13](方案 1)中的算法与本文提出的自检校算法(方案 2)对数据进行处理,通过解算出 APs 与 EOPs,对扫描仪原始观测值进行改正并将其转

换至全站仪坐标系下,计算公共点与检核点的坐标分量中误差及点位中误差以验证模型的有效性,结果如表 3 所示。

表 3 实测数据计算结果

Table 3 Calculation results of real data

Scheme	Point	σ_x/m	σ_y/m	σ_z/m	σ_p/m
Scheme 1	Common point	1.6196×10^{-4}	7.4570×10^{-5}	5.3937×10^{-5}	1.8628×10^{-4}
	Check point	4.5470×10^{-4}	0.0018	9.2608×10^{-4}	0.0021
Scheme 2	Common point	1.0665×10^{-11}	8.5042×10^{-12}	2.0958×10^{-14}	1.3641×10^{-11}
	Check point	9.1130×10^{-4}	9.5381×10^{-4}	8.5771×10^{-4}	0.0016

3.3 结果分析

需要说明的是,图 3(g)~(k)中没有方案 1 的结果,这是因为方案 1 只考虑 EOPs。根据图 2~3 与表 3,可以发现:仿真中,与方案 1 相比,方案 2 与方

案 3 的参数估值与真实值之差更接近于 0,这表明了进行系统误差检校的必要性;方案 3 的参数估值较方案 2 更贴近真实值,证明本文提出的自检校方案能获得更高精度的 APS 与 EOPs;方案 3 的参数

估计值的 RMSE 最小,表明当原始观测值存在粗差时,方案 3 的粗差抵抗能力最强;方案 2 在平移参数 Δz 处的 RMSE 大于方案 1,说明方案 2 在参数估计过程中仍然对粗差敏感;在图 3 中,方案 2 与方案 3 的坐标分量误差与点位中误差较方案 1 更小,说明经过系统误差改正的观测值更接近于真实值;由于平差过程中无法去除检核点观测值中的随机误差与系统误差(甚至可能存在的粗差),因此方案 3 中个别检核点坐标分量的均方根误差大于方案 2,但方案 3 最终的点位精度仍是最优的。

对于实测数据实验,在公共点处,方案 2 各坐标分量及点位中误差都优于方案 1,点位精度由 10^{-4} 提高至 10^{-11} ;检核点的点位精度提高了 23.8%。不可否认的是,方案 2 在检核点 x 分量处的精度较方案 1 降低了 50%,这是因为在平差过程中无法去除检核点的随机误差。

4 结 论

基于文献[2]中提出的系统误差项,结合 Gauss-Helmert 坐标转换模型,提出了扫描仪自检核函数模型,并利用 IGG III 权因子函数给出其抗差解法。较现有方法,所提算法能有效顾及观测值中存在的随机误差与粗差,理论上更加严谨。实验结果证明,与现有方法相比,所提算法通过对观测值进行验后定权,可以获得更高精度的参数解,具有良好的鲁棒性。经过系统误差改正后,所提算法得到的点云坐标更加接近真实值。另外,所提出的自检核函数模型为非线性模型,需要在迭代过程中不断更新变量,因此如何提高算法的运行效率仍需进一步研究。

参 考 文 献

- [1] Zhao H P, Du Y H, Ding J, et al. LiDAR ranging angle measurement calibration method in mobile robot[J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2019, 48(6): 0630002.
赵海鹏, 杜玉红, 丁娟, 等. 移动机器人中激光雷达测距测角标定方法[J]. *红外与激光工程*, 2019, 48(6): 0630002.
- [2] Lichti D D. Error modelling, calibration and analysis of an AM-CW terrestrial laser scanner system[J]. *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing*, 2007, 61(5): 307-324.
- [3] Lichti D D, Franke J. Self-calibration of the iQsun 880 laser scanner[EB/OL]. [2020-12-08]. https://xueshu.baidu.com/usercenter/paper/show?paperid=13502af92a57de331e7fe0a22e0d4a0e&site=xueshu_se.
- [4] Lichti D D, Licht M G. Experiences with terrestrial laser scanner modelling and accuracy assessment[J]. *International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences- ISPRS Archives*, 2006, 36: 155-160.
- [5] Reshetyuk Y. Investigation and calibration of pulsed time-of-flight terrestrial laser scanners [EB/OL]. [2020-12-08]. https://www.researchgate.net/publication/239563997-Investigation_and_calibration_of_pulsed_time-of-flight_terrestrial_laser_scanners_2006.
- [6] Schneider D. Calibration of a Riegl LMS-Z420i based on a multi-station adjustment and a geometric model with additional parameters[EB/OL]. [2020-12-08]. https://www.researchgate.net/publication/228826078-Calibration_of_a_Riegl_LMS-Z420i_Based_on_a_Multi-Station_Adjustment_and_a_Geometric_Model_with_Additional_Parameters.
- [7] Reshetyuk Y. Calibration of terrestrial laser scanners callidus 1.1, leica hds 3000 and leica hds 2500[J]. *Survey Review*, 2006, 38(302): 703-713.
- [8] Lichti D D. Terrestrial laser scanner self-calibration: correlation sources and their mitigation[J]. *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing*, 2010, 65(1): 93-102.
- [9] Lichti D D, Chow J, Lahamy H. Parameter de-correlation and model-identification in hybrid-style terrestrial laser scanner self-calibration[J]. *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing*, 2011, 66(3): 317-326.
- [10] Lerma J L, Garcia-San-miguel D. Self-calibration of terrestrial laser scanners: selection of the best geometric additional parameters[J]. *ISPRS Annals of Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences*, 2014, II-5: 219-226.
- [11] Medić T, Holst C, Janßen J, et al. Empirical stochastic model of detected target centroids: influence on registration and calibration of terrestrial laser scanners[J]. *Journal of Applied Geodesy*, 2019, 13(3): 179-197.
- [12] Zhou T F, Cheng X J, Lin P, et al. A general point-based method for self-calibration of terrestrial laser scanners considering stochastic information[J]. *Remote Sensing*, 2020, 12(18): 2923.
- [13] Guan Y L, Cheng X J, Zhan X W, et al. Research on systematic errors calibration of terrestrial laser scanner[J]. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*, 2014, 43(7): 731-738.
官云兰, 程效军, 詹新武, 等. 地面三维激光扫描仪系统误差标定[J]. *测绘学报*, 2014, 43(7): 731-738.
- [14] Liu C, Wang B, Zhao X W, et al. Three-dimensional

- coordinate transformation model and its robust estimation method under gauss-helmert model [J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2018, 43(9): 1320-1327.
- 刘超, 王彬, 赵兴旺, 等. 三维坐标转换的高斯-赫尔默特模型及其抗差解法 [J]. *武汉大学学报·信息科学版*, 2018, 43(9): 1320-1327.
- [15] Shen Y Z, Li B F, Chen Y. An iterative solution of weighted total least-squares adjustment [J]. *Journal of Geodesy*, 2011, 85(4): 229-238.
- [16] Zhang X F, Liu H B, Shang Y. Robust orthogonal iteration algorithm for single camera pose estimation [J]. *Acta Optica Sinica*, 2019, 39(9): 0915004.
- 张雄锋, 刘海波, 尚洋. 单目相机位姿估计的稳健正交迭代方法 [J]. *光学学报*, 2019, 39(9): 0915004.
- [17] Yang Y X, Song L J, Xu T H. Robust parameter estimation for geodetic correlated observations [J]. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*, 2002, 31(2): 95-99.
- 杨元喜, 宋力杰, 徐天河. 大地测量相关观测抗差估计理论 [J]. *测绘学报*, 2002, 31(2): 95-99.
- [18] Lang W, Xue J P, Li C H, et al. Splicing of multi-view point clouds based on calibrated parameters of turntable [J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2019, 46(11): 1104003.
- 郎威, 薛俊鹏, 李承杭, 等. 基于旋转台参数标定实现多视角点云拼接 [J]. *中国激光*, 2019, 46(11): 1104003.
- [19] Zhang J Q. *Geo-spatial information science* [M]. Wuhan: Wuhan University Press, 2003: 94-96.
- 张剑清. *摄影测量学* [M]. 武汉: 武汉大学出版社, 2003: 94-96.
- [20] Wang G H, Qian K M. Review on line-scan camera calibration methods [J]. *Acta Optica Sinica*, 2020, 40(1): 0111011.
- 王国琿, 钱克矛. 线阵相机标定方法综述 [J]. *光学学报*, 2020, 40(1): 0111011.
- [21] Lu G, Liu C J, Shi C M, et al. Design and calibration of two-dimensional scanning sensor for static clearance measurement of high-speed train [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2020, 57(5): 051204.
- 卢钢, 刘常杰, 石春珉, 等. 高铁静态限界测量的二维扫描传感器的设计和标定 [J]. *激光与光电子学进展*, 2020, 57(5): 051204.
- [22] Kauker S, Schwieger V. A synthetic covariance matrix for monitoring by terrestrial laser scanning [J]. *Journal of Applied Geodesy*, 2017, 11(2): 77-87.
- [23] Survey Adjustment Discipline Group, School of Surveying and Mapping, Wuhan University. *Error theory and foundation of surveying adjustment* [M]. Wuhan: Wuhan University Press, 2014: 48-50.
- 武汉大学测绘学院测量平差学科组. *误差理论与测量平差基础* [M]. 武汉: 武汉大学出版社, 2014: 48-50.
- [24] Wang B, Li J C, Gao J X, et al. Newton-gauss algorithm of robust weighted total least squares model [J]. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*, 2015, 44(6): 602-608.
- 王彬, 李建成, 高井祥, 等. 抗差加权整体最小二乘模型的牛顿-高斯算法 [J]. *测绘学报*, 2015, 44(6): 602-608.
- [25] Yang Y, Song L, Xu T. Robust estimator for correlated observations based on bifactor equivalent weights [J]. *Journal of Geodesy*, 2002, 76(6/7): 353-358.
- [26] Fischler M A, Bolles R C. Random sample consensus: a paradigm for model fitting with applications to image analysis and automated cartography [J]. *Communications of the ACM*, 1981, 24(6): 381-395.
- [27] Wang B, Li J C, Liu C, et al. Generalized total least squares prediction algorithm for universal 3D similarity transformation [J]. *Advances in Space Research*, 2017, 59(3): 815-823.

Self-Calibration Model of Terrestrial Three-Dimensional Laser Scanners Considering Random Errors and Robust Estimation Solution

Zhou Tengfei^{1*}, Cheng Xiaojun^{1,2*}, Huang Kai¹, Tao Yuan³

¹ College of Surveying and Geo-Informatics, Tongji University, Shanghai 200092, China;

² Key Laboratory of Advanced Engineering Surveying Ministry of Natural Resources, Shanghai 200092, China;

³ School of Spatial Information and Geomatics Engineering, Anhui University of Science and Technology, Huainan, Anhui 232001, China

Abstract

Objective As an emerging technology, terrestrial laser scanners (TLSs) are used in various applications in forest resource surveys, reverse engineering, and measurement modeling. The original observations, distances, and angles of a TLS are easily affected by the external environment and instrument itself during acquisition, so the geometric information of a TLS often contains certain systematic errors in addition to random and gross errors. Thus, a TLS cannot completely reflect the real characteristics of the target objects directly related to the subsequent processing and applications. Therefore, it is necessary to effectively remove or correct the errors contained in the original observations of the point cloud data, which is also known as the calibration methodology. The traditional method usually separates the distance and angle, i. e., using a TLS to measure multiple fixed-length baselines or angles, solving the systematic error based on the theory of least squares. However, the above methods cannot completely remove the random and gross errors located in datasets. In this study, a new TLS self-calibration method was proposed by incorporating random and systematic errors into the function model as unknown parameters via the scanner observation principle and Gauss-Helmert model. The method can effectively consider all kinds of errors in the geometric information, and the results show that this method can efficiently remove random and gross errors with good robustness via simulation experiments and verification analysis of the measured data.

Methods In this study, a self-calibration function model was proposed based on the scanner observation principle and Gauss-Helmert model; the corresponding additional parameters (APs), random errors of the original observations, and exterior orientation parameters (EOPs) were rationally appended to this model. In addition, a stochastic model conforming to the normal distribution was implemented according to the nominal accuracy of the original observations. The functional model was nonlinear; hence, it was first linearized via the Taylor series, retaining the first-order terms, then the Lagrange objective function was constructed based on the weighted total least squares principle, and all unknown parameters, including the terms of systematic and random errors, were solved using the Newton-Gauss iterative method. Thus, considering the gross errors in the original observations, the IGGIII weighting factor function was constructed by normalizing the residuals to realize the reweighting of outliers, and the robust solution of the functional model was obtained.

Results and Discussions In the simulation experiments, the differences between the parameters and true values in schemes 2 and 3 are closer to 0 than those in scheme 1, which indicates the necessity of system error calibration (Fig. 2). The parameter values of the scheme 3 are closer to the true values than those of the scheme 2, which proves that the proposed model can obtain higher accuracy of APs and EOPs (Fig. 2). The root-mean-square error (RMSE) of the parameter estimation of the scheme 3 is the smallest, indicating that the scheme 3 has the strongest resistance to gross errors in the original observations (Fig. 2). The RMSE of the scheme 2 at the translation parameter Δz is greater than that of the scheme 1, indicating that the scheme 2 is sensitive to gross errors in the parameter estimation process (Fig. 2). In addition, the error of coordinate components and median error of point position in schemes 2 and 3 are smaller than those in the scheme 1, indicating that the observations corrected by systematic errors are closer to the real values (Fig. 3). Because the random and systematic errors (even, possibly, gross errors) in the original observations of checkpoints could not be removed in the adjustment process, the RMSE of coordinate components of individual checkpoints in the scheme 3 is larger than that in the scheme 2; however, the final point accuracy of the scheme 3 is optimal (Fig. 3). For the experiments on the measured data, at a common point, each coordinate component and the point median error of the scheme 2 are better than those of the scheme 1, and the point accuracy is improved from 10^{-4} to 10^{-11} ; the point accuracy of the checkpoint is improved by 23.8%. Apparently, the accuracy of the scheme 2 for the x -component of the checkpoint is reduced by 50% compared with

that of the scheme 1, because the random error of the checkpoint cannot be removed in the adjustment process (Table 3).

Conclusions In this study, a novel model of scanner self-calibration function is proposed by combining the scanner observation principle and Gauss-Helmert model, and the IGGIII weighting factor function is used to derive its robust solution. Compared with the existing methods, the proposed model can effectively consider the random and gross errors in the original observations, which is more rigorous in theory. The experimental results prove that compared with the existing methods, the parameter solutions can be obtained with higher accuracy via a posteriori weighting of the observations with good robustness. After systematic errors' correction, the point cloud coordinates are closer to the real ones. Moreover, since the proposed model is nonlinear, its variables need to be continuously updated in the iterative process; thus, how to improve the operation efficiency of the algorithm still needs further studies.

Key words detectors; self-calibration; Gauss-Helmert model; Newton-Gauss method; stochastic model; robust estimation

OCIS codes 040.1880; 110.4280; 120.0280; 140.3538