

用于 3.5 μm 双波长泵浦 Er : ZBLAN 光纤激光器快速仿真的算法优化

王络, 姚传飞, 李平雪*, 章曦, 吴永静, 王萱, 杨林京

北京工业大学材料与制造学部超短脉冲激光及应用研究所, 北京 100124

摘要 建立了 3.5 μm 双波长泵浦(DWP)Er : ZBLAN 光纤激光器的理论模型,并首次引入基于弛豫-打靶组方法(RSM)求解 3.5- μm -DWP-Er : ZBLAN 光纤激光器边值问题的稳态分析算法,同时分析了标准弛豫算法在此种情况下的各项计算特性,对两种方法进行了详细对比。研究表明,在 3.5- μm -DWP-Er : ZBLAN 理论模型下,所提算法相比标准的弛豫法有着明显优势。一方面对猜测值具有低敏感性,无需在仿真前对猜测值进行高精度的估值;另一方面在高输出精度下,算法收敛速度可达标准弛豫法的 10 倍以上,有效提升了仿真的计算速度和准确度。所提算法对 3.5- μm -DWP-Er : ZBLAN 光纤激光器的理论特性研究有着较大的实用价值。

关键词 激光光学; 中红外光纤激光器; 氟化锆基光纤; 3.5 μm ; 数值模拟; 弛豫-打靶组方法; 边值问题

中图分类号 O439

文献标志码 A

doi: 10.3788/CJL202148.1101004

1 引言

中红外激光器在军工制造^[1-2]、医疗^[1,3-4]、遥感^[1,5]、光谱学^[1,6]等多个方向都有着独特应用,多年以来一直是激光技术行业内的研究热点。相较于其他激光器,光纤激光器因高集成性、高稳定性、高转换效率、高光束质量等特性成为近年来中红外激光器研究的主要方向之一^[7]。

对于 2~5 μm 中红外光纤激光器,当前国内外主要采用此波段范围内具有低损耗的软玻璃光纤^[8],其中 $\text{ZrF}_4\text{-BaF}_2\text{-LaF}_3\text{-AlF}_3\text{-NaF}$ 按特定摩尔比例组成的重金属氟化锆基玻璃光纤又称 ZBLAN 或 ZrF_4 光纤^[9-10],因出色的稳定性与宽泛的红外透射窗口,是目前此领域内最热门的光纤种类^[9]。近些年来,国内外研究人员采用掺入不同稀土离子的氟化物玻璃增益光纤,分别实现了 2.8、3.2、3.5、3.9 μm 波段^[11-17]的激光输出,其中掺杂 Er^{3+} 离子的 ZBLAN 光纤由于具有丰富独特的发射光谱^[9,18],受到了格外的关注,其在能级 $^4\text{I}_{11/2} \rightarrow ^4\text{I}_{13/2}$ 与 $^4\text{F}_{9/2} \rightarrow ^4\text{I}_{9/2}$ 之间的跃迁可以分别产生覆盖 2.7~

2.9 μm (2.8 μm)和 3.3~3.8 μm (3.5 μm)波段的中红外激光,关于前者波段的相关研究较多。最早的瓦量级实验由 Sandrock 等^[19]所报道,目前最大连续光的输出功率可达 41.6 W^[20],高于同波段的中红外固体激光器,并分别实现了增益开关、调 Q、锁模^[21-23]输出及调谐范围在 100 nm 以上的输出^[24]。

自 20 世纪 90 年代起,研究人员们就已陆续开展了关于中红外 3.5- μm -Er : ZBLAN 激光器的相关研究,最早的实验研究工作于 1991 年由 Többen 发表^[25]。早期的研究采用 655 nm 红色可见光泵浦,将基态离子直接抽运至 $^4\text{F}_{9/2}$,输出功率仅为数毫瓦^[25-26],斜效率较低,原因在于离子滞留在具有长能级寿命的 $^4\text{I}_{11/2}$ 态,未能及时返回基态,这成为 3.5 μm 信号光产生的瓶颈。3.5- μm -Er : ZBLAN 光纤激光器真正开始获得关注的年份是 2014 年,Henderson-Sapir 等引入 976 nm 与 1976 nm 双波长泵浦(DWP)技术,该技术解决了 $^4\text{I}_{11/2}$ 离子聚集的问题,并大幅提升了输出功率与斜效率^[15]。最近数年内,基于 DWP 技术,国内外数例 3.5- μm -Er : ZBLAN 光纤激光器陆续被报道^[27-29],连续光输出

收稿日期: 2020-11-09; 修回日期: 2020-12-09; 录用日期: 2021-01-05

基金项目: 国家自然科学基金(62005004)、北京市自然科学基金(4204091)、中国博士后基金特别资助项目(212423)

*E-mail: pxli@bjut.edu.cn

功率最高可达 $5.6 \text{ W}^{[29]}$, 与此同时还存在调 Q、锁模^[30-31]等脉冲输出。

相对于实验研究报告, 从理论层面上对 $3.5\text{-}\mu\text{m-DWP-Er:ZBLAN}$ 光纤激光器的粒子动力学机理的研究也在同步进行。2016 年, Malouf 等^[32] 在 Gorjan 等建立的 $2.8\text{-}\mu\text{m-Er:ZBLAN}$ 理论模型^[33] 基础上发展出了 $3.5\text{-}\mu\text{m-DWP-Er:ZBLAN}$ 理论模型, 采用时空域耦合求解, 对能级系统中的多种物理机制进行了系统分析, 模拟结果与实验数据吻合较好, 并通过此模型验证了能级 ${}^4\text{F}_{9/2} + {}^4\text{I}_{11/2} \rightarrow {}^4\text{S}_{3/2} + {}^4\text{I}_{13/2}$ 之间离子相互作用过程的存在, 但其研究中并未谈及过多数值算法方面的问题。2017 年, Maes 等^[34] 建立了基于 $3.5\text{-}\mu\text{m-DWP-Er:ZBLAN}$ 能级系统的稳态分析法, 采用弛豫算法分析边值问题, 并验证了一种会引发 $3.5 \mu\text{m}$ 波长信号光淬灭的激发态吸收过程, 在猜测值极为精确的前提下, 收敛速度为 24 s 。2019 年, 栾昆鹏等^[18] 采用时空域耦合求解, 研究了 1976 nm 泵浦光重叠因子、腔镜反射率、数种离子动力学作用对信号光输出特性的影响。

对于中红外 $3.5\text{-}\mu\text{m-DWP-Er:ZBLAN}$ 光纤激光器, 由于物理模型涉及能级数量较多, 各能级间存在众多动力学过程, 目前仍存在很大的理论探索空间, 例如如何通过优化光纤参数, 控制双波长泵浦功率、入射比例、泵浦方式, 来提升信号光的输出功率、斜效率, 或控制双波长输出比例等。这样的先行研究往往需要处理大量的模拟数据, 同时缺乏实验结果作为参照, 所以对数值算法的收敛速度、计算精度、对猜测值的稳定性都提出了较高的要求。而就目前而言, 关于 $3.5\text{-}\mu\text{m-DWP-Er:ZBLAN}$ 数值算法层面的研究尚未见到相关报道。

对于 Er:ZBLAN 光纤激光器 (包含 $2.8 \mu\text{m}$ 、 $3.5 \mu\text{m}$) 的稳态分析, 整个过程可划分为初值问题 (Ivp) 和两点边值问题 (Bvp) 的求解。对初值问题进行求解时, 需将增益光纤沿轴向离散化为多个等长度小段, 在各小段上, 对时域速率方程与空域传输方程进行交替积分求解, 解向量作为下一小段的初始条件, 迭代多次直至达到光纤末端。对于两点边值问题, Maes 等^[34] 采用了弛豫法 (RM), 此方法是光纤激光器中最为常见的边值问题分析方法, 具有很高的稳健性, 只要计算时间够长, 往往一定能收敛。然而弛豫法的一大问题是对猜测值的稳定性差, 敏感度高, 循环迭代时逼近方向性差, 导致收敛速度难以控制。尤其是当猜测值无法很准确或所需的模拟精度偏高时, 需要数十次甚至上百次的循环来反复逼

近, 难以应对先行研究中大量的模拟数据需求, 因此有必要探索更高效、更通用的数值计算方法。

本文使用类似于 Maes 等提出的初值问题分析法, 但在边值问题上, 对其方法进行了改进。首次采用弛豫-打靶组合法 (RSM), 将 RSM 划分成预收敛、主收敛两个环节, 先通过弛豫法进行预收敛, 粗调节猜测值, 再通过基于牛顿-拉普森法 (NRM)^[35] 的打靶法 (SM) 进行主收敛。RSM 的特点在于既规避了弛豫法在猜测值不准确和高精度需求下收敛缓慢的问题, 又规避了纯打靶法在初值问题不稳定时方程易发散的问题^[36], 可以大幅提升计算速度和准确度, 并不会对猜测值有过高的准确性要求。这在 $3.5\text{-}\mu\text{m-DWP-Er:ZBLAN}$ 光纤激光器的理论研究方面有着较大应用价值。

2 理论模型

2.1 Er^{3+} 能级理论模型

图 1 为 $3.5\text{-}\mu\text{m-DWP-Er:ZBLAN}$ 离子能级结构示意图, 入射的两种泵浦光波长分别为 $\lambda_1 = 976 \text{ nm}$ 、 $\lambda_2 = 1976 \text{ nm}$ 。 λ_1 决定了能级 ${}^4\text{I}_{15/2} \rightarrow {}^4\text{I}_{11/2}$ 间的基态吸收 (GSA), λ_2 决定了 ${}^4\text{I}_{11/2} \rightarrow {}^4\text{F}_{9/2}$ 间的虚基态吸收 (VSA)。处于 ${}^4\text{I}_{11/2}$ 和 ${}^4\text{F}_{9/2}$ 能级的离子分别通过两种受激辐射 (SE_1, SE_2) 产生波长分别为 $\lambda_{s1} = 2.8 \mu\text{m}$ 、 $\lambda_{s2} = 3.5 \mu\text{m}$ 的信号光。就现已报道的文献来看, DWP 系统中还会涉及三种激发态吸收 (ESA) 过程, 分别是 ${}^4\text{I}_{11/2}$ 、 ${}^4\text{I}_{9/2}$ 对 λ_1 的吸收 ($\text{ESA}_{1a}, \text{ESA}_{1b}$) 和 ${}^4\text{F}_{9/2}$ 对 λ_2 的吸收 (ESA_2)。考虑高能级的快速多声子弛豫等因素, 三种动力学过程皆可视作抽运至 ${}^4\text{F}_{7/2}$, 此外还存在离子间的无辐射相互作用, 根据能级的转换方向, 此类过程也可分为

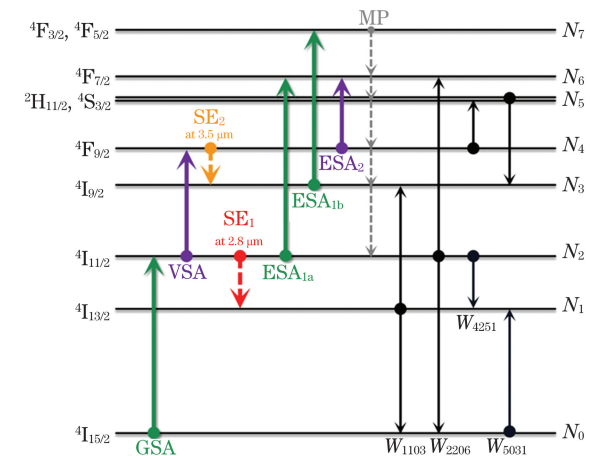


图 1 $3.5\text{-}\mu\text{m-DWP-Er:ZBLAN}$ 光纤激光器能级示意图
Fig. 1 Energy-level diagram of $3.5\text{-}\mu\text{m-DWP-Er:ZBLAN}$ fiber laser

交叉弛豫(CR)或能级上转换(ETU)。

如图 1 能级结构所示,GSA、ESA 等泵浦吸收过程及两种受激辐射过程的跃迁速率可以表示为

$$R_{ij}(z, t) = \Gamma \times \frac{\lambda [P^+(z, t) + P^-(z, t)]}{hc \times A_{\text{eff}}} \times G_{ij}(z, t), \quad (1)$$

$$G_{ij}(z, t) = \sigma_{ij} \times N_i(z, t) - \sigma_{ji} \times N_j(z, t), \quad (2)$$

式中: G_{ij} 为增益系数; σ_{ij} 为 i 能级到 j 能级泵浦光或辐射光的有效吸收与发射横截面; N_i 为能级 i 的粒子数密度,对于受激辐射过程,此项应包含上下能级的玻尔兹曼系数和 Stark 能级简并度系数^[33]; P^+ 与 P^- 分别为沿增益纤正向与负向传输的光功率; Γ 为泵浦光或辐射信号光的模式重叠因子,代表某一光纤模式能量与纤芯掺杂区域的重叠部分。在重叠区域,泵浦光可以与 Er^{3+} 离子相互作用,在横向光波场为高斯分布时, Γ 可以写为

$$\Gamma = \frac{P_{\text{core}}}{P_{\text{mode}}} = 1 - \exp\left(-2 \times \frac{a^2}{\omega^2}\right), \quad (3)$$

$$\omega \approx a \times \left(0.65 + \frac{1.619}{V^{1.5}} + \frac{2.879}{V^6}\right), \quad (4)$$

$$V = \frac{2\pi a}{\lambda} \times NA, \quad (5)$$

式中: ω 为光波模场半径,在单模阶跃型光纤下,可以通过近似关系(4)式计算; NA 与 a 分别为纤芯的数值孔径与半径; P_{core} 为处于纤芯内的光功率; P_{mode} 为模式的总功率。对于波长为 976 nm 的包层传输光,其重叠因子可直接通过纤芯与包层的直径比估算:

$$\Gamma_{\text{pl}} \approx \left(\frac{d_{\text{core}}}{d_{\text{clad}}}\right)^2. \quad (6)$$

对于各激发态能级,还存在弛豫过程。此过程中发生速率与能级粒子数密度 N_i 成正比,与能级寿命 τ_i 成反比,此过程包含了产生辐射的荧光与无辐射的多声子(MP)弛豫,从高能级 i 到低能级 j 的跃迁速率可以表示为

$$R_{ij} = \beta_{ij} \times R_i = \frac{\beta_{ij} \times N_i}{\tau_i}, \quad (7)$$

$$\sum_{j=1}^{i-1} \beta_{ij} = 1, \quad (8)$$

式中: β_{ij} 为高能级 i 到低能级 j 的荧光分支比,其取值应满足归一化条件。几种过程在激光系统中的作用形式类似,因此发生速率可通过(7)式进行统一表述。

无辐射离子间相互作用包括 ETU 和 CR 过程,是离子间发生无辐射能量交换的过程,作用强度与掺杂浓度相关,本文以 W_{ijkl} 形式表达,表示两初始能级为 i 和 j 的离子转换为能级 k 和 l 的过程。在 3.5- μm -DWP-Er:ZBLAN 的研究中,现阶段已被报道的离子间作用有 W_{1103} 、 W_{2206} 、 W_{4251} 、 W_{5031} ,在速率方程中可分别表示为

$$R_{1103} = N_1^2 \times W_{1103}, \quad (9)$$

$$R_{2206} = N_2^2 \times W_{2206}, \quad (10)$$

$$R_{4251} = N_4 N_2 \times W_{4251}, \quad (11)$$

$$R_{5031} = N_5 N_0 \times W_{5031}. \quad (12)$$

综合以上部分,就可以写出时域形式的 3.5- μm -DWP-Er:ZBLAN 光纤激光器离子速率方程组和空域形式的功率传输方程组,表达式分别为

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dN_6(z, t)}{dt} = -\frac{N_6}{\tau_6} + R_{\text{ESA1a}} + R_{\text{ESA1b}} + R_{\text{ESA2}} + R_{2206} \\ \frac{dN_5(z, t)}{dt} = -\frac{N_5}{\tau_5} + \beta_{65} \times \frac{N_6}{\tau_6} + R_{4251} - R_{5031} \\ \frac{dN_4(z, t)}{dt} = -\frac{N_4}{\tau_4} + \sum_{i=5}^6 \beta_{i4} \times \frac{N_i}{\tau_i} - R_{\text{ESA2}} + R_{\text{VSA2}} - R_{\text{SE2}} - R_{4251} \\ \frac{dN_3(z, t)}{dt} = -\frac{N_3}{\tau_3} + \sum_{i=4}^6 \beta_{i3} \times \frac{N_i}{\tau_i} - R_{\text{ESA1b}} + R_{\text{SE2}} + R_{1103} + R_{5031} \\ \frac{dN_2(z, t)}{dt} = -\frac{N_2}{\tau_2} + \sum_{i=3}^6 \beta_{i2} \times \frac{N_i}{\tau_i} + R_{\text{GSA1}} - R_{\text{ESA1a}} - R_{\text{VSA2}} - R_{\text{SE1}} - 2R_{2206} - R_{4251} \\ \frac{dN_1(z, t)}{dt} = -\frac{N_1}{\tau_1} + \sum_{i=2}^6 \beta_{i1} \times \frac{N_i}{\tau_i} + R_{\text{SE1}} - 2R_{1103} + R_{4251} + R_{5031} \\ \frac{dN_0(z, t)}{dt} = \sum_{i=1}^6 \beta_{i0} \times \frac{N_i}{\tau_i} - R_{\text{GSA1}} + R_{1103} + R_{2206} - R_{5031} \\ N(z, t) = \sum_{i=0}^6 N_i(z, t) \end{array} \right., \quad (13)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial P_{p1}^{\pm}(z,t)}{\partial z} = \pm [-\Gamma_{p1} \times (\sigma_{26} N_2 - \sigma_{62} N_6) - \Gamma_{p1} \times (\sigma_{02} N_0 - \sigma_{20} N_2) - \Gamma_{p1} \times (\sigma_{36} N_3 - \sigma_{63} N_6) - \alpha_{p1}] \times P_{p1}^{\pm}(z,t) \\ \frac{\partial P_{p2}^{\pm}(z,t)}{\partial z} = \pm [-\Gamma_{p2} \times (\sigma_{24} N_2 - \sigma_{42} N_4) - \Gamma_{p2} \times (\sigma_{46} N_4 - \sigma_{64} N_6) - \alpha_{p2}] \times P_{p2}^{\pm}(z,t), \\ \frac{\partial P_{s1}^{\pm}(z,t)}{\partial z} = \pm (\Gamma_{s1} \times (\sigma_{21} N_2 - \sigma_{12} N_1) - \alpha_{s1}) \times P_{s1}^{\pm}(z,t) \\ \frac{\partial P_{s2}^{\pm}(z,t)}{\partial z} = \pm [\Gamma_{s2} \times (\sigma_{43} N_4 - \sigma_{34} N_3) - \alpha_{s2}] \times P_{s2}^{\pm}(z,t) \end{cases} \quad (14)$$

式中： α_{s1} 、 α_{s2} 、 α_{p1} 、 α_{p2} 分别为信号光和泵浦光的光纤损耗，单位为 m^{-1} 。激光腔两端对信号光和泵浦光的反射率分别为 R_{s10} 、 R_{s1L} 、 R_{s20} 、 R_{s2L} 、 R_{p10} 、 R_{p1L} 、 R_{p20} 、 R_{p2L} ，腔两端的 976 nm、1976 nm 波长的注入泵浦功率分别为 P_{p10} 、 P_{p1L} 、 P_{p20} 、 P_{p2L} ，因此腔两端的边界条件可表示为

$$\begin{cases} P_{p1}^+(0) = P_{p1}^-(0) \times R_{p10} + P_{p10} \\ P_{p1}^-(L) = P_{p1}^+(L) \times R_{p1L} + P_{p1L} \\ P_{p2}^+(0) = P_{p2}^-(0) \times R_{p20} + P_{p20} \\ P_{p2}^-(L) = P_{p2}^+(L) \times R_{p2L} + P_{p2L} \\ P_{s1}^+(0) = P_{s1}^-(0) \times R_{s10} \\ P_{s1}^-(L) = P_{s1}^+(L) \times R_{s1L} \\ P_{s2}^+(0) = P_{s2}^-(0) \times R_{s20} \\ P_{s2}^-(L) = P_{s2}^+(L) \times R_{s2L} \end{cases} \quad (15)$$

2.2 算法原理

3.5- μm -DWP-Er : ZBLAN 光纤激光器的能级

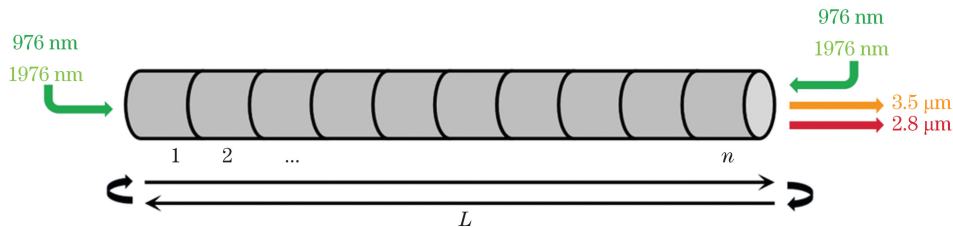


图 2 数值算法模型

Fig. 2 Numerical algorithm model

在每一段离散小段上，以功率猜测值作为初始条件，使用具有适当步长的 ode15s 刚性求解器求解时域速率方程(13)式，求解区间设定为 20 ms，经过理论模拟(如图 3 所示)，已确保此间隔足以使速率方程解向量达到稳态；再通过非刚性 ode45 求解器求解空域功率传输方程(14)式，解算结果将作为下一离散段的初始条件；如此迭代 n 次，直至解算出 L 处的功率分布向量。此方法高效、代码简洁，现已证明是一种极为实用的求解 Er : ZBLAN 光纤激光

模型涉及的能级数量较多，各能级间存在众多动力学过程，出于系统的复杂性，目前仍存在很大的理论探索空间，例如探索如何通过改善光纤结构、控制双波长泵浦功率、入射比例、泵浦方式来提升信号光功率、斜效率，以及控制双波长输出比例等。但同时由于系统的复杂性，无法采用解析的形式表示各能级粒子数密度，因此也无法简单使用 Matlab 内置的 Bvp4c 求解器^[36]分析功率传输方程，对于 Er : ZBLAN 光纤激光器(包含 2.8 μm 、3.5 μm)的稳态分析，整个过程可划分为 Iv_p 求解和 Bvp 求解。

对于 Er : ZBLAN 光纤激光器初值问题的分析，现在比较成熟的做法是采用一维有限差分法和四阶龙格-库塔法^[32]。将光纤长度划分为 n 个等间距的离散小段，如图 2 所示，每段的长度为

$$\Delta L = \frac{L}{n} \quad (16)$$

器初值问题的数值分析方法。

对于边值问题的求解，两种较为常见的方法有 RM 和 SM^[37]，图 4(a)与图 4(b)分别为两种方法的流程图示意图。弛豫法求解过程可形象地比喻成一根不断震动的绳线逐渐趋于静止的过程，在计算过程中，先给定 $z=0$ 处正向传输光的猜测值，通过边值关系(15)式获得 $z=0$ 处的双向传输光；求解正向的单程初值问题，获得 $z=L$ 处的双向传输光；其次通过边值关系(15)式更新此处的双向传输光，求解

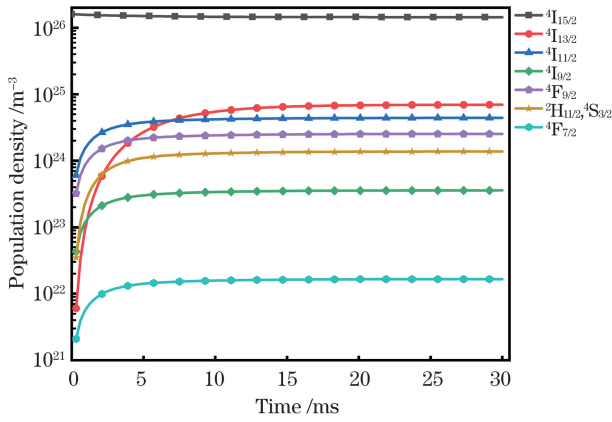


图 3 $z=0$ 处粒子数密度演化 ($P_{p1}=4.47\text{ W}, P_{p2}=5\text{ W}$)

Fig. 3 Evolution of particle number density at $z=0$
($P_{p1}=4.47\text{ W}, P_{p2}=5\text{ W}$)

反向的单程初值问题, 获得 $z=0$ 处的双向传输光; 再次通过边值关系(15)式获得 $z=0$ 处的正向传输光, 前后进行对比判定敛散性, 若误差满足收敛条件, 则输出结果。收敛条件表示为

$$\delta > \begin{cases} E_1^{(n)}(0) = |P_{p1}^{+(n)}(0) - P_{p1}^{+(n-1)}(0)| \\ E_2^{(n)}(0) = |P_{p2}^{+(n)}(0) - P_{p2}^{+(n-1)}(0)| \\ E_3^{(n)}(0) = |P_{s1}^{+(n)}(0) - P_{s1}^{+(n-1)}(0)| \\ E_4^{(n)}(0) = |P_{s2}^{+(n)}(0) - P_{s2}^{+(n-1)}(0)| \end{cases} \quad (17)$$

采用打靶法分析 3.5- μm -DWP-Er : ZBLAN 光纤激光器的过程大体上可分为几个环节: 首先给定 $z=0$ 处正向传输光的猜测值, 通过边值关系(15)式获得 $z=0$ 处的双向传输光; 求解正向单程初值问题, 获得 $z=L$ 处的双向传输光, 此时通过边值关系(15)式获得对应于猜测值向量的误差向量; 通过收敛条件判断是否收敛, 若收敛, 则直接输出结果。收敛条件可写为

$$\delta > \begin{cases} E_1^{(n)}(z) = |P_{p1}^{-(n)}(L) - P_{p1}^{+(n)}(L) \times R_{p1L} - P_{p1L}| \\ E_2^{(n)}(z) = |P_{p2}^{-(n)}(L) - P_{p2}^{+(n)}(L) \times R_{p2L} - P_{p2L}| \\ E_3^{(n)}(z) = |P_{s1}^{-(n)}(L) - P_{s1}^{+(n)}(L) \times R_{s1L}| \\ E_4^{(n)}(z) = |P_{s2}^{-(n)}(L) - P_{s2}^{+(n)}(L) \times R_{s2L}| \end{cases} \quad (18)$$

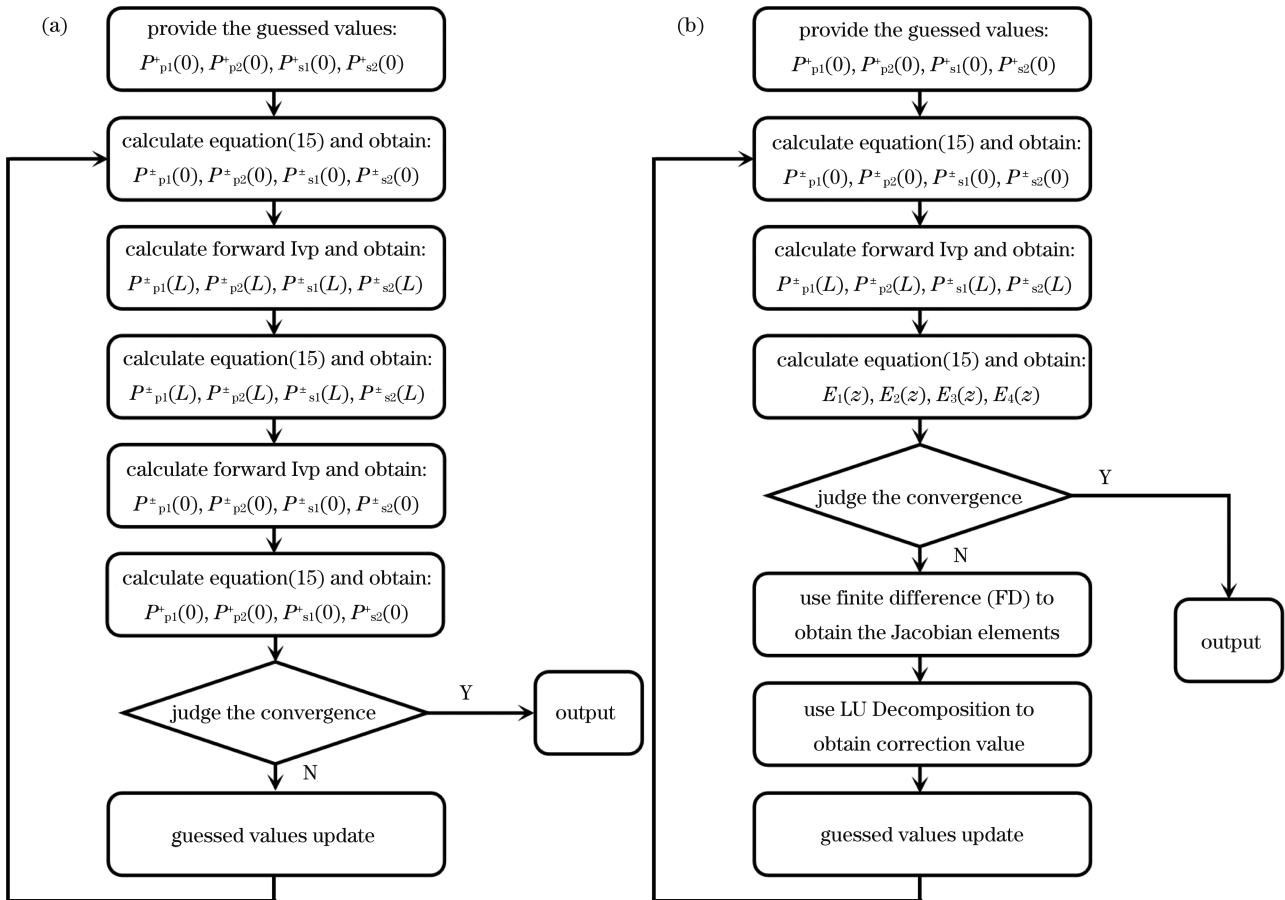


图 4 算法流程图。(a)弛豫法;(b)打靶法

Fig. 4 Algorithm flowchart. (a)Relaxation method; (b)shooting method

对于弛豫法,若一次循环迭代结果不满足收敛条件,则直接更新初始条件进入下一次循环;而对于打靶法,若单次迭代结果不收敛,则需要进入校正环节。

$$[\text{Jacobian}] \cdot \begin{bmatrix} P_{p1}^{(n)}(0) \\ P_{p2}^{(n)}(0) \\ P_{s1}^{(n)}(0) \\ P_{s2}^{(n)}(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_1^{(n)}(z) \\ E_2^{(n)}(z) \\ E_3^{(n)}(z) \\ E_4^{(n)}(z) \end{bmatrix}, \quad (19)$$

$$\frac{\partial f(\mathbf{x})}{\partial x_h} = \frac{f(\mathbf{x} + \epsilon \cdot \mathbf{e}_h) - f(\mathbf{x})}{\epsilon} + O(\epsilon), \quad (20)$$

$$[\text{Jacobian}] \cdot \begin{bmatrix} P_{p1}^{(n+1)}(0) \\ P_{p2}^{(n+1)}(0) \\ P_{s1}^{(n+1)}(0) \\ P_{s2}^{(n+1)}(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_1^{(n+1)}(z) \\ E_2^{(n+1)}(z) \\ E_3^{(n+1)}(z) \\ E_4^{(n+1)}(z) \end{bmatrix}, \quad (21)$$

$$[\text{Jacobian}] \cdot \begin{bmatrix} \Delta P_{p1}^{(n)}(0) \\ \Delta P_{p2}^{(n)}(0) \\ \Delta P_{s1}^{(n)}(0) \\ \Delta P_{s2}^{(n)}(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -E_1^{(n)}(z) \\ -E_2^{(n)}(z) \\ -E_3^{(n)}(z) \\ -E_4^{(n)}(z) \end{bmatrix}, \quad (22)$$

$$P(n+1)(0) = P(n)(0) + \Delta P(n)(0), \quad (23)$$

式中: \mathbf{x} 与 x_h 分别为位置矢量与第 h 方向上的分量; \mathbf{e}_h 为 h 方向上的单位矢量。在校正环节,猜测值与误差之间存在线性关系(19)式,这时需要求解一个特征值反问题^[38],通过猜测值向量与初值问题中解算出的误差向量,计算一个 4 阶 Jacobian 矩阵。由于在此案例中不存在解析形式的函数,因此本课题组采用文献[39]中给出的一阶前向有限差分法(20)式计算矩阵中的各项偏导并获得 Jacobian 矩阵(二阶中心有限差分法可获得更高的精度,但需额外评估一次函数,考虑计算量的增加,因此并不采用)。根据牛顿-拉普森法,假定下一次循环的误差向量为 $\mathbf{0}$,对(19)式与(21)式进行作差,获得修正值方程(22)式。

在获得 Jacobian 矩阵与修正值方程后,需要对修正值方程(22)式进行求解。对于代数方程的求解,采取 LU 矩阵分解消元法^[35],在获得修正值向量后通过(23)式对猜测值进行修正,并多次循环,最终使输出的误差满足收敛条件。

目前在光纤激光器的边值问题分析法中,弛豫法是泛用度极高的一种方法,也是光纤激光器中最为常见的边值问题分析算法,具有很高的稳健性,只要计算时间足够长,循环次数够多,往往一定能收敛。此方法是 Maes 等^[34]在 3.5- μm -DWP-Er : ZBLAN 模型中采用的方法,在最大收敛误差为

10^{-4} W 时,给定精确的猜测值后就可以在数十秒内顺利收敛。然而弛豫法存在的一大问题是对猜测值的稳定性差,敏感度高,循环迭代时逼近方向性差,往往使收敛速度难以控制,尤其是当猜测值无法很准确或所需的模拟精度偏高时,需要数十次甚至上百次的循环来反复逼近,耗费大量的时间和电脑性能资源。而纯打靶法,虽说收敛速度在高精度下可以远远领先弛豫法,但应用于 3.5- μm -DWP-Er : ZBLAN 模型下同样存在问题,在猜测值不够准确时会导致计算值发散,求解会失败,此问题一般是初值问题中解向量不稳定造成的^[36]。

为此,对 Maes 等提出的弛豫法进行改进,在算法中加入基于牛顿-拉普森法的打靶法环节,构成 RSM。通过弛豫法先对猜测值进行预收敛,再通过打靶法进行主收敛,RSM 既避免了弛豫法在估值粗糙、高精度需求下收敛缓慢的问题,又避免了打靶法在初值问题不稳定时方程易发散的问题。

3 模拟结果及分析

3.1 理论模型及算法准确性测试

为验证物理模型与 RSM 稳态分析算法的准确性,还原了 2017 年 Maes 等关于 3.5- μm -DWP-Er : ZBLAN 光纤激光器的模拟结果与实验结果。Er³⁺ 光谱参数如表 1 所示,包含了能级寿命与荧光分支比,参数来源于文献[32];激光吸收与发射参数、无辐射离子相互作用参数、光纤参数如表 2 所示,参数来源于文献[34];2.8 μm 受激辐射的有效发射截面与吸收截面 σ_{21} 与 σ_{12} 来源于文献[33]。

表 1 各能级寿命与分配比率^[32]

Table 1 lifetime of each energy-level and branching ratios^[32]

Parameter	Value
τ_1 / ms	9.9
τ_2 / ms	7.9
$\tau_3 / \mu\text{s}$	8.0
$\tau_4 / \mu\text{s}$	177
$\tau_5 / \mu\text{s}$	530
$\tau_6 / \mu\text{s}$	5.0
β_{21}, β_{20}	0.182, 0.818
β_{32}, β_{30}	0.999, 0.001
$\beta_{43}, \beta_{42}, \beta_{41}, \beta_{40}$	0.808, 0.008, 0.009, 0.175
$\beta_{54}, \beta_{53}, \beta_{52}, \beta_{51}, \beta_{50}$	0.285, 0.029, 0.014, 0.193, 0.479
β_{65}, β_{60}	0.99, 0.01

表 2 模拟参数^[33-34]

Table 2 Simulated parameters^[33-34]

Parameter	Value			Parameter	Value		
$P_{p1}(0) / \text{W}$	4.17	4.46	4.74	$\sigma_{02} / (10^{-26} \text{ m}^2)$	3.55	3.77	3.96
$N_{Er} / (10^{26} \text{ m}^{-3})$	1.6			$\sigma_{20} / (10^{-26} \text{ m}^2)$	1.52	1.64	1.74
R_{s20}	0.86			$\sigma_{26} / (10^{-26} \text{ m}^2)$	26.0	26.4	26.8
R_{s2L}	0.55			$\sigma_{62} / (10^{-26} \text{ m}^2)$	31.1	31.9	31.7
λ_{p1} / nm	964.6	964.8	965.0	$\sigma_{21} / (10^{-26} \text{ m}^2)$	9.0		
λ_{p1} / nm	1976			$\sigma_{12} / (10^{-26} \text{ m}^2)$	5.085		
$\lambda_{s2} / \mu\text{m}$	3.44			$\sigma_{24} / (10^{-26} \text{ m}^2)$	30		
$\alpha_{s2} / \text{m}^{-1}$	0.035			$\sigma_{42} / (10^{-26} \text{ m}^2)$	37.5		
$W_{1103} / (10^{-23} \text{ m}^3 / \text{s})$	1.3			$\sigma_{36} / (10^{-26} \text{ m}^2)$	2.10		
$W_{2206} / (10^{-23} \text{ m}^3 / \text{s})$	0.16			$\sigma_{46} / (10^{-26} \text{ m}^2)$	0.7		
$W_{4251} / (10^{-23} \text{ m}^3 / \text{s})$	2.5			$\sigma_{43} / (10^{-26} \text{ m}^2)$	10.8		
$W_{5031} / (10^{-23} \text{ m}^3 / \text{s})$	0.48			$\sigma_{34} / (10^{-26} \text{ m}^2)$	15.0		

Maes 等研究了 3 种 976 nm 泵浦光入射条件下的情况,增益纤芯与包层直径分别为 16.5 与 170 μm ,长度为 3.4 m,在模拟中设置初值问题分步为 44,最大允许误差设为 10^{-4} W。本文使用 RSM,初值问题设为 50 步,主收敛的最大允许误差设为 10^{-5} W。

图 5 为在 $P_{p1}=4.46$ W, $P_{p2}=5$ W 时的增益纤内双向功率分布。图 6(a)为 Maes 等的模拟与实验研究结果,展示了 3.5 μm 激光的功率特性,图 6(b)为所提算法对其结果的还原。可以看出,在 976 nm 泵浦功率 (P_{p1}) 不变时,随着 1976 nm 泵浦功率 (P_{p2}) 的提升,3.5 μm 激光的平均功率 (P_{s2}) 会存在一个先增大至最大值点再减小的过程,在最大值点处 VSA 与 ESA₂ 达到动态平衡。功率特性曲线整体会随着 976 nm 泵浦功率的提升而向上移动,平衡点位置则会向右侧漂移,可以看出,所提算法的仿

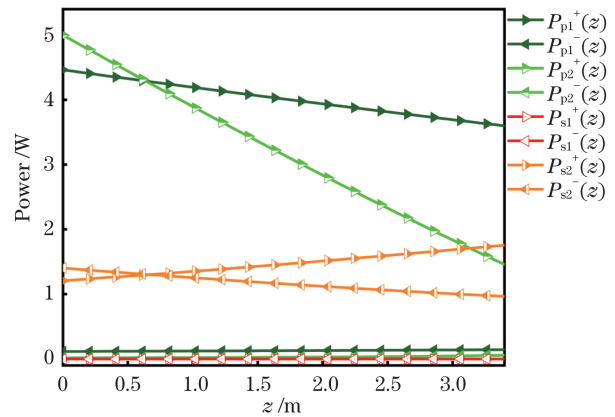


图 5 $P_{p1}=4.46$ W, $P_{p2}=5$ W 时,激光腔内的功率分布
Fig. 5 Power distribution in the laser cavity at $P_{p1}=4.46$ W, $P_{p2}=5$ W

真结果可以做到比较完美的吻合,验证了理论模型和算法的准确性。

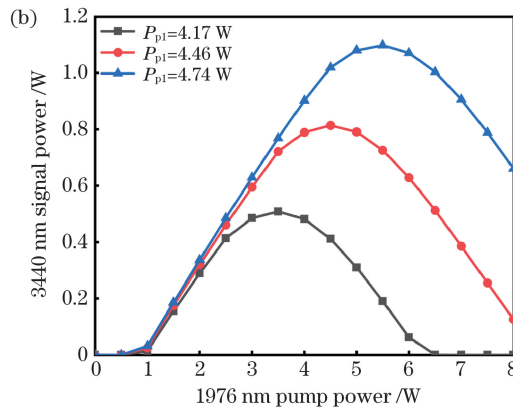
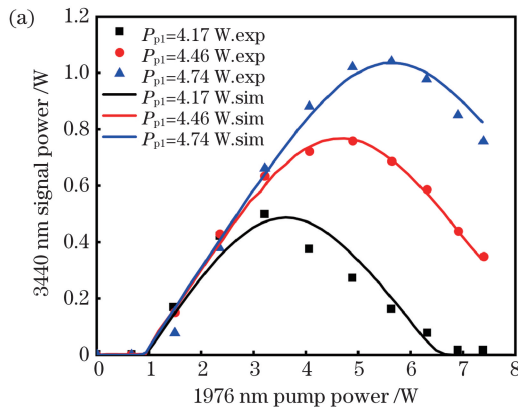


图 6 P_{s2} 与 P_{p2} 的关系。(a) Maes 等的模拟与实验结果;(b) 所提算法的模拟结果

Fig. 6 Relationship between P_{s2} and P_{p2} . (a) Maes *et al* experimental and simulated results; (b) simulated results of the proposed algorithm

3.2 算法收敛性能测试

在 3.5- μm -DWP-Er : ZBLAN 理论模型中测试 RSM 的有效性, 将从三个角度分析, 并对 RSM、RM 的计算结果进行对比。首先便是算法对初始猜测值的稳定性问题, 3.5- μm -DWP-Er : ZBLAN 属于中红外激光中较为前沿的领域, 实验开展的难度较高, 相关的实验报道并不多见, 很多情况下需要在开展实验前对理论进行先行研究, 这就导致难以根

据经验给出很精确的初始功率猜测值。根据边值问题的特性, 无论 RM 或 RSM, 如果猜测值绝对精确, 理论上只需解算一次初值问题, 在步长设置为 50 步的情况下, 单次的初值问题求解只需要 10~20 s (电脑配置 i5-8300H, 2.30 GHz, 16 GB of RAM, Win10), 但倘若算法对猜测值很敏感, 那么些许的偏差便会让循环迭代次数与计算时间大幅度提升。图 7 为 RM 和 RSM 的猜测值稳定性。

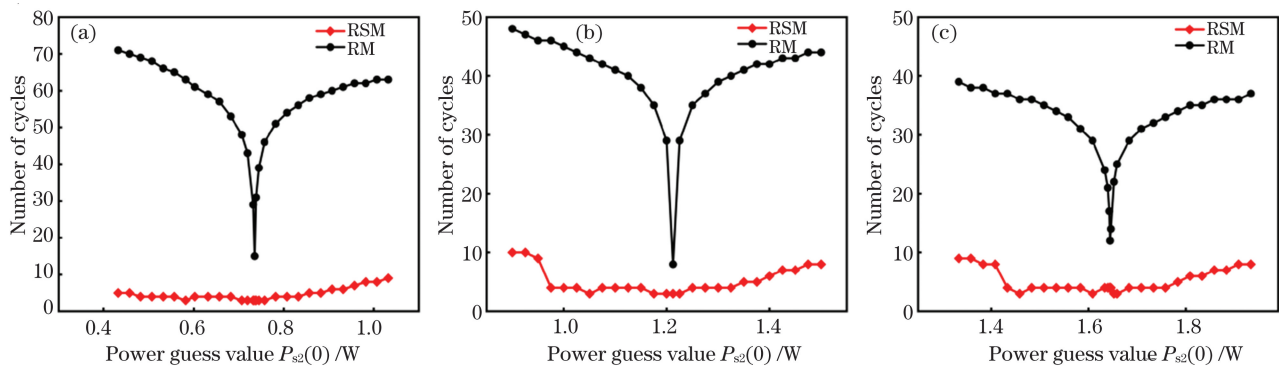


图 7 三种泵浦方案下, 循环次数与 3.44 μm 信号光功率猜测值的关系 ($\delta = 10^{-5}$)。 (a) $P_{p1} = 4.17 \text{ W}$, $P_{p2} = 4 \text{ W}$; (b) $P_{p1} = 4.46 \text{ W}$, $P_{p2} = 5 \text{ W}$; (c) $P_{p1} = 4.74 \text{ W}$, $P_{p2} = 6 \text{ W}$

Fig. 7 Relationship between number of cycles and power guess value of 3.44 μm signal light at three pump schemes ($\delta = 10^{-5}$). (a) $P_{p1} = 4.17 \text{ W}$, $P_{p2} = 4 \text{ W}$; (b) $P_{p1} = 4.46 \text{ W}$, $P_{p2} = 5 \text{ W}$; (c) $P_{p1} = 4.74 \text{ W}$, $P_{p2} = 6 \text{ W}$

图 7(a)~(c) 分别反映三种 976~1976 nm 波长端面泵浦功率下, RM 与 RSM 对 3.44 μm 信号光在 $z = 0$ 处猜测值的敏感度。为了便于与经典文献实验结果进行对比, 并确保三种功率配置处于相似的条件, 分别选取 4.17 W/4 W、4.46 W/5 W、4.74 W/6 W 的配置。两算法的最大容许误差 δ 均设置为 10^{-5} W, RSM 的 RM 预收敛环节容许误差设为 0.02。从数据可以得出, 三种情况下 $P_{s2}^+(0)$ 实际值分别位于 0.7320 W、1.2125 W、1.6336 W 附近, 在实际值附近处, RM 所需循环次数存在一个最小值, 但随着 $P_{s2}^+(0)$ 向左或向右漂移, RM 所需的循环次数迅速飚升, 在 $-0.3 \sim 0.3 \text{ W}$ 的偏差下, 循环迭代次数增长至数倍。而与之相对地, RSM 不仅在 $-0.3 \sim 0.3 \text{ W}$ 的偏差下未展现出明显的迭代次数增加, 且迭代次数一直远低于 RM, 偏差越大, 优势越明显, 计算的全程均未出现纯打靶法中的方程发散问题, 验证了 RSM 在 3.5- μm -DWP-Er : ZBLAN 模型下对猜测值的稳定性。值得注意的是, 图 7(b) 和 (c) 中 RSM 曲线左侧的跳变源自于 RM 预收敛最大容许误差的设置, 跳变点左侧初始误差大于 0.02, 需要经历预收敛, 循环次数偏大, 而右侧则与真实值足够接近, 直接进入了主收敛, 循环次数减少。

RSM 的第二个优势在于高精度计算下收敛的高效性, 这是由于在收敛进行到高精度级别下, 主要是 SM 在工作, SM 主体是牛顿-拉普森求解法 (NRM), 在初始解足够靠近真实解时, 具有局部收敛特性^[39], 误差 (< 1) 随迭代次数增加以指数形式迅速收敛, 图 8 很好地展现了这一点。

图 8(a)~(c) 分别为 976~1976 nm 波长光泵浦功率为 4.17 W/4 W、4.46 W/5 W、4.74 W/6 W 时, RM 与 RSM 绝对误差随循环迭代次数的变化曲线。三种情况下设定的最大容许误差 δ 均为 10^{-8} , RSM 中的 RM 预收敛容许误差仍为 0.02, 给出的猜测值在真实值的 -0.3 W 偏差处 (真实值预先通过 $\delta = 10^{-11}$ 的 RSM 估算)。可以看出, 即使在 10^{-8} 这种精度要求下, RSM 依然能在 10 次左右的循环次数下收敛, 并低于容许误差几个数量级, 而相比之下, RM 需要 60~120 次不等的循环才可满足设置的要求, 此结果验证了 RSM 在高精度计算下收敛的高效性, 此特性将极大地缩短模拟时的耗时, 并提升模拟的精确度。同样值得注意的是, 图 8(a) 中 RSM 误差曲线第一个循环处的跳变与图 7 中循环次数曲线跳变原因相同, 由于 -0.3 W 处由猜测值向量生成的初始误差就已满足了 RM 预收敛的条件, 直接进入了主收敛环节, 但此时猜测值未经过

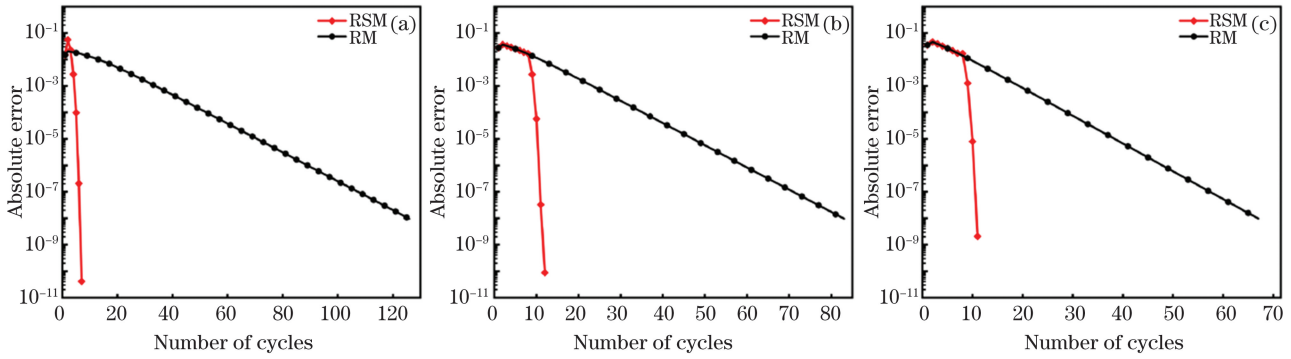


图 8 三种泵浦方案下,绝对误差与循环次数的关系($\delta=10^{-8}$)。(a) $P_{p1}=4.17\text{ W}, P_{p2}=4\text{ W}$; (b) $P_{p1}=4.46\text{ W}, P_{p2}=5\text{ W}$; (c) $P_{p1}=4.74\text{ W}, P_{p2}=6\text{ W}$

Fig. 8 Relationship between absolute error and number of cycles at three pump schemes($\delta=10^{-8}$). (a) $P_{p1}=4.17\text{ W}, P_{p2}=4\text{ W}$; (b) $P_{p1}=4.46\text{ W}, P_{p2}=5\text{ W}$; (c) $P_{p1}=4.74\text{ W}, P_{p2}=6\text{ W}$

粗调节,与真实值向量存在方向上的偏差,导致 SM 第一个循环在一定程度上发生“打偏”。这是因为 SM 的固有缺点,若预收敛最大容许误差设置合理,此类“打偏”现象便不会对最终收敛结果产生任何影响。

在 $3.5\text{-}\mu\text{m-DWP-Er:ZBLAN}$ 模型下,RSM 中的 SM 主收敛环节解算的特征值反问题涉及一个 4 阶 Jacobian 矩阵求解,由于此类情况下不存在解析解,需要通过有限差分(FD)法解算 16 个矩阵元素,在这里差分步长在 4 个方向上均设为 10^{-7} ,额外评估 4 次函数,因此 SM 一次循环迭代共涉及 5 次单程初值问题求解,预收敛的 RM 中一次循环则为一次双程初值问题(两次单程),因此单次迭代下,SM 耗时理论上是 RM 的 2.5 倍。图 9 可以很好说明这一点。

图 9 为三种泵浦方案下,两种算法的计算时间随循环迭代次数的变化规律。将 RSM 中的 RM 预

收敛、SM 主收敛部分的循环手动设定为 10 次,可以看出,RSM 的前 10 次循环是与 RM 基本保持一致的,而后 10 次循环中,RSM 曲线相比前 10 次,斜率增加了 2.5 倍,符合预期的效果。需要注意的是,在 RSM 的实际应用中,牛顿-拉普森法的局部收敛特性带来的低循环次数优势要远远大于求解 Jacobian 矩阵带来的计算次数增加劣势,事实上研究中的 RSM 在 3 种情况下的总耗时都远低于 RM,在猜测值有一定偏差且收敛精度较高时尤为明显。图 10 为 3 种输入情况下 RSM 与 RM 运算时间的实际效果对比,即总耗时随最大容许误差的变化关系。

图 10 为猜测值偏差为 -0.3 W 时的输出图像,可以看出,在 3 种输入条件下,收敛精度要求(最大容许误差)从 10^{-4} 到 10^{-10} ,RSM 的总耗时一直远低于 RM,在容许误差为 10^{-10} 时,计算时间甚至可以低于 RM 的 1/10,直观地说明了 RSM 的实际运算效果。

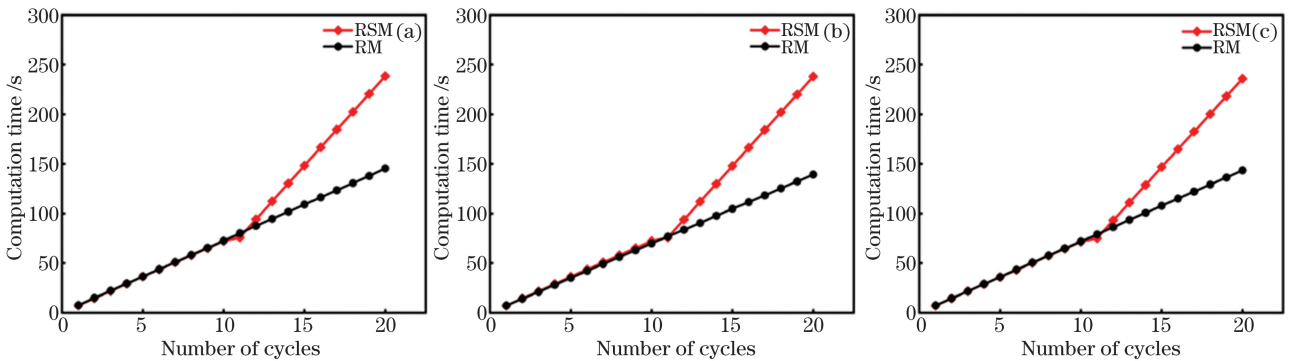


图 9 三种泵浦方案下,计算时间与循环次数的关系。(a) $P_{p1}=4.17\text{ W}, P_{p2}=4\text{ W}$; (b) $P_{p1}=4.46\text{ W}, P_{p2}=5\text{ W}$; (c) $P_{p1}=4.74\text{ W}, P_{p2}=6\text{ W}$

Fig. 9 Relationship between computation time and number of cycles at three pump schemes. (a) $P_{p1}=4.17\text{ W}, P_{p2}=4\text{ W}$; (b) $P_{p1}=4.46\text{ W}, P_{p2}=5\text{ W}$; (c) $P_{p1}=4.74\text{ W}, P_{p2}=6\text{ W}$

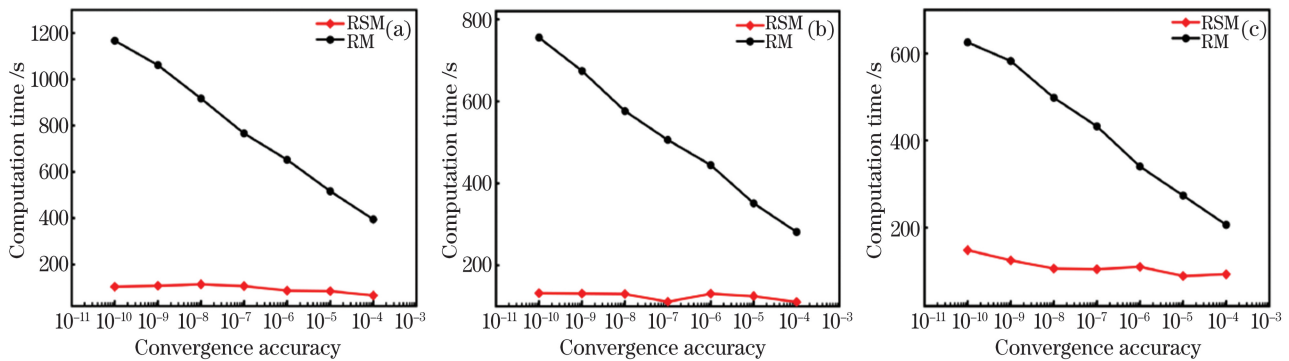


图 10 三种泵浦方案下,总耗时与收敛精度的关系。(a) $P_{p1}=4.17\text{ W}, P_{p2}=4\text{ W}$; (b) $P_{p1}=4.46\text{ W}, P_{p2}=5\text{ W}$; (c) $P_{p1}=4.74\text{ W}, P_{p2}=6\text{ W}$

Fig. 10 Relationship between total computation time and convergence accuracy at three pump schemes. (a) $P_{p1}=4.17\text{ W}, P_{p2}=4\text{ W}$; (b) $P_{p1}=4.46\text{ W}, P_{p2}=5\text{ W}$; (c) $P_{p1}=4.74\text{ W}, P_{p2}=6\text{ W}$

4 结 论

建立了 $3.5\ \mu\text{m}$ 双波长泵浦 Er : ZBLAN 光纤激光器的能级理论模型,并建立了用于分析此模型的数值算法,改进了现有基于弛豫法的 $3.5\text{-}\mu\text{m}$ -DWP-Er : ZBLAN 稳态分析算法,首次使用了 RSM 分析此类激光器模型。通过分析 $3.5\ \mu\text{m}$ 激光的输出特性,还原了已报道的经典文献中的模拟结果和实验结果,验证了理论模型和数值算法的准确性。

从模拟计算结果发现,RSM 相比 RM 有着明显的优势,一方面 RSM 在高精度下具有 SM 的优点,可以大幅减少在高精度逼近时所需的循环迭代次数,另一方面通过引入一个 RM 预收敛环节,可避免纯 SM 在初值问题不稳定时方程易发散的问题。此外 RSM 对猜测值的敏感度远低于 RM,无需在模拟前给出很精确的猜测值,并且猜测值越粗糙,计算效率优势越明显,可以达到 RM 的 10 倍以上。这一特性十分契合 $3.5\text{-}\mu\text{m}$ -DWP-Er : ZBLAN 这个较为前沿、相关实验和理论研究报告还较为匮乏的领域。本文理论模型和算法研究结果将指导后续 Er : ZBLAN 光纤激光器,包括单波长 $2.8\ \mu\text{m}$ 和双波长 $3.5\ \mu\text{m}$ 相关实验的开展。

参 考 文 献

- [1] Li W W, Zhang X J, Wang H, et al. Research progress of mid-infrared rare earth ion-doped fiber lasers at $3\ \mu\text{m}$ [J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2019, 56(17): 170605.
李维伟, 张小金, 王航, 等. $3\ \mu\text{m}$ 中红外稀土掺杂光纤激光器研究进展[J]. 激光与光电子学进展, 2019, 56(17): 170605.
- [2] Jackson S D. Towards high-power mid-infrared emission from a fibre laser [J]. Nature Photonics, 2012, 6(7): 423-431.
- [3] Ma J, Qin Z P, Xie G Q, et al. Review of mid-infrared mode-locked laser sources in the $2.0\ \mu\text{m}$ - $3.5\ \mu\text{m}$ spectral region [J]. Applied Physics Reviews, 2019, 6(2): 021317.
- [4] Kim S S, Young C, Vidakovic B, et al. Potential and challenges for mid-infrared sensors in breath diagnostics[J]. IEEE Sensors Journal, 2010, 10(1): 145-158.
- [5] Walsh B M, Lee H R, Barnes N P. Mid infrared lasers for remote sensing applications[J]. Journal of Luminescence, 2016, 169: 400-405.
- [6] Schliesser A, Picqué N, Hänsch T W. Mid-infrared frequency combs[J]. Nature Photonics, 2012, 6(7): 440-449.
- [7] Ye B, Dai S X, Liu Z J, et al. Research progress of Er^{3+} : ZBLAN fiber laser operating at $2.7\ \mu\text{m}$ [J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2015, 52(9): 090004.
叶斌, 戴世勋, 刘自军, 等. $2.7\ \mu\text{m}$ 掺 Er^{3+} : ZBLAN 光纤激光器的研究进展[J]. 激光与光电子学进展, 2015, 52(9): 090004.
- [8] Yao C F. Design and preparation of fluorotellurite glass fibers and their application in mid-infrared supercontinuum generation [D]. Changchun: Jilin University, 2018.
姚传飞. 氟碲酸盐玻璃光纤的设计、制备及其在中红外超连续光源方面的应用[D]. 长春: 吉林大学, 2018.
- [9] Aydın Y O. Development of high-power $3\ \mu\text{m}$ fiber laser sources and components [D]. Laval: Laval University, 2019.
- [10] Shen D Y, Fan D Y. Mid-infrared lasers [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2015: 152-

156.
沈德元, 范滇元. 中红外激光器[M]. 北京: 国防工业出版社, 2015: 152-156.
- [11] Faucher D, Bernier M, Androz G, et al. 20 W passively cooled single-mode all-fiber laser at 2.8 μm [J]. *Optics Letters*, 2011, 36(7): 1104-1106.
- [12] Goya K, Uehara H, Konishi D, et al. Stable 35-W Er : ZBLAN fiber laser with CaF_2 end caps[J]. *Applied Physics Express*, 2019, 12(10): 102007.
- [13] Fortin V, Jobin F, Larose M, et al. 10-W-level monolithic dysprosium-doped fiber laser at 3.24 μm [J]. *Optics Letters*, 2019, 44(3): 491-494.
- [14] Duval S, Wang Y C, et al. Ultrafast mid-infrared fiber lasers beyond 3 μm [C]//CLEO: Science and Innovations 2019, May 5-10, 2019, San Jose, California. Washington, DC: OSA, 2019: SF2L.1.
- [15] Henderson-Sapir O, Munch J, Ottaway D J. Mid-infrared fiber lasers at and beyond 3.5 μm using dual-wavelength pumping [J]. *Optics Letters*, 2014, 39(3): 493-496.
- [16] Fortin V, Maes F, Bernier M, et al. Watt-level erbium-doped all-fiber laser at 3.44 μm [J]. *Optics Letters*, 2016, 41(3): 559-562.
- [17] Schneider J. Fluoride fibre laser operating at 3.9 μm [J]. *Electronics Letters*, 1995, 31(15): 1250-1251.
- [18] Luan K P, Shen Y L, Tao M M, et al. Numerical simulation of 3.5 μm dual-wavelength pumped Er : ZBLAN fiber lasers [J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2019, 46(10): 1001008.
栾昆鹏, 沈炎龙, 陶蒙蒙, 等. 3.5 μm 双波长泵浦 Er : ZBLAN 光纤激光器数值模拟 [J]. *中国激光*, 2019, 46(10): 1001008.
- [19] Sandrock T, Fischer D, Glas P, et al. Diode-pumped 1-W Er-doped fluoride glass M-profile fiber laser emitting at 2.8 μm [J]. *Optics Letters*, 1999, 24(18): 1284-1286.
- [20] Aydin Y O, Fortin V, Vallée R, et al. Towards power scaling of 2.8 μm fiber lasers [J]. *Optics Letters*, 2018, 43(18): 4542-4545.
- [21] Paradis P, Fortin V, Aydin Y O, et al. 10 W-level gain-switched all-fiber laser at 2.8 μm [J]. *Optics Letters*, 2018, 43(13): 3196-3199.
- [22] Lü Y, Wei C, Zhang H, et al. Wideband tunable passively Q-switched fiber laser at 2.8 μm using a broadband carbon nanotube saturable absorber [J]. *Photonics Research*, 2019, 7(1): 14-18.
- [23] Zhu G W, Zhu X S, Wang F Q, et al. Graphene mode-locked fiber laser at 2.8 μm [J]. *IEEE Photonics Technology Letters*, 2016, 28(1): 7-10.
- [24] Shen Y L, Wang Y S, Chen H W, et al. Wavelength-tunable passively mode-locked mid-infrared Er³⁺-doped ZBLAN fiber laser [J]. *Scientific Reports*, 2017, 7(1): 14913.
- [25] Többen H. CW lasing at 3.45 μm in erbium-doped fluorozirconate fibres [J]. *Frequenz*, 1991, 45(9/10): 250-252.
- [26] Többen H. Temperature-tunable 3.5 μm fibre laser [J]. *Electronics Letters*, 1993, 29(8): 667-669.
- [27] Henderson-Sapir O, Jackson S D, Ottaway D J. Versatile and widely tunable mid-infrared erbium doped ZBLAN fiber laser [J]. *Optics Letters*, 2016, 41(7): 1676-1679.
- [28] Qin Z P, Xie G Q, Ma J G, et al. Mid-infrared Er : ZBLAN fiber laser reaching 3.68 μm wavelength [J]. *Chinese Optics Letters*, 2017, 15(11): 111402.
- [29] Maes F, Fortin V, Bernier M, et al. 5.6 W monolithic fiber laser at 3.55 μm [J]. *Optics Letters*, 2017, 42(11): 2054-2057.
- [30] Bawden N, Matsukuma H, Henderson-Sapir O, et al. Actively Q-switched dual-wavelength pumped Er³⁺ : ZBLAN fiber laser at 3.47 μm [J]. *Optics Letters*, 2018, 43(11): 2724-2727.
- [31] Xie G Q, Qin Z P. Mid-infrared ultrafast lasers based on two-dimension materials [C]//CLEO Pacific Rim Conference, July 29-August 3, 2018, Hong Kong, China. Washington, DC: OSA, 2018: TH2G.2.
- [32] Malouf A, Henderson-Sapir O, Gorjan M, et al. Numerical modeling of 3.5 μm dual-wavelength pumped erbium-doped mid-infrared fiber lasers [J]. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, 2016, 52(11): 1-12.
- [33] Gorjan M, Marinček M, Čopić M. Role of interionic processes in the efficiency and operation of erbium-doped fluoride fiber lasers [J]. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, 2011, 47(2): 262-273.
- [34] Maes F, Fortin V, Bernier M, et al. Quenching of 3.4 μm dual-wavelength pumped erbium doped fiber lasers [J]. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, 2017, 53(2): 1-8.
- [35] Press W H, Teukolsky S A, et al. Numerical recipes in C: the art of scientific computing [M]. 2nd ed. Cambridge: Cambridge University Press, 2002: 43-772.
- [36] Ou P. MATLAB source program of "higher optical simulation" [M]. 2nd ed. Beijing: Beihang University Press, 2014: 264-332.
欧攀. 高等光学仿真 (MATLAB 版): 光波导, 激光 [M]. 2 版. 北京: 北京航空航天大学出版社, 2014: 264-332.
- [37] Sujecki S. An efficient algorithm for steady state analysis of fibre lasers operating under cascade pumping scheme [J]. *International Journal of*

- Electronics and Telecommunications, 2014, 60(2): 143-149.
- [38] Wei Y. Research on some algebraic inverse eigenvalue problems [D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2015.
- [39] Moler C B. Numerical computing with Matlab[M]. Auckland: Society for Industrial and Applied Mathematics, 2004: 117-217.
- 魏莹. 若干代数特征值反问题[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2015.

Algorithm Optimization for Fast Simulation of 3.5 μm Dual-Wavelength Pumped Er : ZBLAN Fiber Laser

Wang Luo, Yao Chuanfei, Li Pingxue*, Zhang Xi, Wu Yongjing, Wang Xuan, Yang Linjing
*Institute of Ultrashort Pulsed Laser and Application, Faculty of Materials and Manufacturing,
Beijing University of Technology, Beijing 100124, China*

Abstract

Objective Mid-infrared fiber laser between 2 and 5 μm has many crucial applications, such as military confrontation, medicine, remote sensing, and spectroscopy, making them a research hotspot in the field of laser technology. Recently, researchers used fluoride glass fibers doped with various rare-earth ions as gain medium, and achieved 2.8, 3.2, 3.5, and 3.9 μm mid-infrared signal output. Among them, owing to the advantages, such as great transparency and unique emission spectrum at mid-infrared region, Er^{3+} -based ZBLAN (Er : ZBLAN) glass fibers are the most widely used rare-earth doped active gain fiber. The transitions between the energy levels $^4\text{I}_{11/2}$ to $^4\text{I}_{13/2}$ and $^4\text{F}_{9/2}$ to $^4\text{I}_{9/2}$ can emission the signal photon covering 2.7 to 2.9 (2.8 μm) and 3.3 to 3.8 μm (3.5 μm), respectively. The experimental study of 3.5- μm -Er : ZBLAN has been conducted since the 1990, from the early 655 nm red visible light pumping scheme to 976 and 1976 nm dual-wavelength pumping (DWP) scheme. The output performance has been significantly improved. Continuous wave (CW) laser with maximum output power of 5.6 W, Q-switch, and mode-locked pulse output has been reported. Compared with the experimental study, 3.5- μm -DWP-Er : ZBLAN is also valuable for advanced research on the theoretical dynamics mechanism because of its complex energy level structure. For example, by exploring suitable fiber parameters and DWP scheme theoretically, the 3.5 μm signal output performance is optimized or the power ratio of dual wavelength signal is controlled. However, such advanced research not only requires repeated running of simulation programs and processes a large amount of simulation data, but always lacks the experimental results as a reference, which puts forward high requirements for convergence speed, convergence accuracy, and guessed value stability of boundary value problem (Bvp) algorithm. The existing theoretical research of 3.5- μm -DWP-Er : ZBLAN is based on the exploration of the dynamics mechanism, and there is still no report of numerical algorithm. In this paper, we present a novel Bvp algorithm combined with two standard algorithms used in the fiber laser simulation: Relaxation method (RM) and shooting method (SM). We called the new algorithm relaxation-shooting method (RSM). The advantages of RSM are that it avoids the problem of RM's low convergence speed with an inaccurate guessed value, and the problem of diverging easily of SM, which make RSM possesses high convergence speed, convergence accuracy, and stability to guessed value. We believe that the research results of RSM will contribute to the development of the theory of mid-infrared fiber lasers, and guide the subsequent experiments of 2.8- μm -Er : ZBLAN and 3.5- μm -DWP-Er : ZBLAN.

Methods In this paper, first, we present a numerical model based on 3.5- μm -DWP-Er : ZBLAN for steady-state analysis of the dynamic mechanism. Then, we investigate two standard Bvp analysis methods used in the field of fiber laser. Besides, we discuss their programs and mechanism of convergence judgment. We analyze the potential advantages of RSM and compile the program of RSM based on the characteristics and limitations of the two standard algorithms. Then, the simulated and experimental results in the classical literature are restored using RSM algorithm, which verifies the accuracy of the numerical model and Bvp algorithm. Finally, we discuss the convergence speed, computation time, and stability to guessed value of RSM. The results were compared with RM at the same pump scheme.

Results and Discussions Fig. 7 shows the stability comparison between RM and RSM for 3.44 μm signal guessed value at three DWP schemes. It is worth noting that the actual values of $P_{\infty}^+(0)$ at three various pumping schemes

can be obtained at around 0.7320, 1.2125, and 1.6336 W, and there is a minimum number of cycles of RM near the actual value. However, as the guessed value of $P_{\omega}^+(0)$ drifts to the left or right, the number of cycles of RM increases rapidly, and it will increase to several times at the deviation of ± 0.3 W. The total number of cycles of RSM is always lower than RM, and there is no obvious increase in number of cycles. Besides, the higher the deviation, the more obvious the advantage of RSM. There is no solution divergence in the whole computation process, indicating the stability of RSM to guessed value. Fig. 8 shows the comparison of convergence speed and accuracy between RM and RSM at three DWP schemes. The guessed value deviation was set at -0.3 W. We obtain that the RSM can converge at about ten cycles; absolute error of the last iteration is several orders of magnitude lower than the allowable error. The RM method requires 60 to 120 iterations to meet the given accuracy requirements. The result showed that RSM possesses higher convergence speed and convergence accuracy than the standard RM algorithm. Fig. 10 shows the test of total computational time when the initial guessed value was set at ~ 0.3 W. We obtain that the total computational time of RSM is always lower than RM at the accuracy requirement range from 10^{-4} to 10^{-10} , at three DWP schemes. When the maximum allowable error is set at 10^{-10} , the computational time is lower than 1/10 of using the RM method, which intuitively illustrates the RSM's actual calculation effect.

Conclusions In this paper, we present a novel Bvp algorithm called RSM, combined with two standard algorithms used in the field of steady-state analysis of fiber lasers, and based on the numerical model of 3.5- μm -DWP-Er : ZBLAN. The results show that RSM has more obvious advantages in convergence speed, convergence accuracy, and stability to guessed value compared with RM. Besides, the RSM algorithm has the advantages of SM at high accuracy requirement, which can greatly reduce the number of cycles required for refining initial guessed value. The problem of diverging easily of SM when the solution of initial value problem (Ivp) is unstable, but it can be solved by introducing a part of pre-convergence of RM. In addition, the stability of RSM to guessed value is much higher than RM; thus, it is not necessary to input a greatly accurate initial guessed value before simulation. However, the less accurate the guessed value, the more obvious the advantage of computation efficiency. In this study, the convergence speed of RSM can reach more than ten times of RM, making it suitable for the field of 3.5- μm -DWP-Er : ZBLAN where reports of experimental and theoretical research are relatively rare. We believe that our research of RSM will contribute to the development of theoretical research of mid-infrared fiber lasers, and guide the subsequent experiments of 2.8- μm -Er : ZBLAN and 3.5- μm -DWP-Er : ZBLAN.

Key words laser optics; mid-infrared fiber laser; Er : ZBLAN; 3.5 μm ; numerical simulation; relaxation-shooting method; boundary value problem

OCIS codes 140.3510; 060.2390; 140.3500