

## 板材单曲面激光弯曲成形的误差补偿研究

顾杰岩, 闫崇京\*, 张翅超, 沈子康

南京航空航天大学机电学院, 江苏 南京 210016

**摘要** 为了提高单曲面激光弯曲成形的精度, 基于改进的 Denavit-Hatenberg(D-H)建模方法建立各板材弯曲段的坐标系, 通过坐标转换给出弯曲板材和目标单曲面在同一坐标系下的数学描述。接着分析圆柱面成形在不同扫描路径处弯曲角度公差几何影响因素, 并提出具有双侧轮廓度偏差的路径规划方法, 扫描路径数量越多, 各道扫描路径处的弯曲角度公差越小。最后提出一种对弯曲角度误差进行补偿的工艺方法, 以半正弦曲面成形为例设计实验。实验结果表明, 弯曲角度的误差补偿方法能够实现较高精度的单曲面激光弯曲成形。

**关键词** 激光技术; 激光弯曲成形; 单曲面; 误差补偿

**中图分类号** TN249

**文献标志码** A

**doi:** 10.3788/CJL202148.1002108

## 1 引言

激光弯曲成形是一种利用激光束照射板材表面所产生的热应力来实现塑性成形的新型加工方法, 具有无需模具、无需外力、无回弹和高柔性等优点。对于单件和小批量产品的研发制造来说, 激光弯曲成形具有成本优势, 在航空航天、船舶和汽车等领域具有广阔的应用前景<sup>[1-4]</sup>。

在工业上, 单曲面零件广泛应用在产品的外形和结构上。单曲面在每一点处的高斯曲率都为零, 为此许多学者对单曲面板材的激光弯曲成形展开了研究。Kim 等<sup>[5]</sup>提出了两种单曲面成形的路径规划方法, 分别是基于距离的方法和基于角度的方法, 研究发现采用基于距离的方法弯曲的板材, 弯曲精度较高, 采用基于角度的方法弯曲的板材, 外形变化更均匀。随后, Kim 等<sup>[6]</sup>采用反馈控制方法提高了弯曲的精度, 并对弯曲误差进行了补偿, 但是该补偿方法会导致扫描路径不确定且不允许过弯曲。Shi 等<sup>[7]</sup>根据单曲面的曲率变化特点来规划扫描路径, 并考虑了板材边缘与扫描路径之间的距离对弯曲角度的影响, 实验结果表明该方法的成形精度较高。Shen 等<sup>[8]</sup>基于概率函数生成扫描路径, 并通过轮廓度偏差、最小弯曲角度和扫描路径的最小距离来优

化扫描路径, 减少了激光弯曲成形的总时间。然而, 上述研究主要集中在扫描路径的规划和加热条件的确定等方面, 较少涉及激光弯曲成形误差的研究。

本文基于改进的 D-H(Denavit-Hatenberg)方法<sup>[9]</sup>建立单曲面激光弯曲成形的坐标系, 通过坐标转换统一弯曲板材和目标单曲面的坐标表达, 从公差设计的角度分析影响圆柱面弯曲成形精度的因素, 为此提出一种可控且可靠的补偿方法并进行实验验证。

## 2 扫描路径和目标曲线的坐标转换

若忽略沿扫描路径的弯曲角度变化规律, 即忽略激光弯曲成形的边界效应, 单曲面激光弯曲成形的路径规划可以视为对二维曲线的线段拟合。机器人学中, 在机器人的每个连杆上固连一个坐标系, 使用齐次变换矩阵来描述相邻两个连杆的空间位姿关系, 经过齐次变换后可以使所有连杆的位姿均在一个坐标系中, 这就是 D-H 建模方法, 改进的 D-H 建模方法是将坐标系  $\{i\}$  建立在第  $i$  个关节的周线上<sup>[9]</sup>。单曲面激光弯曲成形中, 各待弯曲段与机器人的连杆类似, 因此该建模方法也适合用于表达激光弯曲成形中弯曲段的状态。对于已经规划好的激光弯曲路径, 以待弯曲段的左端点为坐标原点, 待弯曲段为  $X$  轴, 与  $X$  轴垂直的方向为  $Y$  轴,  $Z$  轴的方向由

收稿日期: 2020-09-04; 修回日期: 2020-09-27; 录用日期: 2020-10-27

\*E-mail: yancj@nuaa.edu.cn

右手定则确定,板材的弯曲可以视为沿 Z 轴的旋转,旋转角度以逆时针方向为正,建立的坐标系如图 1 所示。实验研究仅限于二维,所以未显示出 Z 轴。曲线位于直角坐标系中的表达式为  $g=f(t)$ ,各扫描路径的间距(待弯曲段的长度)为  $L_0, L_1, L_2, \dots, L_n$ ,各线段所在的坐标系分别用  $\{0\}, \{1\}, \{2\}, \dots, \{n\}$  来表示,坐标系  $\{0\}$  与  $t$  轴的夹角为  $\theta_0$ ,弯曲角度分别为  $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \dots, \theta_n$ ,激光弯曲成形的顺序是从左往右。

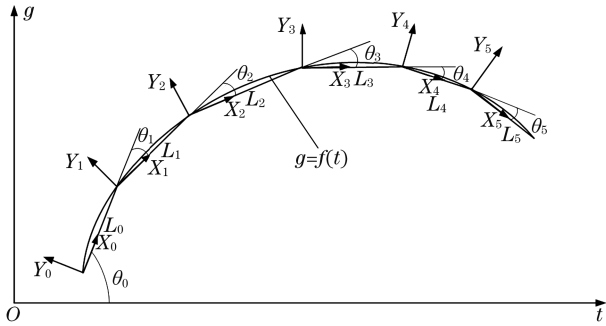


图 1 单曲面激光弯曲坐标系的建立

Fig. 1 Establishment of single-curved laser coordinate system

坐标系  $\{i\}$  ( $i$  为坐标系的编号,  $i=1, 2, \dots, n$ ) 可

以视为由坐标系  $\{i-1\}$  平移  $L_{i-1}$  并旋转  $\theta_i$  得到。坐标系  $\{i\}$  相对于坐标系  $\{i-1\}$  的转换矩阵<sup>[5]</sup> 为

$${}^{i-1}\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\sin \theta_i & L_{i-1} \\ \sin \theta_i & \cos \theta_i & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

(1)式中矩阵第三列的前两项分别表示在  $x$  和  $y$  方向从坐标系  $\{i-1\}$  到坐标系  $\{i\}$  的平移量。坐标系  $\{i\}$  中的点  $(x_{(i)}, y_{(i)})$  在坐标系  $\{i-1\}$  中可表示为

$$\begin{bmatrix} x_{(i-1)} & y_{(i-1)} & 1 \end{bmatrix}^T = {}^{i-1}\mathbf{T} \begin{bmatrix} x_{(i)} & y_{(i)} & 1 \end{bmatrix}^T \quad (2)$$

坐标系  $\{i\}$  中的点  $(x_{(i)}, y_{(i)})$  在坐标系  $\{0\}$  中表示为

$$\begin{bmatrix} x_{(0)} & y_{(0)} & 1 \end{bmatrix}^T = {}^0\mathbf{T}_1^T {}^1\mathbf{T}_2^T \dots {}^{i-2}\mathbf{T}_{i-1}^T {}^{i-1}\mathbf{T} \begin{bmatrix} x_{(i)} & y_{(i)} & 1 \end{bmatrix}^T \quad (3)$$

将坐标系  $\{0\}$  作为全局坐标系,所有点或曲线均使用坐标系  $\{0\}$  中的坐标来表示。对于规划好的扫描路径,弯曲段  $L_i$  的端点在坐标系  $\{i\}$  中的坐标为  $(L_i, 0)$ ,将该坐标值代入(3)式中可得其在坐标系  $\{0\}$  中的坐标  $(x_i, y_i)$ ,表达式为

$$x_i = L_0 + L_1 \cos \theta_1 + L_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) + \dots + L_i \cos(\theta_1 + \theta_2 + \dots + \theta_i) = L_0 + \sum_{j=1}^i L_j \cos\left(\sum_{j=1}^i \theta_j\right) \quad (4)$$

$$y_i = L_1 \sin \theta_1 + L_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) + \dots + L_i \sin(\theta_1 + \theta_2 + \dots + \theta_i) = \sum_{j=1}^i L_j \sin\left(\sum_{j=1}^i \theta_j\right) \quad (5)$$

弯曲段  $L_i$  在坐标系  $\{0\}$  中的斜率  $k_i$  可表示为

$$k_i = \frac{y_i - y_{i-1}}{x_i - x_{i-1}} = \tan\left(\sum_{j=1}^i \theta_j\right) \quad (6)$$

对于曲线  $g=f(t)$ ,令其起点(即坐标系  $\{0\}$  的原点)在  $O-tg$  坐标系中的坐标为  $(t_0, g_0)$ ,则曲线在坐标系  $\{0\}$  中的坐标  $(X, Y)$  可用参数  $t$  来表示,即

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_0 & -\sin \theta_0 & -t_0 \\ \sin \theta_0 & \cos \theta_0 & -g_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t \\ g \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t \cos \theta_0 - f(t) \sin \theta_0 - t_0 \\ t \sin \theta_0 + f(t) \cos \theta_0 - g_0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

曲线在坐标系  $\{0\}$  中点  $(X, Y)$  处的切线斜率  $K$  可表示为

$$K = \frac{dY/dt}{dX/dt} = \frac{\cos \theta_0 - f'(t) \sin \theta_0}{\sin \theta_0 + f'(t) \cos \theta_0} \quad (8)$$

通过坐标转换可以使用统一的坐标系来表示目标曲线和待弯曲段,为此板材弯曲的误差问题就可以转换为待弯曲段偏离目标曲线的问题。

### 3 不同扫描路径处弯曲角度公差的几何影响因素分析

Kim 等<sup>[5]</sup>提出的基于距离的方法在规划扫描

路径的过程中,设定一个从扫描路径到目标曲面的最大距离。对于设定的最大距离,采用该方法规划的圆柱面扫描路径在各弯曲段具有相等的长度和弯曲角度。下面求解满足圆柱面外形轮廓度要求的弯曲角度的上、下偏差,用来分析激光弯曲角度公差的几何影响因素。

为了评估激光弯曲成形中单次弯曲角度误差对成形精度的影响,首先需要确定一个测量基准,一般情况下钣金件的安装位置在圆柱面的边缘,因此将第一段弯曲段作为测量基准,则认为图 1 的  $L_0$  段在实际弯曲成形中没有偏离规划的扫描路径,扫描

的弯曲角度误差体现在后续段对目标曲线的偏离。

对于半径  $r$  为 50 mm 的圆柱面,规划的扫描路径如图 2 所示。圆柱面沿母线投影的弧线长度为 140.234 mm,扫描路径间距  $L$  为 19.900 mm,基本弯曲角度  $\theta$  为  $-22.957^\circ$ ,弯曲段到曲面的最大距离  $t_0$  为 1 mm,圆柱面轮廓度公差带宽  $d$  为 3 mm 且在圆柱面两侧对称分布。显然,这种路径规划方式本身带有  $t_0$  的轮廓度偏差且分布在圆心一侧。

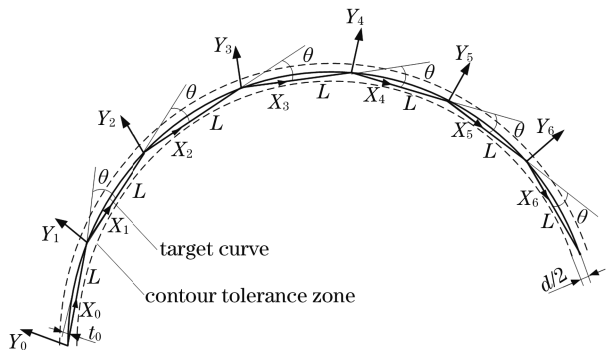


图 2 圆柱面的激光弯曲坐标系

Fig. 2 Laser curved coordinate system for cylindrical surface

采用等公差法分配每次弯曲的角度公差,即每个弯曲角度具有相同大小的上偏差  $\Delta\theta^+$  和下偏差

$\Delta\theta^-$ ,并使以后的各弯曲段仍然被包含在曲面的公差带内,且最后一段的端点位于公差带上(这里没有考虑弯曲处的圆角)。首先求解上偏差  $\Delta\theta^+$ ,若每段弯曲角度均达到上偏差,则各段均向上弯曲且弯曲后均在半径为  $r + d/2$  的圆内,等价于各段的端点均在该圆内,圆心坐标为  $(L/2, t_0 - r)$ ,则对端点  $(x_i, y_i)$  有

$$(x_i - L/2)^2 + [y_i - (t_0 - r)]^2 \leq (r + d/2)^2. \quad (9)$$

由(9)式可知,前  $i$  次弯曲符合轮廓度的要求,将(4)式和(5)式代入(9)式中即可求得  $\Delta\theta^+$ ,结果如图 3 所示(这里没有考虑由激光加热导致板材长度的收缩,当板材长度存在收缩时,弯曲段长度需减去相应的收缩量)。然后求解下偏差  $\Delta\theta^-$ ,若每段弯曲角度均达到下偏差,则各段均向下弯曲且弯曲后各段均在半径为  $r - d/2$  的内轮廓圆外,等价于各段到圆心  $(L/2, t_0 - r)$  的距离大于等于内轮廓圆的半径,第  $i$  段扫描段的直线表达式为  $k_i x - y + y_{i-1} - k_i x_{i-1} = 0$ ,从而有

$$\frac{|k_i L/2 - (t_0 - r) + y_{i-1} - k_i x_{i-1}|}{\sqrt{k_i^2 + 1}} \geq (r - d/2)^2. \quad (10)$$

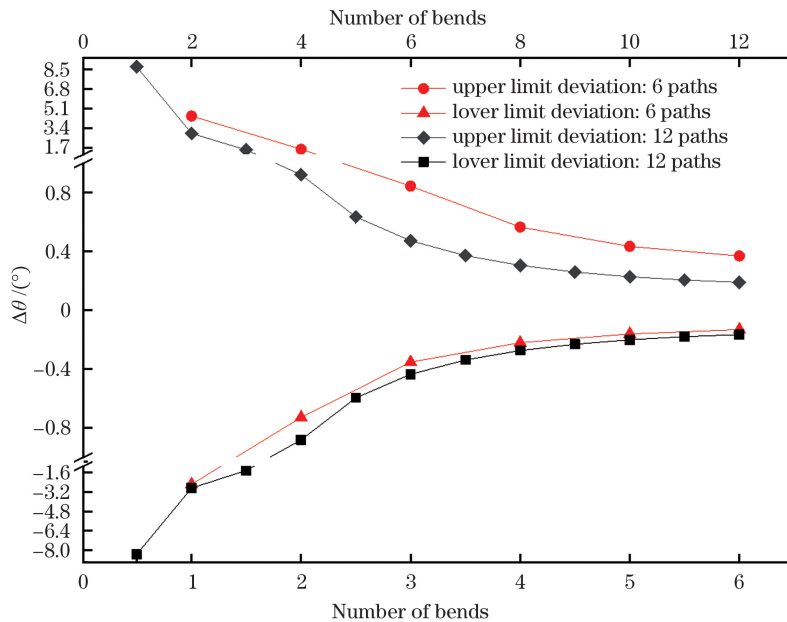


图 3  $i$  次弯曲的上、下偏差值

Fig. 3 Upper and lower deviations of  $i$  bending

将(4)~(6)式代入(9)式中即可求得  $\Delta\theta^-$ ,结果如图 3 所示。需要注意的是,当扫描段足够短或轮廓度公差带足够宽时,则会出现扫描段在公差带内。但对于所在直线与内轮廓圆相交的情况,这时后续某次

弯曲角度必须与这次相反才能避免超差。反向弯曲会影响零件的外观,而一般单曲面激光弯曲成形都是基于温度梯度机理制备的,并且曲面弯曲方向是指向激光源。屈曲机理可以产生反向弯曲,但是工艺参数

不易控制,若利用温度梯度机理形成弯曲需要翻转工件,但会中断连续扫描过程,所以判断扫描段向曲率中心侧的超差以弯曲段与轮廓度公差带相切为临界位置。

更改图 2 的扫描路径规划,在已有的基础上为每段弧线长度的中心增加一道扫描路径,而面轮廓度的要求不变,则新的扫描路径间距为 10 mm,基本弯曲角度为  $-11.478^\circ$ ,弯曲段到弧线的最大距离为 0.251 mm。为了与更改路径前进行对比,认为前两段(对应于更改路径前的第一段)的公差为 0,这样更改路径前后受弯曲角度误差影响的区域相同。按照以上方法求解前  $i$  道扫描路径在等公差条件下的上、下偏差,结果如图 3 所示。

从图 3 可以看到,随着符合公差要求的扫描路径数量的增加,公差带迅速变窄,6 次弯曲角度的上、下偏差分别为  $+0.3699^\circ$  和  $-0.1311^\circ$ ,12 次弯曲角度的上、下偏差分别为  $+0.1903^\circ$  和  $-0.1648^\circ$ ;6 次弯曲与 12 次弯曲中偶数次弯曲的上偏差比约为 2:1,下偏差相差较小,12 次弯曲角度的下偏差的绝对值总体略大一些,可能是由扫描段长度较短导致允许的单个弯曲角度偏差稍大。路径规划过程中,自带的偏差压缩了下偏差带宽,导致下偏差的绝对值小于上偏差,且向下弯曲的临界位置在与内轮廓度圆相切(弯曲段中的某点与下轮廓圆接触)处,精度要求较向上弯曲高。对于 12 次弯曲,路径规划自带的偏差(0.251 mm)显著小于 6 次弯曲(1 mm),但扫描次数的增加可以使二者的下偏差接近。总体来看,采用等公差法分配的公差带很窄,且随着满足公差要求的扫描路径数量的增加,公差带迅速变窄。

需要注意的是,成形误差不仅包括对外形偏离的误差,还包括曲线长度误差,这里将长度误差定义为弯曲段右端点的理想位置与实际位置的连线到目标弧线的投影长度。若单次弯曲的偏差方向朝向圆心,则成形结果相对目标弧线伸长,反之缩短。当每次弯曲都达到上偏差时,弯曲 6 次和弯曲 12 次分别使圆弧缩短 1.6606 mm 和 1.5612 mm;对于下偏差,则使圆弧分别伸长 0.5995 mm 和 1.3855 mm。

基于以上分析,对于扫描路径数量较多的情况,等公差法对单个扫描路径处弯曲角度精度的要求很高。可能是因为不同弯曲段的弯曲角度偏差对外形精度的影响程度是不同的,当某个弯曲角度的公差显著小于其他弯曲角度时,将会导致所有弯曲角度的公差都小。下面将分析各个弯曲

角度的误差对外形精度的影响程度,如果存在部分弯曲角度偏差对外形精度的影响程度显著大于其他弯曲角度,则只要提高这一部分扫描段的弯曲精度即可。

为了分析不同扫描路径处的弯曲角度偏差对外形精度的影响,同样在 6 次弯曲和 12 次弯曲的情况下,使每个弯曲角度的上偏差均会导致最后一个坐标系的右端点与目标圆柱面之间的距离相同,即  $t_0/6$  或  $t_0/12$ ,同时分为各弯曲角度的上偏差单独作用和共同作用两种情况。单独作用是指仅有某个弯曲角度存在偏差,其他弯曲角度偏差为零;共同作用是指每个弯曲角度均达到上偏差,且每个弯曲角度贡献的面轮廓度偏差均为  $t_0/6$  或  $t_0/12$ 。对于共同作用,每次弯曲均使右端点偏离相同距离,最后一次弯曲后右端点偏离  $t_0$ 。仅分析上偏差是因为当端点向圆柱面内或者面外偏离相同值时,上、下偏差的绝对值几乎相等。将(9)式中的  $d/2$  替换为面轮廓度偏差,可以容易求得各情况下弯曲角度的上偏差,结果如图 4 所示。

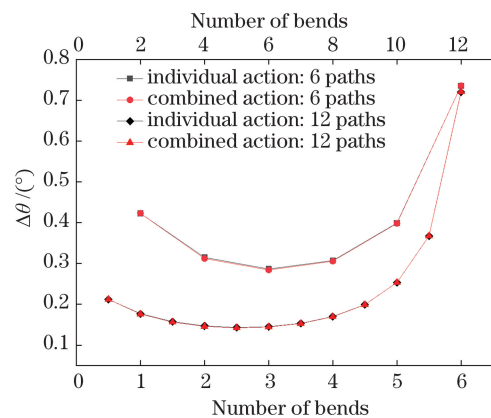


图 4 单独和共同作用下各弯曲角度的上偏差  
Fig. 4 Upper deviations of each bending angle under individual and combined actions

从图 4 可以看到,在单独和共同作用的情况下,当轮廓度偏差贡献相同时,弯曲角度的上偏差几乎没有区别,这说明在整体外形偏差较小的情况下,可以认为单个角度偏差对外形精度的影响不受其他角度偏差的影响;最后一段扫描段的弯曲角度的上偏差较大,其他弯曲角度的上偏差差异较小,且 6 次弯曲或 12 次弯曲的同组上偏差之间没有数量级上的差异,离右端点更近的扫描路径处弯曲角度的上偏差更大一些。单个弯曲角度偏差对一点外形偏差影响因素的模拟如图 5 所示。同组上偏差之间的差异源自各个弯曲角度的转动中心到目标曲线端点的距离  $L_n$ ,以及目标曲线端点沿各弯曲角度转动中心转

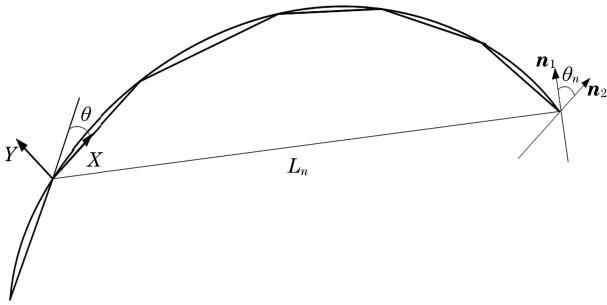


图 5 单个弯曲角度偏差对一点外形偏差影响因素的模拟

Fig. 5 Simulation of influence factors of single bending angle deviation on one point shape deviation

动的方向  $n_1$  与目标曲线端点处曲线的法向  $n_2$  (外形误差敏感方向) 之间的夹角  $\theta_n$ , 同时单个弯曲角度的偏差与基本弯曲角度  $\theta$  无关。由于大多数弯曲角度的上偏差较小, 可以认为这些弯曲角度取相同的偏差, 而且由这些偏差造成的外形偏差也较小, 即可以认为大多数弯曲角度的偏差对最终段右端点外形偏差的贡献没有数量级上的差异, 而这些贡献的总和, 即轮廓度公差是一定的。当扫描路径数量越多时, 单个弯曲角度的偏差对外形轮廓度的允许偏离量越小, 单个弯曲角度的公差带越窄, 这也解释了 12 次弯曲的上偏差比 6 次弯曲小很多。

对圆柱面的弯曲角度进行公差设计, 可以发现影响公差的几何影响因素主要包括扫描路径数量 (扫描路径间距和目标曲线长度)、各个弯曲角度的转动中心到目标曲线上一点的距离  $L_n$  以及该点沿各个弯曲角度的旋转中心旋转的方向与该点处曲线法向之间的夹角  $\theta_n$ 。其中扫描路径数量决定了各弯曲角度的公差大小, 当扫描路径数量越多时, 各弯曲角度的公差越小;  $L_n$  和  $\theta_n$  决定了在确定的扫描路径下各弯曲角度的公差之间的关系, 距离目标点较近的弯曲角度具有更大的公差, 在其他扫描路径处弯曲角度的公差很接近。对于圆柱面而言, 当该目标点的位置发生变化时, 以上的分析方法同样适用, 分析结果应是类似的; 对于单曲面而言, 若单曲面的曲率变化较小, 上述分析结果也应是成立的。

Kim 等<sup>[5]</sup>提出的基于距离的方法具有单侧的轮廓度偏差, 当对曲面外形精度的要求高时, 减小该路径规划方法所得的轮廓度偏差也是有意义的。对图 2 的曲线采用具有双侧轮廓度偏差的路径规划方法, 各弯曲段在目标曲线的两侧具有相同大小的最大轮廓度偏差, 如图 6 所示。对于一般的曲线, 扫描路径的规划步骤如下。

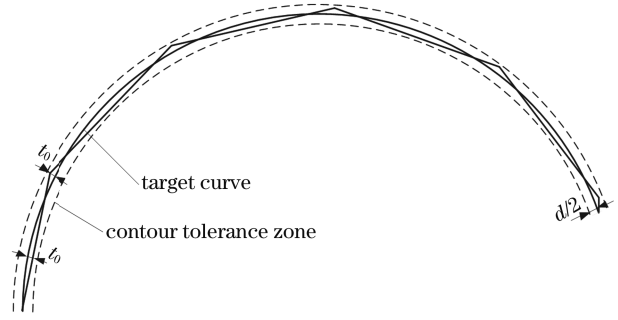


图 6 具有双侧轮廓度偏差的路径规划方法

Fig. 6 Path planning method with bilateral profile deviation

1) 确定第一道扫描路径的起点。第一个扫描段的起点与目标曲线的起点相同。

2) 确定第一道扫描路径所在直线的表达式。对于表达式为  $y=g(x)$  的曲线, 曲线上任一点的坐标设为  $(a, f(a))$ , 曲线起点坐标为  $(a_0, f(a_0))$ , 则在该点处曲线的切线表达式为  $f'(a)x - y - af'(a) + f(a) = 0$ , 第一道扫描路径所在直线与该切线平行且两者距离为最大的轮廓度偏差  $t_0$ , 则第一道扫描路径所在直线的表达式为  $f'(a)x - y + f(a_0) - a_0f'(a) = 0$ , 由两条直线的距离  $t_0$  可得  $\frac{|f(a_0) + (a - a_0)f'(a) - f(a)|}{f'^2(a) + 1} = t_0$ , 求解  $a$  可得

第一道扫描路径所在直线的表达式。

3) 确定第一道扫描路径的端点坐标。由第一道扫描路径所在直线上的点到曲线的距离为  $t_0$  的关系, 可以容易求得该端点坐标。

4) 其余扫描路径按照上述步骤确定。当无法求得  $a$  的合理值时, 将曲线的终点作为最后一段扫描路径的端点。

图 6 中的初始轮廓度偏差  $t_0$  与图 2 相同, 均为 1 mm, 规划路径中间部分扫描段的长度为 28.284 mm, 比图 2 的扫描间距长 42.13%。相比于 Kim 等<sup>[5]</sup>提出的方法, 具有双侧轮廓度偏差的路径规划方法在最大轮廓度偏差相同的情况下可以减少扫描路径数量, 或是在扫描路径数量相同的情况下减小初始轮廓度偏差。

## 4 误差补偿方法

影响单次弯曲角度公差的最主要因素是扫描路径数量, 当扫描路径数量较多时, 单道扫描路径处弯曲角度的公差值很小, 这对成形工艺参数的要求很高甚至难以实现。以第一段弯曲段作为测量基准来评估弯曲误差, 各道扫描路径按照规划的顺序进行

扫描,则先成形的弯曲段整体随着后成形的弯曲段作刚性位移。同样从(4)式和(5)式可以看到,对于前  $i$  次弯曲,其弯曲后的位置与  $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_i$  有关,与  $\theta_{i+1}$  无关,即后弯曲的角度不会对前面已完成的曲面造成影响。据此,提出误差补偿的方法以保证每道扫描路径处的弯曲均满足外形精度的要求,在弯曲前计算当前扫描路径处弯曲角度的偏差,按照偏差的要求进行弯曲,弯曲后测量实际弯曲角度以确定弯曲角度误差,可以在下一扫描路径弯曲处对其进行补偿。

对单曲面沿母线方向的投影线  $g = f(t)$  采用适当的方法规划扫描路径,并计算扫描段长度和弯曲角度,其轮廓度公差带为  $d$ ,成形过程中误差补偿的步骤如下。

1) 建立图 1 的坐标系。

2) 将  $\theta_1$  作为第一道扫描路径处的基本弯曲角度。

3) 确定第一道扫描路径处弯曲角度  $\theta_1$  的上、下偏差  $\Delta\theta^+$  和  $\Delta\theta^-$ 。

在此对左端点弯曲角度的上、下偏差的一般求解方法进行说明,上、下偏差的确定如图 7 所示。对

于位于曲线公差带内第  $i-1$  次弯曲后的待弯曲段,若曲线上凸,线段以左端点为中心逆时针旋转  $\Delta\theta^+$  至上端点并接触外轮廓,则  $\Delta\theta^+$  为上偏差,顺时针旋转  $\Delta\theta^-$  至线段并与内轮廓相切,则  $\Delta\theta^-$  为下偏差。对于  $\Delta\theta^+$ ,线段与外轮廓的接触点到目标曲线的距离为  $d/2$ ,从接触点向目标曲线作垂线且交于点  $(X_1, Y_1)$ ,则曲线在点  $(X_1, Y_1)$  处的切线与垂线垂直,求解  $\Delta\theta^+$  即求解二元非线性方程组,表达式为

$$\begin{cases} (x_i - X_1)^2 + (y_i - Y_1)^2 = (d/2)^2 \\ \frac{1}{K} = -\frac{y_i - Y_1}{x_i - X_1} \end{cases} \quad (11)$$

对于  $\Delta\theta^-$ ,当线段与内轮廓圆相切时,从切点向目标曲线作垂线且交于点  $(X_2, Y_2)$ ,则交点  $(X_2, Y_2)$  与线段的距离为  $d/2$ ,且线段与点  $(X_2, Y_2)$  处的切线平行,求解  $\Delta\theta^-$  即求解二元非线性方程组,表达式为

$$\begin{cases} \frac{|k_i \cdot X_2 - Y_2 + y_{i-1} - k_i x_{i-1}|}{\sqrt{k_i^2 + 1}} = (d/2)^2 \\ K = k_i \end{cases} \quad (12)$$

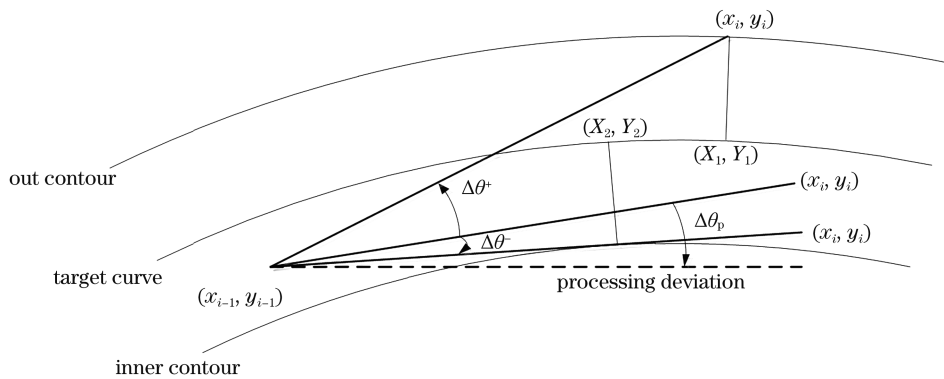


图 7 上、下偏差的确定

Fig. 7 Determination of upper and lower deviations

4) 修正基本弯曲角度  $\theta_1$ 。根据  $\theta_1$  的基本弯曲角度、弯曲材料、工艺参数和激光热源条件等,用来确定单次弯曲角度的实际加工公差。若实际加工公差在计算的基本弯曲角度的公差范围内,则以基本弯曲角度及其上、下偏差为基准进行弯曲。若实际加工公差小于允许公差且有一侧在计算的极限偏差外,则增大或减小基本弯曲角度。图 7 的虚线表示实际加工弯曲角度的下偏差位置,实际加工下偏差为  $\Delta\theta_p$ ,则在弯曲过程中应增加基本弯曲角度,即  $\Delta\theta_p - \Delta\theta^-$ 。若实际加工公差大于允许公差,则应提高加工精度或重新规划扫描路径。

5) 计算第二道扫描路径处的基本弯曲角度并对

其进行修正。第一次弯曲后测量实际弯曲角度,由于实际弯曲角度存在误差,若第二次弯曲按规划的基本弯曲角度进行弯曲,则第二次弯曲的弯曲段的右端点会偏离目标曲线,因此需要计算新的基本弯曲角度以补偿实际弯曲误差。若规划的扫描路径具有单侧轮廓度偏差,则补偿目标是弯曲段的右端点落在目标曲线上,将(11)式中的  $d/2$  改为 0 即可计算新的基本弯曲角度;若规划的扫描路径具有双侧轮廓度偏差,则补偿目标是弯曲段的右端点在目标曲线的上侧且相距初始轮廓度偏差为  $t_0$ 。再采用上面的方法计算第二道扫描路径基本弯曲角度的上、下偏差,结合实际加工公差决定是否需要修正基本弯曲角度。

6) 后续扫描以此类推。对表达式  $g = 10\sin(t\pi/100)$  ( $0 < t < 100$  mm) 的单曲率半正弦曲面进行激光弯曲成形仿真, 对比采用误差补偿方法前后的成形精度。采用具有双侧轮廓度偏差的路径规划方法对半正弦曲面进行路径规划, 初始的双侧轮廓度偏差均为 0.05 mm, 并按照图 1 的方法建立坐标系, 如图 8 所示。从图 8 可以看到, 各扫描段的长度  $L_i$  ( $i=0, 1, 2, \dots, 8$ ) 分别为 16.729, 11.832, 9.964, 9.203, 9.016, 9.316, 10.250, 12.602, 13.522 mm, 弯曲角度  $\theta_i$  ( $i=1, 2, \dots, 8$ ) 分别为  $3.311^\circ$ 、 $4.296^\circ$ 、 $4.828^\circ$ 、 $5.065^\circ$ 、 $5.035^\circ$ 、 $4.736^\circ$ 、

$4.126^\circ$  和  $2.733^\circ$ 。第一个弯曲角度为加工过程中的基本弯曲角度, 其他弯曲角度根据补偿情况来确定, 扫描顺序为从左往右。弯曲过程中, 各个弯曲角度的误差在  $[-0.5^\circ, 0.5^\circ]$  之间随机产生, 共进行 5 次仿真, 各个弯曲角度的随机误差  $\delta_i$  如表 1 所示。

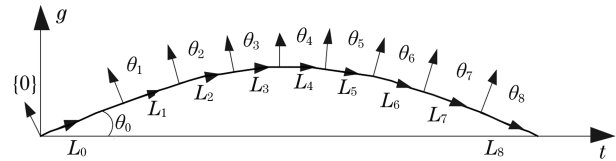


图 8 半正弦曲面的扫描路径规划

Fig. 8 Scanning path planning of half sine surface

表 1 5 次仿真的弯曲角度随机误差

Table 1 Random error of bending angle in 5 simulations

Number of simulations	1	2	3	4	5
$\delta_1$	-0.3147	-0.4575	0.0782	-0.1787	0.2231
$\delta_2$	-0.4058	-0.4649	-0.4157	-0.2577	0.4538
$\delta_3$	0.3730	0.3424	-0.2922	-0.2431	0.4029
$\delta_4$	-0.4134	-0.4706	-0.4595	0.1078	-0.3235
$\delta_5$	-0.1324	-0.4542	-0.1557	-0.1555	-0.1948
$\delta_6$	0.4025	0.0146	0.4643	0.3288	0.1829
$\delta_7$	0.2215	-0.3003	-0.3491	-0.2060	-0.4502
$\delta_8$	-0.0469	0.3581	-0.4340	0.4682	0.4656

在采用误差补偿方法前后和 5 次仿真的情况下, 弯曲段对规划路径的偏离结果如图 9 所示(纵轴负值表示向曲率半径一侧偏离)。从图 9 可以看到, 在相同的随机误差条件下, 对弯曲角度误差进行补偿可以大大降低弯曲段对规划路径的偏离; 当未补偿弯曲角度误差时, 距第一段弯曲段越远, 偏离程度越大; 当补偿弯曲角度误差时, 偏离值在 0 值附近波

动, 这主要是因为当未进行补偿时, 先弯曲的角度误差会影响后续所有弯曲段的位置, 距离先弯曲的弯曲段越远, 受先弯曲的角度误差的影响越大(在不考虑  $\theta_n$  的情况下,  $L_n$  值越大, 影响越大); 当各弯曲角度的误差接近时, 最后的几段弯曲对之前弯曲角度的误差所造成的偏离影响已经很小(图 4 中扫描顺序靠后的几次扫描具有较大的公差)。通过对弯曲角度的误差进行补偿可以每次确定新的基本弯曲角度, 使得一次弯曲的角度误差只能影响一段弯曲段, 而且对后续弯曲没有影响。同时每一次弯曲的精度只需要满足一个弯曲段的轮廓度要求, 这可以提高成形的工艺灵活性。

## 5 误差补偿方法的实验验证

为了验证误差补偿方法的有效性, 对表达式  $g = 10\sin(t\pi/100)$  ( $0 \text{ mm} < t < 100 \text{ mm}$ ) 的单曲率半正弦曲面进行激光弯曲成形实验, 期望达到的外形轮廓度偏差小于 0.4 mm。板材选用 TC4 钛合金, 实验使用的板材均经过轻微打磨后并使用丙酮清洁。选用的激光设备为三克激光生产的光纤激光焊接机, 其能够实现三轴运动, 激光器为 IPG 生产

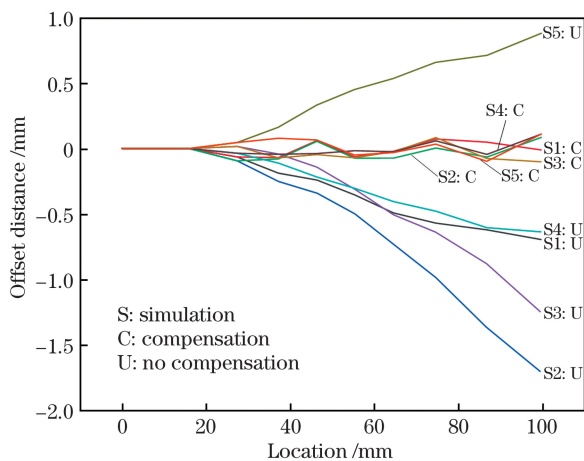


图 9 弯曲角度误差补偿对成形的影响

Fig. 9 Influence of bending angle error compensation on forming

的 YLR-700-WC 光纤激光器,最大功率为 700 W。弯曲角度使用 KEYENCE 生产的 IL-030 激光位移传感器进行测量。扫描路径与第 4 节半正弦曲面弯曲成形仿真所规划的路径相同,如图 8 所示。

### 5.1 加热条件的确定

由扫描路径的规划结果可知,单道扫描路径处的弯曲角度较大,TC4 钛合金单次扫描得到的弯曲角度较小,因此需要多次加热成形,故选择激光功率为 600 W,扫描速度为 25 mm/s,光斑直径为 4 mm,对尺寸为 80 mm×40 mm×1.2 mm 的钛合金板材的中部进行多次扫描,扫描间隔时间为 3 min,相邻的扫描方向相反,这可以减小成形误差(在半正弦曲面成形的过程中,同一扫描路径处相邻的扫描方向相反)<sup>[10-11]</sup>。在该组工艺的条件下,板材弯曲角度随扫描次数的变化如图 10 所示,每次弯曲的角度均约为 0.5°。13 次扫描后对板材进行检测,在其宽度分别为 1,10,20,30,39 mm 处,弯曲角度分别为 7.113°、7.119°、7.208°、7.207°和 7.202°,即对于 TC4 钛合金板材,多次扫描弯曲的边界效应对成形精度的影响较小。在半正弦曲面成形的过程中,单道扫描路径处最终弯曲角度的确定规则:对板材进行多次扫描,直至基本弯曲角度与当前弯曲角度的差值小于上次扫描的弯曲角度,以此时的弯曲角度作为该扫描路径处的最终弯曲角度。将最终弯

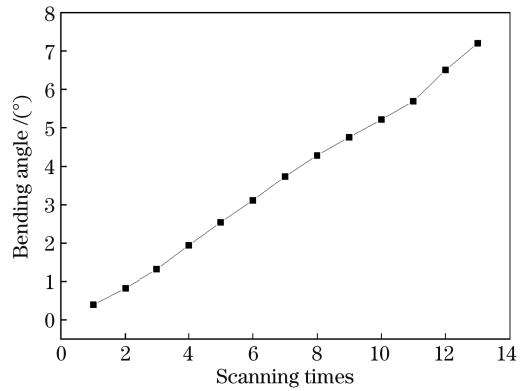


图 10 扫描次数对弯曲角度的影响

Fig. 10 Influence of scanning times on bending angle

曲角度与基本弯曲角度之间的差值作为加工误差,确定新的基本弯曲角度后再进行补偿,可以近似认为该规则造成的弯曲角度误差小于单次扫描的弯曲角度。

### 5.2 弯曲角度的测量

弯曲角度的测量过程如图 11 所示。当在第  $i$  道扫描路径处进行弯曲时,对各扫描段建立坐标系,坐标系  $\{i\}$  所在的扫描段长度为  $L_i$ ,且  $L_0$  特指板材弯曲后激光测距仪的光束与板材的交点到坐标系  $\{0\}$  原点的距离( $L_0$  的大小随板材弯曲而变化)。采用坐标转换方法,则激光测距仪与板材交点的坐标在坐标系  $\{i\}$  中可表示为

$$\begin{cases} x = L_0 \cos(\theta_1 + \theta_2 + \dots + \theta_i) + L_1 \cos(\theta_2 + \theta_3 + \dots + \theta_i) + \dots + L_{i-1} \cos \theta_i + L_i \\ y = L_0 \sin(\theta_1 + \theta_2 + \dots + \theta_i) + L_1 \sin(\theta_2 + \theta_3 + \dots + \theta_i) + \dots + L_{i-1} \sin \theta_i \end{cases} \quad (13)$$

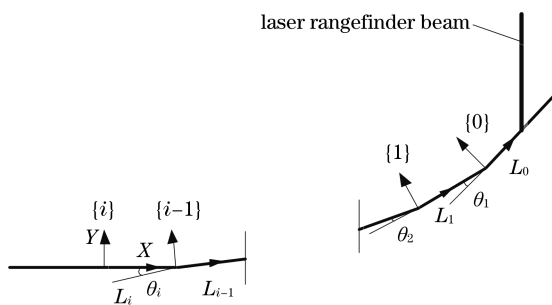


图 11 弯曲角度测量示意图

Fig. 11 Schematic of bending angle measurement

同时有  $x = l_0 + L_1 + L_2 + \dots + L_i$ ,其中  $l_0$  为板材未弯曲的情况下,激光测距仪的光束与板材的交点到坐标系  $\{0\}$  原点的距离,将  $x = l_0 + L_1 + L_2 + \dots + L_i$  代入(13)式中,当  $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \dots, \theta_{i-1}$  已知时,即可由激光测距仪测量的  $y$  坐标值求解二元方程组来得到弯曲角度  $\theta_i$ 。第一次弯曲的角度容易求解,后续扫

描路径处的弯曲角度可由上述方法求解。

### 5.3 实验条件

实验使用的板材尺寸为 300.0 mm×40.0 mm×1.2 mm,垫板用于夹持板材并保持板材底部贴紧垫板,该垫板在高度方向上可以调节,且垫板与板材接触处每 10 mm 开有 8 mm 的槽口。双柱高度尺用于固定激光测距仪并扩展测距仪的量程,调整激光测距仪的位置至测距仪光束与高度尺螺柱平行,每 10 mm 的平行度偏差在 4 μm 以内。调整垫板至垫板上表面并与测距仪光束垂直度偏差在 0.1 mm 以内。使用氩气作为保护气体,沿扫描路径的方向吹气,气体压力为 8 MPa,实验条件实景如图 12 所示。

### 5.4 实验结果

由于测距仪具有一定的宽度,所以测距仪需距离第一道扫描路径一定的距离,同时为了减小测量误差,将测距仪发出的光束与板材的交点位置设为



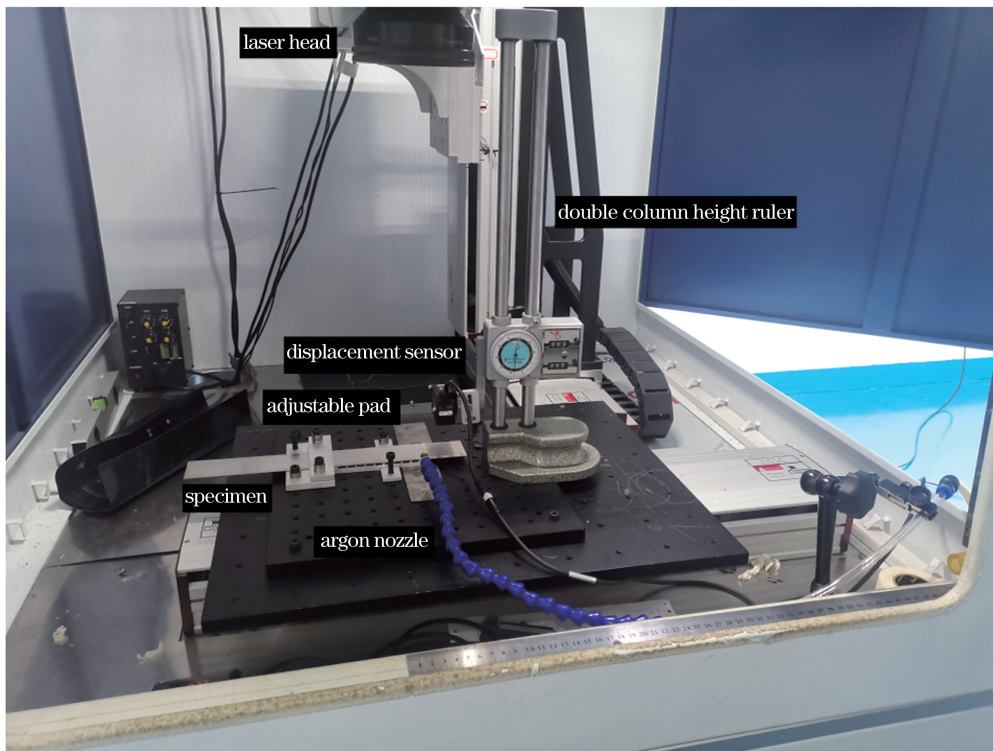


图 12 实验条件的实景

Fig. 12 Real scene of experimental conditions

距离第一道扫描路径 28.729 mm 处(即  $l_0$ )。实验中使用的板材长度大于单曲面,在预计成形的单曲面长度边界以及初始测量点处,以低速的小功率激光打印标记线。

采用提出的误差补偿方法成形半正弦曲面,每道扫描路径处的基本弯曲角度及上、下偏差分别为  $3.311^\circ(+1.108^\circ, -0.727^\circ)$ 、 $4.475^\circ(+1.351^\circ, -0.863^\circ)$ 、 $4.140^\circ(+1.340^\circ, -0.935^\circ)$ 、 $5.941^\circ(+1.540^\circ, -0.954^\circ)$ 、 $5.105^\circ(+1.476^\circ, -0.924^\circ)$ 、 $4.792^\circ(+1.338^\circ, -0.839^\circ)$ 、 $3.992^\circ(+1.077^\circ, -0.682^\circ)$  和  $2.503^\circ(+0.847^\circ, -0.848^\circ)$ ,实际弯曲角度分别为  $3.229^\circ$ 、 $4.759^\circ$ 、 $3.858^\circ$ 、 $5.758^\circ$ 、 $4.983^\circ$ 、 $4.805^\circ$ 、 $4.117^\circ$  和  $2.326^\circ$ 。每道扫描路径处的弯曲角度随扫描次数的变化如图 13 所示。从图 13 可以看到,每道扫描路径处的弯曲角度在第一次扫描处较接近,但是弯曲角度随扫描次数增加的速率均不相同,这说明在多次扫描的情况下,弯曲角度的变化是较复杂的。

使用三坐标测量仪对成形后的半正弦曲面进行测量,在成形件曲率外侧的宽度分别为 1, 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 37.5 mm 处进行测量,以第一个扫描段为测量基准,在每个弯曲段的长度上取三个测量点,弯曲半径附近取一个测量点,目标曲面的误差情

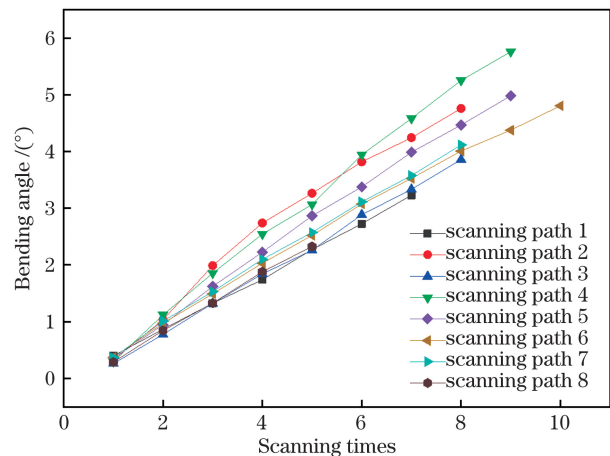


图 13 每道扫描路径处弯曲角度随扫描次数的变化

Fig. 13 Bending angle at each scanning path varies with scanning times

况如图 14 所示,误差负值表示位于正弦曲线的曲率半径一侧,正值反之。从图 14 可以看到,不同宽度的偏差趋势较一致,最大偏差在 0.25 mm 以内。理想偏差曲线的突变处为扫描段的端点,实际偏差在端点附近比理想偏差小,这是由实际弯曲的圆角导致的;在第三和第四扫描段处实际偏差比理想偏差数值更小,在后续扫描段逐渐增大,而实际偏差与理想偏差不一致的原因不确定,可能是由板材表面质量和厚度偏差造成的测量误差,也可能是板材成形

后释放残余变形所导致的。成形后的板材如图 15 所示。

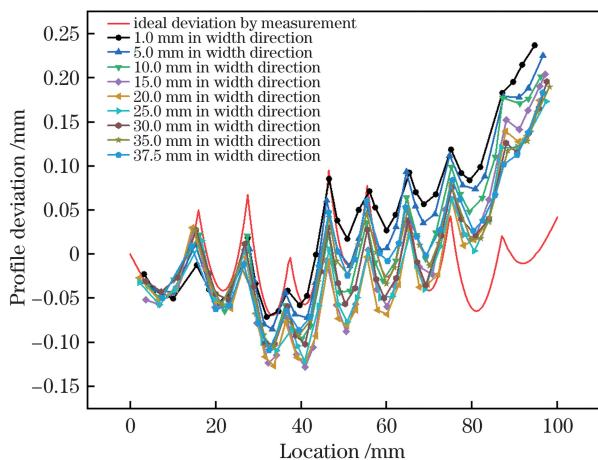


图 14 半正弦曲面的轮廓度偏差

Fig. 14 Profile deviation of half sine surface

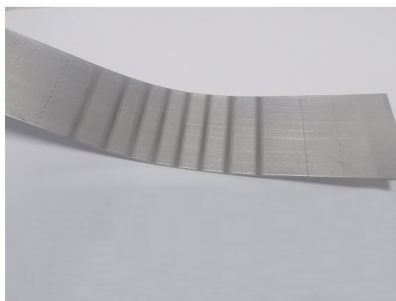


图 15 半正弦曲面激光弯曲成形件

Fig. 15 Half sinusoidal surface laser bending forming parts

## 6 结 论

改进的 D-H 建模方法可以方便地用于单曲面激光弯曲成形的公差分析、误差补偿与弯曲角度测量。

对圆柱面的激光弯曲成形的弯曲角度进行公差设计,发现扫描路径数量会影响各道扫描路径处的弯曲角度公差,扫描路径数量越多,各道扫描路径处的弯曲角度公差越小,提出的具有双侧初始轮廓度偏差的路径规划方法可以减小路径规划的初始轮廓度偏差。

采用误差补偿方法可以提高单曲面激光弯曲成形的精度,而且对单个扫描路径处的弯曲角度公差要求较低,允许弯曲段对目标曲面的双侧误差。设计半正弦曲面的成形实验用于验证误差补偿方法的有效性,该方法制备的成形零件具有较高的精度,说明所提的误差补偿方法是比较有效的。

## 参 考 文 献

- [1] Li W M, Manfred G, Vollertsen F. Study on laser bending of metal sheets [J]. Chinese Journal of Lasers, 1998, 25(9): 859-864.  
李纬民, Manfred G, Vollertsen F. 金属板材激光弯曲成形规律的研究 [J]. 中国激光, 1998, 25(9): 859-864.
- [2] Ji Zhong, Wu S D. FEM simulation on laser bending of sheet metal [J]. Chinese Journal of Lasers, 2001, 28(10): 953-956.  
季忠, 吴诗婷. 板料激光弯曲成形数值模拟 [J]. 中国激光, 2001, 28(10): 953-956.
- [3] Shi Y J, Liu Y C, Yao Z Q, et al. Study on processing strategy of complicated doubly curved surface in laser forming [J]. Chinese Journal of Lasers, 2010, 37(2): 586.  
石永军, 刘衍聪, 姚振强, 等. 双曲率复杂型面激光热成形工艺规划研究 [J]. 中国激光, 2010, 37(2): 586.
- [4] Liu C, Liu S H, Liu J L, et al. Study on shape and size precision control of titanium alloy in laser bending [J]. Applied Laser, 2011, 31(1): 50-56.  
刘畅, 刘顺洪, 柳家良, 等. 钛合金件激光弯曲成形形状和尺寸精度控制的研究 [J]. 应用激光, 2011, 31(1): 50-56.
- [5] Kim J, Na S J. Development of irradiation strategies for free curve laser forming [J]. Optics & Laser Technology, 2003, 35(8): 605-611.
- [6] Kim J, Na S J. Feedback control for 2D free curve laser forming [J]. Optics & Laser Technology, 2005, 37(2): 139-146.
- [7] Shi Y J, Chen J, Qi Y G, et al. Processing strategy for laser forming of complicated singly curved shapes [J]. Materials Science and Technology, 2009, 25(7): 925-930.
- [8] Shen H, Zheng Y T, Wang H, et al. Heating position planning in laser forming of single curved shapes based on probability convergence [J]. Journal of Manufacturing Science and Engineering, 2016, 138(9): 091003.
- [9] Zhan Q. Robotics robotics: mechanisms, kinematics, dynamics and motion planning [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2019: 45-89.  
战强. 机器人学: 机构、运动学、动力学及运动规划 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2019: 45-89.
- [10] Shi Y J, Liu Y C, Hu J. Study on processing strategy of singly curved surface based on plastic strain field in laser forming [J]. China Mechanical Engineering, 2011, 22(12): 1493-1497.  
石永军, 刘衍聪, 胡俊. 基于塑性应变场单曲率面板

- 材激光热成形工艺研究[J]. 中国机械工程, 2011, 22(12): 1493-1497.
- [11] Wang X G, Shi Y J, Guo Y K, et al. Laser bending and edge effect control of laminated metal composite plate [J]. Chinese Journal of Lasers, 2020, 47(3): 0302004. 王晓岗, 石永军, 郭延阔, 等. 层状金属复合板的激光弯曲成形及边缘效应控制 [J]. 中国激光, 2020, 47(3): 0302004.

## Study on Error Compensation for Laser Bending of Single-Curved Surface

Gu Jieyan, Yan Chongjing\*, Zhang Chichao, Shen Zikang

*College of Mechanical and Electrical Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing, Jiangsu 210016, China*

### Abstract

**Objective** Precision achievable by laser bending is a critical factor affecting its practical application. It is difficult to control the accuracy of the bending angle at a high level due to the influence of factors, such as the geometric size and initial state of a sheet and the process parameters, even for linear scanning of a single scanning path. To achieve high-precision single-curved laser bending, not only the error of the bending angle at the single scanning path should be considered but also other factors that will affect the accuracy of bending, so as to devise a strategy to improve bending accuracy. In this research, we improve the scanning path planning method and propose a method to compensate for the error of the laser-bending angle. Each time the bend at a scanning path is completed, the bending angle at the next scanning path is redetermined to compensate for the bending angle error in the previous scanning path. This method allows a large tolerance for the bending angle at each scanning path, which reduces the process requirements. The proposed method will help realize the high-precision of 3D laser bending and the further practical application of laser bending.

**Methods** First, using the improved Denavit-Hatzenberg (D-H) modeling method in robotics, the coordinate system of each bending section of a sheet is established, and the mathematical description of the curved sheet and target single surface in the same coordinate system is obtained by coordinate transformation. Therefore, the problem of sheet bending error is transformed into a problem of deviation of the segment to be bent from the target surface. Then, based on the D-H modeling method, the geometric influence factors of the bending angle tolerance at different scanning paths of cylindrical surface forming as well as the degree to which these factors affect the forming accuracy are analyzed. Afterward, based on the fact that a bending section completed first will not affect the forming error of a bending section completed later, a compensation method for the bending angle error at each scanning path is proposed. The deviation of the bending section from the scanning path is compared for two cases (using and not using the compensation method during forming) by forming simulation. Finally, an experiment is designed to verify the error compensation method; the improved D-H modeling method is also used to measure the bending angle in the experiment. During the experiment, the influence of factors, such as the initial state of a sheet and the perpendicularity between the sheet and laser displacement sensor, on the measurement results are considered. The heating conditions are obtained through laser-bending experiments on small-sized sheets.

**Results and Discussions** The tolerance design for cylindrical surface forming shows that the number of scanning paths have the greatest influence on the bending angle tolerance at a single scanning path (Fig. 4). Compared with a method with one-sided initial profile deviation, the proposed path planning method with two-sided initial profile deviation can reduce the number of scanning paths under the same maximum profile deviation or scanning paths (Fig. 6). The proposed method can effectively reduce the deviation of the curved section from the planned path. Without error compensation, the deviation is much greater under the same bending angle error, compared with using error compensation (Fig. 9). A half-sine surface forming experiment is designed to verify the error compensation method. The formed half-sine surface has high accuracy, and the overall profile deviation is about  $-0.15\sim-0.25$  mm (Figure 14).

**Conclusions** The improved D-H modeling method can be conveniently used for tolerance analysis, error

compensation, and bending angle measurement of single-curved surface laser bending. Through the tolerance design of the bending angle of the laser bending forming of a cylindrical surface, it is found that the number of scanning paths has the most significant influence on the bending angle tolerance at each scanning path. Particularly, the number of scanning paths affects the overall size of the bending angle tolerance; the more the number of scanning paths, the narrower the bending angle tolerance band at each scanning path. The proposed path planning method with two-sided initial profile deviation can reduce the initial profile deviation of path planning. The proposed error compensation method improves the accuracy of the single-curved laser bending. It has a low tolerance requirements for the bending angle of a single scanning path and allows the two-sided error of the curved section to the target surface. The forming experiment of a half-sine surface is designed to verify the error compensation method. The formed parts have high accuracy, which show that the proposed error compensation method is effective.

**Key words** laser technique; laser bending; singly-curved surface; error compensation

**OCIS codes** 140.3390; 350.3390