

# 水下目标激光成像的可视化模型

管风, 韩宏伟\*, 张晓晖

海军工程大学兵器工程学院, 湖北 武汉 430033

**摘要** 为直观、全面、系统地分析设备参数、水体光学传输特性和目标反射特性对水下激光主动成像的影响, 为水下光电成像系统的设计优化提供可视化参考依据, 建立了水下激光主动成像的可视化模型。该模型基于蒙特卡罗方法追踪整个水下成像过程中光子的状态变化, 分别采用几何光学近似和随机碰撞原理模拟随机粗糙表面和水体悬浮粒子对光的散射, 并通过高斯物像公式获得最终的仿真图像, 实现水下目标激光成像的可视化。为验证仿真结果, 对在实验室受控水箱环境中获得的实际图像与相同参数条件下的模拟图像进行比较。结果表明, 仿真图像与实验图像具有相同的特征及变化规律, 表明该模型较好地模拟了水下激光主动成像的过程, 准确度较高、可用性较好。

**关键词** 光谱学; 主动激光成像; 可视化模型; 蒙特卡罗方法; 几何光学近似; 多次散射

中图分类号 O436

文献标志码 A

doi: 10.3788/CJL202047.0510002

## Model for Visualization of Laser Imaging of Underwater Targets

Guan Feng, Han Hongwei\*, Zhang Xiaohui

*Institute of Weaponry Engineering, Naval University of Engineering, Wuhan, Hubei 430033, China*

**Abstract** In this work, a model for the visualization of active laser imaging of underwater targets is established. The model can be used to analyze the effect of equipment parameters, water optical transmission properties, and target reflection characteristics on the active underwater laser imaging system in a direct, comprehensive, and systematic manner and provide a visual reference for further optimization of underwater optical imaging systems. The model employs the Monte Carlo method to track the state changes of photons during the entire underwater imaging process. The scattering of light by random rough surface was simulated using geometrical optics approximation. Furthermore, the random collision principle was used to simulate the process of scattering of light by particles suspended in water. Finally, a two-dimensional image was obtained using the Gauss formula, which enables the visualization of underwater target laser imaging. To verify the simulation results, the actual images obtained in the laboratory's controlled water tank were compared with the simulated images under the same parameters. The results show that the simulation images have the same characteristics and change rules as the actual images. The results show that the model can simulate the process of underwater laser active imaging well, with high accuracy and availability.

**Key words** spectroscopy; active laser imaging; visualization model; Monte Carlo method; geometrical optical approximation; multiple scattering

**OCIS codes** 300.6490; 110.0115; 110.1758; 290.1350

## 1 引言

随着人们对于海洋探测需求的不断提升, 水下激光成像技术因具有图像直观、空间分辨率高等优势<sup>[1]</sup>, 逐渐在水下目标探测领域得到了广泛的应用。但水体对光的散射和吸收作用(尤其是多次散射作用)导致水下成像过程十分复杂多变, 使得水下激光

成像系统研制过程中存在诸多不稳定因素, 因此对系统进行建模仿真是一种规避风险、优化设计的必要手段。

目前, 水下成像仿真研究方法主要包括基于 Jaffe-Mcglamery 模型<sup>[2]</sup>的方法和蒙特卡罗 (MC) 法。Sedlazeck 等<sup>[3]</sup>在 Jaffe-Mcglamery 模型的基础上加入了相机折射模型, 考虑了镜头玻璃对光折射

收稿日期: 2019-12-09; 修回日期: 2020-01-14; 录用日期: 2020-01-19

\* E-mail: 742304501@qq.com

的影响,同时根据经验体散射函数<sup>[4]</sup>建立了水下场景与海水实际参数(如叶绿素浓度或颗粒物大小)之间的关系。但该模型采用漫反射模型来计算目标表面反射光,没有考虑目标的材质及粗糙程度。通常基于 Jaffe-Mcglamery 模型的方法近似较多,计算不够精确,而 MC 法将光在水体内的传输看作大量的光子与悬浮粒子随机碰撞迁移的过程,利用随机数和概率计算其统计结果<sup>[5]</sup>,简化少,参数设置灵活,适用范围较广。王凤杰等<sup>[6]</sup>仿真了不同浓度和厚度的云雾中激光的回波特性,假设接收面为无限大平面;黄爱萍等<sup>[7]</sup>在前向散射光的仿真模型中考虑了光束宽度和接收视场角等参数。以上两个模型都未对散射介质内的目标进行成像仿真。陈宇思<sup>[8]</sup>提出了应用于医学 CT(computed tomography)成像的快速 MC 成像仿真模型,不同于传统 MC 法的对散射过程进行独立抽样,该模型是对预设的光子完整路径进行抽样,所有发射光子都可以到达探测器,大幅度提高了运算效率,但模型中目标位于射线源和探测器的中间,与水下激光成像方式不同。Li 等<sup>[9]</sup>针对目标模型为无限薄的圆柱体建立了激光距离选通水下成像系统模型,通过追踪目标的透射光来计算目标阴影与背景的对比度,并分析了散射次数与对比度的关系,但该模型中探测器所接收的是总光能量,无法根据其获得二维图像。肖国梁等<sup>[10]</sup>建立了同步扫描水下激光成像系统模型,得出了目标反射点与环境光的对比度,但该模型只给出了线阵 CCD 的图像,并且是通过 TracePro 软件来设置目标表面的光学参数的,与真实目标表面存在一定的差异。

针对以上问题,本文建立了水下目标的激光二维图像可视化模型。考虑到真实目标表面大多为随机粗糙表面,采用几何光学近似方法<sup>[11-12]</sup>来计算目标表面散射过程,将粗糙表面近似为大量微面元,追踪经微面元反射直至离开目标表面过程中光的状态变化。将几何光学近似方法与 MC 方法相结合,可同时仿真出水下目标和水体的后向散射光的二维图像。实验结果表明仿真图像的特征及变化规律与实际图像相同,所建模型可以较好地模拟水下激光主动成像过程。

## 2 仿真模型

图 1 所示为水下目标激光成像模型示意图,图中规定:光源与相机镜头平面均位于  $x$ 、 $y$  轴所成平面内,由光源中心  $O_s$  指向相机镜头中心  $O_c$  的方向

为  $y$  轴正方向,垂直于纸面向外的为  $x$  轴正方向,据此建立右手直角坐标系。待测目标平面与  $xOy$  平面平行,其中心坐标为  $(0,0,Z_a)$  且  $Z_a > 0$ ,设待测目标平面的宏观法向量沿  $z$  轴负方向。将照明光束等效为大量平行发射的光子,光束能量分布服从高斯分布,且设  $\theta_0$ 、 $\varphi_0$  为光子初始发射天顶角和方位角,  $\mathbf{k}_0$  为初始发射方向的单位矢量,  $O_s$  与  $O$  点间距离为  $Z_a \tan \theta_0$ ,  $O_c$  与  $O$  点间的距离为  $l_d$ 。相机镜头用一个薄透镜等效,其视场角为  $\text{FOV}(\alpha_{\text{FOV}})$ ,焦距为  $f'$ ,像距为  $l'$ 。用  $(u,v)$  表示 CCD 的像敏单元。

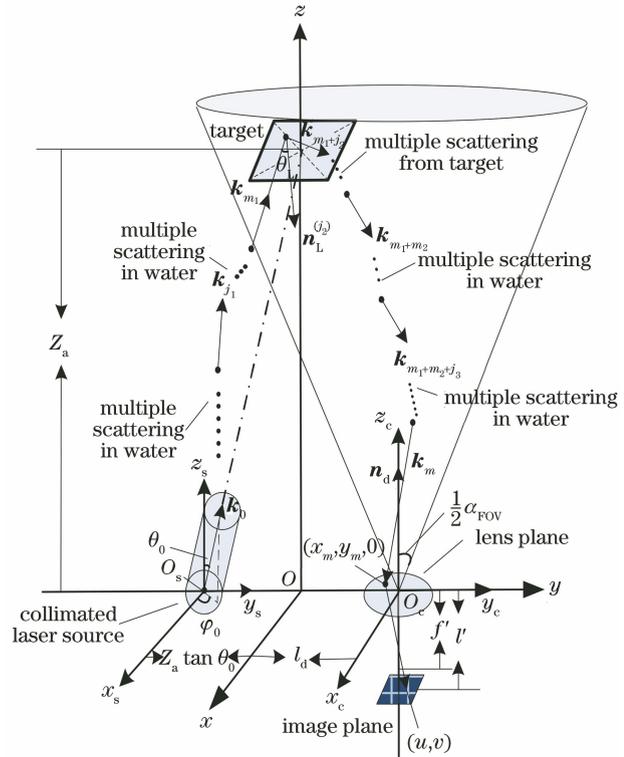


图 1 水下目标激光成像模型示意图

Fig. 1 Schematic of underwater target laser imaging model

将水体悬浮粒子和水下目标对光的散射作用等效为光子与球形均匀粒子和目标表面微面元的碰撞,经碰撞之后,光子的能量及传播方向发生改变,结合图 1,光子在水体内传播过程如表 1 所示,其中  $j_i$ 、 $m_i$  ( $i=1,2,3$ ) 分别表示光子在去程水体、目标表面和回程水体中运动时的当前碰撞次数和最大碰撞次数。 $m_1=0$  或  $m_3=0$  表明在去程水体(光源→目标)或回程水体中(目标→相机镜头)未发生散射。光子在本地微面元发生镜面反射时,  $\mathbf{n}_L$  为本地面元法向量,利用菲涅耳公式计算反射后的光子能量。考虑到表面上的多次反射,需判断是否存在下一个反射点,若存在,则令当次反射的反射光子成为下一个反射点的入射光子,追踪光子运动状态直至其离

开目标表面。 $m_2=0$  表明光子未到达目标上,只构成水体散射光。光子共经过  $m$  次碰撞 ( $m = m_1 + m_2 + m_3$ ) 到达相机镜头平面,此时光子的位置坐标为  $(x_m, y_m, 0)$ ,传播方向为  $k_m$ 。

表 1 不同传输路径内光子的传输方向

Table 1 Transmission directions of photons in different paths

Transmission path	Number of collisions	Direction of photons
Source→target	$j_1 (0 \leq j_1 \leq m_1)$	$k_{j_1}$
On target surface	$j_2 (0 \leq j_2 \leq m_2)$	$k_{m_1+j_2}$
Target→camera	$j_3 (0 \leq j_3 \leq m_3)$	$k_{m_1+m_2+j_3}$

在进行仿真之前,首先需采用表面生成法<sup>[13]</sup>在

计算机上模拟出随机粗糙表面目标,当目标表面粗糙度处于  $0.2\lambda / \cos \theta_0 < \sigma < 2\tau$  范围内时( $\lambda, \theta_0$  分别为入射波长和入射角,  $\sigma, \tau$  分别为粗糙面均方根高度和相关长度),利用几何光学近似方法可以得到较精确的结果<sup>[12]</sup>。

综上,可将水下目标激光成像 MC 模型的模拟过程分为以下几个阶段:1)对光子状态进行初始化;2)边界判断;3)光子在水体内传播时的状态更新;4)接收光子并成像。图 2 所示为所建立的 MC 仿真模型的模拟流程图,下文将给出模型中一些关键阶段所需的公式推导。

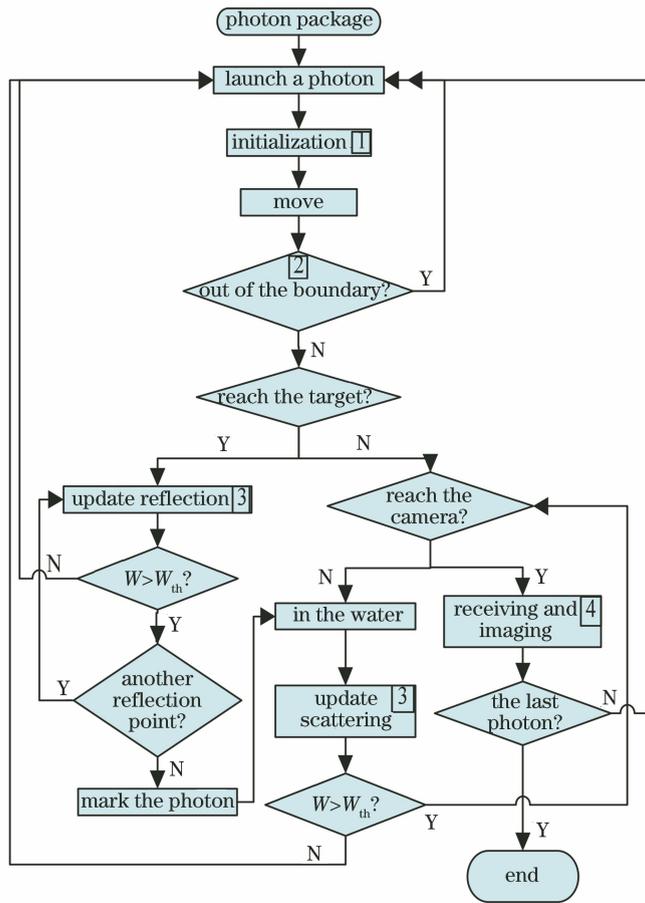


图 2 MC 模型流程图

Fig. 2 Flow chart of the MC mode

2.1 光子状态初始化

设光子的发射点坐标为  $P_0(x_0, y_0, z_0)$ ,则有  $x_0 = r \cos \varphi_s, y_0 = r \sin \varphi_s - Z_a \tan \theta_0, z_0 = 0,$

$$(1)$$

式中: $r$  表示该光子在光源平面上的径向距离; $\varphi_s$  表示光子发射点与光源中心连线的方位角,取值范围为  $[0, 2\pi]$ 。光子依据光源的强度分布特征来生成,本文采用基模高斯光束来模拟照明光源,则光子的

径向距离  $r$  服从概率分布  $f(r) = 1 - \exp[-r^2 / (2\epsilon^2)]$ ,其中  $\epsilon^2$  为光斑半径。采用获得伪随机数的方式确定光子的发射点坐标:令  $r = \sqrt{-\epsilon^2 \ln(\xi_1^2)}$ ,  $\xi_1 \in U(0, 1)$ ;令  $\varphi_s = 2\pi\xi_2, \xi_2 \in U(0, 1)$ ,其中  $U(0, 1)$  为  $[0, 1]$  内的均匀分布。图 3 所示为发射  $10^8$  个光子时所形成的光束横截面内的光子数分布。

入射光天顶角为  $\theta_0$ ,方位角为  $\varphi_0$ ,根据几何关系,可得光子的初始传播方向  $k_0 = (\sin \theta_0 \cos \varphi_0,$

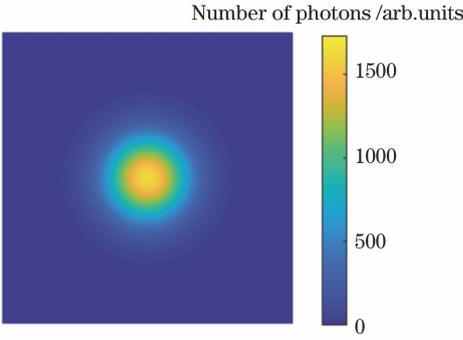


图 3 激光光束的光子数分布

Fig. 3 Photon number distribution of laser beam

$\sin \theta_0 \sin \varphi_0, \cos \theta_0$ )。用光子的权重值  $W$  表征光子能量,初始值为 1,设置阈值  $W_{th}$  为 0.0001,当  $W$  小于该阈值时,则终止对该光子的追踪。

### 2.2 边界判断

在本文所建立的全局坐标系中,用  $P$  表示光子在水体内传输过程中的坐标。两次散射之间光子的空间坐标的变换由  $\mathbf{k}$  和  $l$  决定:  $(x', y', z') = (x, y, z) + l \cdot \mathbf{k}$ , 其中  $l$  为两次散射之间光子所经过的路程,其计算式为<sup>[5]</sup>

$$l = -\frac{\ln(\zeta)}{\mu_e}, \quad (2)$$

式中:  $\zeta \in U(0, 1)$ ;  $\mu_e$  为水体的体衰减系数。

当光子在去程水体内经过  $j_1$  次散射后,光子的空间坐标为  $P_{j_1}(x_{j_1}, y_{j_1}, z_{j_1})$ ,传播方向为  $\mathbf{k}_{j_1} = (k_{j_1}^{(x)}, k_{j_1}^{(y)}, k_{j_1}^{(z)})$ ,则沿着光子当前传输方向  $\mathbf{k}_{j_1}, P_{j_1}$  与目标平面的距离  $d_1 = \left| \frac{z_{j_1} - Z_a}{k_{j_1}^{(z)}} \right|$ 。利用(2)式可获得  $l_{j_1}$ ,若  $d_1 > l_{j_1}$ ,则光子继续在水体内传播,反之,光子在下一时刻入射到目标平面。根据空间直线方程得到光子与目标平面的交点坐标:

$$\begin{cases} x_{m_1+1} = \frac{k_{m_1}^{(x)}}{k_{m_1}^{(z)}}(Z_a - z_{m_1}) + x_{m_1} \\ y_{m_1+1} = \frac{k_{m_1}^{(y)}}{k_{m_1}^{(z)}}(Z_a - z_{m_1}) + y_{m_1} \\ z_{m_1+1} = Z_a \end{cases} \quad (3)$$

若光子落到粗糙表面上,则该光子的入射点所对应的微面元的序列  $(n_x, n_y)$  可表示为

$$n_x = \left[ \frac{x_{m_1+1} - X_1}{\Delta x} \right], n_y = \left[ \frac{y_{m_1+1} - Y_1}{\Delta y} \right], \quad (4)$$

式中:  $[*]$  表示求整;  $\Delta x, \Delta y$  分别为  $x, y$  方向上的微面元长度;  $X_1, Y_1$  分别为目标上沿  $x$  轴和  $y$  轴正方向的起始坐标值。

当光子在回程水体内经过  $m_1 + m_2 + j_3$  次散射后,光子与下个散射点的距离为  $l_{m_1+m_2+j_3}$ ,同理可得沿当前传播方向  $P_{m_1+m_2+j_3}$  与相机平面的距离  $d_2$ ,若  $d_2 > l_{m_1+m_2+j_3}$ ,则光子继续在水体内传播,反之,则光子到达相机镜头所在平面,镜头平面方程为  $x^2 + (y - l_d)^2 \leq D^2/4$ ,其中  $D$  为相机的通光孔径,根据空间直线方程可计算得到光子与镜头平面的交点坐标为  $(x_m, y_m, 0)$ ,若  $x_m^2 + (y_m - l_d)^2 \leq D^2/4$  则该光子被镜头接收。

### 2.3 光子传输

#### 1) 更新传输方向

当光子与水体内悬浮粒子发生碰撞时,光子一次散射后的运动方向  $\mathbf{k}'$  可由散射角  $\theta$  和方位角  $\varphi$  计算得到。其中,  $\theta$  由经验 Henyey-Greenstein 散射相函数<sup>[5]</sup>得到,即

$$\cos \theta = \frac{1}{2g} \left[ 1 + g^2 - \left( \frac{1 - g^2}{1 - g + 2g\zeta_1} \right)^2 \right], \quad (5)$$

式中:  $\zeta_1 \in U(0, 1)$ ;  $g$  为各向异性因子。在可见光波段,  $g$  通常在 0.9 左右。方位角  $\varphi$  服从  $[0, 2\pi]$  内的均匀分布。设本地微面元的法向量为  $\mathbf{n}_L$ ,当光子到达目标表面后,其反射方向的单位矢量可表示为  $\mathbf{k}' = \mathbf{k} - 2(\mathbf{k} \cdot \mathbf{n}_L)\mathbf{n}_L$ 。

#### 2) 更新光子权重值

由于水体的吸收作用,每发生一次散射,更新一次光子权重:  $W' = (\mu_s/\mu_e)W$ ,其中  $\mu_s$  为水体的体散射系数。光子在微面元表面发生反射,更新后的光子权重值  $W' = RW$ ,其中  $R$  为反射率。根据菲涅耳公式,可得  $R = \frac{1}{2}(|r_s|^2 + |r_p|^2)$ ,其中  $r_s, r_p$  分别为该微面元入射点处 p 波和 s 波的反射系数,  $W < 0.0001$  可以视为光子能量衰竭,不再继续追踪该光子。

### 2.4 强度图像提取模型

为了更直观地描述水下目标散射光及水体后向散射光的强度特征,本文直接获得了二维图像。将相机镜头近似为薄透镜,利用高斯物像公式将不同接收方向、不同空间位置的光子映射到所对应的单个像元内。为了将三维空间的散射光成像到二维像面上,首先需将全局坐标系  $O-xyz$  下的坐标转换到相机坐标系下,接着转换到图像坐标系下,最后转换到图像像素坐标系下。图 4 所示为各坐标系之间的关系,相机坐标系中相机镜头的光心为原点  $O_c, z_c$  轴与相机镜头垂直,其负半轴指向像面,  $x_c O_c y_c$  平面平行于镜头表面,坐标系服从右手定则。设  $O-$



## 4 仿真结果及实验验证

共在三种水质(I、II、III)中对上文所述的棋盘目标进行了水下成像实验,所对应的衰减系数分别为  $0.12 \text{ m}^{-1}$ 、 $0.83 \text{ m}^{-1}$ 、 $1.162 \text{ m}^{-1}$ ,散射系数分别为  $0.08 \text{ m}^{-1}$ 、 $0.216 \text{ m}^{-1}$ 、 $0.447 \text{ m}^{-1}$ ,入射角为  $10^\circ$ ,成像距离为  $2 \text{ m}$ ;经扩束镜之后,测得目标表面的激光光斑直径为  $5 \text{ cm}$ 。根据实际的实验系统参数,设置仿真参数如下:入射光波长  $\lambda = 532 \text{ nm}$ ;  $\theta_0 = 10^\circ$ ;  $\varphi_0 = 90^\circ$ ;  $Z_a = 2 \text{ m}$ ;  $\varepsilon^2 = 0.02 \text{ m}$ ;黑色块目标的折射率  $n_B = 1.38$ ;白色块目标的折射率  $n_w = 1.536$ ;表面

均方根粗糙度  $\sigma = 1.95 \mu\text{m}$ ,表面相关长度  $\tau = 9.84 \mu\text{m}$ ;  $l_a = 0 \text{ m}$ ;相机通光孔径  $D = 8.5 \text{ mm}$ ,焦距  $f' = 12 \text{ mm}$ ,垂直视场角  $\alpha_{\text{FOV}\perp} = 28^\circ$ ,水平视场角  $\alpha_{\text{FOV}\parallel} = 46^\circ$ 。

为了减少光子浪费,提高计算效率,入射的激光光斑直径为  $5 \text{ cm}$ ,目标面尺寸与光斑直径匹配,设为  $5.09 \text{ cm} \times 5.09 \text{ cm}$ ,入射光子数为  $1.5 \times 10^9$ 。

### 4.1 目标区域的仿真及实验结果

图7所示为3种水质中目标区域图像的仿真及实验结果,第一行为仿真结果,第二行为实验结果,从左至右所对应的水体水质分别为I、II、III。

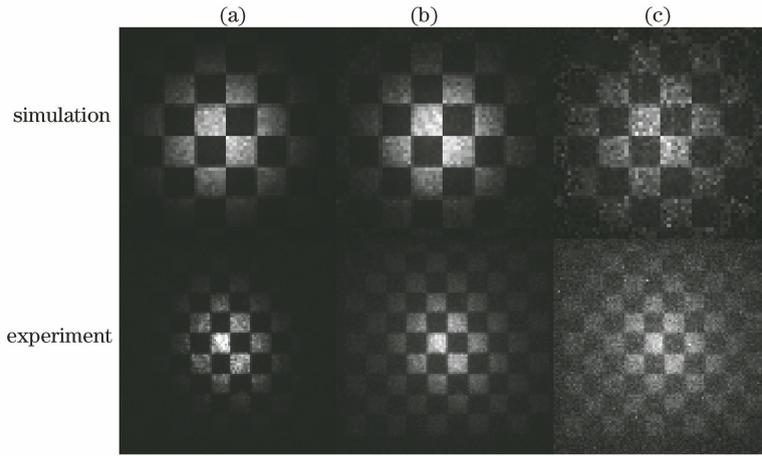


图7 目标区域的仿真及实验图像。(a)水质I;(b)水质II;(c)水质III

Fig. 7 Images of simulation and experiment of target region. (a) Water I; (b) water II; (c) water III

主观上比较,由图7可知,随着水质的变差,目标区域的清晰度逐渐降低,由于水体的多次散射作用,目标表面被照亮的面积增大,仿真图像和实验图像的变化趋势一致。客观上,采用无参考图像质量评价标准BRISQUE<sup>[17]</sup>对目标区域图像进行计算,并比较同一种水质下的仿真与实验结果的相对误差。计算结果如表2所示,随着水质的变差,仿真和实验图像的BRISQUE参数都呈增大趋势,表明随着水体散射系数增大,目标区域的图像的对比度降低,仿真和实验结果的最大相对误差为2.71%。

表2 仿真及实验结果的BRISQUE参数

Table 2 BRISQUE value of results of simulation and experiment

Water	BRISQUE		
	Simulation	Experiment	Error / %
I	30.9214	30.1065	2.71
II	58.9921	58.7636	0.388
III	62.5531	60.9476	2.63

### 4.2 总体图像的仿真及实验结果

图8所示为同时包含目标及后向散射光的总体仿真和实验图像,为了便于观察仿真结果,第一、二

列分别列出三维仿真图像和二维仿真图像,第三列为实验图像,第一至三行所使用的水体水质分别为I、II、III。主观比较图8(a)、(d)、(g)可知,随着水体散射系数增大,后向散射光的强度逐渐增强,且目标的前向散射光也显著增强。客观上,为了比较目标强度与水体后向散射光强度的关系,对所有的图像进行归一化,如图8(i)所示,框选出了5块区域,计算所有仿真和实验图像在这些区域内的归一化光强的均值,区域1为目标光斑中心,平均光强设为  $I_t$ ,区域2~5为成像距离逐渐减小的后向散射光区域,设平均相对光强为  $I_b$ 。计算每幅图像后向散射光与信号光的比值,计算结果如图9所示。由图9可知:随着水体散射系数的增大,  $I_b/I_t$  增大。当散射不太强时,后向散射光的强度分布几乎不随成像距离变化,但当散射足够强时,后向散射光的强度随着成像距离的增大迅速减弱,仿真图像和实验图像均符合以上趋势。但是在水质I、II条件下,目标和后向散射光的相对光强仿真结果较好;在水质III条件下,仿真图像的后向散射光平均光强的变化率大于实验图像。分析可能跟所加入的  $\text{SiO}_2$  微球的沉

降有关,根据沉降速率测量结果,所加入粒子的浓度越大,沉降越快,所以在水质 III 下进行实验时,实

际的散射系数可能比标定的值偏小,这导致后向散射光强度上升的速率降低。

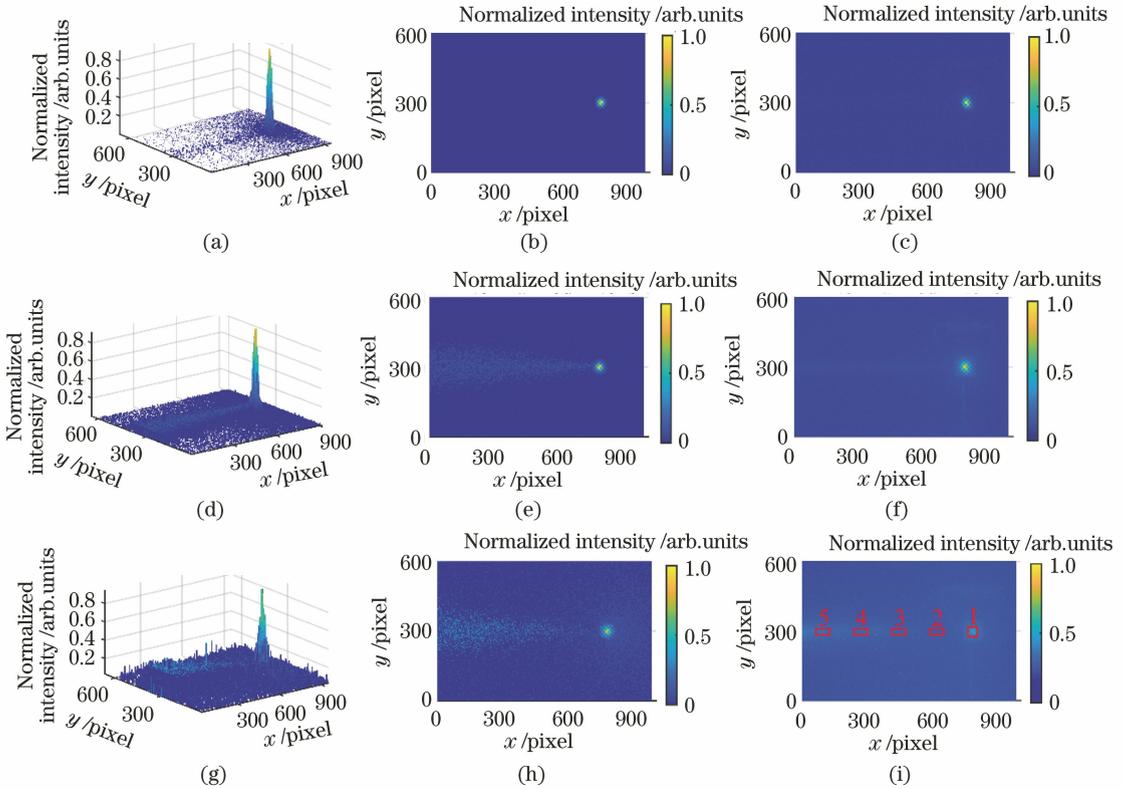


图 8 总体图像的仿真及实验结果。(a)(b)水质 I 下的仿真结果;(c)水质 I 下的实验结果;

(d)(e)水质 II 下的仿真结果;(f)水质 II 下的实验结果;(g)(h)水质 III 下的仿真结果;(i)水质 III 下的实验结果

Fig. 8 Results of simulation and experiment of entire image. (a)(b) simulation under water I; (c) experiment under water I;

(d)(e) simulation under water II; (f) experiment under water II; (g)(h) simulation under water III; (i) experiment under water III

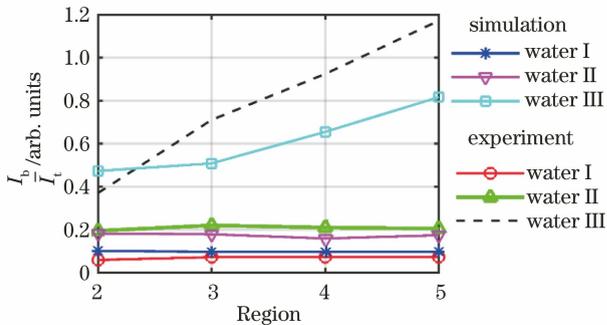


图 9 区域 2~5 的后向散射光与目标区域的平均光强的比值

Fig. 9 Ratio of average light intensity of backscattered light to that of target area in areas 2 to 5

综上,通过对不同水质下的同一典型目标的仿真和实验结果进行比较,可知所建立的水下目标激光仿真模型可以正确地模拟水下目标反射特性,以及水体后向散射光强的分布特性,准确度较高,并且仿真结果十分直观简洁,参数丰富,变化灵活,可以用于仿真多种不同条件下的水下激光成像。

## 5 结 论

本文建立了基于 MC 方法的水下激光成像可视化模型,并通过仿真与实验结果比较验证了模型的有效性。下一步还可对水下连续光成像的最远成像距离,以及不同材质的典型水下目标的反射特性等进行进一步研究,为水下光电成像装备的设计优化提供可视化参考依据。目前,模型存在的问题是计算效率还有待提高,由于计算时间的限制,无法设定更多的光子数,因此后向散射光在图像上看起来分布的相对离散,不能形成类似实验图像一样的片状效果,未来还需将模型进行改进。除此之外,还考虑根据粒子粒径与碰撞概率的关系,对含有多粒径粒子的水体进行模拟,以更贴近实际水体。

## 参 考 文 献

[1] Zhang Q B, Zhang X H, Han H W. Optimization of underwater photoelectric image quality based on deep convolutional neural networks [J]. Acta Optica

- Sinica, 2018, 38(11): 1110004.  
张清博, 张晓晖, 韩宏伟. 一种基于深度卷积神经网络的水下光电图像质量优化方法 [J]. 光学学报, 2018, 38(11): 1110004.
- [2] Jaffe J S. Underwater optical imaging: the past, the present, and the prospects [J]. IEEE Journal of Oceanic Engineering, 2015, 40(3): 683-700.
- [3] Sedlazeck A, Koch R. Simulating deep sea underwater images using physical models for light attenuation, scattering, and refraction [C] // Proceedings of the 16th Annual Workshop on Vision, Modeling and Visualization. [S. l.]: The Eurographics Association, 2011: 49-56.
- [4] Kopelevich O V, Mezhericher E M. Calculation of the spectral characteristics of light scattering by sea water [J]. Izvestiya, Atmospheric and Oceanic Physics, 1983, 19(2): 144-148.
- [5] Wang L, Jacques S L. Monte Carlo modeling of light transport in multi-layered tissues in standard C [D]. Houston: The University of Texas, MD Anderson Cancer Center, 1992: 25-26.
- [6] Wang F J, Chen H M, Ma C, et al. Research on the characteristics of fog backscattering laser echo [J]. Infrared and Laser Engineering, 2018, 47 (5): 0506002.  
王凤杰, 陈慧敏, 马超, 等. 云雾后向散射激光回波特性研究 [J]. 红外与激光工程, 2018, 47 (5): 0506002.
- [7] Huang A P, Zhang Y L, Tao L W. Monte Carlo simulation on channel characteristics of underwater laser communications [J]. Infrared and Laser Engineering, 2017, 46(4): 0422004.  
黄爱萍, 张莹珞, 陶林伟. 蒙特卡洛仿真的水下激光通信信道特性 [J]. 红外与激光工程, 2017, 46(4): 0422004.
- [8] Chen Y S. A Metropolis Monte Carlo simulation scheme for fast photon transport in cone beam CT [D]. Guangzhou: Southern Medical University, 2018: 19-34.  
陈宇思. 基于 Metropolis 的 CBCT 光子输运快速蒙特卡罗模拟 [D]. 广州: 南方医科大学, 2018: 19-34.
- [9] Li S F, Wang R B, Chen G H. Monte Carlo based angular analysis of multiple scattered photons for underwater optical imaging [J]. Optica Applicata, 2018, 48(2): 237-249.
- [10] Xiao G L, Tu D W, Zhang X. Monte Carlo simulation and optimal design of synchronous scanning underwater laser imaging system [J]. Laser & Infrared, 2019, 49(8): 950-955.  
肖国梁, 屠大维, 张旭. 同步扫描水下激光成像系统的蒙特卡洛仿真及优化 [J]. 激光与红外, 2019, 49 (8): 950-955.
- [11] Hyde M W, Schmidt J D, Havrilla M J. A geometrical optics polarimetric bidirectional reflectance distribution function for dielectric and metallic surfaces [J]. Optics Express, 2009, 17(24): 22138-22153.
- [12] Chen X, Sun C, Xia X L. Spectral scattering properties analysis of semitransparent medium layer with rough surface by microfacet slope method [J]. Acta Optica Sinica, 2012, 32(12): 1229001.  
陈学, 孙创, 夏新林. 基于微面斜率法的粗糙表面半透明介质层光谱散射特性分析 [J]. 光学学报, 2012, 32(12): 1229001.
- [13] Chen H, Hu Y Z, Wang H, et al. Computer simulation of rough surfaces [J]. Lubrication Engineering, 2006, 31(10): 52-55, 59.  
陈辉, 胡元中, 王慧, 等. 粗糙表面计算机模拟 [J]. 润滑与密封, 2006, 31(10): 52-55, 59.
- [14] Ding K, Huang Y W, Jin W Q, et al. Experimental study on the relationship between attenuation coefficient of blue-green laser transmission and the water turbidity [J]. Infrared Technology, 2013, 35 (8): 467-471.  
丁琨, 黄有为, 金伟其, 等. 水下蓝绿激光传输的衰减系数与水体浊度关系的实验研究 [J]. 红外技术, 2013, 35(8): 467-471.
- [15] Grimwood A, Garcia L, Bamber J, et al. Elastographic contrast generation in optical coherence tomography from a localized shear stress [J]. Physics in Medicine and Biology, 2010, 55(18): 5515-5528.
- [16] Pogue B W, Patterson M S. Review of tissue simulating phantoms for optical spectroscopy, imaging and dosimetry [J]. Journal of Biomedical Optics, 2006, 11(4): 041102.
- [17] Mittal A, Moorthy A K, Bovik A C. No-reference image quality assessment in the spatial domain [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2012, 21 (12): 4695-4708.