

部分子孔径缺光对夏克-哈特曼波前传感器 波前复原的影响

魏平^{1,2,3,4}, 李新阳^{1,3*}, 罗曦^{1,3}, 李剑峰²

¹中国科学院自适应光学重点实验室, 四川 成都 610209;

²电子科技大学光电科学与工程学院, 四川 成都 610054;

³中国科学院光电技术研究所, 四川 成都 610209;

⁴中国科学院大学, 北京 100049

摘要 对比研究缺光子孔径斜率置零复原法和缺光子孔径去除复原法的波前复原误差。首先研究了单子孔径缺光的情况,分析表明:缺光子孔径斜率置零法的波前复原误差呈现随子孔径中心相对全口径中心的半径的增大而增大的规律,即孔径中心部分的缺光子孔径的复原误差小,孔径边沿缺光子孔径的复原误差大;而缺光子孔径去除法的波前复原误差在孔径上分布比较均匀并且较小。缺光的子孔径数目增加后,波前复原误差也随之增加。对比研究了多子孔径缺光的情况,结果表明缺光子孔径去除复原法虽然计算量大,但波前复原误差要小得多。

关键词 信号处理; 夏克-哈特曼波前传感器; 斜率置零法; 子孔径去除法; 波前复原误差

中图分类号 O438.2

文献标志码 A

doi: 10.3788/CJL202047.0409002

Influence of Lack of Light in Partial Subapertures on Wavefront Reconstruction for Shack-Hartmann Wavefront Sensor

We Ping^{1,2,3,4}, Li Xinyang^{1,3*}, Luo Xi^{1,3}, Li Jianfeng²

¹Key Laboratory on Adaptive Optics, Chinese Academy of Sciences, Chengdu, Sichuan 610209, China;

²School of Optoelectronic Science and Engineering, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu, Sichuan 610054, China;

³Institute of Optics and Electronics, Chinese Academy of Sciences, Chengdu, Sichuan 610209, China;

⁴University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China

Abstract In this study, we compare the wavefront reconstruction error (WRE) of the slope zeroing and subaperture removal recovery methods for the lack of light in subapertures. For lack of light in a single subaperture, results show that the WRE of the slope zeroing method increases with the increase in the radius of the subaperture center relative to the center of the full aperture. The WRE owing to the lack of light in the subaperture in the central part of the aperture is small, whereas this error along the edge of the aperture is large. In contrast, the WRE of the subaperture removal method owing to the lack of light in the subaperture is observed to be uniform and small in the aperture. The WRE increases with the increase in the number of subapertures lacking light. In addition, we investigate and compare such cases of multiple subapertures that lack light. Results show that although the calculation of the subaperture removal method for lack of light in subapertures is complex, the WRE of the subaperture removal method is much smaller than that of the slope zeroing method.

Key words signal processing; Shack-Hartmann wavefront sensor; slope zeroing method; subaperture removal method; wavefront reconstruction error

OCIS codes 070.4560; 070.2025; 070.7345

收稿日期: 2019-10-12; 修回日期: 2019-11-07; 录用日期: 2019-11-19

基金项目: 国家自然科学基金(61505215)

* E-mail: xyli@ioe.ac.cn

1 引 言

激光在大气中传输时,大气湍流会引起光像抖动和光闪烁等,从而导致成像模糊、光能分散、分辨率下降^[1]。自适应光学(AO)技术被广泛用于校正由大气湍流引起的畸变波前,并将成像分辨率恢复至接近望远镜的衍射极限^[2]。波前传感器是AO望远镜系统的重要组成部分,夏克-哈特曼波前传感器(SHWS)是目前应用较为广泛的波前传感器^[3-5]。

当在大气中传输的激光受到强湍流运动的调制,或者AO系统光路被云遮挡,又或者观察目标信号弱小时,哈特曼波前传感器的部分子孔径将接收不到有效的光信号或者接收到错误的信号。这种情况下,在闭环AO系统中,波前探测误差经过持续叠加后将会明显增大,而且会引起变形镜驱动器的不稳定,因此需要实时地对这部分子孔径进行有效处理。

AO系统中,缺光子孔径斜率置零法因具有不用换控制矩阵且波前复原误差较小的优点而被广泛使用,但是并没有学者研究缺光子孔径的位置以及数量对波前复原误差的影响。单子孔径或少量子孔

径缺光时,采用插值法可以减小波前复原误差,但是由于缺光子孔径位置的不确定性会增加计算时间,同时考虑到系统实时性的需求,插值法在实际AO系统中不常用,并且多子孔径缺光时,插值法无法进行准确的斜率数据估计。本文采用斜率置零法和子孔径去除法处理缺光子孔径,分析了单子孔径、连续多子孔径及非连续多子孔径的缺光对夏克-哈特曼传感器的整体波前复原的影响,得出对学术研究和工程应用有参考价值的研究结论。

2 夏克-哈特曼波前传感器工作原理与数值模拟

夏克-哈特曼波前传感器工作原理如图1所示。夏克-哈特曼波前传感器用一个透镜阵列对波前进行分割采样,每个子透镜作为一个子孔径并将光束聚焦到CCD上形成光斑阵列图像。当入射光束有波前畸变时,子孔径范围内的波前倾斜将造成光斑漂移。通过测量光斑在X、Y方向上的漂移量,求出各子孔径范围内的波前在这两个方向上的平均斜率,再利用波前重构即可得到整个畸变波前的相位分布。

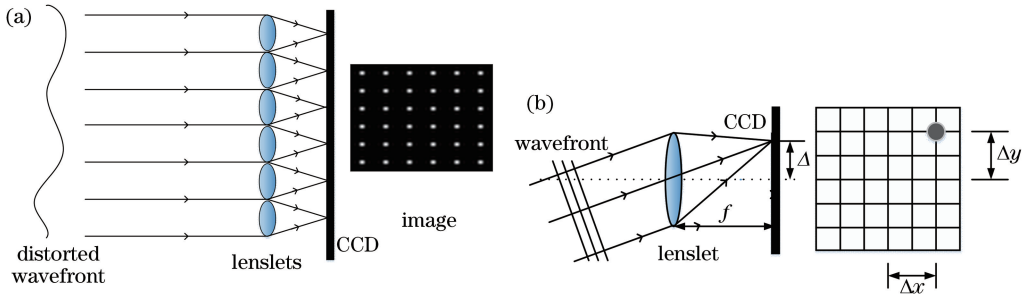


图1 夏克-哈特曼波前传感工作原理。(a)夏克-哈特曼波前传感器工作原理示意图;(b)单个子波面平均斜率探测原理图

Fig. 1 Working principle of SHWS. (a) Schematic of working principle of SHWS; (b) detection principle of average slope of single wave surface

子孔径光斑定位的计算式为^[6-7]

$$(x_i, y_i) = \left[\frac{\sum_{m=1}^N \sum_{n=1}^N x_{nm} (I_{nm} - T)}{\sum_{m=1}^N \sum_{n=1}^N (I_{nm} - T)}, \frac{\sum_{m=1}^N \sum_{n=1}^N y_{nm} (I_{nm} - T)}{\sum_{m=1}^N \sum_{n=1}^N (I_{nm} - T)} \right], \quad (1)$$

式中: I_{nm} 为像素点 (n, m) 处的灰度值(ADU); (x_{nm}, y_{nm}) 为像素点 (n, m) 的坐标; (x_i, y_i) 为待测光斑的位置;子孔径尺寸为 $N \times N$ (单位:pixel); T 为灰度阈值,用于分割信号与噪声。当子孔径缺光或者信号较弱时,(1)式中的

$$\sum_{m=1}^N \sum_{n=1}^N (I_{nm} - T) \approx 0. \quad (2)$$

子孔径光斑质心的计算结果 (x_i, y_i) 可能出现异常极大值,或受噪声影响变得不确定。这时波前探测的误差很大。为了避免这种情况,需要实时地对这部分子孔径进行有效处理。

采用K-L展开的Zernike多项式系数的协方差矩阵模拟经过大气湍流的随机畸变波前相差。畸变波前仿真参数为65阶Zernike多项式,望远镜的口径 D 为120 cm,大气相干长度 R_0 为12 cm,激光波长 λ 为532 nm。在构造波前时,先将倾斜项系数置零。典型的模拟波前相差分布如图2(a)所示。

3000 frame波前相差图像的 Zernike 系数的理论方差与仿真方差统计结果如图 2(b)所示。由图 2(b)可知,仿真产生的 Zernike 多项式系数的协方差与理论

值接近,结果验证了本文大气湍流随机畸变波前模拟的正确性。模拟的湍流相差的 RMS(root mean square)与 PV(peak value)分别为 0.3186λ 和 3.1517λ 。

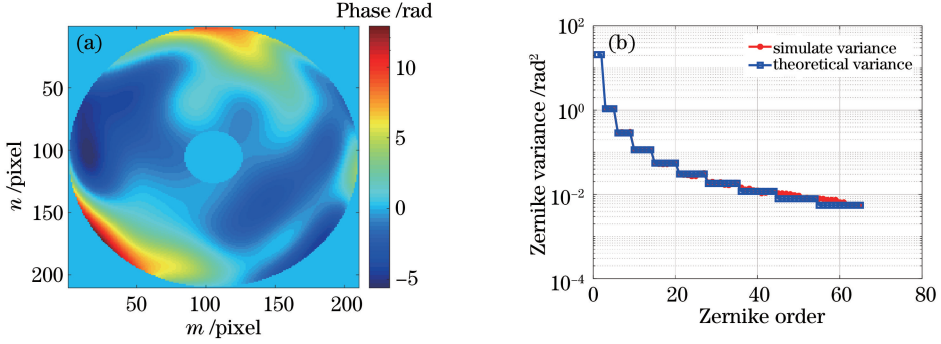


图 2 大气湍流随机畸变波前相差的模拟与验证。(a) 典型的模拟波前相差图;
(b) Zernike 多项式系数方差的理论值与仿真值

Fig. 2 Simulation and verification of random distorted wavefront phase different of atmospheric turbulence.

(a) Typical simulated wavefront phase; (b) theoretical and simulation values of Zernike coefficient variance

夏克-哈特曼波前探测器图像的尺寸为 $200 \text{ pixel} \times 200 \text{ pixel}$,光瞳直径为 210 pixel ,子孔径横向排布为 12×12 ,子孔径尺寸为 $16 \text{ pixel} \times 16 \text{ pixel}$,探测器的子孔径排布和所得光斑如图 3 所示。根据

AO 分辨率,同时考虑测试的精度和视场大小,设计的子孔径分辨率是 $2.66 \mu\text{rad}/\text{pixel}$,对应视场约为 $40 \mu\text{rad}$,则理想光斑的半峰全宽是 2 pixel ,该参数与文献[8]中的光斑的最佳半峰全宽一致。

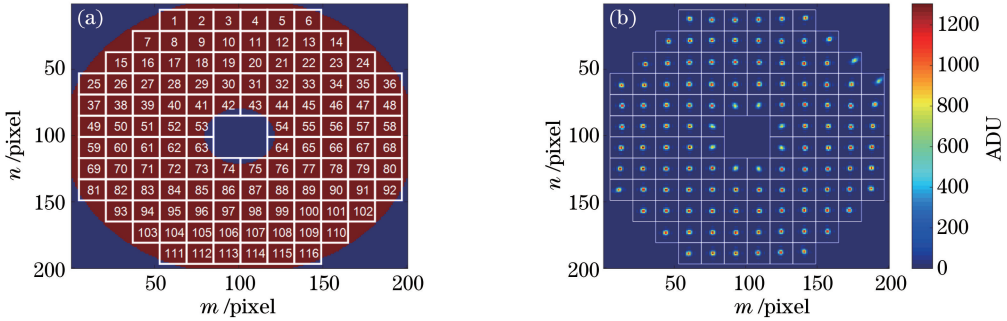


图 3 夏克-哈特曼传感器子孔径排布及光斑型态。(a)子孔径排布;(b)光斑图

Fig. 3 Subaperture arrangement and light pattern of SHWS. (a) Subaperture segmentation; (b) light pattern

本文采用的 Zernike 模式波前复原算法的计算式为

$$\mathbf{A} = \mathbf{D}^+ \mathbf{G} \Rightarrow \begin{bmatrix} a_1 \\ a_1 \\ \vdots \\ a_v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & \cdots & Z_{1v} \\ Z_{21} & Z_{22} & \cdots & Z_{2v} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ Z_{2u,1} & Z_{2u,2} & \cdots & Z_{2u,v} \end{bmatrix}^+ \begin{bmatrix} g_1 \\ g_2 \\ \vdots \\ g_{2u} \end{bmatrix}, \quad (3)$$

式中: \mathbf{A} 为由 Zernike 系数构成的列向量; \mathbf{D} 为复原

矩阵,可根据夏克-哈特曼波前传感器的结构参量获得, \mathbf{D}^+ 为 \mathbf{D} 的广义逆矩阵; \mathbf{G} 为由各子孔径 XY 方向的斜率构成的列向量; u 与 v 分别表示子孔径个数和 Zernike 多项式系数的总项数。

Southwell 模型如图 4 所示,相邻栅格点的相位差与相邻栅格点的中点的斜率对应。本文采用的区域法波前复原算法的计算式为

$$\begin{cases} \frac{1}{2}(S_{i+1,j}^{(x)} + S_{i,j}^{(x)}) = \frac{1}{h}(\rho_{i+1,j} - \rho_{i,j}), & i=1 \sim (M-1), j=1 \sim M \\ \frac{1}{2}(S_{i+1,j}^{(y)} + S_{i,j}^{(y)}) = \frac{1}{h}(\rho_{i,j+1} - \rho_{i,j}), & i=1 \sim M, j=1 \sim (M-1) \end{cases}, \quad (4)$$

式中: S 为栅格点间的斜率; ρ 为栅格点的相位; $M \times M$ 为待估计相位点个数; $h = D/M$, h 为与望

远镜相关的参数, D 为望远镜孔径尺寸。可以通过最小二乘法解出(4)式中的待估计相位点。

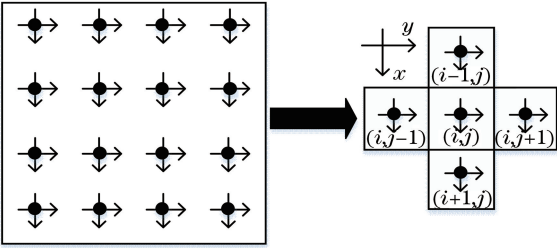


图 4 Southwell 模型

Fig. 4 Southwell model

本文波前复原误差(E_{WR})的计算式为

$$E_{WR} = \sqrt{\sum_{m=1}^{N_w} \sum_{n=1}^{N_w} [(W_{rnm} - W_{omn}) \cdot A_{mn} - u_w]^2 / N_A}, \quad (5)$$

$$u_w = \sum_{m=1}^{N_w} \sum_{n=1}^{N_w} (W_{rnm} - W_{omn}) \cdot A_{mn} / N_A, \quad (6)$$

$$A_{mn} = \begin{cases} 1, & \text{effective point} \\ 0, & \text{invalid point} \end{cases}, \quad (7)$$

式中: W_{omn} 、 W_{rnm} 分别表示原始波前相差与重构波前相差; N_w 表示正方形波前相差图像的长度和宽

度所占像素数; N_A 表示有效孔径内的计算像素数的总和。相对波前复原误差(E_{RWR})的计算式为

$$E_{RWR} = E_{WR} / \sigma, \quad (8)$$

式中: σ 为模拟的湍流相差的 RMS 值。

文献[9]中指出无噪声时子孔径排布为 12×12 的 Zernike 模式法波前复原的最优阶数为 65 阶,考虑噪声时最优阶数约为 60 阶,因此本文采用复原阶数 60 阶进行波前复原。区域法复原采用 Southwell 模型,通过将波面压缩为 $12 \text{ pixel} \times 12 \text{ pixel}$ 来计算出 12×12 个待估计相位点的复原误差。

3 斜率置零法与子孔径去除法

斜率置零法是指当夏克-哈特曼波前传感器的部分子孔径没有接收到有效的光信号时,在进行波前复原过程中将这部分的子孔径的斜率置零。根据图 3 中的子孔径编号,采用斜率置零法依序对单子孔径进行缺光处理,例如编号为 1 的子孔径缺光,采用区域法与模式法进行复原的过程如图 5 所示。

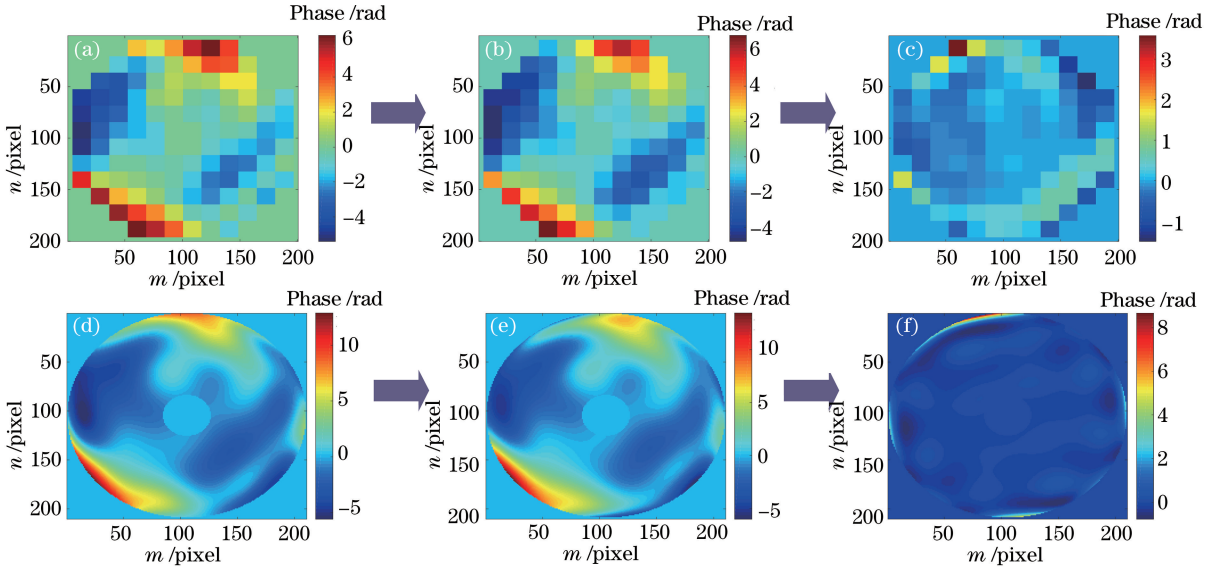


图 5 区域法复原与模式法复原过程图。(a)区域法的初始波前;(b)区域法的重构波前;

(c)区域法的残差图;(d)模式法的初始波前;(e)模式法的重构波前;(f)模式法的残差图

Fig. 5 Reconstruction process diagram of modal and zonal algorithms. (a) Zonal algorithm: original wavefront; (b) zonal algorithm: reconstructed wavefront; (c) zonal algorithm: residual plot; (d) modal algorithm: original wavefront; (e) modal algorithm: reconstructed wavefront; (f) modal algorithm: residual plot

单子孔径的空间位置对波前复原误差的影响可用影响因子表示。将 116 个单子孔径斜率置零法得到的相对波前复原误差从小到大排序,每个子孔径对应一个序号(1~116)且用该序号代替原有的相对波前复原误差数值。第 i 个子孔径的波前复原误差影响因子(η_i)的计算式为

$$\eta_i = \sum_{f=1}^F E_{if} / (F \times u), \quad (9)$$

式中: E_{if} 为第 i 个子孔径缺光时斜率置零的相对波前复原误差对应的序号; F 表示图像统计帧数; u 表示子孔径个数。统计 3000 frame 图像的各子孔径的波前复原误差影响因子,如图 6 所示。标尺中数

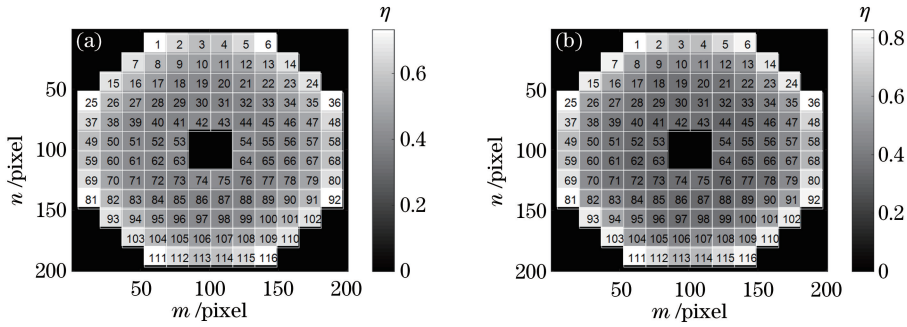


图 6 单子孔径斜率置零后的波前复原误差影响因子。(a)区域法;(b)模式法波

Fig. 6 Wavefront reconstruction error impact factors of the slope zeroing for single subaperture.

(a) Zonal algorithm; (b) modal algorithm

值(0~1)越大的子孔径缺光对整体波前复原的影响越大即波前复原误差越大。

图 6(a)和 6(b)均表明,单子孔径斜率置零后的波前复原误差呈径向分布,并且由内而外呈逐渐增大的趋势。区域法与模式法波前复原得到的分布规律是一致的。

子孔径去除法是指当夏克-哈特曼波前传感器的部分子孔径没有接收到有效的光信号时,在进行波前复原过程中将这部分子孔径去除,并实时地对复原矩阵进行相应的更改。根据子孔径排序,采用子孔径去除法依序对单子孔径进行缺光处理。由于子孔径去除法采用区域法进行波前复原时不能得到去除子孔径的相位信息,所以这时均利用模式法复原波前。

单子孔径缺光时采用子孔径去除法进行处理,统计 600 frame 图像的各子孔径的波前复原误差影响因子,如图 7 所示。波前复原误差影响因子的计算过程与斜率置零法一样。标尺中数值越大的子孔径缺光对整体波前复原的影响越大。

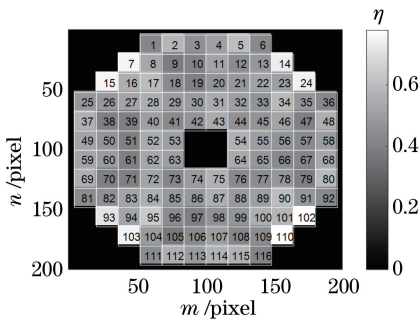


图 7 去除单子孔径后的波前复原误差影响因子

Fig. 7 Wavefront reconstruction error impact factors after single subaperture removal

由图 7 可知,针对单子孔径缺光的情况,去除子孔径后的波前复原误差影响因子在空间分布上除了

边缘子孔径缺光引起误差较大以外没有其他明显的规律。

下面分析非连续多子孔径与连续多子孔径缺光对波前复原误差的影响。子孔径中心到靶面中心的距离相等的非连续 8 个子孔径区域如图 8 中 A~J 区域所示。连续的 12 子孔径区域对应 K~O 区域,边缘 12 子孔径(P)缺光,如图 9 所示。

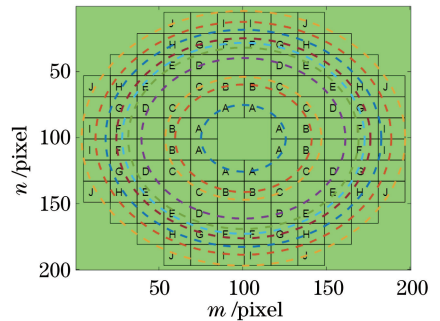


图 8 缺光非连续子孔径区域 A~J

Fig. 8 Discontinuous subaperture region A-J of lack of light

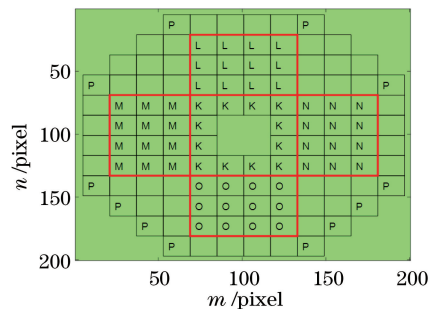


图 9 缺光连续子孔径区域 K~P

Fig. 9 Continuous subaperture region K-P of lack of light

按照 A~J、K~P 顺序,设定图 8 与图 9 中对应的 A~J、K~P 区域子孔径缺光,并对缺光的子孔径做斜率置零与去除处理。缺光子孔径做斜率置零处理时,采用模式法和区域法两种方法进行波前复原;缺光子孔径做去除处理时,采用区域法进行波前复

原。相应的 A~J、K~P 区域子孔径斜率置零与子孔径去除后的相对波前复原误差如图 10 所示。注意该结果是取 3000 frame 夏克-哈特曼波前传感器图像的相对波前复原误差的平均值。图 10(a) 中的横坐标对应 A~J 区域的子孔径缺光。图 10(b) 中的横坐标对应 K~P 区域的子孔径缺光。

图 10(a) 表明随着子孔径中心到靶面中心距离的增大, 缺光子孔径斜率置零后的相对波前复原误差也随之增大。图 10(b) 中 L~O 区域子孔径斜率置零后的相对波前复原误差几乎相同, 这表明缺光子孔径斜率置零对波前复原的影响具有中心对称

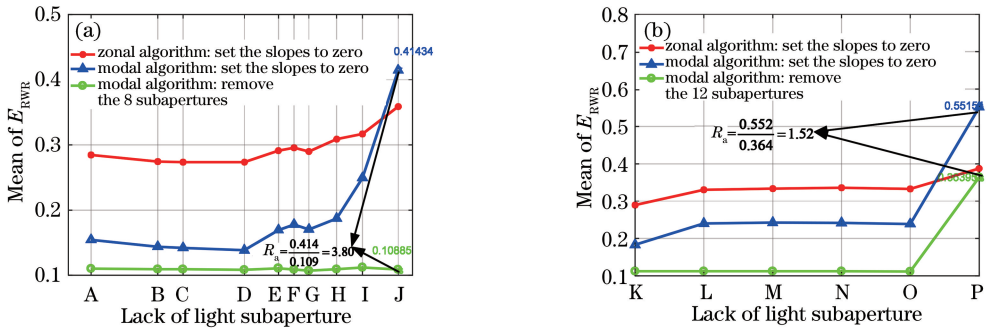


图 10 子孔径斜率置零与子孔径去除的相对波前复原误差。(a) A~J 区域;(b) K~P 区域
Fig. 10 Relative wavefront reconstruction errors of subapertures slope zeroing and removal.

(a) A~J region; (b) K~P region

4 结 论

夏克-哈特曼波前传感器的部分子孔径缺光时, 经过多帧图像的波前复原误差的累积后, 波前复原误差将会明显增大, 这会影响整个 AO 系统的闭环工作。本文采取了斜率置零法和子孔径去除法两种方法来处理这部分缺光子孔径。数值仿真分析表明: 单子孔径缺光时, 子孔径斜率置零后的波前复原误差呈径向分布, 具有中心对称性, 并且由内而外呈逐渐增大的趋势; 采用去除子孔径法处理后的波前复原误差没有特定的规律。缺光的子孔径数目增加后, 波前复原误差也增加了。多子孔径缺光时, 采用去除子孔径法比斜率置零法处理缺光子孔径引起的波前复原误差小, 但是会增加计算时间并占用存储空间。在实际的 AO 系统应用中要充分考虑应用需求, 采取最适合的缺光子孔径处理方法。虽然本文是在特定参数情况下进行的分析, 但是得到的结论具有一定的普适性。针对其他的参数情况, 也可采用类似的方法进行研究, 从而获得有益的结论。

参 考 文 献

[1] Roddier F. The effects of atmospheric turbulence in

性。边缘缺光子孔径比中间缺光子孔径斜率置零引起的相对波前复原误差大, 且缺光的子孔径数目增加后, 相对波前复原误差也大幅增加了。区域法与模式法波前复原得到的结论一致。

采用模式法复原时, 子孔径斜率置零引起的误差比去除子孔径引起的误差大。当有 8 个和 12 个边缘子孔径缺光时, 两种处理方法得到的波前复原误差的比例 R_a 分别为 3.80 和 1.52。因此, 在少量边缘子孔径缺光时, 子孔径去除法的优势明显, 但是子孔径去除法需要实时地更新重构矩阵, 会增加计算时间和占用更多的存储空间。

optical astronomy[M] // Wolf E. Progress in optics. Amsterdam: North-Holland Publishing Company, 1981, 19: 281-376.

[2] Booth M J. Adaptive optical microscopy: the ongoing quest for a perfect image [J]. Light: Science & Applications, 2014, 3(4): e165.

[3] Daniel R, James C, David A. Shack-Hartmann wavefront sensor precision and accuracy [J]. Proceedings of SPIE, 2002, 4779: 148-160.

[4] Primot J. Theoretical description of Shack-Hartmann wave-front sensor [J]. Optics Communications, 2003, 222: 81-92.

[5] Soloviev O, Vdovin G. Hartmann-Shack test with random masks for modal wavefront reconstruction [J]. Optics Express, 2005, 13(23): 9570-9584.

[6] Shi Y P, Liu C L. Positioning accuracy improvement of spot centroid for Shack-Hartmann wavefront sensor [J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2017, 54(8): 081201.
师亚萍, 刘缠牢. 提高夏克-哈特曼波前传感器光斑质心的定位精度 [J]. 激光与光电子学进展, 2017, 54(8): 081201.

[7] Li C L, Hu X Q. Study on centroid-of-correlation-function approach for estimating sub-image shifts in extended scene Shack-Hartmann wavefront sensor

- [J]. *Acta Optica Sinica*, 2017, 37(9): 0928003.
- 李臣亮, 胡新奇. 计算扩展目标夏克-哈特曼波前传感器子图像偏移量的相关函数质心法研究[J]. *光学学报*, 2017, 37(9): 0928003.
- [8] Thomas S, Fusco T, Tokovinin A, et al. Comparison of centroid computation algorithms in a Shack-Hartmann sensor[J]. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 2006, 371(1): 323-336.
- [9] Li X Y, Jiang W H. Zernike modal wavefront reconstruction error of a Shack-Hartmann sensor in atmosphere turbulence: theory and experiment [J]. *Proceedings of SPIE*, 2002, 4926: 119-126.