

# 基于圆心真实图像坐标计算的高精度相机标定方法

卢晓冬<sup>1</sup>, 薛俊鹏<sup>2,3\*</sup>, 张启灿<sup>3</sup>

<sup>1</sup>中国工程物理研究院机械制造工艺研究所, 四川 绵阳 621900;

<sup>2</sup>四川大学空天科学与工程学院, 四川 成都 610065;

<sup>3</sup>四川大学电子信息学院, 四川 成都 610065

**摘要** 在基于圆点阵二维平面靶标的相机标定方法中, 直接在拍摄的靶标图像中提取的椭圆中心并非真实的圆心投影点, 该圆心成像投影偏差必然会降低相机参数标定精度。基于此, 提出将靶标图像逆向投影至空间虚拟矩阵以获得真实圆心像点的迭代标定算法。首先, 使用椭圆中心提取方法进行平面相机标定; 其次, 由标定参数和拍摄图像进行逆向投影获得虚拟物理靶标图像, 在近似圆虚拟图像上完成圆心坐标提取; 再次, 将虚拟圆心坐标转化为物理坐标值并投影到图像上, 将其作为圆心真实像点坐标值来进行相机标定; 最后, 经多次迭代投影和标定完成高精度相机标定。模拟和实验结果表明, 所提方法将相机标定精度提高约一倍, 可为三维重建和视觉测量提供高精度的相机参数。

**关键词** 测量; 相机标定; 圆心定位; 椭圆拟合; 投影成像

**中图分类号** TP391.4

**文献标志码** A

**doi:** 10.3788/CJL202047.0304008

## High Camera Calibration Method Based on True Coordinate Computation of Circle Center

Lu Xiaodong<sup>1</sup>, Xue Junpeng<sup>2,3\*</sup>, Zhang Qican<sup>3</sup>

<sup>1</sup>*Institute of Machinery Manufacturing Technology, China Academy of Engineering Physics, Mianyang, Sichuan 621900, China;*

<sup>2</sup>*School of Aeronautics and Astronautics, Sichuan University, Chengdu, Sichuan 610065, China;*

<sup>3</sup>*College of Electronics and Information Engineering, Sichuan University, Chengdu, Sichuan 610065, China*

**Abstract** The camera calibration method based on a two-dimensional dot array calibration plate with its ellipse center directly extracted from the target image is not the real projection image point of the circle center. Thus, the accuracy of calibration parameters is reduced by the projection deviation of the circle center. Therefore, this study proposes an iterative calibration method for detecting the real circle center image point by re-projecting the target image back to the spatial virtual matrix. First, planar camera calibration was achieved using the ellipse extraction method. Second, the virtual physical target image was obtained using calibration parameters and captured images for re-projection; moreover, the feature points of the dot center were extracted on the virtual image of the approximate circle. Third, the virtual circle center coordinate values were converted into physical coordinate values and projected onto the image that was used as the coordinate value of the real circle center image point for camera calibration. Finally, high-precision camera calibration was completed via iterative re-projection and calibration. Simulation and experimental results show that the proposed method approximately doubles the camera calibration accuracy and provides high-accuracy camera calibration parameters for three-dimensional reconstruction and visual measurement.

**Key words** measurement; camera calibration; dot center detection; ellipse fitting; projection imaging

**OCIS codes** 120.1880; 150.0155; 150.1488

**收稿日期:** 2019-09-17; **修回日期:** 2019-10-21; **录用日期:** 2019-11-02

**基金项目:** 四川省重大科技专项(2018TZDZX0004)、“CAST-BISEE”创新基金(CAST-BISEE2019-002)、人工智能四川省重点实验室开放基金(2018RYJ07)

\* **E-mail:** jpxue@scu.edu.cn

# 1 引 言

相机标定是三维重建和视觉测量等领域必备的重要工作<sup>[1]</sup>。相机成像过程用数学模型来表示,相机标定就是确定模型参数的过程<sup>[2]</sup>,包括相机的内部参数和外部参数。标定方法主要是利用靶标中已知特征点的物理坐标和相机拍摄的不同姿态下图像的特征点对来完成相机参数求解。现有的相机标定方法包括一维靶标相机标定方法<sup>[3]</sup>、二维靶标相机标定<sup>[4-9]</sup>、三维靶标相机标定方法<sup>[10]</sup>,及相机自标定方法<sup>[11]</sup>。目前,在工业三维测量等对相机参数标定精度要求较高的领域中,广泛采用的是基于二维平面标定板的标定方法<sup>[1]</sup>,代表方法有 Tsai<sup>[7]</sup>的径向约束两步法和 Zhang<sup>[8]</sup>的平面标定法。在标定图像出现模糊时,圆心特征点的定位精度优于棋盘格角点的提取精度,因此在高精度和自动化相机标定中以圆为标记点的平面靶标被广泛采用<sup>[1,12-13]</sup>,同时也成为 HALCON 机器视觉软件算法包指定的标准平面标定靶。

相机标定过程中,靶标平面与相机成像面要呈不同倾斜夹角摆放,否则会出现病态问题<sup>[14]</sup>。成对的标靶特征点的物理坐标与图像坐标的定位精度是决定相机标定精度的重要参数<sup>[15]</sup>。采用相机倾斜拍摄靶标时,圆在图像上成像为椭圆<sup>[16]</sup>,采用椭圆亚像素圆心坐标来获取物理圆心对应的图像坐标<sup>[17]</sup>,但由射影几何原理可知物理圆心投影的真实坐标与图像中椭圆中心的坐标存在偏差<sup>[18]</sup>。文献<sup>[19]</sup>通过仿真分析空间球成像模型,寻找球心透视投影像点和提取的椭圆中心坐标之间的变化规律,并进行了误差校正,但是基于不同统计分析的模型在不同相机标定领域适用范围有限。

针对由圆点阵标靶成像的椭圆中心坐标非真实圆心投影坐标带来的相机标定误差的问题,本文使用传统椭圆中心坐标提取来进行相机标定,并将标定结果作为初值,根据相机标定参数初值虚拟出空间物理靶标,在近似物理靶标正视图上提取圆心的物理坐标,并计算出在该初值条件下该圆心物理坐标直接投影时的图像坐标,经过多次迭代计算解决透视投影图像椭圆中心偏差使相机标定产生误差的问题。实验证明,所提方法能够极大地提高相机标定精度。

## 2 相机成像模型及标定原理

### 2.1 相机理想的成像模型

在理想的情况下,相机成像模型是针孔模

型<sup>[1-2]</sup>,如图 1 所示。

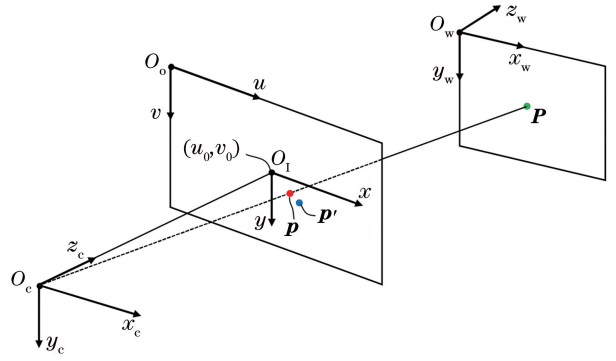


图 1 相机成像模型

Fig. 1 Camera imaging model

图 1 中,  $(u_0, v_0)$  为相机的主点坐标,即相机光轴与成像面的交点。设点  $P$  在世界坐标系  $O_w-x_w y_w z_w$  中的坐标是  $(x_w, y_w, z_w)$ , 点  $P$  在相机坐标系  $O_c-x_c y_c z_c$  中的坐标为  $(x_c, y_c, z_c)$ ,  $O_1-xy$  为 CCD 成像平面的物理坐标系,  $O_o-uv$  为 CCD 成像平面的图像坐标系,  $p(u, v)$  是理想针孔成像模型下  $P$  点的图像坐标。点  $P$  和对应的图像点  $p$  的齐次坐标分别为  $\tilde{P} = [x_w, y_w, z_w, 1]^T$  和  $\tilde{p} = [u, v, 1]^T$ , 它们之间的投影成像关系式为<sup>[1,8]</sup>

$$\lambda \tilde{p} = \mathbf{K} [\mathbf{R} \quad \mathbf{T}] \tilde{P}, \quad (1)$$

式中:  $\lambda$  为任意常数;  $\mathbf{R}$  和  $\mathbf{T}$  分别为相机坐标系到世界坐标系的旋转矩阵和平移向量, 共同组成相机外参数矩阵;  $\mathbf{K}$  为相机内参数矩阵。相机标定就是确定(1)式中未知参数的过程。内参数矩阵  $\mathbf{K}$  可表示为

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} f_u & s & u_0 \\ 0 & f_v & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (2)$$

式中:  $(u_0, v_0)$  为图 1 中的图像主点坐标;  $s$  为倾斜因子;  $f_u$  和  $f_v$  分别为图像在  $u$  轴和  $v$  轴方向的有效焦距, 其单位为 pixel。将镜头的物理焦距记为  $f$ , 则  $f_u$  和  $f_v$  的计算公式为

$$f_u = f/d_x, f_v = f/d_y, \quad (3)$$

式中:  $d_x$  和  $d_y$  分别为单个 CCD 像素单元的宽和高。

### 2.2 镜头非线性畸变模型及非线性优化计算

相机镜头的加工误差不可避免地会带来不同大小的成像光学畸变, 在三维测量技术中采用径向畸变和切向畸变足以描述镜头畸变模型, 过多地引入参数反而会使解产生不稳定性<sup>[1-2,8]</sup>。图 1 中, 由于镜头畸变的影响  $P$  点实际成像物理坐标从  $p(x, y)$  偏移到  $p'(x_d, y_d)$ , 则偏移坐标可表示为

$$\begin{cases} x_d = x + \delta_x \\ y_d = y + \delta_y \end{cases}, \quad (4)$$

式中： $\delta_x$  和  $\delta_y$  分别为  $x$  和  $y$  方向的畸变量，可表示为

$$\begin{cases} \delta_x = (k_1 x r^2 + k_2 x r^4 + k_3 x r^6 + \dots) + [2p_1 x y + p_2 (r^2 + 2x^2)] \\ \delta_y = (k_1 y r^2 + k_2 y r^4 + k_3 y r^6 + \dots) + [2p_2 x y + p_1 (r^2 + 2y^2)] \end{cases}, \quad (5)$$

式中： $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ 。(5)式等号右侧第一部分为径向畸变表达式，第二部分为切向畸变表达式。相机模型通常只考虑二阶径向畸变  $k_1, k_2$  和两项切向畸变  $p_1, p_2$ 。

镜头的畸变为非线性数学模型，无法利用直接法进行计算。因此，利用针孔模型相机标定参数作为初值，将(4)和(5)式代入(1)式构造重投影方程，以重投影误差最小为目标来优化求解镜头畸变参数。最优化目标函数为

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \| p_{ij} - Q(\mathbf{K}, \mathbf{D}, \mathbf{R}_i, \mathbf{T}_i, \mathbf{P}_j) \|^2 \Rightarrow \min, \quad (6)$$

式中： $\mathbf{D}$  为镜头畸变参数； $n$  为总的拍摄靶标图像数； $m$  为特征点数； $p_{ij}$  为第  $i$  幅图像上第  $j$  个特征点的图像坐标； $Q$  为重投影方程； $\mathbf{R}_i$  和  $\mathbf{T}_i$  表示第  $i$  幅拍摄图像的相机坐标到世界坐标系的旋转矩阵和平移向量； $\mathbf{P}_j$  表示第  $j$  个靶标特征点的世界坐标。采用 Levenberg-Marquardt 优化算法对(6)式进行迭代，求解出相机参数和镜头畸变参数。

### 3 真实圆心图像坐标计算方法及标定

#### 3.1 用于平面标定法的圆点阵平面标靶

在机器视觉系统，常用的圆点阵平面标定板如图 2 所示，以靶标上的 99 个圆的圆心位置作为特征点，其物理尺寸为世界坐标值。通过标定板上 5 个大圆的位置分布来自动确定标靶世界坐标系轴线分布，继而实现标靶特征点的世界坐标与成像图像圆心坐标点的计算，最后采用平面标定法完成相机参数的标定。

#### 3.2 圆成像畸变误差模型

由射影几何原理可知，当空间圆物理平面与相机成像面存在夹角时所投影图像为椭圆，其透视投影成像模型<sup>[17]</sup>如图 3 所示。

图 3 中，物理圆心  $\mathbf{P}$  在像面的真实投影点为  $\mathbf{p}_t$ ，根据射影几何原理知该物理圆心直接投影图像

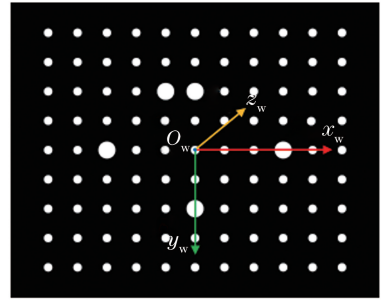


图 2 圆点阵平面标靶

Fig. 2 Planar target with dot array

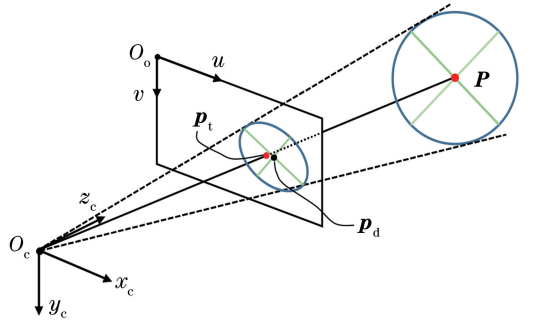


图 3 圆投影成像模型

Fig. 3 Imaging model of dot projection

坐标与椭圆中心  $\mathbf{p}_d$  存在一定的偏差，该偏移量  $\Delta \mathbf{p} = \mathbf{p}_t - \mathbf{p}_d$  称为圆点成像畸变误差，该误差的大小与椭圆中心提取精度无关，只取决于相机成像面与物理圆平面之间的夹角。

#### 3.3 高精度相机模型参数计算的理论条件

在张正友的平面标定理论分析中，无论是(1)式的理想成像针孔模型还是(6)式考虑镜头畸变的相机优化模型，在假设相机模型的内外参数可以表示该相机实际成像时，要想利用(1)或(6)式计算出高精度的相机内外参数，必须注意以下两个方面：

##### 1) 高精度的平面特征 $\mathbf{P}$ 点物理坐标

将含有误差的  $\mathbf{P}$  特征点物理坐标值作为  $\mathbf{P}$  点真值代入相机成像模型时，该误差会直接导致相机内外参数误差增大。当标定板制作完成后该物理坐标值固定，且无法再改变。

##### 2) $\mathbf{P}$ 点成像后图像坐标的高精度提取

图像坐标  $\mathbf{p}(u, v)$  的定位误差同样会直接造成相机模型[(1)式或(6)式]中内外参数的计算误差。

综上所述，圆点特征成像畸变误差造成标靶上圆心物理坐标与椭圆中心图像坐标不是真实的特征点对，该偏差被直接引入到标定的相机参数中。为了解决由射影几何造成的圆特征标靶上成像特征点定位理论误差，提高相机标定精度，本文通过迭代虚拟计算的方式，直接计算物理圆心的图像投影坐标，

以降低该成像误差对标定精度的影响。

### 3.4 特征点圆心真实图像坐标计算方法和标定算法步骤

为了求解真实的圆心特征点图像坐标  $p_i$ ，提出以迭代的方式将拍摄的倾斜圆特征标靶图像逆向投

影回标靶的物理空间平面，则该物理空间圆应为标准圆。以平面标靶上一个特征点为例，迭代过程如图 4 所示。图中，首次迭代初始值  $K_0 [R_0 T_0]$  为直接对拍摄靶标图像进行椭圆中心定位并采用张正友标定算法计算得到的相机内外参数。

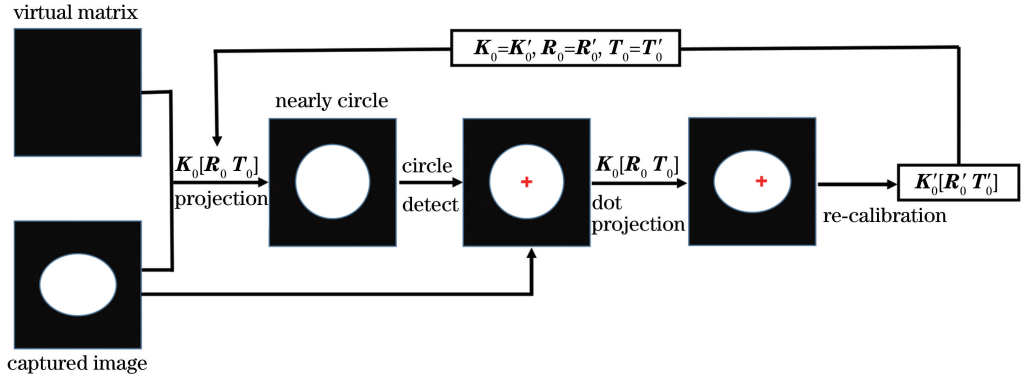


图 4 标靶上单个圆特征点的迭代标定过程

Fig. 4 Iterative calibration process of single circular feature point on target

真实圆心特征点提取及标定的具体实施步骤如下：

1) 利用相机对多个姿态下的圆点阵平面物理标靶进行拍摄，对每幅图像采用椭圆中心拟合方法提取特征点图像坐标，根据张正友提出的平面标定法进行相机标定，保存相机标定内外参数，将其作为迭代初值。

2) 建立微米级高分辨率的圆点平面标靶虚拟矩阵，该虚拟点阵由等间距采样的代表实际物理标靶尺寸的规整  $X$  和  $Y$  网格分布坐标值组成，其  $Z$  坐标值为 0。将该虚拟矩阵的  $X$  和  $Y$  坐标值和由步骤 1) 所得相机标定初值代入(1)式和(4)式，计算出每个虚拟点对应的图像坐标值，然后计算虚拟点在图像中对应的灰度值，并利用八邻域插值算法计算出该虚拟三维物理点对应的更加准确的灰度值，从而获得虚拟物理靶标的图像。

虽然初值计算误差会造成该虚拟物理图像并非理想的物理圆图像，但在一定范围内，初值标定的误差仅会造成虚拟物理靶标与理想物理靶标间存在较小视角，相机标定初值误差越小则逆向映射的虚拟矩阵图像中的圆越接近标准圆，利用传统张正友相机标定所获得的标定初值足够保证虚拟非标准圆近似为圆，且经过多次迭代后其变形可忽略不计。

3) 对所有姿态下的标靶图像利用步骤 2) 计算的虚拟矩阵进行标准圆心坐标提取，所提取的坐标值为虚拟矩阵的行列号，需根据设定的虚拟矩阵密度将其转化为  $X$  和  $Y$  物理坐标值。根据(1)式和

(4)式，将该物理坐标值和逆向计算所用的相机标定参数一起，直接反向投影到图像上，以此投影图像坐标作为圆特征点的图像坐标值，避免在倾斜图像上提取的椭圆中心受射影几何倾斜偏差影响的问题。

4) 利用步骤 3) 计算的真正圆心图像坐标与相应的标靶加工物理坐标组成特征点对，将其作为平面标定法的特征参数用于重新进行相机标定，并将保存的相机标定内外参数作为新的初值；

5) 对比步骤 4) 中获得的重投影标定误差值与前一次的标定重投影误差，当差值小于一定阈值时停止迭代，否则继续执行步骤 2) 到步骤 4)，直到满足所设定的阈值条件，本文阈值设定为 0.01 pixel。

## 4 实验与分析

### 4.1 圆特征点平面标靶投影偏差模拟分析

仿真和算法实现平台为 Windows 10 操作系统下的 Matlab2018b 编程环境，硬件为 Inter CPU E5-2620 4×2.1 GHz，16 GB 内存。

利用计算机模拟图 2 所示的工业测量标靶，其中圆特征点在平面标靶上的分布为 11×9 的圆点阵列，5 个大圆决定平面靶标的世界坐标系，相邻圆心之间的物理距离为 30 mm。用模拟相机从 9 个方位对平面标靶进行虚拟成像，获得标靶图像，并对图像作标准差为 0.2 的高斯滤波来体现镜头成像的高斯滤波效应。同时，对圆心物理坐标直接进行投影，并将保存的圆心投影图像坐标值作为理论真值。所用模拟相机的分辨率为 1600 pixel×1200 pixel，镜头

焦距为 12 mm。

通过对模拟图像进行椭圆中心拟合来提取特征点图像坐标值,以提取的椭圆中心图像坐标减去圆

心图像真值坐标,将获得的椭圆中心的定位误差以矢量的形式表示出来,对两个姿态下的模拟图像进行分析,结果如图 5 所示。

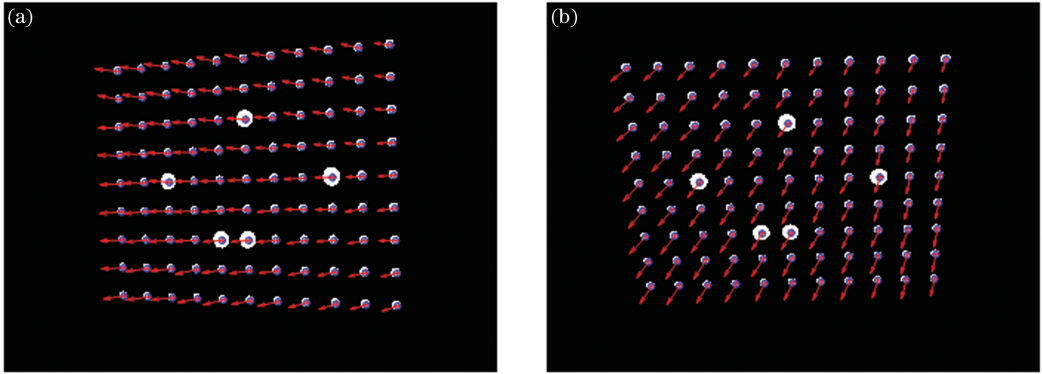


图 5 模拟图像特征点定位与真值偏差。(a)左倾图像;(b)左下倾图像

Fig. 5 Deviation between measurement and true value of feature points for the simulation picture.

(a) Left view; (b) bottom left view

图 5 中,“o”为提取的椭圆中心,“+”为真值,“↗”表示两种定位特征点坐标方法偏差的比例大小和方向。由图 5(a)可知,模拟图像左倾时,圆特征距离相机越远,在图像上透视投影引起的椭圆中心距离偏差就越大,其图中表现为偏差矢量箭头越长。如图 5(b)所示,标靶再向下倾斜会导致底部标靶距离相机较远的位置产生向下的偏差,与向左倾斜的偏差矢量合并后出现了左下方倾斜矢量,且距离相机越远偏差越大。计算得图 5(a)中 99 个点的定位偏差的欧式距离平均值为 1.7865 pixel,图 5(b)中 99 个点的定位偏差的欧式距离平均值为 1.6634 pixel。

在张正友提出的相机平面标定方法中,通常根据重投影误差来描述和评判相机标定精度。将模拟的 9 幅图像作为相机标定图像,分别用传统椭圆中心提取坐标值的方法和本文提出的虚拟矩阵真实圆心投影算法来进行标定,所得重投影误差如表 1 所示。

表 1 本文方法与传统方法的相机标定精度对比

Table 1 Comparison of camera calibration accuracy between proposed method and traditional method pixel

Parameter		Traditional	Proposed
		method	method
Re-projection	$E_x$	0.1054	0.0538
error	$E_y$	0.1032	0.0394

由表 1 可知,与用传统椭圆提取进行相机标定所得结果相比,采用本文方法进行相机标定的重投影误差有非常明显的降低,证明本文方法可提高相机标定精度。

## 4.2 相机标定实验

实验中,待标定的工业相机为 IDS UI-3250CP-M-GL,分辨率为 1600 pixel×1200 pixel,镜头焦距为 12 mm。用分辨率为 1920 pixel×1080 pixel、像素间距为 0.2745 mm 的 hp24ES 显示器显示图 2 所示的标靶,特征点为 11×9 的圆点阵列,相邻之间的点距为 102 pixel。相机从不同位置拍摄 12 幅标定图像,其中 3 幅图像如图 6(a)~(c)所示。利用拍摄图像求取圆心特征点坐标并进行标定,利用本文算法计算的正向虚拟矩阵图像如图 6(d)~(f)所示。

根据本文算法,对图 6 所示的正视虚拟矩阵进行圆心坐标提取,并根据初始值标定的相机内参参数进行投影,所得投影图像坐标即为物理标靶圆心特征点对应的真正图像坐标,将首次提取的椭圆中心坐标值与投影图像坐标相减,以某姿态下的拍摄图像为例进行分析,结果如图 7 所示。

图 7 中,“+”为本文方法计算的投影圆心对应的图像位置,“o”为根据椭圆中心直接求解的图像坐标位置,“↗”表示两种方法定位的特征点坐标的偏差比例大小和方向。由图 7 可知,倾斜姿态下拍摄的标靶图像特征点位置与正视虚拟标靶上投影特征点的位置不同。图 7(b)是图 7(a)中一个大圆特征点分布的放大显示,可以明显看出两圆心特征点存在定位偏差。

使用本文方法提取的特征点和传统方法提取的特征点分别进行相机标定,传统平面标定方法使用相同的 Matlab calibration toolbox 工具箱,标定结果如表 2 所示。

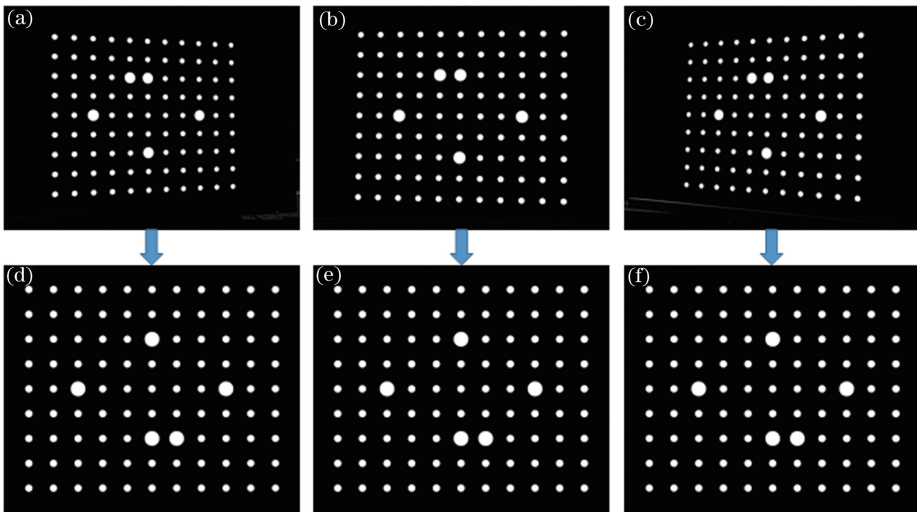


图 6 不同姿态下的标定图像和虚拟正视投影图。(a)左倾标定图像;(b)平视标定图像;(c)右倾标定图像;(d)图 6(a)的虚拟投影;(e)图 6(b)的虚拟投影;(f)图 6(c)的虚拟投影

Fig. 6 Captured images and virtual elevation projections. (a) Captured image in left view; (b) captured image in front view; (c) captured image in right view; (d) virtual projection from Fig. 6(a); (e) virtual projection from Fig. 6(b); (f) virtual projection from Fig. 6(c)

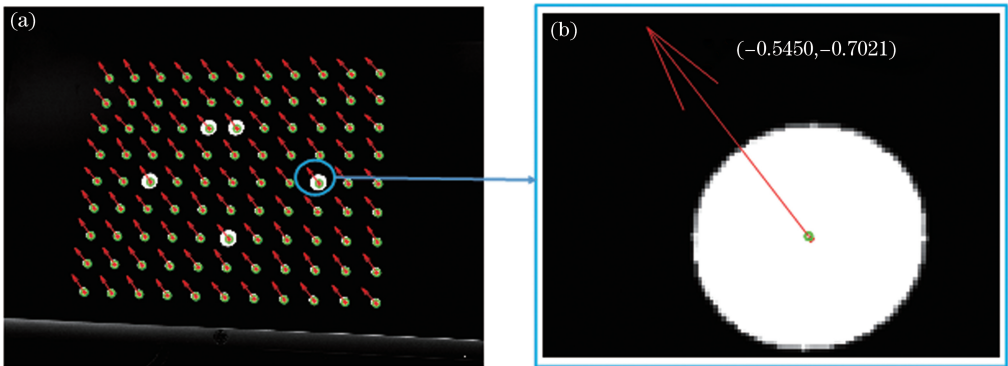


图 7 第 8 幅标定图像。(a)拍摄图像特征点定位与真值;(b)单个特征圆的放大图

Fig. 7 The 8<sup>th</sup> calibration image. (a) Measurement and true value of feature points for the captured image; (b) enlarged view of a single feature circle

表 2 本文方法与传统方法的实验标定结果

Table 2 Experimental calibration results of the proposed method and traditional method pixel

Parameters		Traditional method	Proposed method
Focal length	$f_x$	2793.7	2794.3
	$f_y$	2793.5	2794.4
Principal point	$u_0$	789.0	789.2
	$v_0$	575.1	573.9
Re-projection error	$E_x$	0.121	0.068
	$E_y$	0.131	0.075

如表 2 所示,本文方法与传统方法所计算的焦距和主点的偏差均小于 1.5 pixel,证明了本文方法的有效性。本文所提出的标定算法的重投影误差降为传统标定算法的 1/2,以模拟实验中所利用的重

投影误差作为标定精度评价指标,证明了本文提出的圆心真实图像坐标计算方法极大地提高了相机标定精度。

## 5 结 论

为了提高圆特征靶上特征点图像坐标真值的精度来提升平面靶相机标定算法的参数标定精度,本文将根据标定图像直接标定的参数作为初值,对标靶图像进行逆向映射获得近似标准圆的物理虚拟图像,然后对该近标准圆的虚拟图像进行圆心提取,进而根据初值参数将其直接投影到图像上作为标定图像特征点提取坐标,从而避免射影几何原理中圆心投影畸变误差造成特征点提取图像坐标不准的问题。理论分析与实验结果表明,相机拍摄

姿态角度越大圆心投影畸变误差也越大,所提真实圆心计算算法改善的真实圆心特征图像坐标准确度和提高的相机标定精度就越明显。且实验中,与传统圆心提取方式相比,所提方法的相机标定重投影误差约降为原来的 1/2。所提方法在不改变平面标定算法的操作简易性的基础上提高了相机标定精度,满足工业生产精密测量对相机参数高精度标定的要求。

## 参 考 文 献

- [1] Zhang G J. Vision measurement [M]. Beijing: Science Press, 2008: 134-173.  
张广军. 视觉测量[M]. 北京: 科学出版社, 2008: 134-173.
- [2] Qiu M L, Ma S D, Li Y. Overview of camera calibration for computer vision[J]. Acta Automatica Sinica, 2000, 26(1): 43-55.  
邱茂林, 马颂德, 李毅. 计算机视觉中摄像机定标综述[J]. 自动化学报, 2000, 26(1): 43-55.
- [3] Xue J P, Su X Y. Camera calibration with single image based on two orthogonal one-dimensional objects [J]. Acta Optica Sinica, 2012, 32 (1): 0115001.  
薛俊鹏, 苏显渝. 基于两个正交一维物体的单幅图像相机标定[J]. 光学学报, 2012, 32(1): 0115001.
- [4] Liu Y, Su X. Camera calibration with planar crossed fringe patterns[J]. Optik, 2012, 123(2): 171-175.
- [5] Xue J, Su X, Xiang L, et al. Using concentric circles and wedge grating for camera calibration[J]. Applied Optics, 2012, 51(17): 3811-3816.
- [6] Cui Y, Zhou F Q, Wang Y X, et al. Precise calibration of binocular vision system used for vision measurement[J]. Optics Express, 2014, 22 (8): 9134-9149.
- [7] Tsai R. A versatile camera calibration technique for high-accuracy 3D machine vision metrology using off-the-shelf TV cameras and lenses[J]. IEEE Journal on Robotics and Automation, 1987, 3(4): 323-344.
- [8] Zhang Z Y. A flexible new technique for camera calibration [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2000, 22 (11): 1330-1334.
- [9] Yu J, Chen C, Gao N, et al. Camera calibration based on phase target[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2018, 55(11): 111203.  
于瑾, 陈超, 高楠, 等. 基于相位标靶的相机标定[J]. 激光与光电子学进展, 2018, 55(11): 111203.
- [10] Heikkila J, Silven O. A four-step camera calibration procedure with implicit image correction [C] // Proceedings of IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, June 17-19, 1997, San Juan, Puerto Rico, USA. New York: IEEE, 1997: 1106-1112.
- [11] Hu Z Y, Wu F C. A review on some active vision based camera calibration techniques [J]. Chinese Journal of Computers, 2002, 25(11): 1149-1156.  
胡占义, 吴福朝. 基于主动视觉摄像机标定方法[J]. 计算机学报, 2002, 25(11): 1149-1156.
- [12] Li Z W, Wang C J, Shi Y S. High precision camera calibration algorithm for 3D measurement system[J]. Opto-Electronic Engineering, 2008, 35(4): 58-63.  
李中伟, 王从军, 史玉升. 3D测量系统中的高精度摄像机标定算法[J]. 光电工程, 2008, 35(4): 58-63.
- [13] Duan Z Y, Wang N, Zhao W H, et al. Calibration method based on lattice calibration plate in vision measurement system[J]. Acta Optica Sinica, 2016, 36(5): 0515004.  
段振云, 王宁, 赵文辉, 等. 基于点阵标定板的视觉测量系统的标定方法[J]. 光学学报, 2016, 36(5): 0515004.
- [14] Xie Z X, Lu W J, Wang X M, et al. Analysis of pose selection on binocular stereo calibration[J]. Chinese Journal of Lasers, 2015, 42(2): 0208003.  
解则晓, 陆文娟, 王晓敏, 等. 双目立体标定的姿态选择分析[J]. 中国激光, 2015, 42(2): 0208003.
- [15] Kong W Q, Liu J N, Da F P, et al. Calibration method based on general imaging model for micro-object measurement system[J]. Acta Optica Sinica, 2016, 36(9): 0912003.  
孔玮琦, 刘京南, 达飞鹏, 等. 基于一般成像模型的微小物体测量系统标定方法[J]. 光学学报, 2016, 36(9): 0912003.
- [16] Han J D, Yang H J. Analysis method for the projection error of circle center in 3D vision measurement[J]. Computer Science, 2010, 37(12): 247-249.  
韩建栋, 杨红菊. 三维视觉测量中圆中心投影误差分析方法[J]. 计算机科学, 2010, 37(12): 247-249.
- [17] Chai X H, Gao F, Chu B C, et al. Two-dimensional vision measurement method with immediate plane calibration[J]. Acta Optica Sinica, 2018, 38 (7): 0712001.  
柴兴华, 高峰, 楚博策, 等. 一种即时平面标定的二维视觉测量方法[J]. 光学学报, 2018, 38 (7): 0712001.
- [18] Wei Z Z, Zhang G J. A distortion error model of the perspective projection of ellipse center and its simulation [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2003, 24(2): 160-164.

- 魏振忠, 张广军. 透视投影变换中椭圆中心畸变误差模型及其仿真研究 [J]. 仪器仪表学报, 2003, 24 (2): 160-164.
- [19] Gu F F, Zhao H, Bu P H, et al. Analysis and correction of projection error of camera calibration ball [J]. Acta Optica Sinica, 2012, 32 (12): 1215001.
- 谷飞飞, 赵宏, 卜鹏辉, 等. 用于相机标定的球靶标投影误差分析与校正 [J]. 光学学报, 2012, 32(12): 1215001.