

三角波调制在激光测距中的应用研究

傅勤毅, 周遵梅*, 金鼎沸**, 王鸿飞

中南大学交通运输工程学院, 湖南长沙 410012

摘要 提出了一种基于最小二乘拟合的三角波调幅激光测距方法, 设计了具有光程差的参考信号和测量信号两路信道, 采用改进的最小二乘直线拟合算法对两路回波信号进行拟合, 得到了关于三角波的拟合参数和奇异特征点; 根据两路信号特征点所携带的时移信息之间的关系, 可用所提方法进行测距。在 10 kHz 三角波调制频率的实验条件下, 采用几何理论计算得出所提测距方法在测量距离为 10 m 时的平均测量精度能达到 3.2 mm。实验结果证明了该测距方法的有效性, 在短距离激光测距方面具有一定的应用前景。

关键词 测量; 三角波调制; 激光测距; 最小二乘拟合; 特征点提取; 时移

中图分类号 O436

文献标志码 A

doi: 10.3788/CJL202047.0304006

Triangular-Wave Modulation in a Laser Ranging System

Fu Qinyi, Zhou Zunmei*, Jin Dingfei**, Wang Hongfei

School of Traffic & Transportation Engineering, Central South University, Hunan, Changsha 410012, China

Abstract In this study, a novel least-squares-based method is proposed to measure the distance using a triangular-wave amplitude modulation laser. Further, we designed two channels comprising a reference signal and a measured signal that exhibit an optical path difference. Their return signals were fitted using the improved least-squares-based straight-line fitting algorithm, and a series of fitting parameters and singular characteristic points were obtained for the triangular-wave. Subsequently, we estimated the detection distance using the proposed theoretical algorithm based on the relation of the time shift information associated with the characteristic points of two signals. The average measurement error associated with this laser ranging system is 3.2 mm at a 10-m measurement range in case of a triangular-wave modulation frequency of 10 kHz, demonstrating the reliability of the proposed method. Furthermore, the proposed method exhibits certain application potential with respect to short-scale laser ranging.

Key words measurement; triangular-wave modulation; laser ranging; least square fitting; characteristic point extraction; time shift

OCIS codes 060.2300; 060.2330; 060.2380; 060.4080

1 引 言

激光测距技术具有精度高、抗干扰性好、响应快、操作方便等特点, 已在航天交通、工业制造、测绘测量等领域得到了广泛应用^[1-3]。脉冲式激光测距、连续波激光测距、相位式激光测距、三角法几何激光测距等是目前国内外常用的激光测距方法, 这些方法的测距精度通常受限于计数器精度、脉冲时刻鉴别误差、激光脉宽、探测器带宽、调制光测尺长度有限等因素^[4-7]。为了突出激光信号的某些特性, 进一步提高激光测距系统的测距精度, 近年来有大量学

者对激光调制技术进行了研究。调制技术能够使激光载波的频率、相位、幅值等参数根据调制信号的变化而变化, 保证了信号的高传输效率和低误码率, 在激光测距领域有着重要的应用。

在调制信号的选择上, 三角波在时域中具有斜率对称线性化特性, 斜率大小相等, 符号相反, 在频谱中只含奇次谐波信号, 这些优点使得三角波在信号控制、无线通信、雷达等领域具有重要的应用价值。与正弦波、方波等常用调制信号不同的是, 三角波信号在最佳调制参数下具有与其他谐波相比峰值较大的二次谐波, 能最大限度地吸收有效信号, 且具

收稿日期: 2019-08-19; 修回日期: 2019-09-23; 录用日期: 2019-10-17

基金项目: 中国铁路总公司系统性重大项目科技研究开发计划(P2018G050)

* E-mail: zmzhou@csu.edu.cn; ** E-mail: dr.kin@csu.edu.cn

有较好的噪声抑制效果,能有效改善测量系统的信噪比^[8-10]。在调制方法方面,可以根据应用需求对频率调制、相位调制与幅度调制这几种基本方法进行不同的组合或改进。其中,变幅调制法^[11-12]可以实现调制频率较低的高精度测量。调幅激光测距系统在获得适当精度的前提下,通常具有结构紧凑、成本低的优点。

基于此,结合现有测距方法的经验和特点,本文提出了一种基于三角波幅度调制(TAM)的激光测距方法,并设计了相应的测距系统。该系统可选择合适的调制频率、调幅系数等参数,以满足三角波调制过程线性化的要求;同时,该技术结合了滤波及信号去噪等技术,有助于在包含各种噪声的复杂信号中区分出有效信号。利用三角波特有的上下沿线性变化的特点,结合预处理的最小二乘线性拟合可以恢复测量系统中的接收信号,提取三角波中的峰值特征点,并以此计算与待测距离相对应的时间差。本文从测距系统结构、改进的拟合算法和实验结果等方面介绍了该测距方法。该测距方法在短距离测量中可达到一定的测距精度和测距频度,为激光测距的相关应用研究提供了一种新思路。

2 三角波调制激光测距原理

在光学测量中,环境光的折射与目标反射激光中的某些部分会产生干涉,导致返回信号中会产生条纹干扰信号。此外,接收信号还会受到传输距离、激光传播的衰减和失真或其他因素的影响。因此,返回信号的幅度和波形与发射信号不同。采用三角波作为调制信号,是在抑制条纹信号噪声的同时有效地保留信号有效信息的方法^[7]。在单个周期内,三角波信号可以表示为

$$i_m(t_0) = \begin{cases} 2A_m t_0 / T, & t_0 \in [0, T/2] \\ -2A_m t_0 / T + 2A_m, & t_0 \in [T/2, T] \end{cases}, \quad (1)$$

式中: i_m 为调制三角波的信号功率; t_0 为三角波调制信号产生过程的时间; T 为单个信号周期; A_m 为调制电流的振幅。激光载波设置为单频正弦波信号,可以表示为

$$i_c(t_0) = A_c \sin(2\pi f_c t_0), \quad (2)$$

式中: f_c 和 A_c 分别为载波的频率和振幅。在某一时刻 t 加入调制三角波电流对激光器进行调制,使激光载流子的振幅随调制信号的特点呈线性变化,从而得到发射信号为

$$i(t) =$$

$$A_c [1 + (m/A_m) i_m(t)] \sin(2\pi f_c t), t \in [0, T], \quad (3)$$

式中: m 为幅值调制系数,为保证调制不失真,其值一般不大于1。已调制激光通过分光器分成两路具有相同变化规律的测量信号和参考信号,且两路信号同时发射。这两组接收信号中会产生对应于测量信号传输路径长度(D)和参考路径长度(d)的时移,分别记为 τ_{tar} 和 τ_{ref} 。返回信号进入接收单元进行放大和滤波,两组接收信号可表示为

$$\begin{cases} i_{tar}(t) = \sigma_{tar} \frac{A_c}{2} i_m(t - \tau_{tar}), & t \in [\tau_{tar}, T + \tau_{tar}] \\ i_{ref}(t) = \sigma_{ref} \frac{A_c}{2} i_m(t - \tau_{ref}), & t \in [\tau_{tar}, T + \tau_{tar}] \end{cases}, \quad (4)$$

式中: σ_{tar} 和 σ_{ref} 分别表示激光测量中测量信号与参考信号的能量衰减系数,其值与信号传输距离、目标反射率、环境衰减、光学系统传输效率等有关。利用最小二乘算法^[13]对接收信号进行拟合和波形恢复,因两组信号间存在传输光程差,故测量信号峰值时间相对于参考信号存在一个时间差(如图1所示)。在波形恢复过程中,当两组恢复波形满足高相似度条件时,即它们的相关系数接近1时,可以认为该时间差仅由两路信号的光程差决定。激光调制的过程使得信号峰值对应于三角波的奇异特征点,调制信号的峰值信息是该测距方法中的主要检测参数(调制过程如图2所示)。因此,通过获取两路恢复信号的峰值位置可以计算得到两路信号的时移差为

$$\tau = t_{tar} - t_{ref}, \quad (5)$$

式中: t_{tar} 和 t_{ref} 分别表示测量信号和参考信号的峰值时间。通过该时移差可得到与之对应的两路信号间的光程差,则待测距离的计算公式可表示为

$$D = c\tau + d, \quad (6)$$

式中: c 为激光在空气中的传播速度。在(6)式的计算中,以参考光路长度为测量基准,在测量过程中必须保持参考光路的长度不变。待测距离的测量精度主要取决于测量光路与参考光路峰值时移差的计算精度。

3 信号处理与波形恢复

本节内容包括两部分:第一部分阐述基于改进的最小二乘拟合算法的信号去噪预处理和恢复信号的特征点采集,并计算出两个信号的时移和距离差;第二部分对不同波形的调制激光信号在去噪前后的

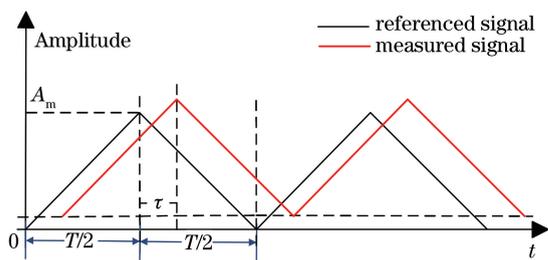


图 1 测距计算原理示意图

Fig. 1 Schematic of ranging calculation principle

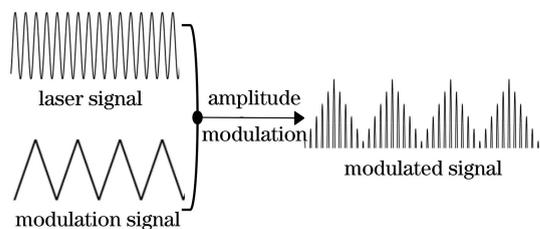


图 2 三角波幅值调制过程

Fig. 2 Schematic of triangular-wave amplitude modulation
信噪比及相关系数进行比较。

3.1 信号去噪预处理及拟合算法

为保证采样数据中没有影响拟合的重复数据，达到较好的波形恢复效果，本文采用相干采样法，这

样做也可避免信号进行傅里叶变换时发生频谱泄漏。相干采样信号可以表示为

$$i(n) = \frac{1}{2} mA_c i_m(n/f_s) + R(n), n \in [1, MN], \quad (7)$$

式中： f_s 和 n 分别为采样频率和采样点序号； M 为采样信号的采样周期数； N 为一个周期内的采样数量； $R(n)$ 为接收单元中产生的噪声。在相干采样的定义中，采样频率与模拟信号频率之间的关系为^[14]

$$f_m/f_s = M/N. \quad (8)$$

(8)式中的 M 与 N 互为素数。相干采样法得到的数据是二值信息，其值代表返回信号的振幅，采样数据顺序代表时间信息，用 $t(n)$ 表示。

最小二乘拟合的精度易受噪声杂散点的影响，在曲线拟合过程中，需要对数据先进行平滑处理，尽可能去除采样数据中的杂点。为此，本文提出了一种结合预处理的非最小二乘拟合方法，综合采用小波分析法^[15-16]与经验模态分解法^[17](EMD)对采样信号进行去噪预处理，再根据每周期采样点数进行分段直线拟合。本文中去噪算法实现的流程框图如图 3 所示，其中 IMF 为固有模态函数。

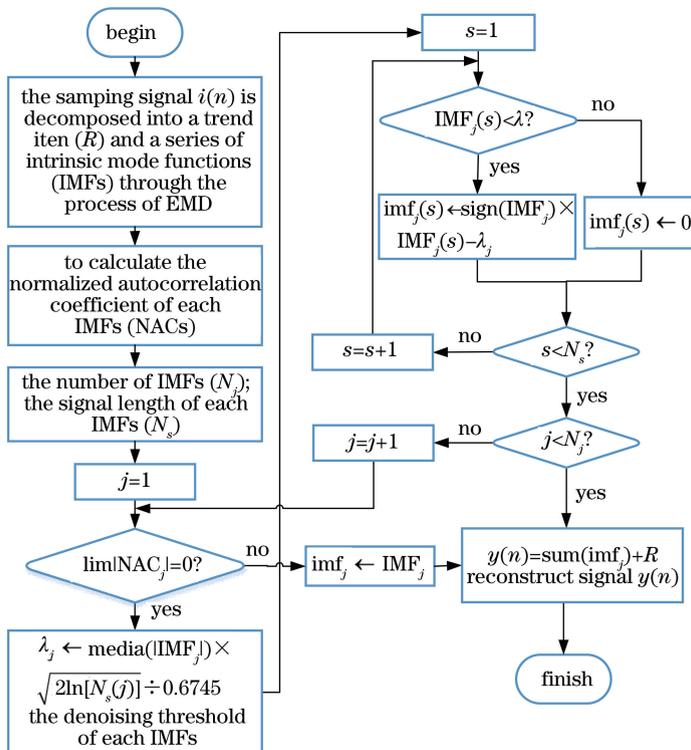


图 3 三角波调制激光测距系统的信号处理算法流程图

Fig. 3 Flow chart of algorithm for signal processing of triangular-wave modulation laser ranging system

在该改进算法中，噪声通常分布在高频 IMF 分量中，而有用信号则分布在低频分量中。若分量的

归一化自相关系数从初始值 1 迅速下降到 0，则认为该分量是噪声主导分量。信号主导分量的归一化

自相关系数随时间差的变化而变化,不会迅速衰减至接近 0,据此可区分出噪声主导分量并进行小波阈值去噪。EMD 的运用克服了小波分析中要求准确选择基本函数的这一主要局限性,同时小波分析法也可以减少 EMD 过程中模态混叠的影响,这两个步骤相辅相成。

在进行信号的波形恢复时,先根据上升沿或下降沿的采样点($N/2$)对预处理后的信号 $y(n)$ 进行分段,然后分别进行拟合。根据调制信号的特点,回波信号中任意沿的振幅与时间的函数关系满足回归模型

$$y(n) = kt(n) + b + e(n), \quad (9)$$

式中: k 和 b 分别表示拟合直线的斜率和截距; $e(n)$ 为拟合残差。当优化目标函数为

$$\min Q = \sum_{n=1}^{N/2} e(n)^2 = \sum_{n=1}^{N/2} [y(n) - kt(n) - b]^2 \quad (10)$$

时,残差平方和最小。对(10)式求偏导和极小值,并求解函数中直线参数 k 和 b 的最佳估计值,可得

$$k = \frac{\frac{N}{2} \sum_{n=1}^{N/2} y(n)t(n) - \sum_{n=1}^{N/2} y(n) \sum_{n=1}^{N/2} t(n)}{\frac{N}{2} \sum_{n=1}^{N/2} t(n)^2 - \left[\sum_{n=1}^{N/2} t(n) \right]^2}, \quad (11)$$

$$b =$$

$$\frac{\sum_{n=1}^{N/2} y(n) \sum_{n=1}^{N/2} t(n)^2 - \sum_{n=1}^{N/2} t(n) \sum_{n=1}^{N/2} y(n)t(n)}{\frac{N}{2} \sum_{n=1}^{N/2} t(n)^2 - \left[\sum_{n=1}^{N/2} t(n) \right]^2} \quad (12)$$

通过上述信号处理及拟合方法,得到了测量回波信号一个周期内上升沿和下降沿的拟合参数,分别用 k_r, b_r, k_f, b_f 表示。根据相同的方法可得到参考回

波信号的拟合参数(K_r, B_r, K_f, B_f)。利用一个周期内上下沿拟合线的交点就可以确定三角波的奇异特征点,并可计算出两路信号相应的峰值时间为

$$t_{\text{tar}} = \frac{(b_f - b_r)}{f_s(k_r - k_f)}, \quad (13)$$

$$t_{\text{ref}} = \frac{(B_f - B_r)}{f_s(K_r - K_f)}, \quad (14)$$

然后将(13)、(14)式与(5)、(6)式相结合就可计算出一个信号周期内相应的时移差和测量距离。

3.2 不同波形信号调制的比较

为进一步说明三角波调制在信号处理中的特点,通过 MATLAB 平台,利用具有相同频率和相位规律的正弦波、方波和三角波分别对余弦载波信号进行调幅仿真,调制系数(m)的变化范围为 0.1~1,步长设为 0.1。在三组已调制信号中分别加入具有相同信噪比的干扰条纹和高斯白噪声,然后采用本文提出的改进的最小二乘拟合方法对噪声信号进行处理。由图 4(a)、(b)可知,随着调幅指数增大,三角波调制和正弦波调制的信号信噪比(SNR)以及去噪后的相关系数都较大,调幅指数在 0.2~0.5 范围内时,三角波调制信号可以获得较高且更稳定的信噪比及相关系数,而在方波调制中这两个值均呈明显的下降趋势。

4 实验系统设计与结果分析

4.1 系统参数设置

为了验证三角波调制激光测距方法和数据处理方法的有效性,本文设计了测试平台并进行了实验。三角波调制激光测距系统如图 5 所示,其中, $i_{\text{ref}}(n)$ 为参考光路返回信号的采集数据, $i(n)$ 为测量光路返回信号的采集数据。

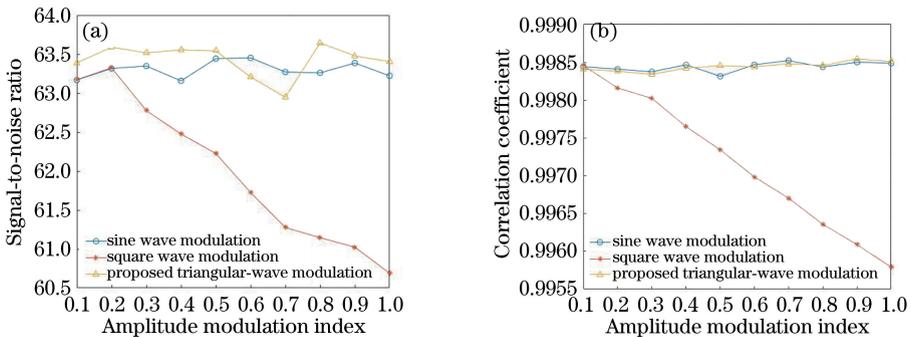


图 4 调幅指数和调制波形对信噪比及去噪后相关系数的影响。(a)对信噪比的影响;(b)对去噪后相关系数的影响
Fig. 4 Effects of amplitude modulation index and waveform modulation on signal-to-noise ratio and correlation coefficient after noise reduction. (a) Effects on signal-to-noise ratio; (b) effects on correlation coefficients after noise reduction

图 5 展示了三角波调制激光测距系统的结构示意图,该系统主要包括信号源、激光发射器、回波检测模块、数据采集卡和信号处理模块。利用 STM32F 系列单片机 (MCU) 与数模转换器 (DAC) 产生基频为 10 kHz 的三角波电信号,该方法具有频率精度高、程序可控等优点。三角波信号输入激光二极管 (波长为 650 nm, 输出功率为 5 mW) 进行激光调幅。参考信号的引入是为了辅助测量和计算对比度。为消除两路信号间由系统延迟引起的时间差,系统设置了相同

的信号发送和接收单元。在接收单元中,采用低噪声和 高频晶体管对微弱信号进行放大和滤波,相干采样频率 f_s 设置为 1 MHz。为了降低环境噪声,采用两条具有固定长度差的光纤作为测量光路和参考光路,参考光纤长度设置为 0.5 m,测量光纤长度在 1~10 m 范围内变化。携带距离信息的返回信号以 $1/f_s$ 为时间间隔进行采样,对每个距离进行 10 次测量,每个数据采集长度至少包含 10 个周期,整个信号处理和测量结果显示在终端计算机上。

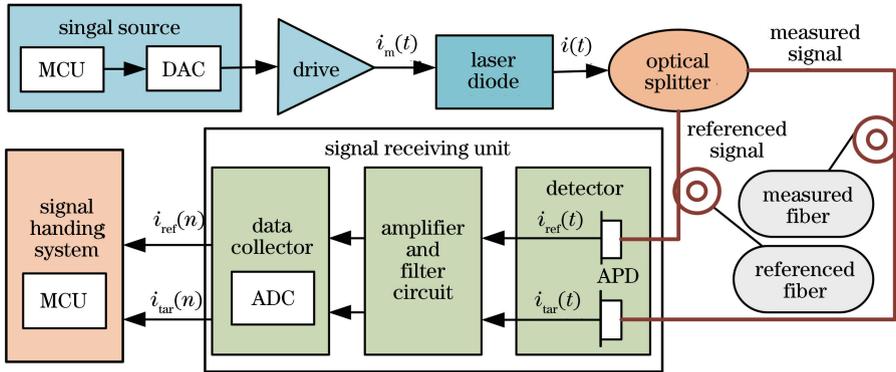


图 5 三角波调制激光测距系统

Fig. 5 Schematic of triangular-wave modulation laser ranging system

4.2 实验结果分析

由于原始信号在时域上具有周期性和连续性的特点,故而可以通过对采样信号进行快速傅里叶变换 (FFT) 得到接收信号的幅频 (如图 6 所示),从频域角度分析信号分量和去噪效果。对回波信号进行处理后,由于三角波基波和二次谐波中测量信息所占比例较大,噪声所占比例较小,故基波和二次谐波的振幅远大于其他谐波的振幅。由图 6 可以看出,与小波阈值去噪方法相比,本文所提的改进的去噪方法能更进一步降低信号的噪声分量。

图 7 展示了一个信号周期内上升沿和下降沿的每个数值到拟合方程的残差及舍点拟合情况。在三

角波信号的波峰波谷附近,滤波器等器件的充放电速度小于幅值调制信号包络的变化速度,易使接收信号出现局部失真,对信号拟合的影响较大。分析图 7(a) 可得,不论是在上升沿还是下降沿的拟合过程中,直线拟合残差在三角波峰值附近最大,说明接收信号在峰值附近的非线性特征明显,而远离峰值位置的误差更小且更稳定。因此,为提高整体拟合效果,在拟合三角回波信号曲线之前,要先去掉拟合残差大的数据,再进行拟合,并重复直至找到满意的拟合程度。由图 7(b) 可看出,随着峰值附近拟合数据点舍去百分比的增大,拟合方差不断减小,舍去 10% 的数据点之后拟合方差较小且基本不变。

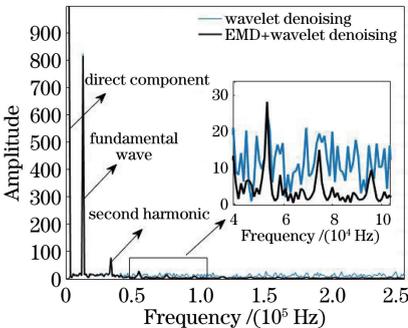


图 6 经不同信号处理后的信号幅频图
Fig. 6 Amplitude-frequency diagram by different signal processing

测距结果中每个待测距离的一次测量值是 10 个信号周期内计算距离的平均值,记作 $D_{\text{measurement}} = \frac{1}{10} \sum D_j$ 。图 8 中的黑圆点表示每个距离 10 次测量值的测量中误差,表示为 $\Delta D = \sqrt{\frac{1}{10} \sum (D_{\text{real}} - D_{\text{measurement}})^2}$,误差条表示每个距离的测量方差。从结果可以看出,当最大实验距离为 10 m 时,平均测量精度为 3.2 mm,10 m 测量范围内的测量中误差在 1~4 mm 之间。该系统的测量中误差随检测距离的增大而增大。误差条宽度增大表示误差离散度增大。该方法在一定检测距离内能达

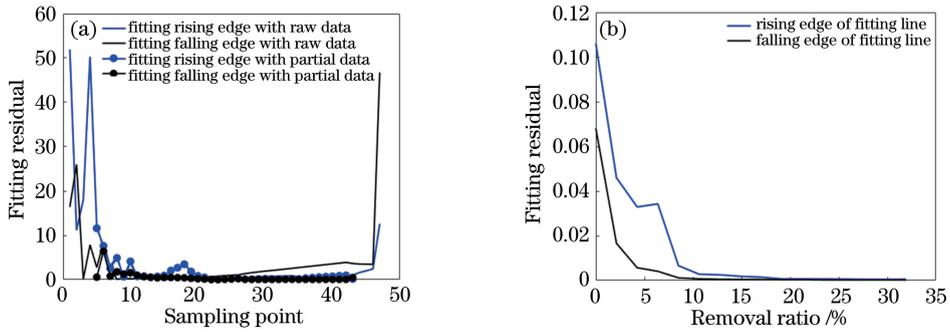


图 7 三角波返回信号的拟合情况。(a) 三角波测量值与拟合回归线之间的拟合残差图；
(b) 直线拟合方差随大残差数据舍去比例的变化

Fig. 7 Fitting results of triangular-wave return signal. (a) Fitting residual between measured value of triangular-wave and regression value of linear model; (b) fitting variance varied with the ratio of discarded fitting data points

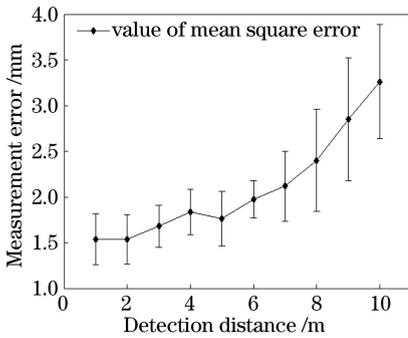


图 8 待测距离的测量中误差

Fig. 8 Distance measurement mean square error with respect to detection distance

到较高的测量精度。

该系统的测距精度误差主要受器件温度变化、元器件的各向异性、系统校准有待改进等方面的影响。当前阶段,研究平台采用分立电路模块组合快速搭建系统,各组成模块之间通过电缆连接,电路系统的连接线长度、电源子系统、信号环路等尚未达到最优化设计。后续研究拟采用专用电路板系统设计,重点优化和调整电路布局、布线,对信号回路路径进行优化,并对电源层、信号层等进行分层布线。

在该实验系统中,激光器(LD)与光电探测器(APD)都是对温度敏感的器件,随着温度升高,LD的阈值电流会增大,其 $P-I$ (功率-电流)特性曲线也会随温度变化而发生平移,使得电流调制产生变化。一个小的温度变化也会影响APD输出电压的稳定性,使返回信号的波形发生变化,进而影响三角波中奇异特征点的准确提取,产生时差计算误差。元器件间的各向异性,使得参考光路与测量光路的器件在设置上很难做到完全匹配,从而在测量、计算中产生误差。后续在设计LD激励部分时拟引入LD阈值电流的恒功率控制单元,以实现不同温度场的自

动恒功率控制,同时对APD的高压偏置电路与APD温度变化特性进行补偿。

5 结 论

为了在激光测距中准确获取往返激光信号的时移,本文提出了一种三角波幅度调制激光测距新方法,讨论了三角波调制激光和基于最小二乘拟合的信号处理过程,设计了激光测距系统实施方案,并进行了验证实验。采用经过预处理的最小二乘拟合方法结合小波分析和EMD进行数据预处理,能够较好地恢复回波信号的波形,准确地提取出携带测量信息的奇异特征点。本文所提三角波特征点提取测距法的系统结构简单,具有一定的测量精度和应用价值,在 $0\sim 10$ m检测距离内的测量精度可达 $1\sim 4$ mm。测量实验结果验证了该方法的可行性和有效性,为激光测距研究提供了一种新思路。

参 考 文 献

- [1] Titterton H. Application of laser technology to optical countermeasures [J]. The Imaging Science Journal, 2010, 58(5): 286-294.
- [2] Zhai Y S, Jiang L J, Wang X J, et al. High-precision displacement measurement method based on laser modulation[J]. Journal of Applied Optics, 2018, 39(2): 230-234.
翟玉生, 蒋留杰, 王新杰, 等. 一种基于激光调制的高精度位移测量方法[J]. 应用光学, 2018, 39(2): 230-234.
- [3] Shi G, Zhang F M, Qu X H, et al. High-resolution frequency-modulated continuous-wave laser ranging for precision distance metrology applications [J]. Optical Engineering, 2014, 53(12): 122402.
- [4] An N, Chen Y F, Liu C Z, et al. Maximum detection range of satellite laser ranging system based

- on characteristics of laser transmission in atmosphere [J]. *Acta Optica Sinica*, 2018, 38(9): 0901003.
 安宁, 陈煜丰, 刘承志, 等. 基于激光大气传输特性的卫星激光测距系统的最大探测距离 [J]. *光学学报*, 2018, 38(9): 0901003.
- [5] Chen Y, Guo Y, Yang J, et al. Study of high-precision pulsed laser range finding techniques [J]. *Infrared*, 2010, 31(6): 1-4, 39.
 陈弈, 郭颖, 杨俊, 等. 脉冲式高精度激光测距技术研究 [J]. *红外*, 2010, 31(6): 1-4, 39.
- [6] Ma J P, Shang J H, Sun J T, et al. Laser ranging system based on high-speed pulse modulation and echo sampling [J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2019, 46(8): 0810004.
 马建平, 尚建华, 孙嘉瞳, 等. 基于高速脉冲调制和回波采样的激光测距系统 [J]. *中国激光*, 2019, 46(8): 0810004.
- [7] Xie G C, Ye Y D, Li J M, et al. Echo characteristics and range error for pulse laser ranging [J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2018, 45(6): 0610001.
 谢庚承, 叶一东, 李建民, 等. 脉冲激光测距回波特性及测距误差研究 [J]. *中国激光*, 2018, 45(6): 0610001.
- [8] Iguchi T. Modulation waveforms for second-harmonic detection with tunable diode lasers [J]. *Journal of the Optical Society of America B*, 1986, 3(3): 419-423.
- [9] Yan S B, Li X F, Zheng Y Q, et al. Backscattering noise suppressed by different phase modulation waveform [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2014, 43(10): 1019001.
 闫树斌, 李小枫, 郑永秋, 等. 不同相位调制波形对背向散射噪声的抑制 [J]. *光子学报*, 2014, 43(10): 1019001.
- [10] Yuan T, Tao J F, Li X C, et al. A study on technique of weighted frequency modulated jamming based on triangle wave modulation [J]. *Modern Radar*, 2017, 39(10): 30-35.
 袁天, 陶建锋, 李兴成, 等. 基于三角波调制的加权调频干扰技术研究 [J]. *现代雷达*, 2017, 39(10): 30-35.
- [11] Bartolini L, Ferri de Collibus M, Fornetti G, et al. Amplitude-modulated laser range-finder for 3D imaging with multi-sensor data integration capabilities [J]. *Proceedings of SPIE*, 2005, 5850: 152-159.
- [12] Meng Z H, Hong G L, Hu Y H, et al. Research on chirped amplitude modulation coherent lidar [J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, 30(8): 2446-2450.
 孟昭华, 洪光烈, 胡以华, 等. 啁啾调幅相干探测激光雷达关键技术研究 [J]. *光学学报*, 2010, 30(8): 2446-2450.
- [13] Xue L H, Li D P. Research on piecewise linear fitting method based on least square method in 3D space points [J]. *The Open Automation and Control Systems Journal*, 2015, 7(1): 1575-1579.
- [14] Wu D. Application of coherent sampling technology in mixed-signal module calibration [J]. *Computer and Digital Engineering*, 2012, 40(6): 142-144.
 吴丹. 相干采样在混合信号模块校准中的应用 [J]. *计算机与数字工程*, 2012, 40(6): 142-144.
- [15] Wu L, Tian M, Shang J. Research on denoising algorithm based on multiple correlations and adaptive thresholds [J]. *Information Technology*, 2018, 42(10): 68-72.
 吴玲, 田密, 尚军. 基于多重相关和自适应阈值的去噪算法研究 [J]. *信息技术*, 2018, 42(10): 68-72.
- [16] Guan S, Wang L S. Research on wavelet threshold denoising and its application in signals' processing [J]. *Computer Engineering and Design*, 2008, 29(22): 5857-5859.
 关山, 王龙山. 小波阈值去噪技术研究及其在信号处理中的应用 [J]. *计算机工程与设计*, 2008, 29(22): 5857-5859.
- [17] Huang N E, Shen Z, Long S R, et al. The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis [J]. *Proceedings of the Royal Society of London Series A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 1998, 454(1971): 903-995.