

一种基于反距离权重法修正 CMM 体积误差的方法

陈洪芳*, 张爽, 梁超伟, 汤亮, 石照耀

北京工业大学北京市精密测控技术与仪器工程技术研究中心, 北京 100124

摘要 提出了一种基于反距离权重(Inverse Distance Weighting, IDW)算法修正坐标测量机(Coordinate Measuring Machine, CMM)体积误差的方法。首先利用激光追踪仪多站式测量技术并结合列文伯格-马夸尔特(Levenberg-Marquardt, L-M)算法,获取了 CMM 空间测量点的体积误差。随后利用 IDW 算法对测量点的体积误差进行空间插值,从而获得了 CMM 整个测量空间内任意点的体积误差。实验结果表明, IDW 算法对测量路径要求低,插值精度高,各个方向体积误差的误差吻合度均可达 96% 以上。研究结果为工件在测量空间中最优测量位置的选取提供了参考。

关键词 测量; 坐标测量机; 误差补偿; 反距离权重法; 激光追踪多站式测量技术

中图分类号 TH711

文献标识码 A

doi: 10.3788/CJL202047.1204001

Method for Volume Error Calibration of CMM Based on Inverse-Distance Weighting Algorithm

Chen Hongfang*, Zhang Shuang, Liang Chaowei, Tang Liang, Shi Zhaoyao

Beijing Engineering Research Center of Precision Measurement Technology and Instruments, Beijing University of Technology, Beijing 100124, China

Abstract In this paper, a method for volume error calibration of a coordinate measuring machine (CMM) is proposed, which is based on the inverse-distance weighting (IDW) algorithm. The volume errors of the CMM spatial measurement points are firstly obtained using the laser tracing multi-station measurement technique combined with the Levenberg-Marquardt (L-M) algorithm. Subsequently the IDW algorithm is used to spatially interpolate the volume errors of the measurement points and thus the volume error of any point in the whole measurement space of CMM is obtained. The experimental results show that the IDW algorithm has low requirements for measurement paths, high interpolation accuracy, and an error coincidence degree of higher than 96% for volume error in each direction. The research results provide a reference for the selection of the optimal measurement position for workpieces in the measurement space.

Key words measurement; coordinate measuring machine; error compensation; inverse-distance weighting algorithm; laser tracing multi-station measurement

OCIS codes 120.6085; 080.2720; 200.4560

1 引言

三坐标测量机(Coordinate Measuring Machine, CMM)作为坐标测量技术中高效率的精密测量系统,能够完成复杂零件的几何元素、曲线和曲面的空间三维坐标测量,是高端精密制造领域产品质量控制的关键^[1]。

CMM 受力变形、热变形和结构变形等的影响,其测量精度有待进一步提高。体积误差是测量空间中点的实际坐标与理论坐标之间的差值,可以综合表征 CMM 的几何精度^[2-4]。因此体积误差的测量和补偿对于确保 CMM 的空间精度是非常重要的^[5-6]。体积误差补偿的主要目标是收集足够多的信息以补偿加工误差。因此误差测量是实现补偿的

收稿日期: 2020-06-12; 修回日期: 2020-06-30; 录用日期: 2020-07-13

基金项目: 国家重点研发计划(2018YFB2001400)、北京市自然科学基金(3182005)

* E-mail: chf0302@126.com

第一步,也是非常关键的一步。一般对 CMM 体积误差的测量采用激光跟踪仪。例如,Zhang 等^[7]利用激光跟踪仪转站测量了 CMM 的体积误差,随后对体积误差进行分解以得到几何误差,补偿后 x 方向的最大定位误差为 $5.11 \mu\text{m}$,其测量精度还需进一步提高。Wang 等^[8-9]仿真分析了激光跟踪测量系统获得的体积误差并在此基础上分析了分离几何误差的可行性,但并未进行实验验证。与激光跟踪仪相比,激光追踪仪不仅具有较大的测量角度容限,而且还可以最大程度地减少旋转误差对激光追踪系统测量精度的影响^[10-12]。基于激光追踪仪多站位测量的方法可以提高 CMM 的测量精度,且其不确定度保持在微米范围内^[13]。例如,Gaska 等^[14]在工位方法中分别使用 ETALON AG Laser Tracer 来测量 CMM 的 21 项几何误差,并对误差进行了补偿和修正。本课题组也提出了基于激光追踪仪多站位测量技术的 CMM 空域坐标修正方法^[15-18]。但以上 CMM 误差补偿技术的精度均有待进一步提高。

同时误差补偿技术的精度受插值算法的影响较大,决定插值精度的关键是插值算法的选取。目前较为成熟的插值算法有高次多项式拟合插值法、克里金插值法、三线性插值法和反距离权重插值法等^[19-21]。插值算法需要选取合适的三维插值空间,例如构造实体几何空间模型、六面体空间模型、三棱柱空间模型和四面体空间模型等。根据 CMM 测量空间规则,基于六面体空间模型的插值算法作为误差补偿技术对提高 CMM 的测量精度具有重要的意义。Zha 等^[22]利用激光追踪仪测量机床的体积误差,随后利用三线性插值算法建立工作空间的位置误差函数,实现了机床空间任意位置的补偿。

本文提出了一种基于反距离权重 (IDW) 算法修正 CMM 空域任意点体积误差的方法。该方法基于激光追踪多站位测量技术,通过结合列文伯格-马夸尔特 (Levenberg-Marquardt, L-M) 算法,得到了给定 CMM 空域测量点的体积误差修正结果,并利用 IDW 算法得到 CMM 空域中任意点的体积误差。本文所提出的方法能够获取 CMM 测量空间内任意点的体积误差修正结果,解决了激光追踪仪自身测量软件标定 CMM 耗时长、路径规划复杂及数据利用率低的问题。

2 基于 IDW 算法修正 CMM 空域任意点体积误差的方法

首先利用激光追踪仪构建多站位测量系统,在

Laser Cal 软件中规划测量路径和测量点及激光追踪仪的初始站位,之后利用激光追踪多站位测量技术对 CMM 测量空间中的测量点进行转站测量,获取不同站位下规划测量点到激光追踪仪的干涉测长值,利用激光追踪多站位测量技术并结合 L-M 算法解算 CMM 测量点的实际坐标,最后将测量点的实际坐标与理论坐标相减,最终获取 CMM 测量空间中点的体积误差。利用 IDW 算法可实现 CMM 测量空间内任意点的体积误差求解。

2.1 基于激光追踪仪多站位测量系统修正 CMM 空域坐标点体积误差的方法

激光追踪多站位测量系统示意图如图 1 所示。其中,猫眼作为激光追踪仪的目标靶镜,通过机械加工的连接件与坐标测量机的测头连接在一起。当坐标测量机控制测头在坐标测量机的测量空间范围内移动时,猫眼反射镜也同时跟随坐标测量机的测头移动。激光追踪仪发出的激光束经猫眼反射镜反射后,被激光追踪仪接收,形成跟踪干涉。将一台激光追踪仪放置在 CMM 测量平台的至少三个位置上,并在每一个位置处进行完整测量。

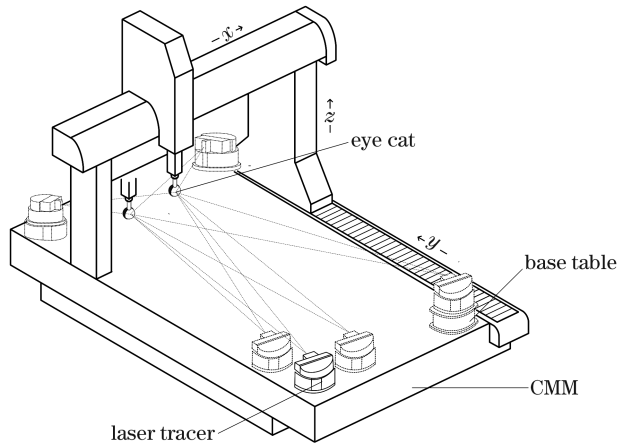


图 1 激光追踪多站位测量系统示意图

Fig. 1 Schematic of laser tracing multi-station measurement system

2.1.1 路径规划

设激光追踪仪在 m 个站位下测量坐标测量机测量空间内的 n 个测量点,对 n 个测量点进行路径规划。测量点坐标为 $A_i(x_i, y_i, z_i)$,其中, i 为规划测量点的编号,激光追踪仪的站位坐标为 $P_j(X_j, Y_j, Z_j)$,在站位 j 上激光追踪仪与初始测量点 A_i 的距离为 d_j ,在测量过程中由激光追踪仪测量得到的相对干涉长度为 l_{ij} 。根据三维空间中两点距离公式可得

$$\sqrt{(x_i - X_j)^2 + (y_i - Y_j)^2 + (z_i - Z_j)^2} = d_j + l_{ij}, \quad (1)$$

式中: $i=1,2,3,\dots,n; j=1,2,3,\dots,m$ 。该方程的个数为 $m \times n$, 未知数的个数为 $4m + 3n$, 为了使方程可解, 需满足 $m \times n \geq 4m + 2n$; 同时为了节省测量时间, 在使站位个数 m 尽可能小的前提下, 得出 $m \geq 4, n \geq 16$ 。在进行多站位测量时, 至少有四个站位对三坐标机床空间进行测量, 且测量点数不少于 16 个。

2.1.2 激光追踪仪站位坐标的标定及精度验证

基于 L-M 算法进行激光追踪仪站位的自标定^[23], 标定出激光追踪仪站位坐标 $P_j(X_j, Y_j, Z_j)$, 以及激光追踪仪站位到初始测量点的距离 d_j 。

激光追踪仪站位自标定利用全球定位系统(GPS)进行模型的建立, 避免了坐标系的转换。同时在求解模型时采用 L-M 算法解算非线性方程组, 有效提高了站位自标定的精度。

在不考虑 CMM 自身误差的情况下, CMM 测头可以准确地到达每个规划的测量点。规划 6 个站位, 92 个测量点, 激光追踪仪理论的站位坐标值如表 1 所示。利用本文提出的基于 L-M 算法进行激光追踪仪站位自标定的方法得到激光追踪仪站位坐标, 仿真 1000 次后得到的站位坐标与理论站位坐标结果一致。由此可见, 在 CMM 没有误差的情况下, 本文所提方法可以精确地标定每个站位的坐标。

表 1 激光追踪仪的理论站位坐标

Table 1 Theoretical station coordinates of laser tracer

Station No.	X /mm	Y /mm	Z /mm
1	-50	-70	-620
2	520	-50	-470
3	520	1300	-620
4	-40	1250	-470
5	70	-70	-620
6	-60	40	-620

考虑 CMM 自身误差, 即 CMM 测头无法准确到达规划的测量点。为了验证本文提出的站位自标定算法的准确性, 将 CMM 的随机误差和系统误差添加到每个规划的测量点上, 假设随机误差服从平

均值为 0、方差为 $3 \mu\text{m}$ 的正态分布, 激光追踪仪的测距误差服从平均值为 0、方差为 $0.5 \mu\text{m}$ 的正态分布。仿真 1000 次取平均值, 得到激光追踪仪的站位坐标, 如表 2 所示, 校准误差如表 3 所示, 其中 ΔX 、 ΔY 、 ΔZ 为激光追踪仪实际的站位坐标与理论站位坐标的差值。

表 2 CMM 有误差时激光追踪仪的站位坐标

Table 2 Position coordinates of laser tracer when CMM has errors

Station No.	X /mm	Y /mm	Z /mm
1	-50.0000	-69.9999	-620.0000
2	520.0001	-50.0003	-470.0001
3	520.0002	1300.0004	-620.0002
4	-39.9998	1249.9997	-470.0000
5	70.0002	-69.9996	-619.9999
6	-60.0001	40.0000	-620.0000

表 3 站位坐标的校准误差

Table 3 Calibration errors of station coordinates

Station No.	ΔX /mm	ΔY /mm	ΔZ /mm
1	-0.06×10^{-4}	0.0001	0.20×10^{-4}
2	1.00×10^{-4}	-0.0003	-0.80×10^{-4}
3	2.00×10^{-4}	0.0004	-2.00×10^{-4}
4	2.00×10^{-4}	-0.0003	0.30×10^{-4}
5	2.00×10^{-4}	0.0004	1.00×10^{-4}
6	-0.90×10^{-4}	-0.0900×10^{-4}	0.09×10^{-4}

从表 3 可以看出, 使用大量测量点标定得到的每个激光追踪仪站位的位置都接近其理论位置。进一步的仿真表明, 校准误差通常会随着 CMM 自身误差的增加而变大。

在激光追踪仪 6 个站位中, 最大的站位坐标校准误差为 $0.4 \mu\text{m}$ 。站位自标定的精度主要受测距误差及算法误差的影响, 仿真实验结果表明, 利用本文提出的方法对激光追踪仪站位进行自标定, 能够保证精度。

2.1.3 基于 L-M 算法得到测量点的真实坐标

根据激光追踪仪多站位测量系统两点间的距离公式即(1)式, 令

$$F_j(x_i, y_i, z_i) = \sqrt{(x_i - X_j)^2 + (y_i - Y_j)^2 + (z_i - Z_j)^2} - d_j - l_{ij}, \quad (2)$$

式中: $F_j(x_i, y_i, z_i)$ 为激光追踪仪测距的残差方程。

记 $\mathbf{F}(x_i, y_i, z_i) = [F_1(x_i, y_i, z_i), F_2(x_i, y_i, z_i), \dots, F_m(x_i, y_i, z_i)]^T$, 则非线性最小二乘问题可表示为

$$\min \mathbf{F}(x_i, y_i, z_i) = \frac{1}{2} \left\| \mathbf{F}(x_i, y_i, z_i) \right\|^2 = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^m F_j^2(x_i, y_i, z_i). \quad (3)$$

将目标函数的梯度记为 $\mathbf{g}(x_i, y_i, z_i)$, 得到 $\mathbf{g}(x_i, y_i, z_i) = \mathbf{J}(x_i, y_i, z_i)^T \mathbf{F}(x_i, y_i, z_i)$, (4)

式中:

$$\mathbf{J}(x_i, y_i, z_i) = \begin{bmatrix} \frac{x_i - X_1}{A} & \frac{y_i - Y_1}{A} & \frac{z_i - Z_1}{A} \\ \frac{x_i - X_2}{B} & \frac{y_i - Y_2}{B} & \frac{z_i - Z_2}{B} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{x_i - X_m}{C} & \frac{y_i - Y_m}{C} & \frac{z_i - Z_m}{C} \end{bmatrix}_{m \times 3},$$

$$A = \sqrt{(x_i - X_1)^2 + (y_i - Y_1)^2 + (z_i - Z_1)^2}, \\ B = \sqrt{(x_i - X_2)^2 + (y_i - Y_2)^2 + (z_i - Z_2)^2}, \\ C = \sqrt{(x_m - X_m)^2 + (y_m - Y_m)^2 + (z_i - Z_m)^2}.$$

设 (x_{ik}, y_{ik}, z_{ik}) 为第 i 个测量点的第 k 次迭代结果, 迭代搜索方向为 \mathbf{d}_k , 则

$$\mathbf{d}_k = \arg \min_{\mathbf{d} \in \mathbf{R}^n} \left\| \mathbf{J}_k(x_{ik}, y_{ik}, z_{ik}) \mathbf{d} + \mathbf{F}_k(x_{ik}, y_{ik}, z_{ik}) \right\|^2 + \mu_k \left\| \mathbf{d} \right\|^2, \quad (5)$$

式中: $\mathbf{F}_k(x_{ik}, y_{ik}, z_{ik})$ 为误差方程; $\mathbf{J}_k(x_{ik}, y_{ik}, z_{ik})$ 为第 i 个测量点第 k 次迭代的误差方程的雅可比矩阵; $\mathbf{d} = [d_x, d_y, d_z]^T$, 其中 d_x, d_y, d_z 分别为 x, y, z 方向上的迭代步进; μ_k 为调整搜索方向引入的正参数, 可以表示为

$$\mu_k = \left| \sqrt{(x_{ik} - X_j)^2 + (y_{ik} - Y_j)^2 + (z_{ik} - Z_j)^2} - d_j - l_{ij} \right|. \quad (6)$$

由最优条件可知, \mathbf{d}_k 满足

$$\nabla \left(\left\| \mathbf{J}_k(x_{ik}, y_{ik}, z_{ik}) \mathbf{d}_k + \mathbf{F}_k(x_{ik}, y_{ik}, z_{ik}) \right\|^2 + \mu_k \left\| \mathbf{d}_k \right\|^2 \right) = 0, \quad (7)$$

式中: ∇ 为梯度算子。

令 \mathbf{I} 为 3×3 单位矩阵, 则迭代搜索方向的表达式为

$$\mathbf{d}_k = -[\mathbf{J}_k(x_{ik}, y_{ik}, z_{ik})^T \mathbf{J}_k(x_{ik}, y_{ik}, z_{ik}) + \mu_k \mathbf{I}]^{-1} \mathbf{J}_k(x_{ik}, y_{ik}, z_{ik})^T \mathbf{F}_k(x_{ik}, y_{ik}, z_{ik}). \quad (8)$$

基于 Armijo 准则确定搜索步长, 对于第 i 个测量点的第 k 次迭代结果 (x_{ik}, y_{ik}, z_{ik}) , 有

$$\frac{1}{2} \sum_{j=1}^m F_j^2(x_{ik} + \beta^{m'} \mathbf{d}_k, y_{ik} + \beta^{m'} \mathbf{d}_k, z_{ik} + \beta^{m'} \mathbf{d}_k) \leq \frac{1}{2} \sum_{j=1}^m F_j^2(x_{ik}, y_{ik}, z_{ik}) + \sigma \beta^{m'} \mathbf{g}_k^T(x_{ik}, y_{ik}, z_{ik}) \mathbf{d}_k, \quad (9)$$

式中: m' 为满足(9)式的最小非负数; $\mathbf{g}_k(x_{ik}, y_{ik}, z_{ik})$ 为第 k 次迭代对应的梯度值; σ 为常数, 且 $\sigma \in (0, 1)$; 常数 $\beta \in (0, 1)$ 。则有

$$\begin{cases} x_{i(k+1)} = x_{ik} + \beta^{m'} d_x \\ y_{i(k+1)} = y_{ik} + \beta^{m'} d_y \\ z_{i(k+1)} = z_{ik} + \beta^{m'} d_z \end{cases} \quad (10)$$

基于 L-M 算法, 经过 k 次迭代, 求出待测点 $A_i(x_i, y_i, z_i)$ 的实际值 $A'_i(x'_i, y'_i, z'_i)$ 。

利用坐标测量机的实际坐标值求解体积误差:

$$\begin{bmatrix} \Delta_{xi} \\ \Delta_{yi} \\ \Delta_{zi} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x'_i \\ y'_i \\ z'_i \\ 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (11)$$

式中: $A_i(x_i, y_i, z_i)$ 为理论坐标值; $A'_i(x'_i, y'_i, z'_i)$ 为实际坐标值; $(\Delta_{xi}, \Delta_{yi}, \Delta_{zi})$ 为 A_i 点的体积误差。

2.2 基于 IDW 算法修正 CMM 空域任意点体积误差的原理

为了得到坐标测量机测量空间范围内任意点的

体积误差修正值, 本文提出了基于 IDW 算法修正 CMM 空域任意点体积误差的方法。IDW 算法在参考点选取策略上普遍采用以下两种方案: 1) 搜索半径固定。以待插点为圆心, 并设置一个固定的半径, 以该圆为搜索邻域, 以落在邻域内的采样点为参考点。但该方法的半径悬而未决, 适合球形测量空间。2) 参考点固定。以离待插值点最近的 N 个采样点作为 IDW 算法的参考点。该策略适用于测量空间比较规则且测量点分布比较均匀的情况^[24]。

由于 CMM 测量空间为规则的长方体且测量点分布较为均匀, 采用参考点固定的策略进行 IDW 插值。对于 CMM 空间中任意点的体积误差修正值, 可以看作是该点周围已经修正的测量点 A_i 的贡献。对于坐标测量机测量空间中任意一点 J , 确定 J 点在六面体内, 该六面体是所有测量点确定的空间范围内的最小六面体, 如图 2 所示。设六面体 8 个顶点分别为 A, B, C, D, E, F, G, H , 其中, $A \sim H$ 属于规划路径中的测量点。

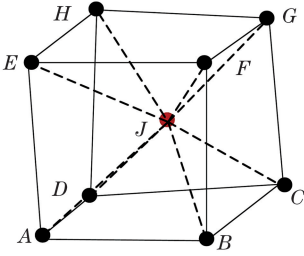


图 2 包含点 J 的最小六面体示意图

Fig. 2 Schematic of smallest hexahedron which contains point J

利用(11)式,求得坐标测量机测量空间中任意一点 J 所属六面体的 8 个顶点的修正值即

$\Delta_A(\Delta x_A, \Delta y_A, \Delta z_A)$ 、 $\Delta_B(\Delta x_B, \Delta y_B, \Delta z_B)$ 、 $\Delta_C(\Delta x_C, \Delta y_C, \Delta z_C)$ 、 $\Delta_D(\Delta x_D, \Delta y_D, \Delta z_D)$ 、 $\Delta_E(\Delta x_E, \Delta y_E, \Delta z_E)$ 、 $\Delta_F(\Delta x_F, \Delta y_F, \Delta z_F)$ 、 $\Delta_G(\Delta x_G, \Delta y_G, \Delta z_G)$ 和 $\Delta_H(\Delta x_H, \Delta y_H, \Delta z_H)$ 。其中, J 点到顶点 A 的距离表示为

$$d_{JA} = \sqrt{(x_A - x_J)^2 + (y_A - y_J)^2 + (z_A - z_J)^2} \quad (12)$$

J 点与另外 7 个顶点的距离 $d_{JB}, d_{JC}, d_{JD}, d_{JE}, d_{JF}, d_{JG}, d_{JH}$ 的计算方式同(12)式。则基于 IDW 得到的 CMM 空间中任意一点 J 的坐标误差修正值 $\Delta_J(\Delta x_J, \Delta y_J, \Delta z_J)$ 为

$$\begin{cases} \Delta x_J = \frac{(d_{JA})^{-\mu} \Delta x_A + (d_{JB})^{-\mu} \Delta x_B + (d_{JC})^{-\mu} \Delta x_C + (d_{JD})^{-\mu} \Delta x_D + (d_{JE})^{-\mu} \Delta x_E + (d_{JF})^{-\mu} \Delta x_F + (d_{JG})^{-\mu} \Delta x_G + (d_{JH})^{-\mu} \Delta x_H}{(d_{JA})^{-\mu} + (d_{JB})^{-\mu} + (d_{JC})^{-\mu} + (d_{JD})^{-\mu} + (d_{JE})^{-\mu} + (d_{JF})^{-\mu} + (d_{JG})^{-\mu} + (d_{JH})^{-\mu}} \\ \Delta y_J = \frac{(d_{JA})^{-\mu} \Delta y_A + (d_{JB})^{-\mu} \Delta y_B + (d_{JC})^{-\mu} \Delta y_C + (d_{JD})^{-\mu} \Delta y_D + (d_{JE})^{-\mu} \Delta y_E + (d_{JF})^{-\mu} \Delta y_F + (d_{JG})^{-\mu} \Delta y_G + (d_{JH})^{-\mu} \Delta y_H}{(d_{JA})^{-\mu} + (d_{JB})^{-\mu} + (d_{JC})^{-\mu} + (d_{JD})^{-\mu} + (d_{JE})^{-\mu} + (d_{JF})^{-\mu} + (d_{JG})^{-\mu} + (d_{JH})^{-\mu}} \\ \Delta z_J = \frac{(d_{JA})^{-\mu} \Delta z_A + (d_{JB})^{-\mu} \Delta z_B + (d_{JC})^{-\mu} \Delta z_C + (d_{JD})^{-\mu} \Delta z_D + (d_{JE})^{-\mu} \Delta z_E + (d_{JF})^{-\mu} \Delta z_F + (d_{JG})^{-\mu} \Delta z_G + (d_{JH})^{-\mu} \Delta z_H}{(d_{JA})^{-\mu} + (d_{JB})^{-\mu} + (d_{JC})^{-\mu} + (d_{JD})^{-\mu} + (d_{JE})^{-\mu} + (d_{JF})^{-\mu} + (d_{JG})^{-\mu} + (d_{JH})^{-\mu}} \end{cases} \quad (13)$$

式中: μ 为调节距离的指数,一般默认为 2。

2.3 IDW 算法的精度评价

2.3.1 利用均方根误差评价 IDW 算法的精度

均方根误差 (Root Mean Square Error, RMSE) 可以衡量被测值与真值之间的偏差。对于本文提出的基于 IDW 算法修正 CMM 测量空间任意点体积误差的方法,利用均方根误差评价该方法的有效性。CMM 空间内一共有 N_{total} 个任意点,其理论坐标为 $J_i(x_i, y_i, z_i)$ ($i=1, 2, 3, \dots, N_{total}$), $\Delta_i(\Delta x_i, \Delta y_i, \Delta z_i)$ 为基于(14)式得到的 CMM 空间内任意点的体积误差, $J'_i(x'_i, y'_i, z'_i)$ 为实际坐标值。基于 IDW 算法获得的 x, y, z 三个方向上的体积误差的均方根误差分别为

$$E_{RMSE,x} = \sqrt{\frac{1}{N_{total}} \sum_{i=1}^{N_{total}} (\Delta x_i)^2}, \quad (14)$$

$$E_{RMSE,y} = \sqrt{\frac{1}{N_{total}} \sum_{i=1}^{N_{total}} (\Delta y_i)^2}, \quad (15)$$

$$E_{RMSE,z} = \sqrt{\frac{1}{N_{total}} \sum_{i=1}^{N_{total}} (\Delta z_i)^2}. \quad (16)$$

均方根误差的值越小,说明方法的精度越高。

2.3.2 利用预测吻合度评价 IDW 算法的精度

利用误差吻合度对 IDW 的插值精度进行评价,预测吻合度越接近 1,说明测量值越接近理论值,即

算法的精度越高。 x, y, z 方向上 IDW 算法插值的误差吻合度分别为

$$R_x^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{N_{total}} (\Delta x_i)^2}{\sum_{i=1}^{N_{total}} \left(x_i - \frac{1}{N_{total}} \sum_{i=1}^{N_{total}} x'_i \right)^2}, \quad (17)$$

$$R_y^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{N_{total}} (\Delta y_i)^2}{\sum_{i=1}^{N_{total}} \left(y_i - \frac{1}{N_{total}} \sum_{i=1}^{N_{total}} y'_i \right)^2}, \quad (18)$$

$$R_z^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{N_{total}} (\Delta z_i)^2}{\sum_{i=1}^{N_{total}} \left(z_i - \frac{1}{N_{total}} \sum_{i=1}^{N_{total}} z'_i \right)^2}. \quad (19)$$

3 实 验

搭建了基于激光追踪仪多站位测量技术修正 CMM 空域任意点体积误差的测量系统,如图 3 所示。三坐标测量机为海克斯康 GLOBAL PERFORMANCE,激光追踪仪为 Etalon 公司的 LaserTracer,型号为 07 2009 TR IF,激光追踪仪空间测量不确定度为 $u_{LaserTracer}(l_{ij}) = 0.2 \mu\text{m} + 0.3 \mu\text{m} \cdot \text{m}^{-1}$ 。激光追踪仪的站位分布如图 1 所示。

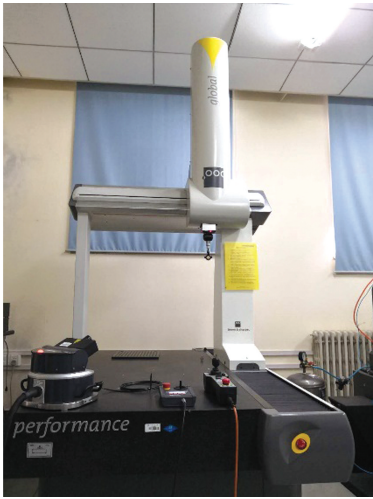


图 3 激光追踪仪多站位测量系统

Fig. 3 Laser tracing multi-station measurement system

3.1 可行性验证

规划出的三坐标测量机的空间测量范围为 $400\text{ mm} \times 300\text{ mm} \times 250\text{ mm}$ 。激光追踪仪分布在坐标测量机的四周。在此范围内规划测量点个数为 $n=92$ ，激光追踪仪的站位个数为 $m=6$ 。采样点的空间分布如图 4 所示。

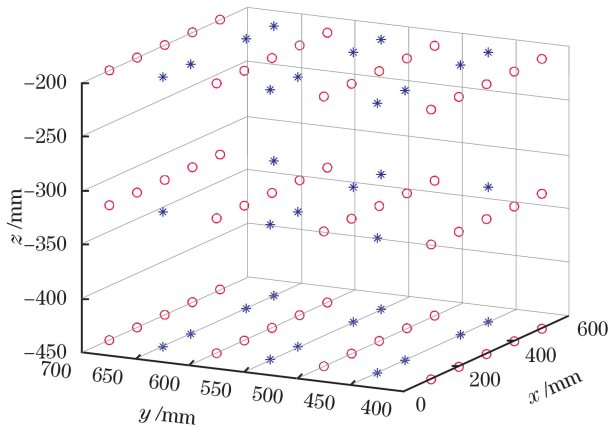


图 4 采样点的空间分布 (圆圈为插值样本数据, 星号为精度评价数据)

Fig. 4 Spatial distribution of sampling points (circle is interpolation sample data, and asterisk is accuracy evaluation data)

抽样检查是利用样本的特征来评估整体的特征, 抽取的样本越多就越能反映整体的真实状态。本文最大化地运用了该原则, 利用最少的点 (规划点的 65%) 来构建测量空间, 抽取 35% 的点来评价插值算法的精度。即选取 65% 的测量点 (如图 4 圆圈所示) 来构建插值空间, 并将该测量点作为插值样本的数据集, 选取 35% 的测量点 (如图 4 星号所示) 来

评价 IDW 插值算法的可行性。

当激光追踪仪位于第一个站位 P_1 时, 通过控制坐标测量机来移动猫眼反射镜, 直到采集完成, 规划的全部 92 个测量点到第一个站位的相对干涉测长距离为 l_{i1} 。为了获得高精度的测量数据, 对 92 个测量点以逆序的形式再次测量一遍 (最后一个点除外), 一个激光追踪仪站位共得到 183 个测量数据。在激光追踪仪测量过程中, 如果同一个待测点两次相对干涉测长距离结果的差值大于 $5\text{ }\mu\text{m}$, 则舍弃这两次测量结果。重复以上过程, 将激光追踪仪进行转站, 分别测量第二个站位 P_2 到第六个站位 P_6 对应的 l_{ij} 。

基于以上 183 个测量数据, 对激光追踪仪的站位进行自标定, 标定结果如表 4 所示。利用 (11) 式得到 92 个测量点的体积误差。

表 4 激光追踪仪的站位坐标与初始测量距离

Table 4 Station coordinates of laser tracer and initial measurement distances

j	X_j/mm	Y_j/mm	Z_j/mm	d_j/mm
1	-55.7659	70.0572	-613.4493	-212.7153
2	522.1023	-51.4716	-465.7633	-253.9001
3	526.3857	1310.3801	-613.4811	-185.4420
4	-41.3214	1269.6249	-465.7788	-206.6375
5	72.6585	-77.6446	-613.4448	-212.7214
6	-65.6418	41.8233	-613.4556	-212.9387

在 $400\text{ mm} \times 300\text{ mm} \times 250\text{ mm}$ 测量空间内, 利用 IDW 算法对规划的 65% 的测量点的体积误差进行插值, 进而获取测量空间中任意点的体积误差, x 、 y 、 z 方向任意点的体积误差插值结果如图 5 所示。如图 5(a) 所示, x 方向的体积误差最大值为 0.0028 mm , 最小值为 -0.0018 mm , 表明 CMM 在 x 方向的体积误差较小且分布比较均匀。如图 5(b) 所示, y 方向的体积误差最大值为 0.0020 mm , 最小值为 -0.0019 mm , 表明 CMM 在 y 方向的体积误差较小但分布不均匀, 中间位置的体积误差较小, 因此在测量过程中, 应将工件尽量放置于中间位置以减小测量误差。如图 5(c) 所示, z 方向的体积误差最大值为 0.0051 mm , 最小值为 -0.0022 mm , 较 x 、 y 方向, z 方向的体积误差较大, 在对 CMM 进行补偿的过程中需重点关注。

利用样本特征来表征整体特征, 抽取的样本

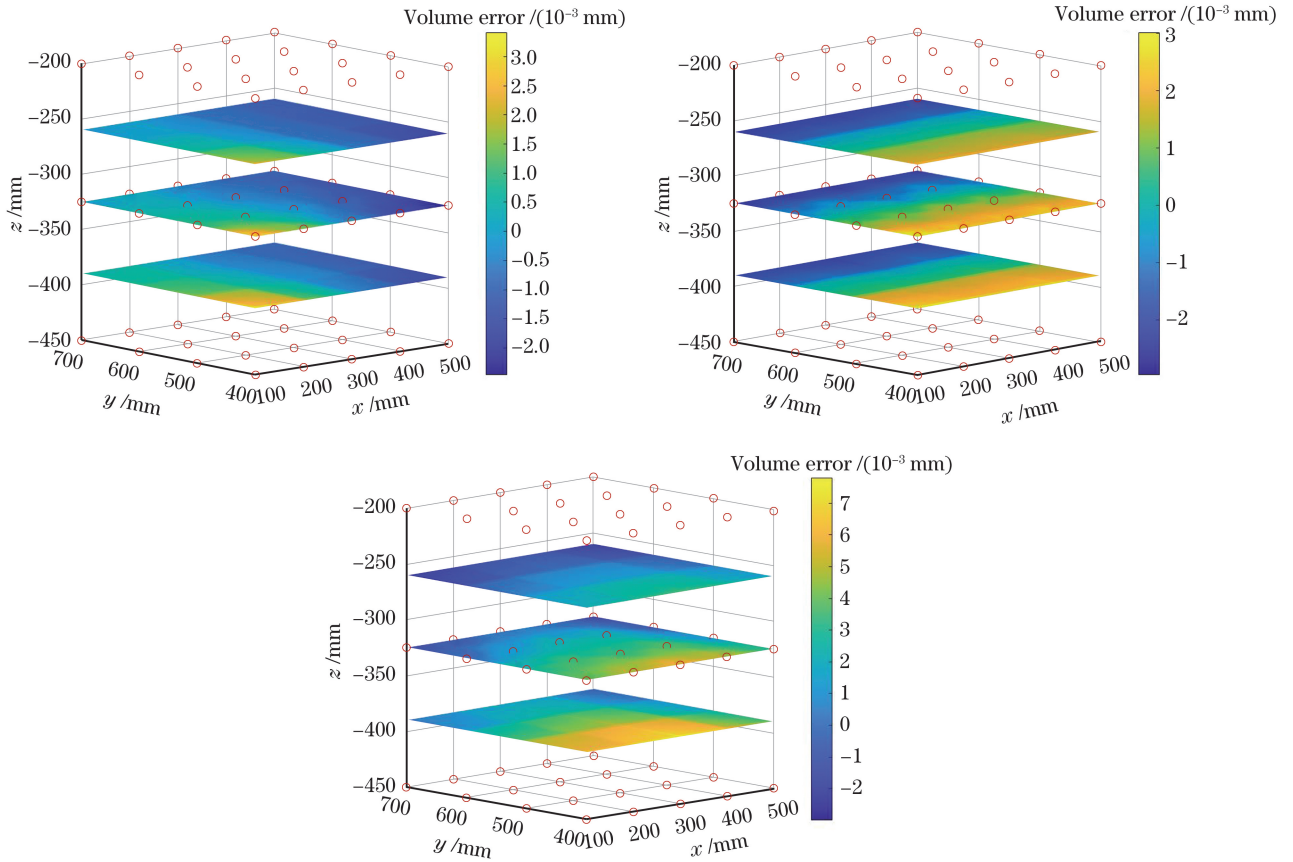


图 5 IDW 插值结果。(a) x 方向的体积误差；(b) y 方向的体积误差；(c) z 方向的体积误差

Fig. 5 IDW interpolation results. (a) Volume error in x direction; (b) volume error in y direction; (c) volume error in z direction

数目越多,就越能反映整体特征。本文选取 35% 测量点的体积误差来验证 IDW 算法的可行性。利用(11)式得到 35% 测量点的体积误差,将其与基于 IDW 算法插值得到的相同空间点的体积误差进行对比,结果如图 6 所示。从图 6 中可以看出,基于 IDW 算法插值得到的体积误差与激光追踪多站位测量系统测量得到的体积误差的差值,在 x 方向上是 $-0.6 \sim 0.5 \mu\text{m}$,在 y 方向上是 $-0.3 \sim 0.5 \mu\text{m}$,在 z 方向上是 $-0.7 \sim 1.0 \mu\text{m}$ 。结果表明,基于 IDW 算法插值得出的体积误差数据是正确的。

3.2 对比实验

在规划路径严格等分插值空间的条件下,利用三线性插值算法求解 CMM 测量空间内任意点的体积误差。IDW 算法仅要求寻找距离插值点最近的 8 个测量点,对测量人员的要求低,更具有普遍适用性。

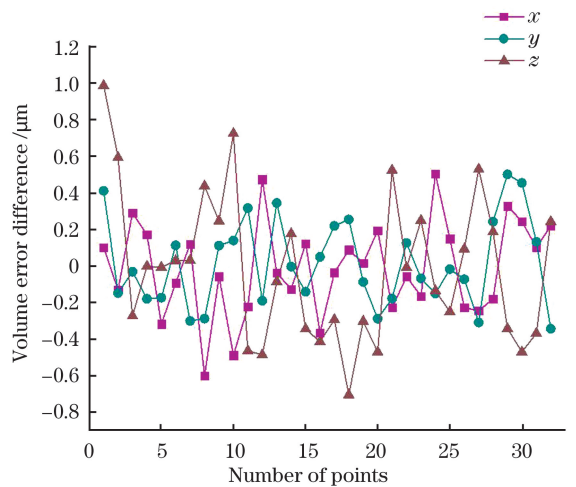


图 6 基于 IDW 算法测量得到的体积误差与激光追踪多站位测量系统测量得到的体积误差的差值

Fig. 6 Difference between volume error obtained by IDW algorithm and volume error measured by laser tracing multi-station measurement system

三线性插值算法主要应用于立方体中,是通过给定顶点数值来计算空间中任意点的体积误差。如图 7 所示, S 为测量空间中任意点,平面 $ADHE$ 垂直于 CMM 的 x 轴, S 点到平面 $ADHE$ 的距离为

L_x ; 平面 $ABFE$ 垂直于 CMM 的 y 轴, S 点到平面 $ABFE$ 的距离为 L_y ; 平面 $ABCD$ 垂直于 CMM 的 z 轴, S 点到平面 $ABCD$ 的距离为 L_z 。其插值计算公式为

$$\Delta_S = (1 - k_3) [(1 - k_1)(1 - k_2)\Delta_A + k_1(1 - k_2)\Delta_B + k_1k_2\Delta_C + (1 - k_1)k_2\Delta_D] + k_3 [(1 - k_1)(1 - k_2)\Delta_E + k_1(1 - k_2)\Delta_F + k_1k_2\Delta_G + (1 - k_1)k_2\Delta_H] \quad (20)$$

式中: $k_1 = \frac{L_x}{|AB|}$, $k_2 = \frac{L_y}{|AD|}$, $k_3 = \frac{L_z}{|AE|}$; $\Delta_A, \Delta_B, \Delta_C, \Delta_D, \Delta_E, \Delta_F, \Delta_G, \Delta_H, \Delta_S$ 分别为 $A, B, C, D, E, F, G, H, S$ 的体积误差。

利用三线性算法对 $400 \text{ mm} \times 300 \text{ mm} \times 250 \text{ mm}$ 测量空间内规划的 65% 的测量点的体积误差进行插值,进而获取测量空间中任意点的体积误差, x, y, z 方向任意点的体积误差的插值结果如图 8 所示。如图 8(a) 所示, x 方向的体积误差最大值为 0.0040 mm , 最小值为 -0.0025 mm 。如图 8(b) 所示, y 方向的体积误差最大值为 0.0032 mm , 最小值

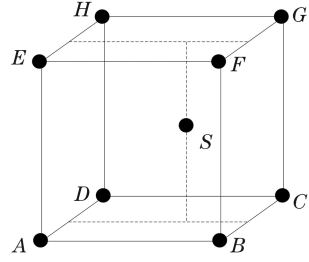


图 7 三线性插值模型示意图

Fig. 7 Schematic of trilinear interpolation model

为 -0.0033 mm 。如图 8(c) 所示, z 方向的体积误差最大值为 0.0094 mm , 最小值为 -0.0039 mm 。

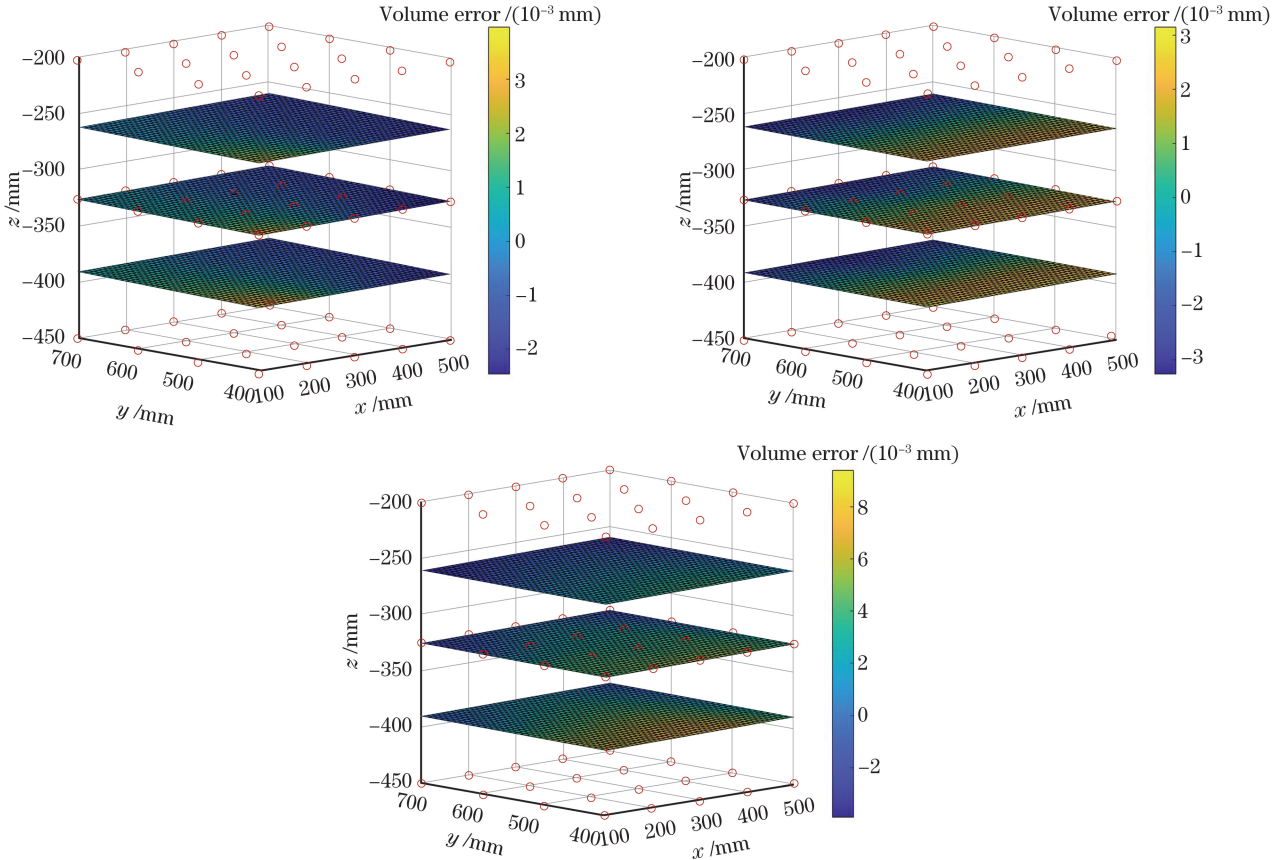


图 8 三线性插值算法获得的体积误差结果。(a) x 方向的体积误差; (b) y 方向的体积误差; (c) z 方向的体积误差
Fig. 8 Volume error results obtained by trilinear interpolation algorithm. (a) Volume error in x direction; (b) volume error in y direction; (c) volume error in z direction

三线性插值算法获得的 CMM 空间任意点的体积误差分布特征与 IDW 算法获得的 CMM 空间任意点的体积误差分布特征是相似的。

利用 35% 的测量点来验证算法的精度。将 IDW 算法插值得到的体积误差与三线性插值算法得到的体积误差分别代入(14)~(19)式,得到的插值算法的精度如表 5 所示,其中 R^2 为误差吻合度。通过对比实验可知,相较于三线性插值算法, IDW 算法的插值精度更高,对路径要求更低,适用范围更广。

表 5 算法精度

Table 5 Algorithm accuracy

Direction	IDW algorithm		Trilinear interpolation algorithm	
	RMSE	R^2	RMSE	R^2
x	0.000255	0.962629	0.000307	0.943569
y	0.000225	0.973257	0.000290	0.961579
z	0.000345	0.984713	0.000360	0.984293

4 结 论

基于激光追踪多站位测量技术,结合 IDW 算法,实现了 CMM 空域任意点的体积误差测量。实验结果表明,在相同条件下,相较于传统的三线性插值方法, IDW 算法的插值精度更高,同时 IDW 算法对路径的要求不高,适用性更强,应用范围更为广泛,具有普遍适用性。所提方法是一种精确插值方法,适用于测量点分布均匀、密集且测量点对插值点的影响随距离而变化的情况。同时, IDW 算法将体积误差可视化,为工件最优测量位置的选取提供了参考。研究结论为 CMM 几何误差的高精度补偿提供了理论基础。

参 考 文 献

[1] Zhang G X. Coordinate measuring machines [M]. Tianjin: Tianjin University Press, 1999: 507-523.
张国雄. 三坐标测量机 [M]. 天津: 天津大学出版社, 1999: 507-523.

[2] Gao W G, Weng L T, Zhang J Y, et al. An improved machine tool volumetric error compensation method based on linear and squareness error correction method [J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2020, 106 (11): 4731-4744.

[3] Li Q Z, Wang W, Zhang J, et al. Measurement method for volumetric error of five-axis machine tool considering measurement point distribution and adaptive identification process [J]. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 2019, 147: 103465.

[4] Erkan T, Mayer J R R. A cluster analysis applied to volumetric errors of five-axis machine tools obtained by probing an uncalibrated artefact [J]. CIRP Annals, 2010, 59(1): 539-542.

[5] Wan A, Song L B, Xu J, et al. Calibration and compensation of machine tool volumetric error using a laser tracker [J]. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 2018, 124: 126-133.

[6] Mutilba U, Yagüe-Fabra J A, Gomez-Acedo E, et al. Integrated multilateration for machine tool automatic verification [J]. CIRP Annals, 2018, 67 (1): 555-558.

[7] Zhang Z J, Hu H. Measurement and compensation of geometric errors of three-axis machine tool by using laser tracker based on a sequential multilateration scheme [J]. Journal of Engineering Manufacture, 2014, 228(8): 819-831.

[8] Wang J D, Guo J J, Zhang G X, et al. The technical method of geometric error measurement for multi-axis NC machine tool by laser tracker [J]. Measurement Science and Technology, 2012, 23(4): 045003.

[9] Wang J D, Sun R K, Zeng X T, et al. Research on base station layout of multi-station and time-sharing measurement by laser tracker [J]. Chinese Journal of Lasers, 2018, 45(4): 0404005.
王金栋, 孙荣康, 曾晓涛, 等. 激光跟踪多站分时测量基站布局研究 [J]. 中国激光, 2018, 45(4): 0404005.

[10] Muralikrishnan B, Lee V D, Blackburn C J, et al. Assessing ranging errors as a function of azimuth in laser trackers and tracers [J]. Measurement Science and Technology, 2013, 24(6): 065201.

[11] Chen H F, Sun Y Q, Wang Y W, et al. High-precision laser tracking measurement method and experimental study [J]. Chinese Journal of Lasers, 2018, 45(1): 0104003.
陈洪芳, 孙衍强, 王亚韦, 等. 高精度激光追踪测量方法及实验研究 [J]. 中国激光, 2018, 45(1): 0104003.

[12] Song H X, Shi Z Y, Chen H F, et al. Error analysis and accuracy assurance of two-dimensional rotatory axes for laser tracing measurement system [J]. Chinese Journal of Lasers, 2018, 45(5): 0504001.
宋辉旭, 石照耀, 陈洪芳, 等. 面向激光追踪测量系统二维回转轴系的误差分析及精度保证 [J]. 中国激光, 2018, 45(5): 0504001.

[13] Gaska A, Krawczyk M, Kupiec R, et al. Modeling of the residual kinematic errors of coordinate measuring machines using LaserTracer system [J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2014, 73(1/2/3/4): 497-507.

- [14] Gaska A, Gruza M, Gaska P, et al. Identification and correction of coordinate measuring machine geometrical errors using laser tracer systems [J]. *Advances in Science and Technology Research Journal*, 2013, 7(20): 17-22.
- [15] Chen H F, Jiang B, Shi Z Y, et al. Uncertainty modeling of the spatial coordinate error correction system of the CMM based on laser tracer multi-station measurement [J]. *Measurement Science and Technology*, 2019, 30(2): 025007.
- [16] Chen H F, Zheng B W, Shi Z Y, et al. CMM spatial coordinate correction method based on laser tracer multistation measurement [J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2017, 44(3): 0304003.
陈洪芳, 郑博文, 石照耀, 等. 基于激光追踪仪多站位测量的CMM空域坐标修正方法[J]. *中国激光*, 2017, 44(3): 0304003.
- [17] Chen H F, Tan Z, Shi Z Y, et al. Optimization method for solution model of laser tracker multilateration measurement [J]. *Measurement Science Review*, 2016, 16(4): 205-210.
- [18] Chen H F, Yan H, Shi Z Y. Laser tracking multi-station positioning method for Mega-gear [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2014, 22(9): 2375-2380.
陈洪芳, 闫昊, 石照耀. 面向特大型齿轮的激光跟踪多站位定位[J]. *光学精密工程*, 2014, 22(9): 2375-2380.
- [19] Zhang Z B, Li G Q, Wei G D, et al. Survey on shape interpolation [J]. *Journal of Computer-Aided Design & Computer Graphics*, 2015, 27(8): 1376-1387.
张智邦, 李桂清, 韦国栋, 等. 形状插值算法综述 [J]. *计算机辅助设计与图形学学报*, 2015, 27(8): 1376-1387.
- [20] Liu X L, Zhao W F. Automated contour system for meteorological observation data [J]. *Meteorological Monthly*, 2009, 35(4): 102-107, 136.
刘旭林, 赵文芳. 气象观测数据等值线自动绘制系统 [J]. *气象*, 2009, 35(4): 102-107, 136.
- [21] Yang Q L, Wei J X, Zheng J H, et al. Comparison of interpolation methods of digital elevation model using discrete point cloud data [J]. *Science of Surveying and Mapping*, 2019, 44(7): 16-23.
杨秋丽, 魏建新, 郑江华, 等. 离散点云构建数字高程模型的插值方法研究 [J]. *测绘科学*, 2019, 44(7): 16-23.
- [22] Zha J, Wang T, Li L H, et al. Volumetric error compensation of machine tool using laser tracer and machining verification [J]. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2020, 108(7/8): 2467-2481.
- [23] Chen H F, Jiang B, Lin H, et al. Calibration method for angular positioning deviation of a high-precision rotary table based on the laser tracer multi-station measurement system [J]. *Applied Sciences*, 2019, 9(16): 3417.
- [24] Duan P, Sheng Y H, Li J, et al. Adaptive IDW interpolation method and its application in the temperature field [J]. *Geographical Research*, 2014, 33(8): 1417-1426.
段平, 盛业华, 李佳, 等. 自适应的IDW插值方法及其在气温场中的应用 [J]. *地理研究*, 2014, 33(8): 1417-1426.