

小波卡尔曼级联滤波算法在捷联惯导系统中的应用

李想, 汪立新*, 沈强, 李灿

火箭军工程大学导弹工程学院, 陕西 西安 710025

摘要 激光捷联惯组(LSIMU)在工作环境下受测量噪声干扰大,尤其是小型激光陀螺仪,不能精确识别地球自转角速度,导致捷联惯导系统无法准确、快速对动基座进行初始对准。针对该问题,提出了一种基于小波卡尔曼级联滤波的LSIMU动基座初始对准算法。仿真对比实验结果表明,相比其他初始对准算法,本算法可以有效提高初始对准精度、减小姿态角对准误差,将全球定位系统辅助激光捷联惯导系统的初始对准精度从 $10'$ 提高到了 $5'$ 以内,且方差最小,可以使对准误差更稳定、快速的收敛。

关键词 激光技术; 激光陀螺; 初始对准; 激光捷联惯导系统; 小波卡尔曼级联滤波; 双天线

中图分类号 TP211+.6

文献标识码 A

doi: 10.3788/CJL202047.1201008

Application of Wavelet Kalman Cascade Filtering Algorithm in Strapdown Inertial Navigation System

Li Xiang, Wang Lixin*, Shen Qiang, Li Can

College of Missile Engineering, Rocket Force University of Engineering, Xi'an, Shaanxi 710025, China

Abstract The laser strapdown inertial measurement unit(LSIMU) is greatly interfered by measurement noise in the working environment, especially the small laser gyroscope, which cannot accurately identify the angular velocity of the earth's rotation. As a result, the strapdown inertial navigation system cannot accurately and quickly perform initial alignment on the moving base. To solve this problem, an initial alignment algorithm of LSIMU moving base based on wavelet Kalman cascade filter is proposed in this paper. The results of simulation and comparison experiments show that compared with other initial alignment algorithms, this algorithm can effectively improve the initial alignment accuracy, reduce the attitude angle alignment error. The initial alignment accuracy of the global positioning system assisted laser strapdown inertial navigation system increases from $10'$ to $5'$ with an minimum variance, which can make the alignment error more stable and fast convergence.

Key words laser technique; laser gyroscopes; initial alignment; laser strapdown inertial navigation system; wavelet Kalman cascade filtering; double antenna

OCIS codes 140.3370;250.0040;120.1880

1 引 言

激光陀螺仪具有精度高、可靠性强等优点,在导弹、飞机等军用领域有着广泛的应用,但高精度激光陀螺仪的成本较高,且体积大,应用于民用领域时性价比不高。微型激光陀螺仪的精度高于光纤陀螺仪,具有体积小、成本低等优势,在战术型武器、小型无人机等领域的应用越来越广泛。但其体积越小、精度越低,初始对准时越容易受到噪声干

扰,导致仪器难以识别地球自转角速度,从而影响初始对准的精度^[1-3]。

捷联惯导系统的初始对准指的是获取后续导航解算所需的精确系统姿态矩阵,人们针对惯导系统提出了多种初始对准模型^[4-6]。李士心等^[7]采用全球定位系统(GPS)提供的速度信息辅助惯导系统进行初始对准,缩短了对准时间,提高了对准精度。杨波等^[8]通过GPS测量的速度解算航向角信息,辅助惯导系统进行导航。但GPS提供的

收稿日期: 2020-07-12; 修回日期: 2020-08-05; 录用日期: 2020-08-12

基金项目: 陕西省自然科学基金基础研究计划(2020JQ-491)

*E-mail: 1561479526@qq.com

速度数据误差较大,且 GPS 测速时需要载体保持一段时间的匀速运动。张复键等^[9-10]提出了多层卡尔曼级联滤波 GPS 辅助微机电系统(MEMS)的初始对准方法,同时提出了 GPS 常速滤波模型,利用卡尔曼滤波对用 GPS 测量的速度数据解算出的航向角进行滤波估计、降噪,再通过次级卡尔曼滤波,提高了 GPS 航向角的估计精度和初始对准精度。吴玉平等^[11-12]提出了航向角信息辅助惯导系统的组合导航系统,用 GPS 双天线基线向量提供航向角信息,测量的 GPS 位置误差比速度误差更小。

本文提出了一种基于小波卡尔曼级联滤波的激光捷联惯组(LSIMU)动基座初始对准算法,采用小波卡尔曼两级串联级联滤波。第一级为改进的自适应小波滤波,由 GPS 双天线提供的基线矢量位置解算得到航向角信息,并对航向角信息进行小波滤波降噪,得到航向角滤波的估计值。同时,载体在匀速或近匀速运动状态下,从加速度计输出的比力信息反解出水平姿态角信息,即俯仰角和横滚角。然后构建欧拉角模型,利用小波滤波航向角估计值、水平姿态角构成新的测量方程,用失准角和陀螺仪误差构建状态方程,进行第二级无迹卡尔曼滤波(UKF)。最后用失准角的精确估计值修正姿态矩阵,完成初始对准。

2 一级小波滤波模型分析

初始对准的流程如图 1 所示,已有研究表明,小波卡尔曼级联滤波算法可以有效提高 LSIMU 初始对准的精度、减小姿态角对准误差,对 LSIMU 的动

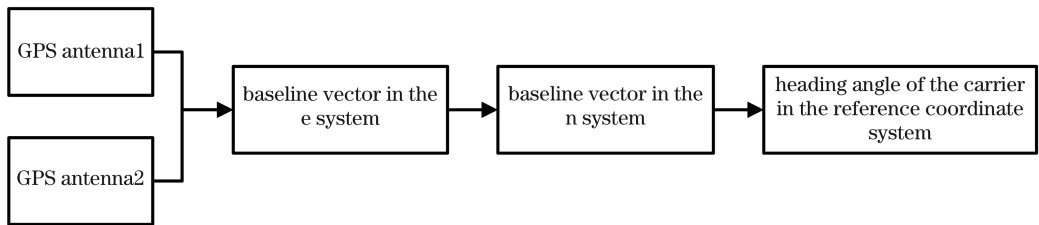


图 2 航向角的求解流程图

Fig. 2 Flow chart of solving heading angle

GPS 可提供载体的纬度(L)、经度(λ)、高度(h)信息,若载体在 n 系下的纬度、经度、高度坐标为 (L, λ, h) , 则其在 e 系下的位置 (x_e, y_e, z_e) 可表示为

$$\begin{cases} x_e = (R_N + h) \cos L \cos \lambda \\ y_e = (R_N + h) \cos L \sin \lambda \\ z_e = [R_N(1 - f)^2 + h] \sin L \end{cases}, \quad (1)$$

基座初始对准具有重要意义。

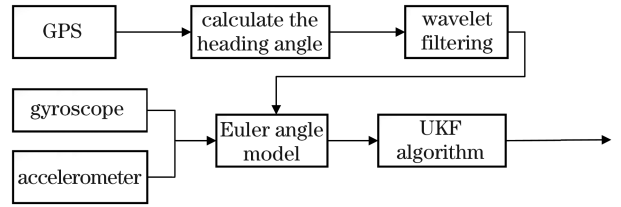


图 1 初始对准的流程图

Fig. 1 Flow chart of initial alignment

2.1 双天线基线矢量测量航向角模型

GPS 提供航向角的方法主要有两种^[13-14], 第一种是通过 GPS 测量的速度数据反解得到,第二种是通过 GPS 测量的位置数据反解得到。GPS 只能测量载体在一段时间内的平均速度,导致用测量速度反解出的航向角误差较大,虽然可以通过滤波算法进行滤波精确估计,但依然存在着较大的误差。而通过 GPS 测量的位置基线矢量反解航向角的方法随处理器的飞速发展,优势越来越明显。

GPS 默认导航采用的是 WGS-84 坐标系, WGS-84 坐标系是地心固定坐标系(ECEF,下文统称为 e 系)的一种,导航坐标系采用东北天坐标系(ENU,下文统称为 n 系),通过主天线 1 和从天线 2 之间的位置数据可计算得到 e 系下的基线向量 (x_e, y_e, z_e) , 通过转换坐标系将 e 系下的基线向量 (x_e, y_e, z_e) 转换到 n 系下的向量 (x_n, y_n, z_n) , 根据向量 (x_n, y_n, z_n) 可解算出载体的航向角^[15]。以主天线的位置为 n 系的原点,求解航向角的基本流程如图 2 所示,基线矢量在 n 系下的向量如图 3 所示。

式中, f 为地球椭圆度, R_N 为载体对应位置所处卯西圈的曲率半径。 e 系到 n 系的转换矩阵 C_n^e 可表示为

$$(C_n^e)^T = C_e^n = \begin{bmatrix} -\sin \lambda & \cos \lambda & 0 \\ -\sin L \cos \lambda & -\sin L \sin \lambda & \cos L \\ \cos L \cos \lambda & \cos L \sin \lambda & \sin L \end{bmatrix}. \quad (2)$$

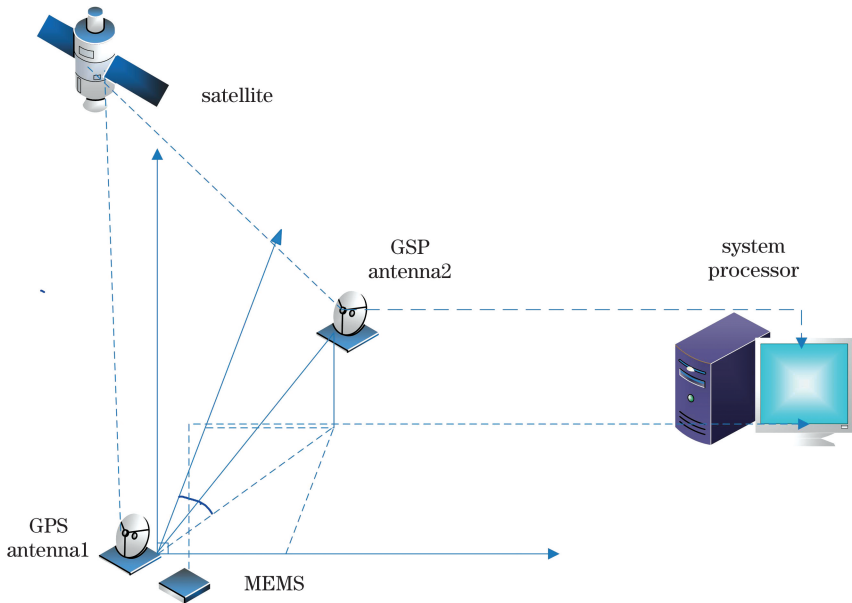


图 3 双天线基线矢量图

Fig. 3 Image of baseline vector of double antenna

将 e 系下的位置坐标转换为 n 系下的位置坐标 $(x_n, y_n, z_n)^T$, 可表示为

$$\begin{bmatrix} x_n \\ y_n \\ z_n \end{bmatrix} = C_e^n \begin{pmatrix} \begin{bmatrix} x_e \\ y_e \\ z_e \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{bmatrix} \end{pmatrix} \quad (3)$$

式中, (x_0, y_0, z_0) 为载体的初始坐标。通过(1)~(3)式可以得到基线矢量, 将基线矢量投影到 n 系下的 X 和 Y 轴, 得到基线矢量投影 x_L 和 y_L , 进一步得到航向角 ψ''

$$\psi'' = \arctan(x_L / y_L). \quad (4)$$

2.2 一级自适应小波滤波

由于解算的航向角误差较大, 因此, 还需对航向角 ψ'' 进行降噪滤波估计。实验设计了自适应小波滤波对航向角 ψ'' 进行小波滤波降噪估计, 得到降噪估计值 ψ' 。小波滤波主要利用小波变换将航向角数据多层分解成近似系数和细节系数, 通过航向角估计值计算小波比例能量熵以自适应地确定分解层数。首先根据最小方差函数和无偏估计原则确定最优阈值^[16-22], 然后将细节系数通过自适应阈值函数滤波, 最后重组滤波后的细节系数和近似系数, 得到新的滤波估计值 ψ' , 小波滤波的流程图如图 4 所示。

计算信号每层小波分解细节系数的能量均值 E_i 可表示为

$$E_i = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N f_i(t)^2, \quad (5)$$

式中, $f_i(t)$ 为 ψ'' 小波变换后第 i 层的第 t 个细节

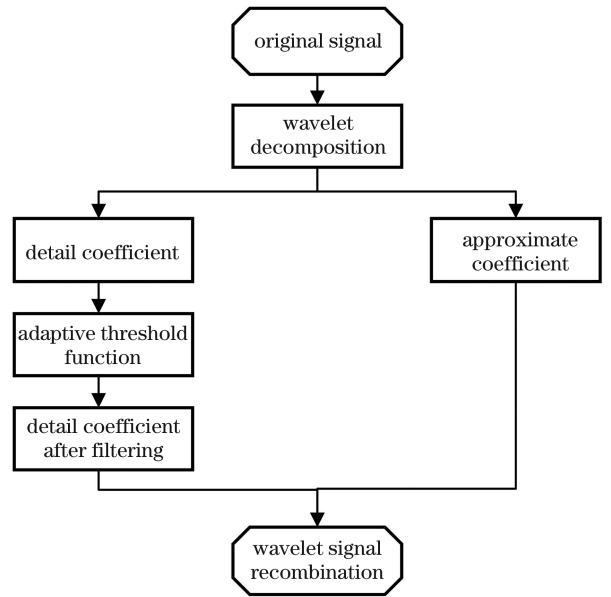


图 4 小波滤波的流程图

Fig. 4 Flow chart of wavelet filtering

系数, N 为系数总数。计算第 i 层小波比例的能量熵 $X_{\text{WWE}}(i)$ 可表示为

$$X_{\text{WWE}}(i) = \frac{\sum_{j=1}^i E_j}{\sum_{j=1}^{i+1} E_j}, \quad (6)$$

设计的自适应阈值函数可表示为

$$\eta_s(x) = \begin{cases} x + T - \frac{2T}{\exp(|x - T|)}, & |x| \geq T, \\ 0, & |x| < T \end{cases}, \quad (7)$$

式中, T 为自适应阈值, x 为数据的分解系数。自适应阈值函数曲线如图 5 所示, 将通过小波滤波降噪估计得到的新航向角滤波估计值 ψ' 作为第二级 UKF 的测量值。

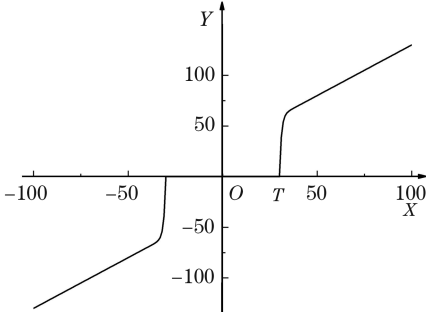


图 5 自适应阈值的曲线

Fig. 5 Curve of adaptive threshold

3 二级无迹卡尔曼滤波模型分析

3.1 欧拉角测量模型

当载体处于静止、匀速或近似匀速运动状态时, 外部因素对载体产生的加速影响可以忽略。加速度计的输出为载体重力矢量在载体坐标系下的投影^[10], 可表示为

$$\mathbf{f} = \begin{bmatrix} f_x^b \\ f_y^b \\ f_z^b \end{bmatrix} = \mathbf{C}_n^b \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -g \end{bmatrix}, \quad (8)$$

式中, g 为重力加速度, f_x^b, f_y^b, f_z^b 为三轴加速度计的比力输出, \mathbf{C}_n^b 为导航坐标系到载体坐标系的转换矩阵, 可表示为

$$\mathbf{C}_n^b = \begin{bmatrix} \cos \gamma \cos \psi + \sin \gamma \sin \psi \sin \theta & -\cos \gamma \sin \psi + \sin \gamma \sin \theta \cos \psi & -\sin \gamma \cos \theta \\ \cos \theta \sin \psi & \cos \psi \cos \theta & \sin \theta \\ \sin \gamma \cos \psi - \cos \gamma \sin \psi \sin \theta & -\sin \gamma \sin \psi - \cos \gamma \cos \psi \sin \theta & \cos \gamma \cos \theta \end{bmatrix}, \quad (9)$$

式中, θ, γ, ψ 分别为载体的俯仰角、横滚角、航向角。对(8)式进行单位化后, 得到

$$\frac{1}{\|\mathbf{f}^b\|} \begin{bmatrix} f_x^b \\ f_y^b \\ f_z^b \end{bmatrix} = \mathbf{C}_n^b \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}, \quad (10)$$

式中, \mathbf{f}^b 为载体坐标系下的比力输出, $\|\cdot\|$ 为 2 范数。载体的俯仰角 θ' 和横滚角 λ' 由加速度计的输出生算得到, 可表示为

$$\begin{cases} \gamma' = \arctan(-f_x^b/f_z^b) \\ \theta' = \arcsin(f_y^b/\|\mathbf{f}^b\|) \end{cases} \quad (11)$$

两个水平姿态角 θ' 和 λ' 与 GPS 解算得到的航向角滤波估计值 ψ' 一起组成新的 UKF 方程观测量, 滤波方程的观测量和测量方程可表示为

$$\mathbf{z}_k = [\theta', \gamma', \psi']^T, \quad (12)$$

$$\mathbf{z}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k, \quad (13)$$

式中, \mathbf{z}_k 为观测量, k 为递推数, \mathbf{x}_k 为状态向量, $\mathbf{H}_k = \mathbf{I}_3$ 为观测矩阵, $\mathbf{v}_k \sim N(0, \mathbf{R}_k)$ 为观测噪声, 与系统噪声 \mathbf{w}_k 不相关, \mathbf{R}_k 为测量的噪声方差矩阵。

3.2 欧拉角状态方程

欧拉角模型的微分方程^[23]可表示为

$$\begin{cases} \dot{\theta} = \omega_{nbx}^b \cos \gamma + \omega_{nbz}^b \sin \gamma \\ \dot{\gamma} = \omega_{nbx}^b \sin \gamma \tan \theta + \omega_{nby}^b - \omega_{nbz}^b \cos \gamma \tan \theta, \\ \dot{\psi} = \omega_{nbx}^b \frac{\sin \gamma}{\cos \theta} - \omega_{nbz}^b \frac{\cos \gamma}{\cos \theta} \end{cases} \quad (14)$$

式中, $\boldsymbol{\omega}_{nb}^b = [\omega_{nbx}^b, \omega_{nby}^b, \omega_{nbz}^b]^T = \boldsymbol{\omega}_{ib}^b - \mathbf{C}_n^b (\boldsymbol{\omega}_{ie}^n + \boldsymbol{\omega}_{en}^n)$, $\boldsymbol{\omega}_{ie}^n = [0, \omega_{ie} \cos L, \omega_{ie} \sin L]^T$, $\boldsymbol{\omega}_{en}^n = [-\frac{V_N}{R_M + h}, \frac{V_E}{R_N + h}, \frac{V_E}{R_N + h} \tan L]^T$, $\boldsymbol{\omega}_{ib}^b$ 为陀螺仪的角速率, ω_{ie} 为地球自转角速率, R_M 为椭球体子午圈曲率半径, R_N 为椭球体卯酉圈曲率半径, V_E, V_N 分别为东向和北向速度。在对准阶段, 载体处于匀速或近匀速状态, 所处高度位置可视为常数。

欧拉角模型状态方程的状态量可表示为

$$\mathbf{x} = [\theta, \gamma, \psi, \epsilon_{bx}, \epsilon_{by}, \epsilon_{bz}]^T, \quad (15)$$

式中, $\epsilon_{bx}, \epsilon_{by}, \epsilon_{bz}$ 为陀螺仪的常值漂移。由(8)式推导出的状态方程为

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{f}(\mathbf{x}_k, \boldsymbol{\omega}_{nb}^b) + \mathbf{w}_k \quad (16)$$

式中, $\mathbf{f}(\mathbf{x}_k, \boldsymbol{\omega}_{nb}^b)$ 为状态函数, $\mathbf{w}_k \sim N(0, \mathbf{Q})$, \mathbf{Q} 为状态量的协方差矩阵。

3.3 无迹卡尔曼滤波方程

UKF 是以无迹变换(UT)为基础的卡尔曼滤波, 在卡尔曼滤波的一步预测时, 采用 UT 处理系统状态的非线性迭代问题, 通过采样的方式近似逼近非线性分布, 解决系统的非线性问题。采样方式为确定性采样, 不仅可以降低采样粒子点数, 也能确保逼近精度^[24]。

UKF 是级联滤波中的第二级滤波器, 其滤波方程和状态空间模型可表示为

$$\begin{cases} \mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{f}(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k) + \mathbf{w}_k \\ \mathbf{z}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k \end{cases} \quad (17)$$

UKF 算法的递推过程如下。

1) 初始化

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{x}}_0 = E(\mathbf{x}_0) \\ \mathbf{P}_0 = E[(\mathbf{x}_0 - \hat{\mathbf{x}}_0)(\mathbf{x}_0 - \hat{\mathbf{x}}_0)^T] \end{cases}, \quad (18)$$

式中, \mathbf{P}_0 为协方差矩阵。

2) 时间更新

首先构造 Sigma 点

$$\mathbf{x}_{k-1}^i = \begin{cases} \hat{\mathbf{x}}_{k-1}, & i=0 \\ \hat{\mathbf{x}}_{k-1} + (\sqrt{(n+\kappa)\mathbf{P}_{k-1}})_i, & i=1, \dots, n \\ \hat{\mathbf{x}}_{k-1} - (\sqrt{(n+\kappa)\mathbf{P}_{k-1}})_i, & i=n+1, \dots, 2n \end{cases} \quad (19)$$

式中, \mathbf{x} 为分段 Sigma 点, κ 为尺度参数, n 为系统状态的维数。对 Sigma 点进行非线性变换, 可表示为

$$\mathbf{x}_{k|k-1}^i = \mathbf{f}(\mathbf{x}_{k-1}^i). \quad (20)$$

预测状态量和状态协方差可表示为

$$\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} \approx \sum_{i=0}^{2n} W_i^{(m)} \mathbf{x}_{k|k-1}^i, \quad (21)$$

$$\mathbf{P}_{k|k-1} \approx \sum_{i=0}^{2n} W_i^{(c)} (\mathbf{x}_{k|k-1}^i - \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1})(\mathbf{x}_{k|k-1}^i - \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1})^T + \mathbf{Q}_k, \quad (22)$$

$$\begin{cases} W_0^{(m)} = \frac{\kappa}{n + \kappa} \\ W_0^{(c)} = \frac{\kappa}{n + \kappa} + 1 - \alpha^2 + \beta, \\ W_i^{(c)} = W_i^{(m)} = \frac{\kappa}{2(n + \kappa)} \end{cases} \quad (23)$$

式中, $W_0^{(c)}$ 、 $W_0^{(m)}$ 分别为不同的 Sigma 点系数, $e^{-4} < \alpha < 1$ 为第二个尺度参数, α 通常为一个较小的正数, λ 通常设置为 0 或 $3 - n$, β 为状态分布参数, 对于高斯分布而言, $\beta = 2$ 得到的结果最优。

3) 测量值的更新过程可表示为

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{H}_k^T (\mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k)^{-1}, \quad (24)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{k|k} = \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} + \mathbf{K}_k (\mathbf{z}_k - \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}), \quad (25)$$

$$\mathbf{P}_{k|k} = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k) \mathbf{P}_{k|k-1} (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k)^T + \mathbf{K}_k \mathbf{R}_k \mathbf{K}_k^T. \quad (26)$$

4 仿真实验分析

仿真参数: 载体的初始纬度、经度和高度分别为 34° 、 108° 、 380 m, 载体的姿态角初始值均为 0° , 水平姿态角的初始误差为 1° , 航向角的初始误差为

2° , 双天线基线长度为 10 m, 位置初始误差为 10 m, 速度初始误差为 0.1 m/s。载体沿前进方向以 30 m/s 的速度进行匀速运动, 忽略高度变化, 系统的仿真时间为 300 s。惯性器件的仿真参数包括加速度计、陀螺仪的仿真参数设计, 加速度计的零偏为 0.2 mg, 随机游走误差为 0.4 Hz; 陀螺仪的漂移为 0.01 ($^\circ$)/h, 随机游走误差为 0.001 ($^\circ$)/h, 采样频率为 2000 Hz。GPS 输出的定位误差为 10 m, 测速误差为 0.1 m/s, 数据更新频率为 1 Hz。为了绘制更清晰的曲线, 每隔 2000 个数据点取一个采样点。

采用对比分析仿真实验的方法, 在初始对准中分别采用小波无迹卡尔曼级联滤波(WUKCF)算法、GPS 常速模型下的标准无迹卡尔曼级联滤波(SKUKCF)算法^[7-8]、欧拉角模型下的无迹卡尔曼滤波(EAUKF)算法、标准卡尔曼滤波(SKF)算法、小波卡尔曼级联滤波(WKCF)算法、欧拉角模型下的标准卡尔曼滤波(EASKF)算法计算对准的精度和误差角。

不同算法的流程对比分析如图 6 所示, 上述算法均利用 GPS 信息辅助微机械惯性测量单元(MIMU)进行初始对准, 区别在于航向角的获取方式、航向角估计值的滤波处理方式、姿态角的估计模型和滤波方法等。实验将其余五种算法和本算法(WUKCF 算法)进行初始对准, 并对比分析了滤波对对准误差和精度的影响。

由 GPS 双天线基线矢量位置信息解算出的航向角误差较大, 因此, 需要对航向角进行滤波估计。WUKCF 算法采用小波滤波降噪估计的方法得到航向角的滤波降噪估计值, SKUKCF 算法用 GPS 常速方程模型下的标准卡尔曼滤波方法得到航向角的滤波降噪估计值, EAUKF 滤波算法没有对解算后的航向角进行滤波降噪估计, 只进行了简单的平滑估计。所有算法对航向角滤波的估计误差如图 7 所示, 其中, 纵坐标为航向角误差。可以发现, 小波滤波降噪对误差的抑制效果最明显, 结合 UKF 模型可使航向角滤波降噪后的估计误差最小。

得到航向角滤波估计值后, 利用加速度计提供的信息进行水平姿态角解算, 用解算出的水平姿态角和航向角滤波估计值作为新的观测量和状态量进行第二次滤波估计。WUKCF、SKUKCF、EAUKF 的二级滤波器采用欧拉角模型下的 UKF, SKF、WKCF 算法的二级滤波器采用欧拉角模型下的标准卡尔曼滤波。在一级滤波提供的观测量基

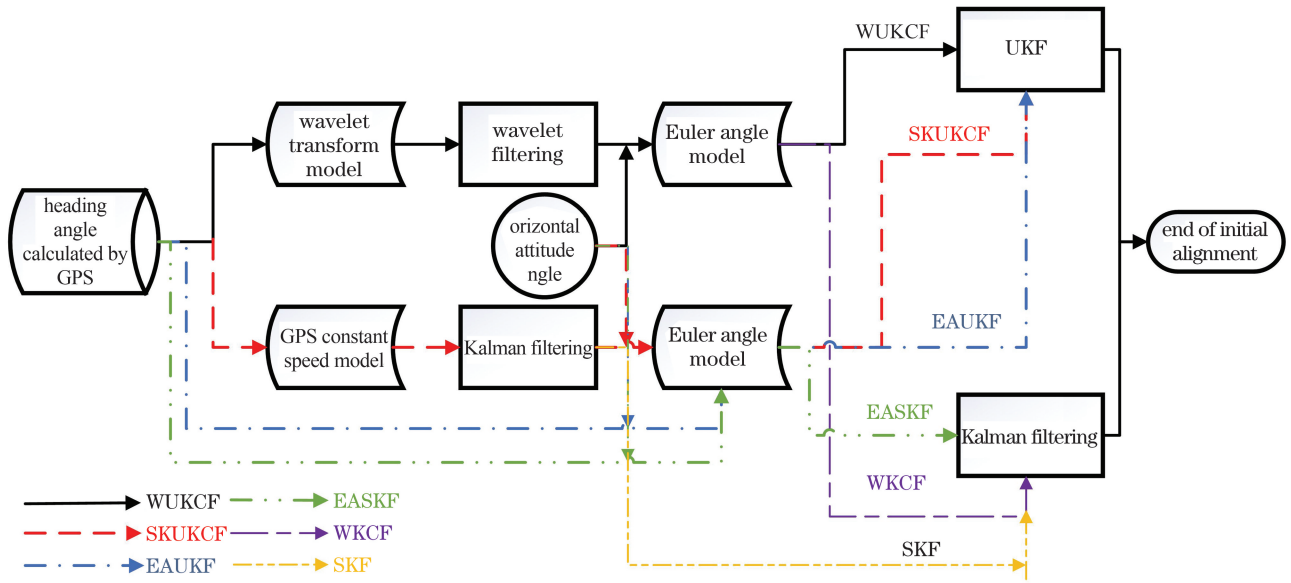


图 6 不同算法的流程对比

Fig. 6 Process comparison of different algorithms

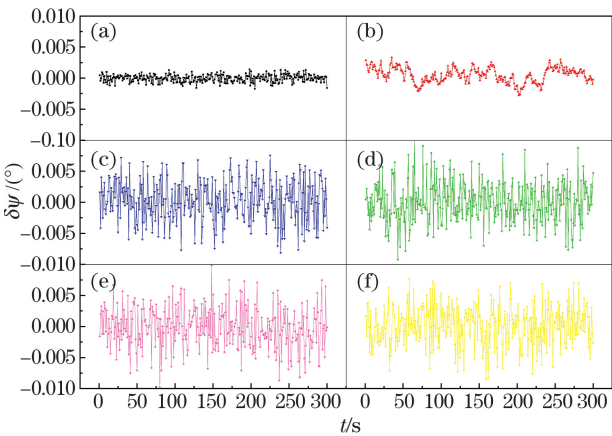


图 7 不同算法的航向角滤波估计误差。(a) WUKCF; (b) SKUKCF; (c) EAUKF; (d) SKF; (e) WKCF; (f) EASKF

Fig. 7 Error of heading angle filtering estimation of different algorithms. (a) WUKCF; (b) SKUKCF; (c) EAUKF; (d) SKF; (e) WKCF; (f) EASKF

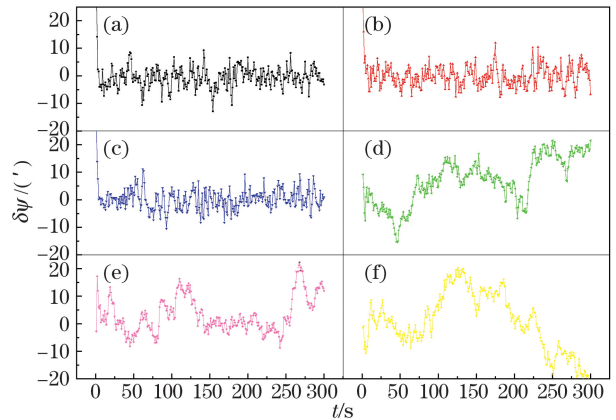


图 8 不同算法的俯仰角对准误差。(a) WUKCF; (b) SKUKCF; (c) EAUKF; (d) SKF; (e) WKCF; (f) EASKF

Fig. 8 Pitch angle alignment errors of different algorithms. (a) WUKCF; (b) SKUKCF; (c) EAUKF; (d) SKF; (e) WKCF; (f) EASKF

基础上,用不同的滤波算法进行二级滤波对准,其中,俯仰角、横滚角的滤波对准误差如图 8、图 9 所示。可以看出,二级滤波器对由加速度计解算得到的横滚角和俯仰角滤波估计误差精度的影响很小,UKF 的滤波估计精度仅比标准卡尔曼滤波估计精度高一点,WUKCF、SKUKCF、EAUKF 算法的水平姿态角(俯仰角和横滚角)滤波估计误差精度大致相同,在航向角经不同的一级滤波器滤波后作为测量值对水平姿态角滤波效果的影响也不大。

航向角的对准误差对比如图 10、图 11 所示,图

10 为六种滤波算法的航向角对准误差,图 11 为 WUKCF 算法和其他五种算法的对比分析图以及 SKUKCF 算法和 EAUKF 算法的对比分析图。可以看出,SKF、WKCF、EASKF 算法的航向角对准误差都呈发散趋势,WUKCF、SKUKCF、EAUKF 算法的航向角对准误差结果都能收敛,其中,WUKCF 算法的航向角对准误差最小、对准精度最高。在二级滤波器中,欧拉角模型下的 UKF 可以保证航向角对准精度高、结果具有收敛性,欧拉角模型下的卡尔曼滤波出现了明显的航向角对准误

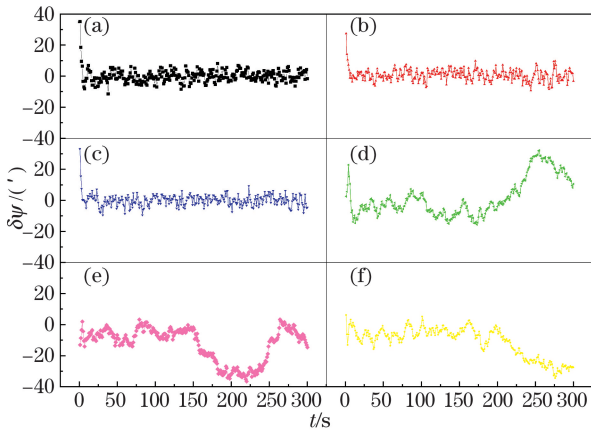


图 9 不同算法的横滚角对准误差。(a) WUKCF; (b) SKUKCF; (c) EAUKF; (d) SKF; (e) WKCF; (f) EASKF
 Fig. 9 Roll angle alignment errors of different algorithms. (a) WUKCF; (b) SKUKCF; (c) EAUKF; (d) SKF; (e) WKCF; (f) EASKF

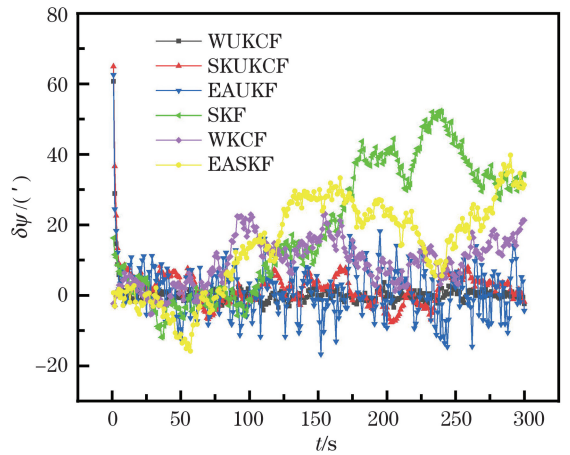


图 10 不同算法的航向角对准误差
 Fig.10 Heading angle alignment errors of different algorithms

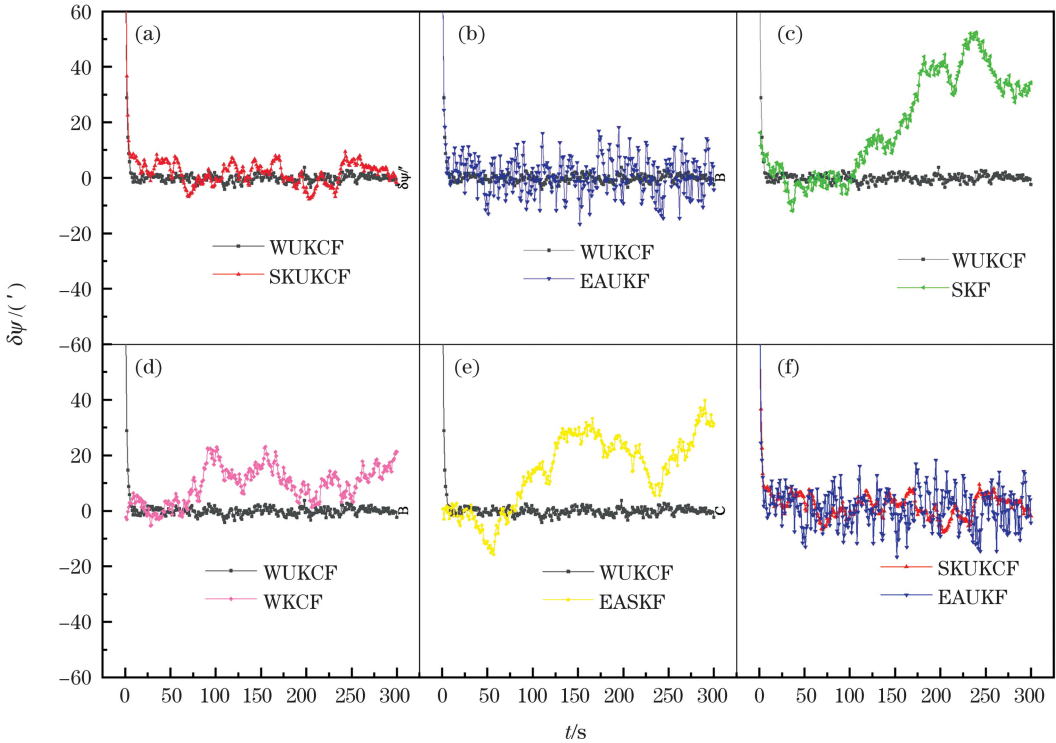


图 11 WUKCF 算法和其余算法的航向角对准误差对比。(a) SKUKCF; (b) EAUKF; (c) SKF; (d) WKCF; (e) EASKF; (f) SKUKCF 和 EAUKF
 Fig. 11 Comparison of heading angle alignment error between WUKCF algorithm and other algorithms. (a) SKUKCF; (b) EAUKF; (c) SKF; (d) WKCF; (e) EASKF; (f) SKUKCF and EAUKF

差发散情况;在一级滤波器里,小波滤波和 GPS 常速模型下的卡尔曼滤波都能减小航向角对准误差,且小波滤波方法得到的航向角对准误差更小。

不同算法的姿态角对准误差 (e_ψ) 和方差 (S_ψ) 如表 1 所示,可以看出,对于水平姿态角的对准误差和方差,六种级联滤波算法的差别不大,且

不存在发散情况。对于航向角,SKF、WKCF、EASKF 算法的对准误差都呈发散趋势,且标准差较大,这表明对准误差的数据波动大、发散性强。WUKCF、SKUKCF、EAUKF 算法可对对准误差进行快速收敛,且误差数据方差小。其中,WUKCF、SKUKCF、EAUKF 算法的对准误差分别小于 $5'$ 、

10′、20′, WUKCF 算法的对准误差优于 SKUKCF 算法和 EAUKF 算法。而 WUKCF 算法将 GPS 辅助 MEMS 的初始对准精度从 10′提高到了 5′以内,

且方差最小, 这表明在本算法的作用下对准误差能更稳定、快速的收敛, 在 GPS 辅助 MIMU 初始对准应用领域具有重要意义。

表 1 不同算法的姿态角对准误差

Table 1 Attitude angle alignment errors of different algorithms

Algorithm	$e_\psi / (^\circ)$	S_ψ	$e_\theta / (^\circ)$	S_θ	$e_\gamma / (^\circ)$	S_γ
WUKCF	<5	1.26	<12	3.5	<12	3.46
SKUKCF	<10	3.86	<12	3.6	<12	3.49
EAUKF	<20	6.59	<12	3.5	<12	3.47
SKF	<40	18.38	<25	8.4	<36	12.30
WKCF	<25	8.14	<25	6.4	<36	10.90
EASKF	<40	13.14	<25	10.4	<36	9.40

5 结 论

利用 GPS 双天线基线矢量信息辅助 LSIMU 进行初始对准, 提出了一种小波卡尔曼级联滤波算法。基于小波滤波和 UKF 设计了两级级联滤波器, 利用双天线基线矢量解算航向角信息。其中, 一级滤波器为自适应小波滤波器, 对航向角进行滤波降噪估计; 二级滤波器为 UKF, 在欧拉角模型下对加速度计解算出的水平姿态角进行滤波。再将经一级滤波的航向角进行二级 UKF, 得到姿态角修正姿态矩阵, 完成初始对准。仿真对比实验表明, 本算法可以提高初始对准精度, 缩短对准时间, 滤波对准效果优于其他对比算法, 在 GPS 辅助 LSIMU 初始对准应用领域有重要意义。

参 考 文 献

[1] Wang X K, Gao Y P. Universal time calculation method based on large-scale fiber optic gyroscopes [J]. Acta Optica Sinica, 2019, 39(9): 0920001.
王惜康, 高玉平. 一种基于大型光纤陀螺仪的世界时解算方法[J]. 光学学报, 2019, 39(9): 0920001.

[2] Li X, Wang L X, Shen Q. Prediction of the random error of a laser gyroscope using the modified GM (1,1) model[J]. Acta Optica Sinica, 2020, 40 (12): 1204001.
李想, 汪立新, 沈强. 基于改进 GM(1,1)模型的激光陀螺仪随机误差预测 [J]. 光学学报, 2020, 40 (12): 1204001.

[3] Chen D Y, Yang Y H, Wang Z L, et al. Experimental investigation on nonlinearity of spin-exchange relaxation-free atomic spin gyroscope [J]. Acta Optica Sinica, 2019, 39(8): 0806004.
陈东营, 杨远洪, 王中亮, 等. 无自旋交换弛豫原子

自旋陀螺非线性特性实验研究 [J]. 光学学报, 2019, 39(8): 0806004.

[4] Chen C G, Liu W C. Research on initial alignment of strapdown inertial navigation system of shipborne weapon on moving base [J]. Digital Technology & Application, 2020(1): 219-222.
陈春歌, 刘文超. 动基座条件下舰载武器捷联惯导系统初始对准研究 [J]. 数字技术与应用, 2020(1): 219-222.

[5] Sun J, Zou J, Hu T. Indirect alignment of MEMS inertial navigation system based on multi forgetting factors adaptive Kalman filter de-noising [J]. Application of Electronic Technique, 2018, 44(10): 45-47, 51.
孙佳, 邹靖, 胡桐. 一种多遗忘因子自适应卡尔曼降噪的 MEMS 间接对准 [J]. 电子技术应用, 2018, 44 (10): 45-47, 51.

[6] Chen G W, Cheng J H, Li S Y, et al. Research on indirect coarse alignment method of MEMS based on improved wavelet denoising [J]. Journal of Dalian University of Technology, 2019, 59(3): 323-330.
陈光武, 程鉴皓, 李少远, 等. 基于改进小波降噪的 MEMS 间接粗对准方法研究 [J]. 大连理工大学学报, 2019, 59(3): 323-330.

[7] Li S X, Wang Y F, Yang Y, et al. Velocity matching alignment of low cost INS/GPS integrated system [J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2005, 13(1): 35-37.
李士心, 王岩飞, 杨晔, 等. 低成本 GPS/IMU 组合导航中的速度匹配对准研究 [J]. 中国惯性技术学报, 2005, 13(1): 35-37.

[8] Yang B, Shan B, Wang Y G, et al. MIMU/GPS precise integrated navigation method aided by heading information [J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2018, 26(5): 643-648.

- 杨波, 单斌, 王跃钢, 等. 航向信息辅助的 MIMU/GPS 高精度组合导航方法[J]. 中国惯性技术学报, 2018, 26(5): 643-648.
- [9] Zhang F J, Shan B, Yang B, et al. Application of cascaded Kalman filter in initial alignment [J]. *Computer Measurement & Control*, 2018, 26(9): 287-291.
- 张复建, 单斌, 杨波, 等. 级联卡尔曼滤波在初始对准中的应用[J]. 计算机测量与控制, 2018, 26(9): 287-291.
- [10] Zhang F J, Shan B, Wang Y G, et al. Initial alignment method of MIMU aided by GPS under static condition [J]. *Aerospace Control*, 2018, 36(5): 58-63.
- 张复建, 单斌, 王跃钢, 等. GPS 辅助 MIMU 静止条件下的初始对准方法[J]. 航天控制, 2018, 36(5): 58-63.
- [11] Wu Y P, Wang J H, Yang Z. High precision GPS system based on double antennas and its application in unmanned surface vessel[J]. *Computer Measurement & Control*, 2015, 23(4): 1330-1332, 1358.
- 吴玉平, 王建华, 杨钊. 基于双天线的高精度 GPS 定位测向系统及其在无人水面艇上的应用[J]. 计算机测量与控制, 2015, 23(4): 1330-1332, 1358.
- [12] Yang Z, Wang J H, Wu Y P. Application of Kalman filter in dual antenna GPS positioning system of unmanned surface vessel[J]. *Computer Measurement & Control*, 2014, 22(9): 2922-2925.
- 杨钊, 王建华, 吴玉平. 卡尔曼滤波在无人水面艇双天线 GPS 定位测向系统中的应用[J]. 计算机测量与控制, 2014, 22(9): 2922-2925.
- [13] Dai T G, Gong S S, Wei M, et al. Research on GNSS dual antennas attitude determination and point calibration method[J]. *GNSS World of China*, 2019, 44(6): 110-115.
- 代桃高, 宫帅帅, 魏明, 等. 一种 GNSS 双天线姿态确定及点位标定方法研究[J]. 全球定位系统, 2019, 44(6): 110-115.
- [14] Wang H L, Su Z, Liu N, et al. Research on dual-antenna GNSS-assisted mins navigation method [J]. *Journal of System Simulation*, 2019, 31(11): 2434-2441.
- 王海璐, 苏中, 刘宁, 等. 双天线 GNSS 辅助 MINS 导航方法研究[J]. 系统仿真学报, 2019, 31(11): 2434-2441.
- [15] Zhu F L. Research on high precision Beidou dynamic four antenna orientation technology [D]. Beijing: Beijing Institute of Technology, 2016.
- 朱福乐. 高精度北斗动态四天线定向技术研究[D]. 北京: 北京理工大学, 2016.
- [16] Donoho D L. De-noising by soft-thresholding [J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 1995, 41(3): 613-627.
- [17] Donoho D L, Johnstone I M. Adapting to unknown smoothness via wavelet shrinkage[J]. *Journal of the American Statistical Association*, 1995, 90(432): 1200-1224.
- [18] Coifman R R, Donoho D L. Translation-invariant denoising[M]. New York: Springer, 1995: 125-150.
- [19] Zhang X P, Desai M D. Adaptive denoising based on SURE risk [J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 1998, 5(10): 265-267.
- [20] Stein C M. Estimation of the mean of a multivariate normal distribution [J]. *The Annals of Statistics*, 1981, 9(6): 1135-1151.
- [21] Pan Q, Dai G Z, Zhang H C, et al. A threshold selection method for hard-threshold filter algorithm [J]. *Acta Electronica Sinica*, 1998, 26(1): 3-5.
- 潘泉, 戴冠中, 张洪才, 等. 基于阈值决策的子域域去噪方法[J]. 电子学报, 1998, 26(1): 3-5.
- [22] Qu T S, Dai Y S, Wang S X. Adaptive wavelet thresholding denoising method based on SURE estimation[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2002, 30(2): 266-268.
- 曲天书, 戴逸松, 王树勋. 基于 SURE 无偏估计的自适应小波阈值去噪[J]. 电子学报, 2002, 30(2): 266-268.
- [23] Ye Y Y, Zhang Y Z, Zou X Y, et al. Improvement of Euler angle attitude algorithm [J]. *Equipment Manufacturing Technology*, 2018(3): 104-105, 134.
- 野莹莹, 张艳珠, 邹心宇, 等. 欧拉角姿态解算的改进[J]. 装备制造技术, 2018(3): 104-105, 134.
- [24] Wang W, Hu G G, Gao S S, et al. Maximum likelihood principle based adaptive unscented Kalman filter for INS/GNSS integration [J]. *Journal of Chinese Inertial Technology*, 2017, 25(5): 656-663.
- 王维, 胡高歌, 高社生, 等. 基于极大似然准则的 INS/GNSS 组合导航自适应 UKF 滤波算法[J]. 中国惯性技术学报, 2017, 25(5): 656-663.