

# 开环单向耦合半导体激光器的相位混沌同步

孙宇川<sup>1,2</sup>, 毛晓鑫<sup>1,2</sup>, 王安帮<sup>1,2\*</sup>

<sup>1</sup>太原理工大学新型传感器与智能控制教育部重点实验室, 山西 太原 030024;

<sup>2</sup>太原理工大学物理与光电工程学院, 山西 太原 030024

**摘要** 研究半导体激光器开环单向耦合的相位混沌同步。采用希尔伯特变换提取混沌激光器光场的相位时间序列, 利用互相关系数、同步误差分析半导体激光器相位同步特性。实验结果表明, 当注入强度大于 0.80、频率失谐为  $-11.0 \sim 4.0$  GHz 时, 主、从激光器可实现同步系数大于 0.95 的相位混沌同步, 且相位混沌同步的参数范围大于强度混沌同步。实验也依据平均相位差验证了系统的相位锁定现象。

**关键词** 激光光学; 混沌; 半导体激光器; 保密通信; 混沌同步; 相位同步; 希尔伯特变换

中图分类号 TN248.4

文献标志码 A

doi: 10.3788/CJL202047.1001003

## Phase Chaos Synchronization of Semiconductor Laser with Open-Loop Unidirectional Coupling Configuration

Sun Yuchuan<sup>1,2</sup>, Mao Xiaoxin<sup>1,2</sup>, Wang Anbang<sup>1,2\*</sup>

<sup>1</sup>Key Laboratory of Advanced Transducers and Intelligent Control System, Ministry of Education, Taiyuan University of Technology, Taiyuan, Shanxi 030024, China;

<sup>2</sup>College of Physics and Optoelectronics, Taiyuan University of Technology, Taiyuan, Shanxi 030024, China

**Abstract** A phase chaos synchronization of semiconductor lasers with open-loop unidirectional coupling is studied. The phase time series of chaotic laser field is extracted using a Hilbert transform, and the phase synchronization characteristic is analyzed by a cross correlation coefficient and synchronization error. The results of the experiment show that the master laser and slave laser can attain a phase chaos synchronization with a synchronization coefficient above 0.95 at an injection strength exceeding 0.80 and its frequency detuning from  $-11$  GHz to 4 GHz. The results also show that phase chaos synchronization has a wider parameter range than intensity chaos synchronization. According to the average phase difference, the phase-locking phenomenon is also observed during the experiment.

**Key words** laser optics; chaos; semiconductor laser; secure communication; chaos synchronization; phase synchronization; Hilbert transform

**OCIS codes** 140.1540; 140.5960; 040.2840

## 1 引言

近 20 年来,混沌激光保密通信因具有高速率、硬件加密、与现有光纤通信系统兼容等特点而受到广泛关注。1998 年, van Wiggeren<sup>[1]</sup>首次利用光纤激光器实现 10 MHz 信号背靠背保密通信验证性实验。2005 年, 欧盟框架计划 OCCULT 在雅典城域网中将光反馈半导体激光器作为混沌收发机实现了

速率为 1 Gbit/s、误码率为  $10^{-7}$ 、距离为 120 km 的混沌保密光通信现场实验<sup>[2]</sup>。2010 年, Lavrov 等<sup>[3]</sup>在法国贝桑松城域网中将光电振荡器作为收发机实现了 10 Gbit/s 混沌通信实验。国内也有关于混沌激光保密通信的研究<sup>[4-5]</sup>。由于结构简单、易于单片集成, 光反馈半导体激光器成为混沌激光收发机主要候选者。欧盟第六届科技框架计划 PICASSO 项目于 2008 年报道了首个光子集成的混沌半导体激

收稿日期: 2020-05-06; 修回日期: 2020-06-01; 录用日期: 2020-06-04

基金项目: 国家自然科学基金(61822509, 61731014, 61805171)、山西省 1331 工程重点创新团队项目、山西省高等学校中青年拔尖创新人才计划、山西省优秀人才科技创新项目(201805D211027)

\* E-mail: wanganbang@tyut.edu.cn

光器<sup>[6]</sup>。然而,受限于激光器弛豫振荡频率,混沌激光载波带宽通常为数 GHz,限制了混沌光通信的速率。增大混沌激光载波带宽是提高速率的根本途径之一。外光注入<sup>[7]</sup>、光纤振荡环<sup>[8]</sup>、相位共轭反馈<sup>[9]</sup>、混沌光外差<sup>[10]</sup>、环形腔延迟自干涉<sup>[11]</sup>等诸多增大混沌带宽的方法相继被提出,这些方法可将混沌带宽提升至 50 GHz,然而,增加了系统复杂度,不易于混沌同步。

在增强混沌载波遇到瓶颈时,高阶调制技术,即在混沌载波中掩藏高阶调制信号,是提高混沌光保密传输速率的有效方法。2019 年,Ke 等<sup>[12]</sup>利用强度混沌掩藏实现了 32 Gbit/s 电载波 16QAM 信号传输,该方案仅将混沌光的强度作为载波,若是借鉴相干光通信的光学高阶调制,同时利用混沌光场的强度和相位进行多维掩藏,可进一步提高速率。此时,混沌激光收发机不仅需要强度混沌同步,还要求相位混沌同步。

相较于强度混沌同步,关于半导体激光器相位混沌同步的研究较少,主要进展如下。2003 年, Murakami<sup>[13]</sup>研究了半导体激光器在开环单向注入锁定下的相位混沌同步。2019 年, Nair 等<sup>[14]</sup>数值模拟了激光器阵列耦合的相位混沌同步。2005 年, 颜森林<sup>[15-16]</sup>也证明激光相位混沌同步在 ON/ON 混沌相位相移键控调制解调方案中有着重要应用,随后在 2011 年,也研究了互耦合多量子阱激光器同步方案中的同相锁定。实验上,Chen 等<sup>[17]</sup>利用混沌激光收发机的干涉相长或相消,间接观测了光注入半导体激光器的相位混沌同步,但该实验并未提取相位时序。2014 年, Sunada 等<sup>[18]</sup>利用希尔伯特变换方法提取出同步混沌激光器对应的相位时间序列,实验上观测到两个非耦合激光器在共同噪声光

驱动下的相位同步。利用希尔伯特变换方法对包含混沌光场相位信息的外差信号提取相位序列可得到混沌光场的相位时序,方法简单易操作。

面向光学高阶信号的混沌保密传输,本文借鉴希尔伯特变换方法,实验研究光反馈半导体激光器在开环单向耦合情况下的相位混沌同步。利用窄线宽连续激光与混沌光的外差信号的希尔伯特变换观测混沌相位及其同步,实验上获得了同步性大于 0.95 的相位混沌同步,并分析了光注入参数对相位混沌同步的影响。

## 2 实验装置

图 1 是基于分布式反馈半导体 (DFB) 激光器的单向开环耦合混沌同步实验装置。首先,主激光器 (ML) 产生的激光被分为两路,其中一路经外部反射镜反射形成外光反馈,另一路作为混沌激光输出。光反馈回路中可调谐衰减器 (VOA) 和偏振控制器 (PC) 分别控制反馈光的强度和偏振状态。主激光器产生的混沌激光经光隔离器 (OI),再经掺铒光纤放大器 (EDFA)、光学滤波器 (BPF, 线宽为 0.4 nm)、可调谐衰减器被耦合器 (FC) 分为两束。一路经过偏振控制器注入到从激光器 (SL) 中以达到主从式混沌同步,其中,可调谐衰减器用于调节注入强度;另一路与从激光器输出一起用于同步性测试分析。主激光器的反馈强度  $k_f$  定义为光反射镜反馈回主激光器的光功率与主激光器自身输出光功率的比值;从激光器的注入强度  $k_{in}$  定义为注入从激光器的光功率与从激光器自身输出光功率的比值;主、从激光器的光频失谐定义为  $\Delta\nu = \nu_m - \nu_s$ ,其中  $\nu_m, \nu_s$  为主、从激光器静态时的中心频率。

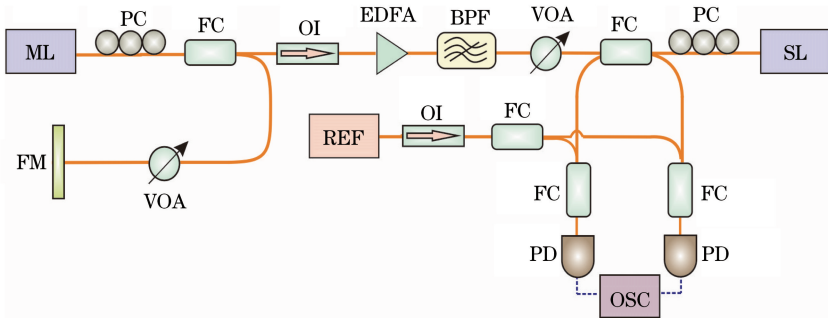


图 1 半导体激光器单向开环注入系统的相位混沌同步实验装置

Fig. 1 Experimental setup of phase chaos synchronization of semiconductor lasers with open-loop unidirectional coupling configuration

实验上采用希尔伯特变换方法<sup>[19]</sup>提取主、从激光器的相位序列。设有一个实值连续函数  $f(t)$ , 其希尔伯特变换为

$$H[f(t)] = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{f(\tau)}{t - \tau} d\tau = f(t) * \frac{1}{\pi t}, \quad (1)$$

式中:  $t$  为时间;  $\tau$  为积分变量。该变换的本质为信号  $f(t)$  与  $h(t) = 1/(\pi t)$  的卷积。在原始信号的正频率部分, 由于  $h(t)$  对应的傅里叶变换为  $H(\omega) = -j$ , 因此希尔伯特变换会将  $f(t)$  的相位移动  $-\pi/2$  rad, 而保持幅度不变。利用希尔伯特变换, 可以将原始的实数信号构造为解析信号  $z(t) = f(t) + iH[f(t)]$ 。此解析信号包含了原信号的幅度和相位信息。解析信号的模为原始信号的幅度, 解析信号的幅角则代表原始信号的相位。因此可计算得到原始信号的瞬时相位为  $\varphi(t) = \arg[z(t)]$ 。

如图 1 所示, 实验利用一个与主激光器中心频率相同(193.52 THz)的窄线宽连续激光器(REF)的输出作为参考光, 将其分别与主、从激光器的混沌光混合, 并由宽带光电探测器、高速实时示波器记录外差信号。基于希尔伯特变换提取瞬时相位的原理, 定义参考光信号为  $E_0 = A_0 \exp(-i\omega_0 t)$ , 而混沌激光器的光场为  $E = A(t) \exp[-i\omega_0 t + i\varphi(t)]$ , 其中  $\omega_0$  为激光器中心频率,  $A(t)$  为混沌光的幅度,  $A_0$  为参考激光器的幅度。光电探测器探测到外差信号干涉项为  $I(t) = A_0 A(t) \cos \varphi(t)$ , 对其进行希尔伯特变换  $h'(t) = H[I(t)]$ , 便可计算得到混沌激光相位  $\varphi(t) = \arctan[h'(t)/I(t)]$ 。

实验中, 主激光器和从激光器均为 DFB 激光器(型号为 Eblana photonics EP1550), 为了实现高质量同步, 需要主、从激光器参数匹配。主、从激光器阈值电流均为 13.5 mA, 阈值电流失配率为 0%, 主激光器斜效率为 0.156 mW/mA, 从激光器斜效率为 0.162 mW/mA, 斜效率的失配率为 3.8%。在温控均为 25 °C, 偏置电流均为 25 mA 的情况下, 主、从激光器的静态中心波长相差 0.438 nm, 可控制温度使两激光器的中心频率一致。通过精度为 0.1 mA 的低噪声电流源(ILX Lightwave LDX 3412)和精度为 0.1 °C 的温控源(ILX Lightwave LDT-5416)控制激光器的偏置电流和中心频率, 以达到混沌同步所需的匹配条件。主激光器的反馈延迟时间为 90.08 ns。测量所用器件的主要特征参数如下: 参考激光器(Tunics T100S-HP, Yenista Optics 公司)线宽为 400 kHz, 光电探测器(Finisar XPDV2120RA)带宽为 40 GHz, 实时示波器

(LeCroyLabMaster10-36Zi)带宽和采样率分别为 36 GHz 和 80 Gsample/s, 频谱分析仪(AgilentN9010A)测量范围为 0~26.5 GHz, 光谱仪(APEX AP2041B)分辨率为 0.04 pm。

### 3 实验结果

#### 3.1 激光器相位混沌同步典型结果

采用主、从激光器输出波形的互相关系数和同步误差两种表征混沌同步的方法定量分析同步质量。互相关系数  $\rho$  越接近于 1, 同步性越高。同步误差  $\sigma$  定义为主、从激光器输出的混沌序列归一化之后的差值, 其标准偏差  $\delta$  越小, 同步系数越高。互相关函数体现的是一段时期内两个信号的统计特性, 而同步误差则反映两个信号之间瞬时的同步性, 同时它也可以用来衡量同步的稳定性。

图 2 为激光器强度混沌同步的典型实验结果, 此时主激光器和从激光器的偏置电流分别设置为 19.0 mA 和 16.5 mA, 主激光器的反馈强度  $k_f = 0.106$ , 从激光器的注入强度  $k_{inj} = 1.00$ , 主激光器和从激光器的温度分别设置为 27 °C 和 23.2 °C, 对应主、从激光器频率失谐  $\Delta\nu = 0$  GHz。图 2(a)和图 2(b)分别显示主、从激光器的强度混沌波形和相应的频谱, 可见, 两者具有相似的波形和频谱; 从频谱的峰值频率可知, 两个激光器的弛豫振荡频率达到匹配, 均约为 4.2 GHz。图 2(c)为主、从激光器输出混沌波形的关联图, 可见, 两者呈线性关系。从图 2(d)互相关曲线的主峰高度可知, 强度混沌同步系数为 0.951。

在强度同步状态下, 通过对外差信号进行希尔伯特变换来提取出主、从激光器的相位混沌波形, 如图 3(a)所示, 清晰可见, 主、从激光器也实现了相位混沌同步。为了对比, 测量了在  $k_{inj} = 1.00$ 、 $\Delta\nu = 30.0$  GHz 情况下的主、从激光器的相位波形, 如图 3(b)所示, 可见相位时序完全不同。图 3(c)和图 3(d)分别为同步与非同步情况下主、从激光器的相位差, 图 3(e)和图 3(f)为对应的相位差概率分布图。对比可知: 在相位同步状态下, 相位差主要集中于 0 附近并呈高斯分布, 其标准偏差值为  $0.356\pi$ , 少数时刻约有  $\pm 2\pi$  的变化; 而在非同步情况下, 相位差的概率分布在  $-2\pi \sim 2\pi$  内没有明显的峰值, 其序列的标准偏差为  $0.881\pi$ 。图 3(g)和图 3(h)为互相关曲线的峰值显示, 两种注入状态下对应的相位混沌同步系数分别为 0.952 和 0.375。与文献[17]研究的相位混沌同步研究结果相比, 本实验不仅观测到

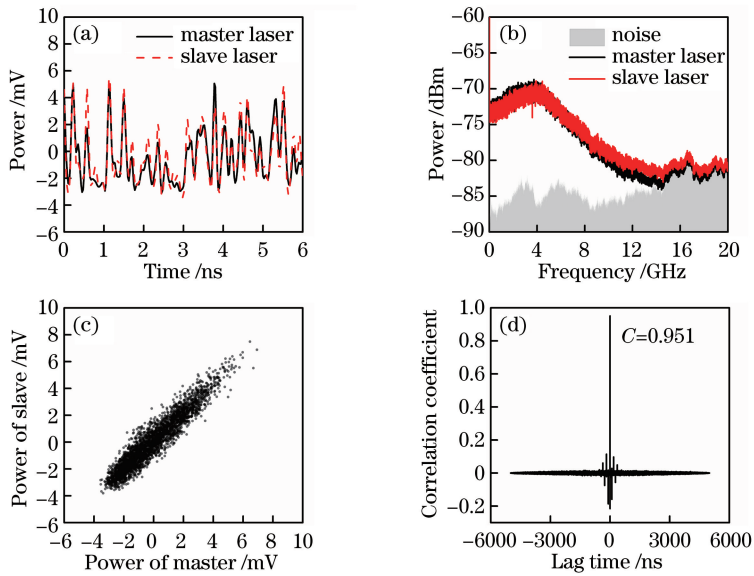


图 2 主、从激光器的强度混沌同步实验结果。(a)时序;(b)频谱;(c)关联图;(d)互相关曲线  
Fig. 2 Experimental results of intensity chaos synchronization for master and slave lasers.

(a) Time series; (b) frequency spectra; (c) correlation plot; (d) cross correlation curve

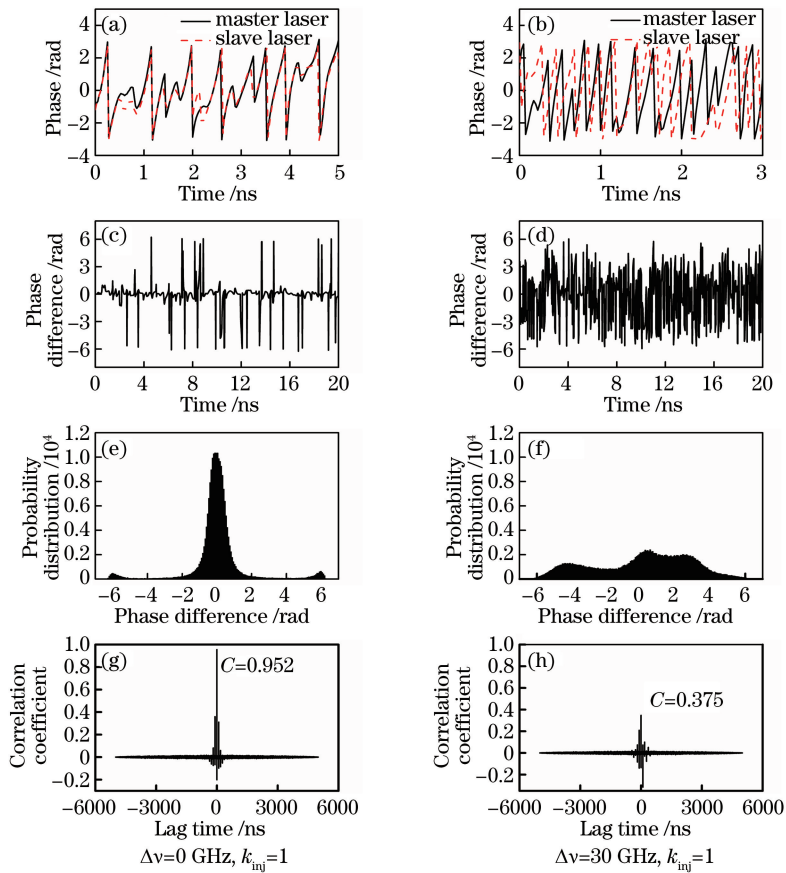


图 3 相位混沌同步实验结果。(a)(b)时序;(c)(d)相位差;(e)(f)相位差概率分布;(g)(h)互相关曲线

Fig. 3 Experimental results of phase chaos synchronization. (a)(b) Time series; (c)(d) phase difference;  
(e)(f) probability distribution of phase difference; (g)(h) cross correlation curve

了相位混沌同步现象,还利用希尔伯特变换方法成功提取了主、从激光器的混沌光场相位时间序列。与文

献[18]利用希尔伯特变换方法对两个非耦合激光器在共同噪声光驱动下的相位同步研究相比,本文研究



了注入锁定系统,这同样可以观察到相位同步,从实验角度丰富了不同系统的相位同步研究成果。

### 3.2 参数对相位混沌同步的影响

反馈强度与反馈时延对主激光器混沌的动力学行为有重要影响,然而在注入锁定的情况下,主激光器的动力学对混沌同步结果影响不大,因此本节研究偏置电流、注入强度、频率失谐对相位混沌同步的影响。

首先研究在频率失谐  $\Delta\nu = 0$  GHz、注入强度  $k_{inj} = 1.00$  情况下,偏置电流对相位混沌同步的影响。

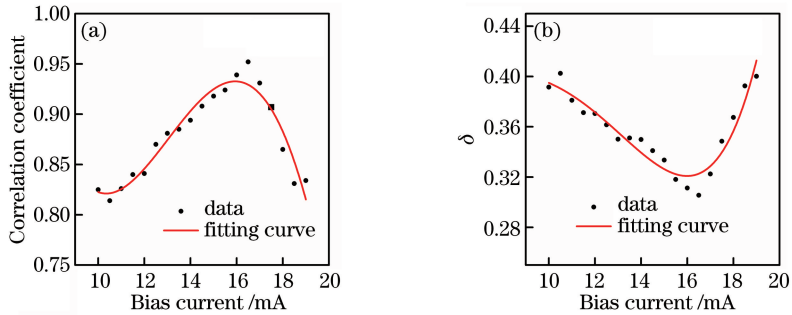


图 4 从激光器的偏置电流对相位同步性的影响。(a)互相关系数;(b)同步误差的标准偏差  
Fig. 4 Effect of slave laser's bias current on phase synchronization. (a) Correlation coefficient;  
(b) standard deviation of synchronization error

接下来详细研究注入参数对相位同步的影响。首先在频率失谐  $\Delta\nu = 0$  GHz 的情况下,研究注入强度对相位混沌同步和强度混沌同步的影响,结果如图 5 所示。图 5(a)为互相关系数随注入强度变化的曲线,可知:随着注入强度增大,主、从激光器的相位逐渐进入同步状态并保持稳定,当注入强度增加到 0.27 时,相位同步系数达 0.80 以上,当注入强度增加到 0.48 之后,相位同步系数达 0.90 以上;激光器强度混沌同步系数呈现与相位同步系数变化相似的趋势,但是需要更高的注入强度 ( $>0.82$ ),强度混沌同步系数才达 0.90 以上。在注入强度为 0.48 ~

响。实验固定了主激光器的偏置电流(19 mA)和其他外腔参数,设置注入强度  $k_{inj} = 1.00$ ,通过改变从激光器的偏置电流,观测相位混沌同步情况,如图 4 所示。从图 4(a)可以看到,当从激光器电流设置为 16.5 mA 时,主、从激光器的相位同步性达到最高,同步系数为 0.952。此时对应的相位同步误差的标准偏差最小,为 0.3012,如图 4(b)所示。需说明的是,从激光器在强注入情况下会出现带宽增强效应,因此,为了匹配主、从激光器的弛豫振荡频率,主激光器偏置电流需要略高于从激光器。

0.82 时,相位同步系数高于强度同步系数。图 5(b)显示同步误差的标准偏差随注入强度变化的规律,可见:随着注入强度增大,相位同步误差和强度同步误差均迅速降低并趋于稳定,表明从非同步变为同步状态;相较而言,两者几乎同时进入同步状态,但是相位同步误差明显低于强度同步误差,只有在强注入情况下两者才接近。出现该趋势的原因是随着注入强度的增大,从激光器进入频率锁定状态,在图中便呈现为主、从激光器混沌同步性的增加,而在完全进入锁定状态后,同步性便趋于稳定。Murakami<sup>[13]</sup>的数值模拟结果中也有类似的现象,

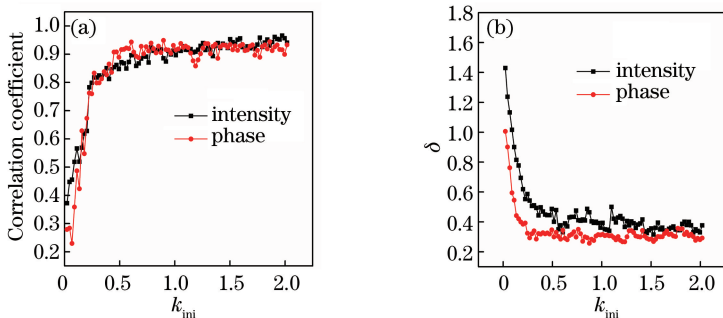


图 5 注入强度对相位混沌同步及强度混沌同步的影响。(a)互相关系数;(b)同步误差的标准偏差  
Fig. 5 Effect of injection intensity on phase chaotic synchronization and intensity chaotic synchronization.  
(a) Correlation coefficient; (b) standard deviation of synchronization error

存在一个注入强度的参数范围,在此范围中相位混沌同步性会明显优于强度混沌同步性。

图 6 为在注入强度  $k_{inj} = 1.00$  的情况下,频率失谐对相位混沌同步及强度混沌同步的影响。实验中通过调节从激光器温控源的温度来改变主、从激光器的频率失谐。图 6(a) 为互相关系数随频率失谐变化的曲线。当频率失谐增大到 20.0 GHz 或者 -23.0 GHz 时,主、从激光器的相位和强度同步系数均会快速降低到 0.80 以下。此时,从激光器从频率锁定状态中脱离出来,因此强度和相位的同步性快速下降,即在

$-23.0 \text{ GHz} < \Delta\nu < 20.0 \text{ GHz}$  时,可获得相位混沌同步。混沌同步的负失谐范围略大一些,造成这种非对称性的原因是注入引起了从激光器波长红移的现象。同步误差的标准偏差随频率失谐的变化呈现同样的规律,如图 6(b) 所示。实验结果与文献[13]类似,即在某一频率失谐范围内,混沌相位才可以同步,超出该范围,混沌相位呈现出快速去同步现象。由此可见,频率失谐会极大影响相位混沌同步的质量,只有在一定的频率失谐范围内,主、从激光器才能保持频率锁定状态,此时才可以得到高质量的混沌同步。

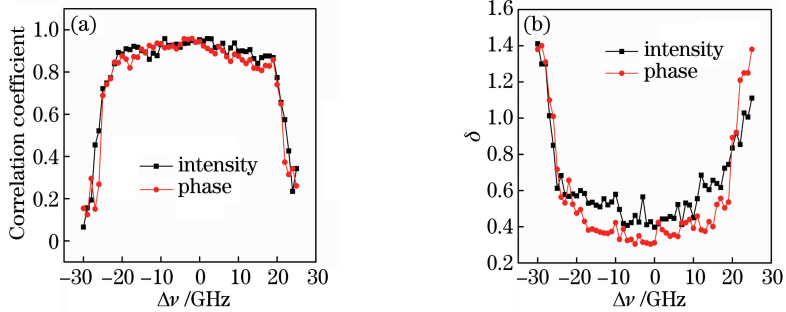


图 6 频率失谐对相位混沌同步及强度混沌同步的影响。(a)互相关系数;(b)同步误差的标准偏差

Fig. 6 Effect of frequency detuning on phase chaotic synchronization and intensity chaotic synchronization.

(a) Correlation coefficient; (b) standard deviation of synchronization error

图 7(a)、图 7(b)分别绘制了强度同步系数、相位同步系数在参数平面( $\Delta\nu, k_{inj}$ )的分布图。对同步系数进行颜色编码,并标出了同步系数为 0.80, 0.90, 0.95 的等高线。对比可见,相位同步的参数比强度同步范围更大,如实线等高线所示,同步系数大于 0.90 的相位同步参数区域明显大于强度同步参数区域。如图 7(b)短虚线所示,在注入强度大于 0.80、频率失谐为  $-11.0 \sim 4.0 \text{ GHz}$  时,可获得同

步系数大于 0.95 的相位混沌同步。此外,相位混沌同步与强度混沌同步一样,参数区域关于频率失谐呈非对称性,即负频率失谐更容易实现相位混沌同步。值得注意的是,在注入锁定混沌同步系统中,相位混沌同步是一个很重要的现象,其中注入强度和频率失谐对注入锁定状态有着关键性的影响。在相位同步情况下,主、从激光器的频率发生锁定,同时相位也发生锁定。

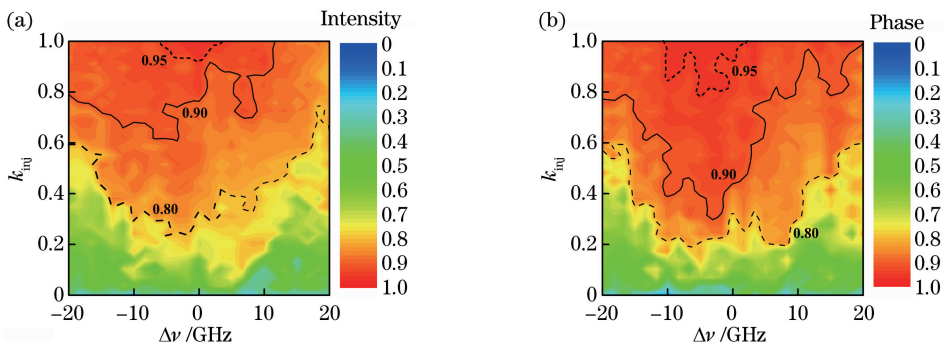


图 7 在参数空间中的混沌同步二维分布。(a)强度;(b)相位

Fig. 7 Two-dimensional distribution of chaos synchronization in parameter space. (a) Intensity; (b) phase

半导体激光器在连续光注入锁定时,不仅频率被锁定在注入光频率上,同时存在相位锁定现象。理论

上,从激光器速率方程模型可以推导出,连续光注入锁定时,从激光器与主激光器的相位差满足  $\Delta\varphi =$

$\arcsin(-2\pi\Delta\nu\tau_L/\sqrt{(1+\alpha^2)k_{inj}}) - \arctan\alpha^{[20]}$ , 其中  $\tau_L$  为光在激光器有源腔内往返一周的时间,  $\alpha$  为线宽增强因子。Murakami<sup>[13]</sup> 依据数值模拟结果预期在混沌光注入锁定情况下, 主、从激光器也存在相位锁定现象。实验上通过测试主、从激光器的平均相位差  $\langle\Delta\varphi\rangle = \langle\varphi_s - \varphi_m\rangle$  随注入参数的变化来观察混沌系统的相位锁定现象。图 8(a) 为在不同频率失谐情况下, 注入强度对平均相位差的影响, 其中曲线为利用反正弦函数对实验数据进行拟合的结果。可以看出: 在频率零失谐时, 平均相位差的拟合结果不随注入强度改变而变化; 当频率失

谐  $\Delta\nu = \pm 1.0$  GHz 时, 随着注入强度增加, 平均相位差约从  $\pm 0.01\pi$  缓慢地接近零失谐时的平均相位差, 拟合结果近似符合连续光注入时相位锁定的变化规律。图 8(b) 为在不同注入强度的情况下, 频率失谐对平均相位差的影响及拟合结果, 可以发现, 其规律与相位锁定相似, 相位差与频率失谐近似呈负线性关系, 斜率随着注入强度的增大而降低, 并且三条拟合直线在零失谐处相交于一点。上述实验结果与 Murakami<sup>[13]</sup> 的模拟结果相符合, 因此从实验上验证了混沌光注入情况下的相位锁定现象。

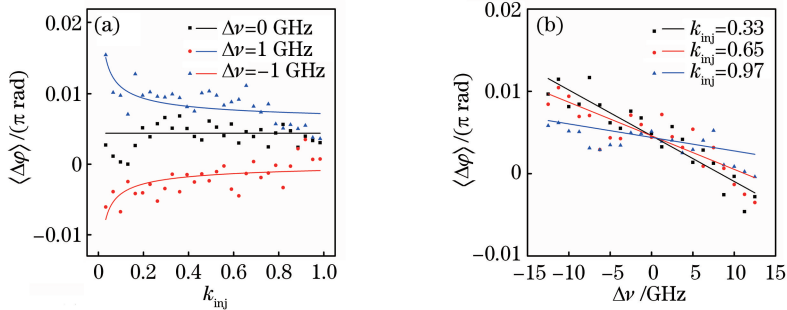


图 8 耦合参数对主、从激光器平均相位差的影响。(a)注入强度;(b)频率失谐  
Fig. 8 Effect of coupling parameters on average phase difference of master and slave lasers.  
(a) Injection intensity; (b) frequency detuning

## 4 结 论

采用希尔伯特变换提取激光器相位的方法, 实验观察到了半导体激光器开环单向耦合系统的相位混沌同步, 并利用互相关函数和同步误差详细地分析了注入强度、频率失谐对相位混沌同步的影响。结果表明, 相位混沌同步的参数区域大于强度混沌同步, 相位混沌同步的优先级会高于强度混沌同步。在注入强度大于 0.80、频率失谐为  $-11.0 \sim 4.0$  GHz 时, 相位同步系数可以达 0.95 以上。此外, 发现混沌光注入会导致相位锁定, 在这种相位锁定状态中, 主输出和从输出之间动态相位波动的相位差满足传统连续光注入锁定系统中的相位锁定理论, 说明该理论在混沌系统也同样适用。同时上述结果也说明, 相位混沌同步是注入锁定混沌同步系统的一个关键特征。该实验对未来研究光学高阶信号的混沌保密传输有重要参考价值。

## 参 考 文 献

[1] van Wiggeren G D. Communication with chaotic lasers[J]. Science, 1998, 279(5354): 1198-1200.  
[2] Argyris A, Syvridis D, Larger L, et al. Chaos-based

communications at high bit rates using commercial fibre-optic links[J]. Nature, 2005, 438(7066): 343-346.

[3] Lavrov R, Jacquot M, Larger L. Nonlocal nonlinear electro-optic phase dynamics demonstrating 10 Gb/s chaos communications[J]. IEEE Journal of Quantum Electronics, 2010, 46(10): 1430-1435.  
[4] Sun W Y, Hu B J, Wang H. Chaos synchronization communication based on dual-path mutual coupling semiconductor lasers [J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2019, 56(21): 211404.  
孙巍阳, 胡宝洁, 王航. 双光互注入半导体激光器混沌同步通信研究 [J]. 激光与光电子学进展, 2019, 56(21): 211404.  
[5] Li Q L, Lu S S, Bao Q, et al. Bidirectional signal transmission based on two coupled chaotic semiconductor lasers[J]. Chinese Journal of Lasers, 2018, 45(5): 0506001.  
李齐良, 卢珊珊, 包琪, 等. 基于耦合混沌半导体激光器之间双向信号传输的研究 [J]. 中国激光, 2018, 45(5): 0506001.  
[6] Argyris A, Hamacher M, Chlouverakis K E, et al. Photonic integrated device for chaos applications in communications[J]. Physical Review Letters, 2008, 100(19): 194101.

- [7] Hirano K, Yamazaki T, Morikatsu S, et al. Fast random bit generation with bandwidth-enhanced chaos in semiconductor lasers [J]. *Optics Express*, 2010, 18(6): 5512-5524.
- [8] Wang A B, Wang Y C, Yang Y B, et al. Generation of flat-spectrum wideband chaos by fiber ring resonator [J]. *Applied Physics Letters*, 2013, 102(3): 031112.
- [9] Mercier É, Wolfersberger D, Sciamanna M. High-frequency chaotic dynamics enabled by optical phase-conjugation [J]. *Scientific Reports*, 2016, 6: 18988.
- [10] Wang A B, Wang B J, Li L, et al. Optical heterodyne generation of high-dimensional and broadband white chaos [J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics*, 2015, 21(6): 531-540.
- [11] Zhang L M, Pan B W, Chen G C, et al. 640-Gbit/s fast physical random number generation using a broadband chaotic semiconductor laser [J]. *Scientific Reports*, 2017, 7(1): 45900.
- [12] Ke J X, Yi L L, Yang Z, et al. 32 Gb/s chaotic optical communications by deep-learning-based chaos synchronization [J]. *Optics Letters*, 2019, 44(23): 5776-5779.
- [13] Murakami A. Phaselocking and chaos synchronization in injection-locked semiconductor lasers [J]. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, 2003, 39(3): 438-447.
- [14] Nair N, Bochove E, Braiman Y. Almost perfect in-phase and anti-phase chaotic and periodic phase synchronization in large arrays of diode lasers [J]. *Optics Communications*, 2019, 430: 104-111.
- [15] Yan S L. Studies on chaotic multiple-quantum-well laser synchronization via controlling phase and its application in secure communication using external chaos phase shift keying modulation [J]. *Acta Physica Sinica*, 2005, 54(3): 1098-1104.  
颜森林. 量子阱激光器混沌相位控制同步以及编码研究 [J]. *物理学报*, 2005, 54(3): 1098-1104.
- [16] Yan S L. Theory of dynamics in-phase locking and quasi-period synchronization in two mutually coupled multi-quantum-well lasers [J]. *Communications in Theoretical Physics*, 2011, 55(3): 481-488.
- [17] Chen H F, Liu J M. Complete phase and amplitude synchronization of broadband chaotic optical fields generated by semiconductor lasers subject to optical injection [J]. *Physical Review. E, Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics*, 2005, 71(4 Pt 2): 046216.
- [18] Sunada S, Arai K, Yoshimura K, et al. Optical phase synchronization by injection of common broadband low-coherent light [J]. *Physical Review Letters*, 2014, 112(20): 204101.
- [19] King F W. *Hilbert transforms* [M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2009.
- [20] Mogensen F, Olesen H, Jacobsen G. Locking conditions and stability properties for a semiconductor laser with external light injection [J]. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, 1985, 21(7): 784-793.