

# 改进的激光光斑位置分辨率模型

陈云善<sup>1\*</sup>, 吴佳彬<sup>1</sup>, 王景源<sup>1</sup>, 张楠<sup>2</sup>

<sup>1</sup>中国科学院长春光学精密机械与物理研究所光电探测技术研究部, 吉林 长春 130033;

<sup>2</sup>中国科学院国家天文台长春人造卫星观测站光电观测研究室, 吉林 长春 130033

**摘要** 为了分析四象限探测器(QD)激光光斑位置检测性能,建立了新的高斯光斑位置分辨率数学模型。分析了高斯光斑模型下 QD 位置检测原理和近似数学模型,根据误差函数可导性,结合误差理论推导出位置分辨率与总信噪比、光斑中心位置和光斑半径关系的数学模型,数值仿真和实验系统验证了所提模型的正确性。结果表明,当光斑半径为 0.74 mm,总信噪比为 66.96 dB 时,在光斑中心偏移 $\pm 0.45$  mm 范围内,所提模型的估算误差约为 36%,与原近似模型相比,精度提高了约 1 倍,可以对激光光斑位置检测系统的位置分辨率进行有效估算。

**关键词** 测量; 四象限探测器; 位置检测; 位置分辨率; 高斯光斑

中图分类号 TN249

文献标识码 A

doi: 10.3788/CJL201946.0904004

## Improved Laser-Spot-Position Resolution Model

Chen Yunshan<sup>1\*</sup>, Wu Jiabin<sup>1</sup>, Wang Jingyuan<sup>1</sup>, Zhang Nan<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Photoelectric Detection Research Department, Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, Changchun, Jilin 130033, China;

<sup>2</sup>Photoelectric Observational Research Division, Changchun Observatory, National Astronomical Observatories, Chinese Academy of Sciences, Changchun, Jilin 130033, China

**Abstract** In order to conveniently analyze the laser-spot-position detection performance of quadrant detectors (QDs), a new mathematical model of the Gauss spot's position resolution is established in this paper. First, the principles and approximate mathematical model for QD-based position detection in the Gauss spot model are analyzed. Then, a mathematical model of the relationships among the position resolution, total signal-to-noise ratio, position of spot center, and spot radius are deduced by deriving certain error function and theory properties. Finally, the proposed model's correctness is verified via numerical simulations and an experimental system. The results show that, over a  $\pm 0.45$ -mm range of spot center position, the proposed model's estimated error is approximately 36% for a spot radius of 0.74 mm and total signal-to-noise ratio of 66.96 dB. Compared with the original approximate model, the proposed model offers approximately twice the accuracy. It can effectively estimate the resolution of laser-spot-position detection systems, which is of great assistance in engineering applications.

**Key words** measurement; quadrant detector; position detection; position resolution; Gauss spot

**OCIS codes** 120.1880; 040.5160; 060.3510

## 1 引言

四象限探测器(QD)是一种利用光电效应检测光斑在探测器上相对位置的传感器,由 4 个性能一致的 pn 结光电二极管按照直角坐标系要求制作而成,其信号处理电路简单,波长响应范围宽,固有噪声水平低,具备灵敏度高和响应速度快等优势,已被

广泛应用于激光监听<sup>[1]</sup>、激光制导<sup>[2]</sup>、激光跟踪仪<sup>[3]</sup>和空间激光通信<sup>[4-6]</sup>等需要提供高精度微小位移或角度测量的领域<sup>[7-8]</sup>。对微小位移或角度进行精密检测时,必须提高 QD 的位置检测精度。

影响激光光斑位置检测精度的因素主要有两个:一个是系统的固有误差,包括光斑模型误差、4 个象限非一致性误差和系统光学装调误差等;另一

收稿日期: 2019-04-19; 修回日期: 2019-04-30; 录用日期: 2019-05-13

基金项目: 国家自然科学基金(51605465)

\* E-mail: yiyunsn@163.com

个是信号处理电路、背景光和大气湍流等噪声造成解算位置随机波动而形成的随机误差<sup>[9-10]</sup>。为了提高 QD 对激光光斑位置的检测精度,已有许多学者对固有误差进行研究,例如:文献[11]利用卷积方法建立 QD 输出表达式,解决了高斯光束、涡旋光束等复杂光束能量积分后无法得到 QD 输出解析表达式的问题;文献[12]在低信噪比条件下,利用卡尔曼滤波提高光斑位置检测精度,可将误差降低 51.5%;文献[13]采用相关检测方法获得 QD 输出信号,利用循环互相关算法提高了光束位置的检测精度;文献[14]利用改进的多项式拟合算法增加了 QD 线性测量范围;本课题组提出了 Boltzmann 与积分无穷融合的非线性拟合算法,极大地提高了光斑位置检测精度<sup>[15]</sup>。

针对影响位置检测精度的随机误差的研究相对较少,将 QD 输出的微弱电流放大并转换为电压后,可以利用噪声理论估算其输出的噪声,然后根据误差合成理论计算光斑中心位置解算值的波动量。由于光斑中心解算值与实际位置之间的关系为超越方程,不能直接得到实际位置的解析表达式,即无法计算实际的位置分辨率,这给实际应用带来了极大困难。为了解决上述问题,本课题组研究了高斯光斑模型中 QD 检测精度的主要影响因素<sup>[9]</sup>,根据误差理论建立了高斯光斑位置检测分辨率近似数学模型,并利用该模型直接估算位置检测分辨率,为工程应用提供理论指导,但该模型仅适用于 QD 中心区域,远离中心时,计算误差较大。

本文针对近似数学模型存在的问题,对高斯光斑位置检测原理和近似数学模型进行深入分析,并利用误差函数可导的特点建立新的高斯光斑下 QD 位置检测分辨率数学模型。仿真与实验结果表明,与原近似模型相比,该模型的准确性更高,具有重要的理论价值和工程指导意义。

## 2 高斯光斑位置检测原理

当激光光斑照射到 QD 靶面时,4 个象限会产生与各象限接收到的光功率成比例的光电流,如图 1 所示。假设 4 个象限的光电流分别为  $I_A$ 、 $I_B$ 、 $I_C$ 、 $I_D$ ,则  $x$  和  $y$  方向上的位置解算值  $\hat{x}$  和  $\hat{y}$  分别为<sup>[9]</sup>

$$\hat{x} = \frac{(I_A + I_D) - (I_B + I_C)}{I_A + I_B + I_C + I_D}, \quad (1)$$

$$\hat{y} = \frac{(I_A + I_B) - (I_C + I_D)}{I_A + I_B + I_C + I_D}. \quad (2)$$

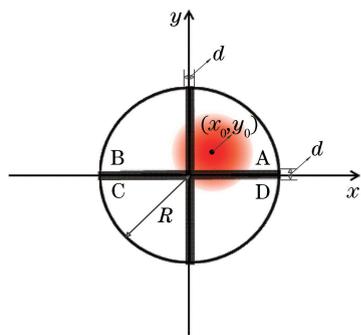


图 1 QD 工作原理示意图

Fig. 1 Operating principle of quadrant detector

假设激光光斑能量分布模型为高斯光斑,光斑中心为  $(x_0, y_0)$ ,  $x_0$ 、 $y_0$  分别为光斑中心的横、纵坐标,  $\omega$  为高斯光斑的束腰半径(光斑半径),忽略探测器光敏面以外的能量,则光斑解算位置为

$$\hat{x} = \operatorname{erf}\left(\frac{\sqrt{2}x_0}{\omega}\right), \quad (3)$$

$$\hat{y} = \operatorname{erf}\left(\frac{\sqrt{2}y_0}{\omega}\right), \quad (4)$$

式中:  $\operatorname{erf}(x)$  表示误差函数。当光斑位于中心位置附近,  $x_0$  和  $y_0$  远小于  $\omega$  时,可将(3)式和(4)式中的误差函数进行一阶近似,则有

$$\hat{x} \approx \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{\pi}\omega}x_0, \quad (5)$$

$$\hat{y} \approx \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{\pi}\omega}y_0. \quad (6)$$

由于  $x$  方向和  $y$  方向相互独立且对称<sup>[15]</sup>,因此下文仅讨论  $x$  方向。

## 3 高斯光斑位置分辨率模型

### 3.1 高斯光斑位置分辨率近似模型

在实际工作过程中, QD 的输出信号中包含噪声,考虑噪声时,(1)式可以改写为<sup>[9]</sup>

$$\hat{x} = \frac{(I_r + I_m) - (I_l + I_{ln})}{(I_r + I_m) + (I_l + I_{ln})}, \quad (7)$$

式中:  $I_l = I_B + I_C$ 、 $I_r = I_A + I_D$  分别为探测器左、右部分的光电流大小;  $I_{ln} = I_{Bn} + I_{Cn}$ 、 $I_{rn} = I_{An} + I_{Dn}$  分别为探测器左、右部分的噪声大小;  $I_{in}$  ( $i = A, B, C, D$ ) 为  $i$  象限的等效噪声电流。通常情况下,光电流远大于噪声信号,即  $I_{rn} + I_{ln} \ll I_r + I_l$ ,则有

$$\hat{x} \approx \frac{(I_r - I_l)}{I_r + I_l} + \frac{2(I_m I_l - I_{ln} I_r)}{(I_r + I_l)^2}. \quad (8)$$

(8)式等号右边的第 1 项与(1)式相同,代表光斑位置解算平均值;第 2 项代表随机噪声引起的解算值

随机误差,假设解算值随机误差为  $\hat{x}_n$ ,则有

$$\hat{x}_n = 2 \frac{(I_m I_l - I_n I_r)}{(I_r + I_l)^2}. \quad (9)$$

由于4个象限的噪声相互独立,且随着器件制造工艺的进步,4个象限的一致性较好,可以近似认为各象限固有噪声大小相当.假设  $i_n$  为各象限噪声有效值,则有  $\sigma_m^2 = \sigma_l^2 = 2i_n^2$ ,其中  $\sigma_l, \sigma_m$  分别为左、右部分光电流的标准差.根据误差合成理论,可得

$$\sigma_{x_n}^2 = \frac{4I_l^2}{(I_r + I_l)^4} \sigma_m^2 + \frac{4I_r^2}{(I_r + I_l)^4} \sigma_l^2 = 8 \frac{I_l^2 + I_r^2}{(I_r + I_l)^4} i_n^2 = \frac{M}{R_{SN}}, \quad (10)$$

式中:  $\sigma_{x_n}$  为解算位置的标准差;  $R_{SN} = \frac{(I_r + I_l)^2}{4i_n^2} =$

$\frac{S^2}{4i_n^2}$  为总信噪比;  $S = I_r + I_l$  为4个象限的光电流总

和;  $M$  为自定义变量,  $M = 2 \frac{I_l^2 + I_r^2}{(I_r + I_l)^2} = 1 +$

$\left(\frac{I_r - I_l}{I_r + I_l}\right)^2 = 1 + \hat{x}^2$ . 由(3)式可知,光斑中心位置

$x_0$  和解算值  $\hat{x}$  为非线性关系,利用(3)式和(10)式无法解算出  $x_0$  的标准差,为此利用中心位置附近的近似公式(5)式和(10)式,结合误差合成理论,可得

$$\sigma_{x_0} \approx \frac{\sqrt{\pi} \omega}{2\sqrt{2}} \sigma_{x_n} = \frac{\sqrt{\pi} \omega}{2\sqrt{2}} \times \sqrt{\frac{1 + \operatorname{erf}^2\left(\frac{\sqrt{2}x_0}{\omega}\right)}{R_{SN}}}. \quad (11)$$

(11)式即为 QD 高斯光斑位置分辨率的近似数学模型,简称近似模型(AM),最终求解出的光斑实际位置分辨率由其标准差表征.对该模型的研究结果表明<sup>[9]</sup>,激光光斑中心位置分辨率与实际中心位置、光斑半径和信噪比有关,光斑中心离探测光敏面中心越近,光斑半径越小,总信噪比越高,位置分辨率越高.

### 3.2 改进的高斯光斑位置分辨率模型

使用上述近似模型可以直接估算出某种情况下的位置检测分辨率,该方法为光斑位置检测系统设计提供了理论指导,但由上述推导过程可知,该模型仅适用于 QD 中心位置的附近区域,光斑中心离 QD 中心较远时,计算结果将会出现较大的偏差.

虽然从(3)式来看,解算值  $\hat{x}$  是以光斑中心位

置  $x_0$  和光斑半径  $\omega$  为变量的误差函数,但误差函数实际上并不是一个解析表达式,因此无法直接反解光斑中心位置,由误差函数的性质可知,其一阶导数为

$$\frac{d}{dt} \operatorname{erf}(t) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \exp(-t^2), \quad (12)$$

式中:  $t$  为误差函数的自变量.

根据(12)式对(3)式求导,可得

$$\frac{d\hat{x}}{dx_0} = \frac{2\sqrt{2}}{\omega\sqrt{\pi}} \exp\left(-\frac{2x_0^2}{\omega^2}\right). \quad (13)$$

在实际应用中,可认为半径  $\omega$  为常数,根据误差合成理论,可得

$$\sigma_{x_n} = \frac{\partial \hat{x}}{\partial x_0} \sigma_{x_0} = \frac{d\hat{x}}{dx_0} \sigma_{x_0} = \frac{2\sqrt{2}}{\omega\sqrt{\pi}} \exp\left(-\frac{2x_0^2}{\omega^2}\right) \sigma_{x_0}. \quad (14)$$

联立(10)式和(14)式,可得

$$\sigma_{x_0} = \frac{\omega\sqrt{\pi} \exp\left(\frac{2x_0^2}{\omega^2}\right)}{2\sqrt{2}} \times \sqrt{\frac{1 + \operatorname{erf}^2\left(\frac{\sqrt{2}x_0}{\omega}\right)}{R_{SN}}}. \quad (15)$$

(15)式即为新的 QD 高斯光斑位置分辨率数学模型,简称精确模型(PM),与 AM 模型对比可知,(11)式为(15)式等号右边第1项中  $x_0 = 0$  时的特殊情况,由此可见精确模型具有更广的适用性.

## 4 模型仿真与分析

为了进一步分析 PM 模型,利用 MATLAB 软件进行数值仿真分析.图2给出了总信噪比  $R_{SN} = 66.44$  dB 时,不同半径下位置分辨率的仿真曲线.光斑半径分别为 0.35, 0.55, 0.75 mm 时,对 QD 而言,不同的光斑半径对应不同的有效动态范围,图2的横坐标相对位置  $x_r = x_0/\omega$  表示实际位置  $x_0$  与

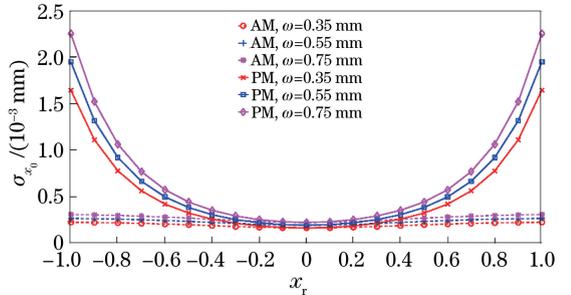


图2 总信噪比为 66.44 dB 时不同半径下两种模型位置分辨率仿真曲线

Fig. 2 Stimulation curves of position resolutions for two models with different radii when total signal-to-noise ratio is 66.44 dB

光斑半径  $\omega$  的比值,取值范围为 $[-1,1]$ 。从图 2 可以看出,两种模型的仿真结果具有相同的变化趋势,位置分辨率都随着光斑半径的增大而减小,相同光斑半径下中心位置分辨率相同;当光斑中心远离探测器中心时,QD 的灵敏度下降,位置标准差变大,分辨率减小,但 AM 模型估算的位置分辨率曲线相对平坦,PM 模型估算的位置分辨率曲线较陡峭,即光斑中心远离探测器中心时,位置分辨率更低,这更符合实际情况。

图 3 所示为两种模型的差值曲线,从中可以看到:在中心位置附近,差值较小;光斑中心离探测器靶面中心越远,差值越大;光斑半径越大,差别越明显。

图 4 给出了光斑半径为 0.75 mm,光斑中心位置为(0.4 mm, 0 mm)时,不同总信噪比的位置分辨率仿真曲线,图 4(a)、(b)分别表示线性纵坐标和对数纵坐标时的情况。可以看到,信噪比越大,位置分辨率越高,两种模型都能很好地反映这种趋势,但 AM 模型的位置分辨率略小于 PM 模型。从

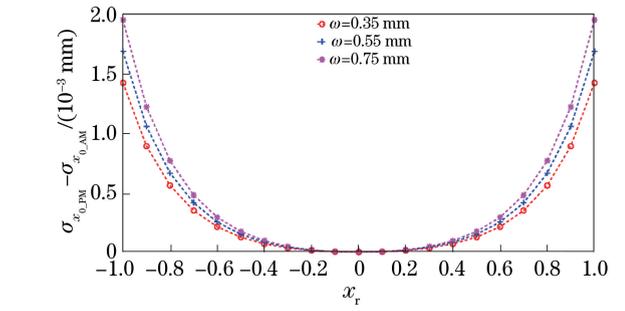
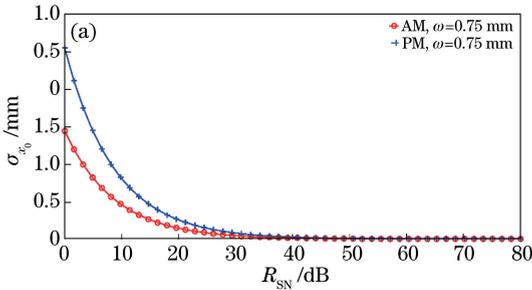


图 3 总信噪比为 66.44 dB 时两种模型位置分辨率差值仿真曲线

Fig. 3 Stimulation curves of differences of position resolutions between two models when total signal-to-noise ratio is 66.44 dB

图 4(b)可以看到,当光斑不在 QD 光敏面中心位置时,两种模型存在一个与光斑中心位置相关的误差,在光斑中心位置不变的情况下,二者比例是一个常数。在工程应用中,通常要求光学系统视场具备一定的范围,即对探测器有效范围有一定要求,由于光斑半径大小受限,此时提高位置检测分辨率的最佳方式为提高系统信噪比。

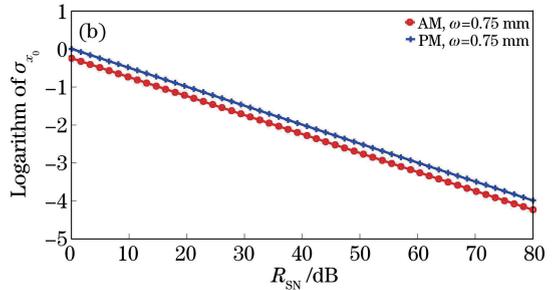


图 4 不同总信噪比下位置分辨率仿真曲线。(a)线性纵坐标;(b)对数纵坐标

Fig. 4 Stimulation curves of position resolutions for different total signal-to-noise ratios.

(a) Linear ordinate; (b) logarithmic ordinate

## 5 实验结果与分析

为了验证 PM 模型的有效性和仿真分析结果的正确性,设计并搭建了如图 5 所示的实验系统。其中 QD 光斑位置检测模块为本课题组自主研制,其可以实现 18 位高精度 QD 数据采集;QD 的材料为 InGaAs,光敏面直径为 3 mm,电路放大倍数为  $5 \text{ MV} \cdot \text{A}^{-1}$ ,数据输出帧频为 10 kHz。将该模块安装在一维纳米位移平台上,以实现光斑中心位置的纳米级移动。

实验参数的调整方法如下:调整激光器功率大小,以达到调整系统信噪比的目的;通过调整透镜组与 QD 光敏面的距离,获得所需的光斑半径大小;以  $50 \mu\text{m}$  的步进移动纳米级精密平台以改变光斑的中

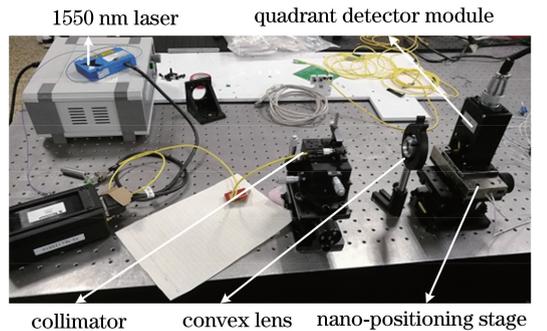


图 5 实验系统实物图

Fig. 5 Photo of experimental system

心位置。每个位置采集 5 组数据,取平均值后计算位置分辨率  $\sigma_{x_0}$ 。

图 6 给出了总信噪比约为 66.96 dB、光斑半径

为 0.74 mm 时的实验与仿真结果。可以看出,在中心位置附近,两种模型的仿真结果与实验结果基本吻合,随着光斑中心与光敏面中心位置的距离逐渐增大,误差逐渐增大,但 PM 模型的仿真结果更接近实验结果,尤其在距离中心位置较远时。为了更好地比较两种模型,图 7 给出了两种模型的仿真结果与实验结果的误差曲线,误差计算公式为  $A = \frac{B-C}{B} \times 100\%$ ,其中,A 为百分比误差,B 为实验结

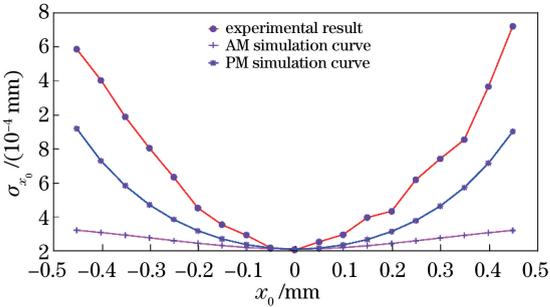


图 6  $\omega = 0.74$  mm 时实验结果与仿真曲线的对比  
Fig. 6 Comparison between experimental results and stimulation curves when  $\omega = 0.74$  mm

表 1 不同光斑半径下 AM 和 PM 模型的仿真结果与实测结果的最大差值

Table 1 Maximum differences between simulation and experimental results of AM and PM models with different spot radii

$\omega$ /mm	$\sigma_{x_0} / (10^{-4} \text{ mm})$			Maximum difference $ / (10^{-4} \text{ mm})$	
	Experimental	AM	PM	AM	PM
0.54	6.30	1.91	3.93	4.39	2.37
0.64	7.40	2.27	4.66	5.13	2.74
0.74	8.59	2.62	5.39	5.97	3.20

为了分析信噪比变化时位置分辨率的变化情况,将光斑中心调整到(0.4 mm, 0 mm)位置,光斑半径设置为 0.74 mm,改变光功率,调整信噪比为 66.96 dB 和 86.75 dB,图 8 和图 9 分别给出了其中一组  $x_0$  位置的计算值,位置分辨率分别为  $0.683 \mu\text{m}$  和  $0.072 \mu\text{m}$ ,AM 模型的计算值分别为  $0.254 \mu\text{m}$  和  $0.026 \mu\text{m}$ ,PM 模型的计算值分别为  $0.458 \mu\text{m}$  和  $0.047 \mu\text{m}$ 。可见信噪比越高,位置分辨率越高,两种模型都能很好地预测这种趋势,但 PM 模型的准确性更高。

综上所述,由于位移台准确度、光能量分布模型误差和激光指向稳定性等因素的影响,模型理论数据与实验结果存在一定的误差,但两种模型的仿真结果和实验结果均表明总信噪比越大,光斑半径越小,离中心位置越近,QD 位置分辨率越高;此外,从对比结果可以看出,PM 模型具有更高的精度。

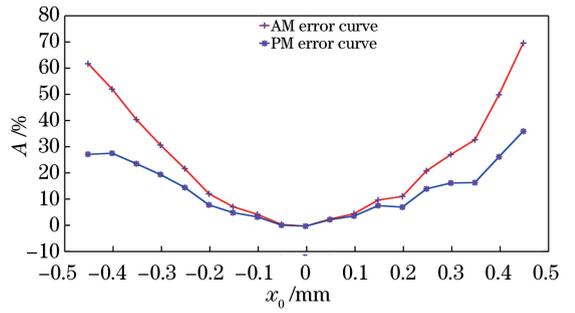


图 7  $\omega = 0.74$  mm 时的 AM 和 PM 模型的误差曲线  
Fig. 7 Comparison of error curves between AM and PM models when  $\omega = 0.74$  mm

果,C 为两种模型的理论值。可以看到,在光斑中心偏移  $-0.45 \sim 0.45$  mm 范围内,AM 模型的最大误差达到 69.92%,而 PM 模型的最大误差仅为 35.86%,精度提高了近 1 倍。

保持光功率不变,调整光斑半径为 0.64 mm 和 0.54 mm,表 1 给出了相同相对位置范围内 ( $x_r = 0.6$ ) 两种模型的仿真结果与实测结果的最大差值。由表 1 可知,PM 模型的仿真结果更接近实验结果,其可以更准确地估算位置分辨率。

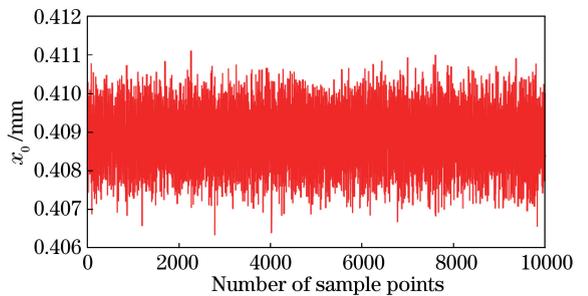


图 8 当总系统信噪比为 66.96 dB 时,光斑中心位置为 (0.4 mm, 0 mm) 时  $x_0$  的计算值  
Fig. 8 Calculated values of  $x_0$  at position of (0.4 mm, 0 mm) when total signal-to-noise ratio is 66.96 dB

## 6 结 论

针对 QD 高斯光斑位置检测分辨率近似数学模型只适用于中心位置附近的问题,根据误差函数可导的性质建立了新的高斯光斑模型下 QD 位置检测

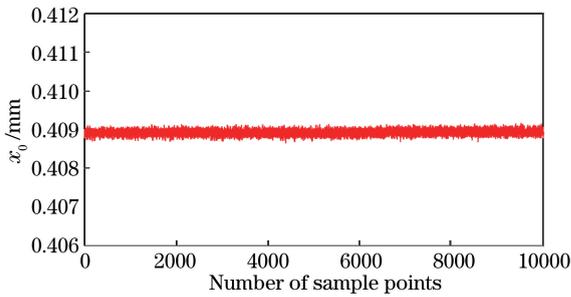


图 9 当总系统信噪比为 86.75 dB 时,光斑中心位置为 (0.4 mm, 0 mm) 时  $x_0$  的计算值

Fig. 9 Calculated values of  $x_0$  at position of (0.4 mm, 0 mm) when total signal-to-noise ratio is 86.75 dB

分辨率数学模型, 研究结果表明, 当光斑半径为 0.74 mm, 总信噪比为 66.96 dB 时, 在  $\pm 0.45$  mm 范围内, 新模型的估算误差约为 36%。与近似模型相比, 新模型的准确性提高了近 1 倍, 其可以更准确地估算系统位置分辨率。在进行实际系统的设计分析时, 利用新模型可以根据总信噪比和光斑半径直接估算光斑中心在不同位置时能达到的位置分辨率, 为系统设计提供了理论指导, 给工程应用带来极大的便利, 具有非常重要的理论和工程指导意义。

### 参 考 文 献

[1] Liu Y Y, Mu Y N, Li Y, *et al.* Laser eavesdropping system based on four quadrant detector [J]. *Piezoelectrics & Acoustooptics*, 2014, 36(4): 675-678.  
刘艳阳, 母一宁, 李野, 等. 基于四象限探测器的激光监听系统[J]. *压电与声光*, 2014, 36(4): 675-678.

[2] Zhang J Q, Xie F, Xue Q S, *et al.* Laser guided lens based on four-quadrant detector[J]. *Chinese Optics*, 2015, 8(3): 471-479.  
张军强, 谢飞, 薛庆生, 等. 基于四象限探测器的激光导引镜头的研制[J]. *中国光学*, 2015, 8(3): 471-479.

[3] Zhou P S, Lu R S, Zhou W H, *et al.* Measurement system for laser tracker's target-missing quantity based on four-quadrant detector [J]. *Electro-Optic Technology Application*, 2014, 29(1): 75-79.  
周培松, 卢荣胜, 周维虎, 等. 四象限探测器用于激光跟踪仪目标脱靶量测量[J]. *光电技术应用*, 2014, 29(1): 75-79.

[4] Wang X G, Wang S M, Chen D D, *et al.* Design of laser tracking system with quadrant detector [J]. *Laser & Infrared*, 2017, 47(4): 432-436.  
王选钢, 王仕明, 陈丹丹, 等. 采用四象限探测器的激光跟踪系统设计[J]. *激光与红外*, 2017, 47(4):

432-436.

[5] Li S M, Zhang Y Q. Annular facula detection and error compensation of four-quadrant photoelectric detector in space laser communication [J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2017, 44(11): 1106005.  
李生民, 张圆清. 空间激光通信中四象限光电探测器环形光斑检测及误差补偿[J]. *中国激光*, 2017, 44(11): 1106005.

[6] Fan X K, Zhang L, Song Y S, *et al.* Simultaneous detection technology of tracking and communication based on four-quadrant detector [J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2017, 44(9): 0906009.  
范新坤, 张磊, 宋延嵩, 等. 四象限探测器的跟踪与通信复合探测技术[J]. *中国激光*, 2017, 44(9): 0906009.

[7] Liu J S, Zou H, Zhang M L, *et al.* Optical fiber positioning based on four-quadrant detector with Gaussian fitting method [J]. *Research in Astronomy and Astrophysics*, 2017, 17(7): 75.

[8] Zhang W, Zhang H, Chen Y, *et al.* Angle measurement uncertainty statistical distribution of pulsed laser quadrant photodetector [J]. *Acta Physica Sinica*, 2017, 66(1): 012901.  
张伟, 张合, 陈勇, 等. 脉冲激光四象限探测器测角不确定性统计分布[J]. *物理学报*, 2017, 66(1): 012901.

[9] Zhang H, Chen Y S, Geng T W, *et al.* Study on main factors affecting position detection accuracy of four-quadrant detector [J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2015, 42(12): 1217002.  
张辉, 陈云善, 耿天文, 等. 四象限探测器位置检测精度的主要影响因素研究[J]. *中国激光*, 2015, 42(12): 1217002.

[10] Guo X K, Zhang Y M, He S J. Study on high precision positioning algorithm of spot center based on the four-quadrant detector [J]. *Laser & Infrared*, 2017, 47(11): 1353-1357.  
郭小康, 张彦梅, 贺仕杰. 基于四象限探测器的光斑中心高精度定位算法[J]. *激光与红外*, 2017, 47(11): 1353-1357.

[11] Narag J, Hermosa N. Response of quadrant detectors to structured beams via convolution integrals [J]. *Journal of the Optical Society of America A*, 2017, 34(7): 1212-1216.

[12] Yu J W, Li Q, Li H W, *et al.* High-precision light spot position detection in low SNR condition based on quadrant detector [J]. *Applied Sciences*, 2019, 9(7): 1299.

[13] Li Q, Xu S X, Yu J W, *et al.* An improved method for the position detection of a quadrant detector for free space optical communication [J]. *Sensors*, 2019,

19(1): 175.

- [14] Vo Q, Zhang X D, Fang F Z. Extended the linear measurement range of four-quadrant detector by using modified polynomial fitting algorithm in micro-displacement measuring system[J]. Optics & Laser

Technology, 2019, 112: 332-338.

- [15] Wu J B, Chen Y S, Gao S J, *et al.* Improved measurement accuracy of spot position on an InGaAs quadrant detector [J]. Applied Optics, 2015, 54 (27): 8049-8054.