脉宽依赖的飞秒激光成丝钳制光强的研究

张旋^{1,2}, 王铁军^{1,2}*, 郭豪^{1,2}, 孙海轶¹, 李儒新^{1,2}

¹中国科学院上海光学精密机械研究所强场激光物理国家重点实验室,上海 201800; ²中国科学院大学材料与光电研究中心,北京 100049

摘要 研究了飞秒激光成丝过程中钳制光强对脉宽的依赖关系。对不同脉宽成丝钳制光强进行直接实验测量,发现当脉宽逐渐展宽(由 45 fs 展宽至 177 fs)时,对应的钳制光强逐渐减小。实验结论与通过求解非线性薛定谔方程 得到的数值模拟结果一致。依赖于脉宽的钳制光强的分析结果可为深入理解与脉宽相关的光丝应用提供科学依据和新思路。

关键词 激光器; 飞秒现象; 飞秒激光成丝; 钳制光强; 啁啾
 中图分类号 O436
 文献标识码 A

doi: 10.3788/CJL201946.0901005

Pulse-Duration-Dependent Clamping Intensity in Femtosecond Laser Filament

Zhang Xuan^{1,2}, Wang Tiejun^{1,2*}, Guo Hao^{1,2}, Sun Haiyi¹, Li Ruxin^{1,2}

¹State Key Laboratory of High Field Laser Physics, Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800, China;

²Center of Materials Science and Optoelectronics Engineering, University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China

Abstract Herein, the pulse-duration-dependent clamping intensity in a femtosecond laser filament is systematically investigated. The clamping intensity in the laser filament is directly measured. Results show that the clamping intensity gradually decreases as the pulse duration stretches from 45 fs to 177 fs. The experimental results are in a good agreement with the simulation results obtained by solving the nonlinear Schrödinger equation. The analysis of pulse-duration-dependent clamping intensity in the laser filament provides scientific basis and new ideas for fully understanding intensity related filament applications.

Key words lasers; femtosecond phenomena; femtosecond laser filament; clamping intensity; chirping OCIS codes 320.2250; 320.1590

1 引 言

飞秒强激光在空气中传播的成丝现象具有良好 的应用前景^[1-8],包括超连续谱的产生^[5,9]、THz 辐 射^[6-7]、空气激光^[10-11]、诱导电晕放电^[12-15]、荧光光谱 探测^[16]、材料微加工^[17]以及离子风的产生^[18]。钳 制光强作为成丝过程中非线性克尔自聚焦效应和等 离子体散焦效应共同作用的结果,在成丝过程和光 丝的应用中起到了至关重要的作用。Kasparian 等^[19]首先提出当光强钳制发生时,克尔自聚焦效应 和等离子体散焦效应引起的折射率变化相等,并结 合电离速率方程估算出光丝钳制光强约为4× 10¹³~6×10¹³ W/cm²。Chiron等^[20]通过求解非线 性波动方程,计算出激光内部的钳制光强约为4.5× 10¹³ W/cm²。Bernhardt等^[21]进一步从理论推导出 发,发现光丝内部光强与气体压强无关。在实验方 面,由于光丝内部光强足以破坏探测器件,所以对于 钳制光强的测量大多依赖于间接测量的方法^[22-26]。 一般的间接测量方法首先通过纵向衍射技术测量光 丝诱导产生的等离子体密度^[27],再通过空气分子隧

收稿日期: 2019-03-22; 修回日期: 2019-04-02; 录用日期: 2019-05-21

基金项目:中国科学院战略性先导科技专项(B类)(XDB16010400)、中国科学院国际合作重点项目 (181231KYSB20160045)

^{*} E-mail: tiejunwang@siom.ac.cn

穿电离的半经典模型计算光丝内部的激光强度[22]。 最近, Mitryukovskiy 等^[28]报道了一种利用金属箔 对光丝进行直接测量的方法。该方法在成丝位置处 垂直放置金属箔,利用光丝轰击金属箔烧蚀出小孔。 通过测量小孔直径、透过小孔的脉冲能量以及脉宽 就可以粗略地计算成丝处的光强。与烧蚀针孔的直 接测量方法相比,利用荧光丝诱导等离子体荧光信 号估算强度[22-26]等间接测量方法适用条件有限。大 气中成丝诱导产生的等离子体荧光探测一般与氮气 分子或氮气离子的荧光谱线相关,此时的空气成丝 电离过程复杂,难以直接将荧光光谱的谱线强度与 光丝激光强度建立准确的标定关系。此外,利用烧 蚀针孔的直接测量方法,实验中可以通过调节烧蚀 针孔的直径,对光丝中激光强度的径向分布进行测 量,而荧光测量方法一般只能对光丝径向作累加处 理,无法实现光丝中激光强度的径向分布测量。借 鉴这种方法,吉林大学的 Li 等^[29] 成功地测量了火 焰中飞秒光丝的钳制光强。实验结果表明,随着飞 秒激光脉宽的增大,燃烧场中飞秒激光成丝诱导的 荧光光谱信号峰值强度减弱[30]。初始啁啾影响的 脉宽将决定飞秒激光的成丝过程和诸多物理现象, 对利用光丝进行远程探测[31]、诱导降雨降雪[32]、材 料改性[33]和脉冲压缩[34]等光丝的实际应用有着重 要的影响。很多的工作[35-37]均基于数值模拟展开, 其中,Noack 等^[36]通过数值方法模拟激光诱导的等 离子体产生过程,发现介质的击穿阈值强度与能量 密度对脉宽十分敏感。在实验方面, Zeng 等^[31]报 道了利用带有时空啁啾的脉冲来增加远程光丝诱导 的击穿光谱探测距离:Park 等[34] 报道了在氩气中的 成丝过程和前向光谱强烈地依赖于入射激光的脉 宽,初始带有正啁啾的入射脉冲更有利于产生宽的 前向光谱。

为了进一步理解入射激光脉宽对成丝钳制光强 的作用,本文利用光丝烧蚀小孔的方法直接测量并 分析了不同激光脉宽下光丝内部的钳制光强。实验 结果表明,随着入射激光脉宽的逐渐增大,光丝内部 光强逐渐减小。通过求解非线性薛定谔方程以及电 离产生的等离子体演化方程,所得的数值模拟结果 与实验测量结果一致。本文研究结果有助于加深对 脉宽依赖的钳制光强的理解,并可为脉宽相关的光 丝应用提供指导。

2 实验测量

实验光路如图 1 所示。实验中使用的激光器系 统为美国 Coherent 公司生产的钛宝石飞秒脉冲激 光器,激光中心波长为 800 nm,脉宽为 30 fs,重复 频率为 20 Hz,光斑直径为 16 mm。为了消除初始 光束边缘的衍射以及光晕对成丝的影响,在传输过 程中初始激光首先经过一个直径为 7 mm 的软边光 阑。机械快门被放置在软边光阑之后,以保证在实 验过程中控制通过快门的激光脉冲数目。随后,入 射飞秒激光经焦距为 30 cm 的平凸透镜聚焦成丝。 平均厚度为 15 μm 的铝箔被放置于透镜的几何焦 点之前(1 cm),以保证其处于光丝区域的强区,并 利用三维调整架使其严格地垂直于光丝的传播方 向。实验中,飞秒光丝会在铝箔上烧蚀出微小的针 孔,当脉冲能量为 1 mJ、重复频率为 20 Hz 时,入射 脉 冲累计13发时可以破坏铝箔形成针孔。并且,在



Fig. 1 Diagram of experimental optical path. Illustration is typical pre-ablation pinhole

实验使用的能量范围内(小于 2 mJ),单发激光形成 的光丝不会破坏预烧蚀出的针孔。透过针孔的激光 脉冲能量采用美国 Coherent 公司生产的能量计测 量,脉宽采用自制的 frequency-resolved optical gating device (FROG)测量。图 1 中的圆孔表示实 验中通过 1 mJ 单脉冲能量、无啁啾的脉宽为 30 fs 的入射激光脉(40 发)在铝箔上烧蚀出的典型预烧 蚀针孔形状。

当入射激光功率超过其在空气中的自聚焦阈值 时,非线性光克尔效应将产生类似于正透镜的作用, 使得入射激光脉冲不断聚焦,导致激光强度逐渐升 高,达到空气分子的电离阈值并形成空气等离子体, 等离子体对入射激光脉冲产生散焦作用,使得入射 激光在色散和衍射的共同作用下在空气中形成光 丝。光丝将入射激光脉冲能量约束在一个很小的范 围内,并保持这样的状态在空气中传输,传输距离远 超瑞利长度。光丝内部强度一般可以达到 10¹⁴ W/cm²左右,实验中利用高强度光丝在铝箔上 烧蚀出一个固定大小的针孔。光丝烧蚀出的针孔直 径与入射脉冲数目密切相关。本实验测量了不同脉 冲数目下,不同脉宽的1mJ入射激光形成光丝烧蚀 出的针孔直径,结果如图2所示。入射激光的能量、 空间位置抖动以及激光成丝区域的空气扰动等,将 会在烧蚀针孔直径随脉冲发数变化的实验测量过程 中引入误差,其中误差棒由重复打孔过程中针孔直 径的标准偏差确定。可以看到,由于累积效应,针孔 的直径随入射激光脉冲发数的增多而逐渐饱和。对 于脉宽为 30 fs 的无啁啾入射激光, 20 发脉冲可以 在铝箔上烧蚀出直径为 65 μm 的针孔。随着入射 激光脉冲发数的增多,针孔直径在100发后达到稳 定的 85 µm。此时,虽然脉冲发数已经足够多,但是 由于光丝能量密度的空间分布,光丝核心外围的能





库强度不足以破坏铝箔,所以针孔的直径达到了饱 和。图 2 所示为激光器出射脉冲为 30 fs 和 116 fs 的光丝烧蚀得到的针孔直径随入射激光脉冲发数的 变化,出射脉宽通过改变激光器脉冲压缩器中光栅 对的间距获得,116 fs的入射激光初始携带正啁啾。 对于不同脉宽的入射激光,在实验过程中分别在对 应的脉宽下,采用单脉冲能量为1 mJ 的累积 40 发 脉冲预烧蚀出一个直径约为75 µm的针孔。测量得 到不同脉宽下 40 发脉冲打出的针孔直径相近,饱和 针孔直径约为85 µm。考虑到此时的饱和直径选出 了光丝截面的核心部分,而核心周围的能库部分均 不能破坏铝箔,并且因为光丝的内部激光模式接近 于基模[7],光丝核心截面上的光强分布可以看作是 高斯分布,所以此时40发脉冲预烧蚀出的区域可以 近似看作是光丝核心强度下降为峰值的 1/e²(e 为 自然指数)时的宽度^[38]。

实验中该针孔被固定在聚焦透镜几何焦点前 1 cm的位置。通过控制快门使单个激光脉冲通过 快门在空气中聚焦成丝。预烧蚀的针孔将截取光丝 的一部分核心区域,透过针孔的光丝能量将由能量 计测量,脉宽由 FROG 测量。根据光强的定义,光 丝光强将可以粗略地由针孔面积、透过能量以及激 光脉宽计算得到。为了降低因入射激光抖动等引入 的误差,实验中在每种入射脉宽情况下重复测量6 次取平均值。以初始啁啾量为正,激光器出射脉宽 为 30 fs 不带啁啾为例,光丝被预烧蚀针孔截取,实 验测得的光丝中的能量密度随着脉冲能量的变化关 系如图 3 所示,此时使用的预烧蚀针孔的直径为 74.78 μm。可以看到,能量密度在达到饱和值 11 J/cm²之前迅速增大,与入射脉冲能量成线性关 系。当入射激光能量小于 0.8 mJ 时,入射激光处于 未成丝的线性阶段,或者成丝直径小于预烧蚀针孔 直径,所以透射激光能量密度线性增长;当入射激光 能量大于 0.8 mJ 时,激光能量密度稳定在饱和值 11 J/cm²附近,这表明此时激光已经成丝并且光丝 直径大于 70 μm。由于自聚焦与等离子体散焦作用 的相互平衡,光丝内部的平均强度不随入射能量的 增大而显著增加^[7]。图 3 中星标为前后两段拟合曲 线的交点(0.81 mJ,11 J/cm²),表示在该脉宽下光 丝核区的钳制能量密度^[28-29]。

通过改变初始啁啾来改变激光器出射激光的脉 宽,利用光丝轰击铝箔烧蚀针孔,最后测量得到相应 的能量密度与入射能量的关系,并通过线性拟合得 到测量值前后两段拟合直线的交点。利用 FROG

ŀ



图 3 脉宽为 30 fs 且无啁啾时,测量的激光能量密度随 人射激光能量的变化关系

Fig. 3 Measured laser fluence as a function of input laser energy at pulse duration of 30 fs (without chirp)

测量拟合交点处成丝时的脉宽,实验给出了钳制强 度随成丝处激光脉宽的变化曲线(图 4)。图 4 的横 坐标为利用 FROG 实测得到的不同初始啁啾脉宽 下成丝位置处的激光脉宽,虚线表示无啁啾激光脉 宽位置,虚线左侧和右侧分别为初始加载负啁啾和 正啁啾。实验结果表明,当光丝成丝处脉宽从 45 fs 增大到 177 fs 时,钳制光强从 2.26×10¹⁴ W/cm² 下 降到 6.77×10¹³ W/cm²。



图 4 测量得到的钳制强度与成丝处脉宽的关系图 Fig. 4 Measured clamping intensity versus pulse duration at filaments

3 数值模拟

为了解释实验测量结果,基于分步 Crank-Nicolson 差分格式求解非线性薛定谔方程以及电离 产生的等离子体演化方程,从而求得脉宽与沿传播 方向激光峰值光强的对应关系^[39]。假设沿 z 方向 传播的入射激光在时间和空间上均为高斯分布,并 且为柱对称分布,则入射激光电场的复振幅(ε)可以 表示为

$$\varepsilon(r,t,z) = A_0 \exp\left[-\frac{r^2}{r_0^2} - i\frac{k_0 r^2}{2F} - (1+iC)\frac{t^2}{t_p^2}\right],$$
(1)

式中: A_{0} 为入射激光的电场振幅; $r = \sqrt{x^{2} + y^{2}}$ 为 径向距离;t为时间长度;z为传播距离; r_{0} 为束腰 半径; k_{0} 为中心波矢大小;F为聚焦透镜焦距; t_{p} 为 入射激光脉宽;C为初始啁啾量。

飞秒激光在空气中的成丝行为可以用扩展的标量非线性薛定谔方程(NLSE)^[39]描述,即

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial z} = \frac{\mathrm{i}}{2k_0} \nabla_{\perp}^2 \varepsilon - \frac{\mathrm{i}k^{(2)}}{2} \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial t^2} + \mathrm{i} \frac{\omega_0}{c} n_2 |\varepsilon|^2 \varepsilon - \frac{\sigma}{2} (1 + \mathrm{i}\omega_0 \tau) \rho \varepsilon,$$

式中: ω_0 为入射激光的中心角频率; $k^{(2)}$ 为群速色 散系数; n_2 为二阶非线性系数; $\beta^{(K)}$ 为多光子电离系 数;K为空气多光子电离的最小光子个数;c为光 速; σ 为逆轫致辐射碰撞截面; τ 为电子的碰撞时间; ρ 为激光诱导产生的等离子体密度。(2)式等号右 边的各项分别表示为传播项、群速度色散项、多光子 电离项、光克尔效应项,以及等离子体作用项。

此时电离产生的等离子体密度遵从等离子体密 度演化方程

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{\sigma}{E_{g}} \rho |\varepsilon|^{2} + \frac{\beta^{(K)}}{K\hbar\omega_{0}} |\varepsilon|^{2K} - \alpha \rho^{2}, \quad (3)$$

式中: E_g 为空气分子的电离势,空气分子的电离势 由体积分数为80%的氮气分子与体积分数为20% 的氧气分子的电离势计算得到; α 为电子复合系数; \hbar 为约化普朗克常数。(3)式等号右侧各项分别表 示雪崩电离、多光子电离以及电子的碰撞复合项。 仿真中设计的参数及其含义皆列于表1中。

表1 仿真计算中使用的参数

Table 1 Parameters insimulation calculations

Parameter	Value
Wavelength $\lambda_0/(10^{-9} \text{ m})$	800
Group velocity dispersion $k^{(2)}/(10^{-29} \text{ s}^2 \cdot \text{m}^{-1})$	$2^{[40]}$
Nonlinear index $n_2/(10^{-19} \text{ cm}^2 \cdot \text{W}^{-1})$	$3.2^{[40]}$
Focal length of the lens F /m	0.3
Cross section for inverse bremsstrahlung	- [41]
$\sigma /(10^{-24} \ { m m}^2)$	9
Ionization energy E_{g}/eV	14.9
Multiphoton ionization rate $\beta^{(K)}/(10^{-126} \text{ cm}^{17} \cdot \text{W}^{-9})$	1.27
Multiphoton ionization order K	10
Recombination rate $\alpha/(10^{-13} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1})$	$5^{[41]}$
Speed of light $c /(10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1})$	3

在上述实验参数下,自聚焦阈值功率为 $p_{\rm er}$ = 3 GW。在仿真过程中,保证入射激光单脉冲能量为 1 mJ,束腰半径为 1.5 mm,入射激光傅里叶变换极 限脉宽 $t_{\rm fl}$ =30 fs。初始啁啾量与入射激光脉宽 $t_{\rm p}$ 的关系可以简单地表示为 $C = \pm \sqrt{(t_p/t_f)^2 - 1}$ 。当 初始啁啾量为 3,即脉宽最大时,入射激光功率为 2.9 p_{cr} ,已满足成丝条件。通过改变初始啁啾量的 大小,从传播方向上记录光强的峰值,得到如图 5 所 示的仿真结果。光丝核心峰值强度与啁啾量的定性 关系为:初始啁啾量的绝对值分别为 0,1,2,3 时,对 应的入射脉宽分别为 36,51,80,114 fs。



图 5 光丝强度随入射激光初始啁啾量,即脉宽的变化关系 Fig. 5 Variation in filament intensity ($|E|^2$) with initial chirp number (i.e. pulse duration) of incident laser

从仿真结果可以看到,随着入射激光初始啁啾 量从0增加到3,仿真得到的激光峰值强度从2.86× 10¹⁴ W/cm² 逐渐下降到 0.80×10¹⁴ W/cm²。仿真 结果与实验直接测量得到的钳制光强随脉宽(图4) 的变化趋势一致。同时,当初始啁啾量绝对值相同 时,啁啾量为正的激光在传播过程中的光强峰值要 略低于啁啾量为负的激光光束。以初始啁啾量绝对 值 2 为例,啁啾量符号为正的激光光束峰值光强为 1.15×10¹⁴ W/cm²,稍低于符号为负时的 1.16× 10¹⁴ W/cm²,这可能是因为初始负啁啾预补偿了传 输介质引入的正啁啾,使得激光脉宽在成丝处较对 应的正啁啾情况下的脉宽更窄。

实验测量和数值模拟的结果都表明光丝钳制光 强随着激光脉宽(啁啾量)的增加而减小,这可能是 因为传输介质的响应与脉宽有关^[42-43]。当脉宽较小 时,有效非线性极化率较低,使得成丝阈值功率较 高,相应的长脉冲具有较低的成丝阈值。当飞秒激 光成丝时,较低的成丝阈值对应于较低光强下自聚 焦被电离产生的等离子体平衡。因此钳制光强在长 脉冲时较低。并且,长脉冲钳制光强的降低也可能 与电离过程相关。飞秒激光的电离过程以多光子电 离为主,相应的电离率与光强有关^[44]。当入射脉冲 能量一定时,长脉宽的电场振幅较低,电离率较低, 成丝阈值也较低。

4 结 论

分析了飞秒激光成丝过程中脉宽对光丝内部钳 制光强的影响。首先,在实验中通过光丝烧蚀铝箔 制作针孔,再采用针孔截取单脉冲光丝的方法对在 空气中成丝的光丝钳制光强进行直接测量。实验结 果表明,随着激光脉宽从 45 fs 逐渐增大到 177 fs, 实验测得的内部钳制强度下降了 30.3%。在数值模 拟方面,基于求解扩展的标量非线性薛定谔方程,给 出了激光光束在传播过程中的光强峰值随入射激光 脉宽的变化关系。数值模拟结果符合实验直接测量 结果。尽管本研究是基于空气中成丝的激光进行 的,但实验和模拟结论也可以简单地推广到其他的 成丝介质中。本实验的成丝钳制光强结果可为理解 和调控光丝诱导降雨降雪、脉冲压缩、远程光谱探测 等与脉宽相关的光丝应用提供科学依据和思路。

参考文献

- [1] Chin S L. Femtosecond laser filamentation[M]. New York: Springer, 2010.
- [2] Chin S L, Hosseini S A, Liu W, et al. The propagation of powerful femtosecond laser pulses in optical media: physics, applications, and new challenges[J]. Canadian Journal of Physics, 2005, 83 (9): 863-905.
- [3] Couairon A, Mysyrowicz A. Femtosecond filamentation in transparent media [J]. Physics Reports, 2007, 441(2/3/4): 47-189.
- [4] Bergé L, Skupin S, Nuter R, et al. Ultrashort filaments of light in weakly ionized, optically transparent media [J]. Reports on Progress in Physics, 2008, 71(10): 109801.
- [5] Kasparian J, Wolf J P. Physics and applications of atmospheric nonlinear optics and filamentation [J]. Optics Express, 2008, 16(1): 466-493.
- [6] Kandidov V P, Shlenov S A, Kosareva O G. Filamentation of high-power femtosecond laser radiation[J]. Quantum Electronics, 2009, 39(3): 205-228.
- Chin S L, Wang T J, Marceau C, et al. Advances in intense femtosecond laser filamentation in air [J]. Laser Physics, 2012, 22(1): 1-53.
- [8] Wolf J P. Short-pulse lasers for weather control[J]. Reports on Progress in Physics, 2018, 81 (2): 026001.
- [9] Chin S L, Brodeur A, Petit S, *et al*. Filamentation and supercontinuum generation during the propagation of powerful ultrashort laser pulses in

optical media (white light laser) [J]. Journal of Nonlinear Optical Physics & Materials, 1999, 8(1): 121-146.

- [10] Luo Q, Liu W, Chin S L. Lasing action in air induced by ultra-fast laser filamentation [J]. Applied Physics B, 2003, 76(3): 337-340.
- Yao J P, Zeng B, Xu H L, et al. High-brightness switchable multiwavelength remote laser in air [J]. Physical Review A, 2011, 84(5): 051802.
- [12] Du S Z, Zhu Z B, Liu Y X, et al. Optimization design scheme of femtosecond laser induced corona discharge[J]. Chinese Journal of Lasers, 2017, 44 (6): 0601009.

杜盛喆,朱忠彬,刘尧香,等.飞秒激光诱导电晕放 电的优化设计方案[J].中国激光,2017,44(6): 0601009.

- [13] Zhang J H, Wang T J, Zhu Z B, et al. Femtosecond laser guided negative corona [J]. Chinese Journal of Lasers, 2018, 45(10): 1001002.
 张健浩, 王铁军, 朱忠彬, 等. 飞秒激光诱导负电晕 研究[J]. 中国激光, 2018, 45(10): 1001002.
- Wang T J, Wei Y X, Liu Y X, et al. Direct observation of laser guided corona discharges [J].
 Scientific Reports, 2016, 5: 18681.
- [15] Liu Y X, Wang T J, Chen N, et al. Probing the effective length of plasma inside a filament [J]. Optics Express, 2017, 25(10): 11078-11087.
- [16] Tu Z W, Wei X Y, Liu C, et al. Detection of iodine sublimation by filament-induced fluorescence spectroscopy[J]. Chinese Journal of Lasers, 2017, 44(4): 0411001.
 涂志伟,魏祥野,刘畅,等.利用光丝诱导荧光光谱

测量单质碘升华过程[J].中国激光,2017,44(4): 0411001.

- [17] Zhang Y J, Song H Y, Liu H Y, et al. Fabrication of millimeter-scaled holes by femtosecond laser filamentation[J]. Chinese Journal of Lasers, 2017, 44(4): 0402012.
 张艳杰,宋海英,刘海云,等. 飞秒激光成丝制备毫
- 米级深孔[J].中国激光, 2017, 44(4): 0402012.
 [18] Du S Z, Wang T J, Zhu Z B, *et al*. Laser guided ionic wind[J]. Scientific Reports, 2018, 8: 13511.
- [19] Kasparian J, Sauerbrey R, Chin S L. The critical laser intensity of self-guided light filaments in air[J]. Applied Physics B, 2000, 71(6): 877-879.
- [20] Chiron A, Lamouroux B, Lange R, et al. Numerical simulations of the nonlinear propagation of femtosecond optical pulses in gases [J]. The European Physical Journal D, 1999, 6(3): 383-396.
- [21] Bernhardt J, Liu W, Chin S L, *et al*. Pressure independence of intensity clamping during

filamentation: theory and experiment [J]. Applied Physics B, 2008, 91(1): 45-48.

- [22] Petit S, Talebpour A, Proulx A, et al. Polarization dependence of the propagation of intense laser pulses in air[J]. Optics Communications, 2000, 175(4/5/6): 323-327.
- [23] Ghosh G. Dispersion-equation coefficients for the refractive index and birefringence of calcite and quartz crystals[J]. Optics communications, 1999, 163(1/2/ 3): 95-102.
- [24] Xu Z J, Liu W, Zhang N, et al. Effect of intensity clamping on laser ablation by intense femtosecond laser pulses[J]. Optics Express, 2008, 16(6): 3604-3609.
- [25] Liu X L, Lu X, Liu X, et al. Tightly focused femtosecond laser pulse in air: from filamentation to breakdown [J]. Optics Express, 2010, 18 (25): 26007-26017.
- [26] Daigle J F, Jaroń-Becker A, Hosseini S, et al. Intensity clamping measurement of laser filaments in air at 400 and 800 nm[J]. Physical Review A, 2010, 82(2): 023405.
- [27] Liu J S, Duan Z L, Zeng Z N, et al. Time-resolved investigation of low-density plasma channels produced by a kilohertz femtosecond laser in air [J]. Physical Review E, 2005, 72(2): 026412.
- [28] Mitryukovskiy S I, Liu Y, Houard A, et al. Reevaluation of the peak intensity inside a femtosecond laser filament in air[J]. Journal of Physics B, 2015, 48(9): 094003.
- [29] Li H L, Chu W, Zang H W, et al. Critical power and clamping intensity inside a filament in a flame [J]. Optics Express, 2016, 24(4): 3424-3431.
- [30] Wang X Y. Investigation on the pulse width effect of femtosecond laser filamentation in combustion fields
 [D]. Changchun: Jilin University, 2007.
 王旭禹. 燃烧场中飞秒激光成丝的脉宽效应研究
 [D]. 长春:吉林大学, 2017.
- [31] Zeng B, Wang T J, Hosseini S, et al. Enhanced remote filament-induced breakdown spectroscopy with spatio-temporally chirped pulses [J]. Journal of the Optical Society of America B, 2012, 29 (12): 3226-3230.
- [32] Liang H, Sun H Y, Liu Y H, et al. Chirp control of femtosecond laser-filamentation-induced snow formation in a cloud chamber [J]. Chinese optics Letters, 2015, 13(3): 033201.
- [33] Arabanian A S, Massudi R. Study on effect of polarization and frequency chirp of incident pulse on femtosecond laser induced modification inside silica glass[J]. Journal of the Optical Society of America

B, 2014, 31(4): 748-754.

- [34] Park J, Lee J H, Nam C H. Laser chirp effect on femtosecond laser filamentation generated for pulse compression [J]. Optics Express, 2008, 16 (7): 4465-4470.
- [35] Nuter R, Skupin S, Bergé L. Chirp-induced dynamics of femtosecond filaments in air[J]. Optics Letters, 2005, 30(8): 917-919.
- [36] Noack J, Vogel A. Laser-induced plasma formation in water at nanosecond to femtosecond time scales: calculation of thresholds, absorption coefficients, and energy density [J]. IEEE Journal of Quantum Electronics, 1999, 35(8): 1156-1167.
- [37] Rodriguez M, Bourayou R, Méjean G, et al. Kilometer-range nonlinear propagation of femtosecond laser pulses [J]. Physical Review E, 2004, 69(3): 036607.
- [38] Théberge F, Liu W W, Simard P T, et al. Plasma density inside a femtosecond laser filament in air: strong dependence on external focusing [J]. Physical Review E, 2006, 74(3): 036406.
- [39] Couairon A, Brambilla E, Corti T, et al.

Practitioner's guide to laser pulse propagation models and simulation [J]. The European Physical Journal Special Topics, 2011, 199(1): 5-76.

- [40] Deng Y, Jin T, Zhao X W, et al. Simulation of femtosecond laser pulse propagation in air[J]. Optics & Laser Technology, 2013, 45: 379-388.
- [41] Kolesik M, Moloney J V, Wright E M. Polarization dynamics of femtosecond pulses propagating in air
 [J]. Physical Review E, 2001, 64(4): 046607.
- [42] Ripoche J F, Grillon G, Prade B, et al. Determination of the time dependence of n₂ in air[J]. Optics Communications, 1997, 135 (4/5/6): 310-314.
- [43] Nibbering E T J, Grillon G, Franco M A, et al. Determination of the inertial contribution to the nonlinear refractive index of air, N₂, and O₂ by use of unfocused high-intensity femtosecond laser pulses
 [J]. Journal of the Optical Society of America B, 1997, 14(3): 650-660.
- [44] Tong X M, Zhao Z X, Lin C D. Theory of molecular tunneling ionization [J]. Physical Review A, 2002, 66: 033402.