

# 目标粗糙特性对主动照明信标波前探测的影响

赵旺<sup>1,2,3</sup>, 董理治<sup>1,2</sup>, 杨平<sup>1,2</sup>, 许冰<sup>1,2</sup>, 王帅<sup>1,2\*</sup>

<sup>1</sup> 中国科学院自适应光学重点实验室, 四川 成都 610209;

<sup>2</sup> 中国科学院光电技术研究所, 四川 成都 610209;

<sup>3</sup> 中国科学院大学, 北京 100049

**摘要** 建立了基于目标粗糙特性的主动照明信标数值计算模型, 分析了目标粗糙特性对散射回波光强均匀性和波前均方根的影响, 对比了不同目标粗糙程度下主动照明信标探测波前和点光源信标探测结果的差异, 以及自适应光学系统校正效果。研究结果表明: 随着目标表面粗糙程度减弱, 散射回波的波前均方根变大, 主动照明信标和点光源信标探测波前结果差异增大, 自适应光学系统校正效果下降。此外, 增多照明光路数可以抑制弱粗糙表面上行链路湍流对主动照明信标波前探测的影响。

**关键词** 自适应光学; 波前探测; 主动照明信标; 粗糙表面

中图分类号 O436

文献标识码 A

doi: 10.3788/CJL201946.0705002

## Influence of Surface Roughness on Wavefront Sensing Performance of Active Illumination Beacon

Zhao Wang<sup>1,2</sup>, Dong Lizhi<sup>1,2</sup>, Yang Ping<sup>1,2</sup>, Xu Bing<sup>1,2</sup>, Wang Shuai<sup>1,2\*</sup>

<sup>1</sup> Key Laboratory on Adaptive Optics, Chinese Academy of Sciences, Chengdu, Sichuan 610209, China;

<sup>2</sup> Institute of Optics and Electronics, Chinese Academy of Sciences, Chengdu, Sichuan 610209, China;

<sup>3</sup> University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China

**Abstract** A numerical simulation model of active illumination beacon considering surface roughness is established. Based on this model, the effect of roughness on intensity uniformity and wavefront mean square root of scattered light is discussed, and the difference between wavefronts detected by an active illumination beacon and a point source beacon and the correction effect of an adaptive optical system are analyzed. Moreover, as the surface roughness of a target is decreasing, the wavefront mean square root of scattered light and the difference between wavefronts detected by the active illumination beacon and point source beacon are increasing, but the correction effect of the adaptive optical system is decreasing. In addition, increasing the number of illuminator will suppress the influence of uplink turbulence on wavefront sensing.

**Key words** adaptive optics; wavefront sensing; active illumination beacon; rough surface

**OCIS codes** 010.1080; 010.7350; 101.1300

## 1 引言

自适应光学(AO)系统用于校正大气湍流像差时, 如果目标为非合作目标, 常需要引入人造信标(包括瑞利信标、钠信标和主动照明信标)来探测大气湍流像差<sup>[1-2]</sup>。其中主动照明信标是利用激光照明目标后的散射回光提取波前畸变, 不受目标高度

限制, 也不存在聚焦非等晕, 在近地面和高空激光传输校正中得到广泛应用<sup>[3-4]</sup>。Higgs 等<sup>[5-6]</sup>率先开展了基于主动照明信标的近地面激光传输补偿实验, 经自适应光学系统预补偿后, 到靶光束 Strehl 比由 0.04 提升至 0.17, 验证了主动照明信标可以用于探测大气湍流像差。

在主动照明技术分析中, 可以通过在入射光场

收稿日期: 2019-01-28; 修回日期: 2019-02-26; 录用日期: 2019-03-07

基金项目: 国家自然科学基金(61875203, 61805251, 11704382, 1171101412)

\* E-mail: wangshuai@ioe.ac.cn

波前中引入随机相位调制得到散射回光<sup>[7]</sup>。随机表面高度均方差大于光波波长,各点高度值统计独立时,粗糙表面引入的随机相位调制可以表示为 $(-\pi, \pi)$ 之间的均匀分布<sup>[8-9]</sup>。使用随机数替代调制相位忽略了粗糙程度较弱的目标对照明信标的影响,也没有考虑随机表面高度间的相关性,不能准确描述目标表面粗糙特性对主动照明信标散射回光的影响。

为了研究目标表面粗糙程度对主动照明信标波前探测能力的影响,本文建立了基于目标表面粗糙特性的主动照明信标数值计算模型,分析了目标表面粗糙特性对照明信标散射回波的光强均匀性和波前均方根(RMS)的影响,对比了不同目标表面粗糙

程度下主动照明信标和点光源信标的探测波前差异,以及AO系统的校正效果,并给出了相应结论和下一步工作建议。

## 2 主动照明信标数值计算模型

采用主动照明信标的大气湍流激光传输补偿系统如图1所示。照明信标经望远镜聚焦发射到目标上,被目标的粗糙表面调制后成为散射回光,由目标传输至接收望远镜的过程中携带了大气湍流信息。散射回光经望远镜接收后依次经过倾斜镜和变形镜,最后进入夏克-哈特曼波前传感器。AO系统利用波前传感器探测的波前畸变信息控制倾斜镜和变形镜,以校正大气湍流像差。

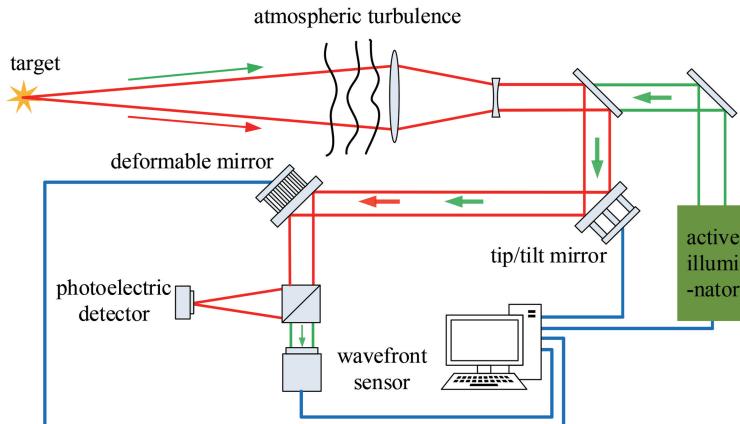


图 1 采用主动照明信标的大气湍流激光传输补偿系统

Fig. 1 Compensation system for laser transmission in atmospheric turbulence with active illumination beacon

激光在大气湍流中的传输过程可以用多层相位屏法模拟<sup>[10-11]</sup>,多层相位屏法将一段距离内的湍流像差等效成一张相位屏,激光传输到相位屏时波前中叠加了相应的相位扰动,相位屏之间的传输过程用菲涅耳衍射描述。为了使离散相位屏表示的激光传输过程和理论相符,在此利用文献<sup>[12]</sup>中的方法

设置相位屏位置、每张相位屏表征的湍流强度和激光传输的上下边界。

主动照明信标中照明光包含上行链路和下行链路传输过程,数值计算中将照明光折叠传输过程看作透射光传输过程<sup>[13]</sup>,如图2所示。照明光在从发射望远镜到接收望远镜的传输过程中会受到大气湍流

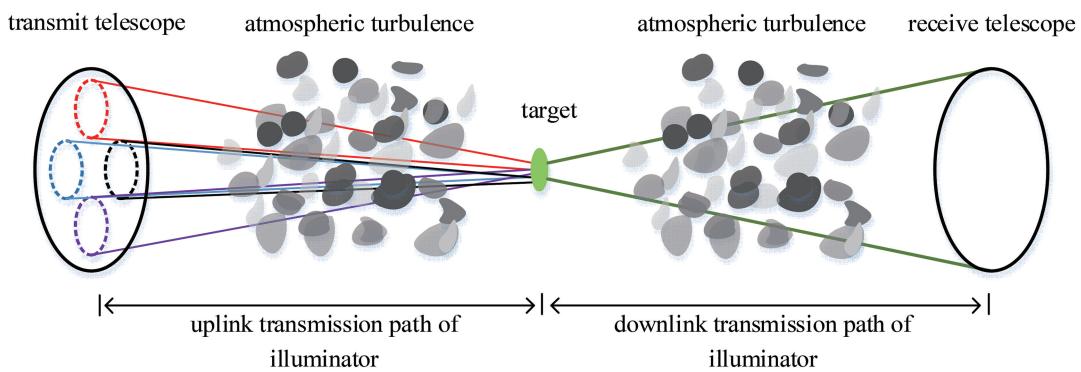


图 2 照明光传输模型

Fig. 2 Propagation model of illumination beam

和目标粗糙表面的影响,目标粗糙表面对激光传输的影响也可以用薄相位屏等效,此时散射回光可表示为目标表面随机高度对入射光场的调制<sup>[14]</sup>,即

$$U_r(x, y) = P(x, y)U_i(x, y)\exp\left[i\frac{4\pi}{\lambda}h(x, y)\right], \quad (1)$$

式中: $U_r(x, y)$ 表示回波光场; $U_i(x, y)$ 表示入射光场; $h(x, y)$ 表示目标表面高度分布; $P(x, y)$ 表示孔径透过函数; $\lambda$ 表示照明光波长; $(x, y)$ 表示目标面坐标。

目标表面高度分布可以用随机过程模型表示,其统计特性可以用高度起伏标准差和表面横向相干长度来描述<sup>[15]</sup>。给定表面高度自相关函数后,利用二维数字滤波技术可以得到满足某一统计特性的粗糙表面高度分布。一般而言,自然表面和人造材料表面高度起伏满足正态分布,高度起伏自相关函数用高斯函数表示,即

$$\langle h(x, y)h(x', y') \rangle = \sigma_h^2 \exp\left[-\frac{(x - x')^2 + (y - y')^2}{l_c^2}\right], \quad (2)$$

式中: $\sigma_h$ 表示粗糙表面高度起伏标准差; $(x', y')$ 表示目标面坐标; $\langle \cdot \rangle$ 表示系综平均; $l_c$ 表示粗糙表面横向相关长度,表示相距  $\tau$  的两点统计是否独立, $\tau < l_c$  表示两点高度相关, $\tau > l_c$  表示两点高度不相关,相同尺度内, $l_c$  越大,粗糙表面高度起伏越平缓。

粗糙表面高度随机起伏满足平稳随机过程时,基于二维数字滤波技术的高斯相关型粗糙表面高度函数可表示为

$$h(x, y) = \frac{2\sigma_h^2}{l_c\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left[-2\frac{(x - x')^2 + (y - y')^2}{l_c^2}\right] h_n(x', y') dx' dy', \quad (3)$$

式中: $h_n(x', y')$ 表示均值为 0、方差为 1 的二维高斯白噪声,实际应用中通过调节  $\sigma_h$  和  $l_c$  可以得到不同粗糙程度的表面。可以证明,(3)式给出的高度起伏自相关函数为高斯函数,与(2)式给出的自相关函数一致。

在 AO 系统中,变形镜面形影响函数可用超高斯函数表示,即

$$V_i(x, y) =$$

$$\exp\{\ln \omega [\sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2}/d]^{\alpha}\}, \quad (4)$$

式中: $V_i(x, y)$ 表示对第  $i$  个驱动器施加单位电压后的变形镜响应面型; $(x_i, y_i)$  表示第  $i$  个驱动器位

置; $d$  表示变形镜驱动器间距; $\omega$  表示变形镜驱动器交联值; $\alpha$  表示变形镜响应函数高斯指数。

利用直接斜率法计算变形镜控制电压时,若待校正波前斜率为  $g$ ,则变形镜驱动器电压  $v$  可以表示为

$$v = R_{xy}^+ g, \quad (5)$$

式中: $R_{xy}^+$  表示驱动器斜率响应矩阵的广义逆矩阵。

在此用校正光束峰值 Strehl 比表示主动照明信标的波前探测能力,峰值 Strehl 比定义为实际光束远场峰值光强  $I_{\max, \text{real}}$  与理想无像差光束远场峰值光强  $I_{\max, \text{ideal}}$  之比,即

$$S_r = \frac{I_{\max, \text{real}}}{I_{\max, \text{ideal}}}. \quad (6)$$

### 3 动照明信标数值计算参数

在数值仿真中,激光传输距离为 5 km,望远镜口径为 600 mm,目标尺寸为 200 mm,照明光波长为 1064 nm,信号光波长为 1030 nm,信号光为目标处发射的理想点光源。大气折射率结构常数  $C_n^2$  选用 HV-21 模型,湍流功率谱为 von-Karman 谱,湍流外尺度  $l_0 = 100$  m,相位屏可利用功率谱反演法得到。

用于校正大气湍流像差的 AO 系统变形镜驱动器和波前传感器子孔径匹配关系如图 3 所示,圆圈表示变形镜驱动器位置,方格表示哈特曼波前传感器子孔径位置,大圆圈表示有效通光区域。图 3 中变形镜驱动器个数为  $22 \times 22$ ,有效驱动器个数为 384,波前传感器子孔径数目为  $40 \times 40$ ,有效子孔径数目为 1240。变形镜响应函数交联值  $\omega = 0.08$ ,高斯指数  $\alpha = 2.2$ 。

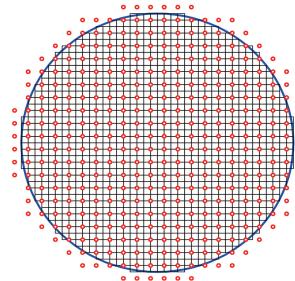


图 3 变形镜驱动器和波前传感器子孔径的匹配关系

Fig. 3 Relationship between actuator of deformable mirror and sub-aperture of wavefront sensor

在主动照明信标中,通常利用多路非相干光照明目标来抑制光强闪烁和散斑效应,并提高波前探测精度。图 4 给出了照明光为平顶光束时的照明光空间排布示意图,其中图 4(a) 为 4 路激光照明,

图 4(b) 为 9 路激光照明。图中  $R$  为望远镜有效通光半径,  $r$  为照明光口径。在 4 路激光照明中, 单路激光器中心位置到圆心的距离为  $(2 - \sqrt{2})R$ , 单路激光最大口径为 248 mm。而在 9 路激光照明中, 单路激光器到圆心的距离为  $2/3R$ , 单路激光最大口径为 152 mm。

粗糙的目标表面引入的随机相位调制用  $(-\pi, \pi)$  之间服从均匀分布的随机数表示时<sup>[8-9]</sup>, 不同照明光口径对主动照明信标波前探测性能的影响如图 5 所示。结果表明, 过小的照明光口径使得校正光束 Strehl 比减小, 主动照明信标波前探测性能下降, 增大照明光口径能够提升主动照明信标波前探测性

能。综合考虑照明光口径对主动照明信标波前探测性能的影响, 4 路激光照明中照明光口径选择为 240 mm, 9 路激光照明中照明光口径选择为 150 mm。

以入射光波长为标准, 可以将目标表面粗糙程度划分为极粗糙、强粗糙、弱粗糙和微粗糙<sup>[16]</sup>, 如表 1 所示。激光波长为 1064 nm 时, 极粗糙目标的  $R_a$  大于 1  $\mu\text{m}$ , 弱粗糙目标的  $R_a$  小于 0.1  $\mu\text{m}$ , 强粗糙和微粗糙目标对应的  $R_a$  介于 0.1  $\mu\text{m}$  和 1  $\mu\text{m}$  之间。以铝板为例, 抛光后的铝板为微粗糙表面, 车削加工铝板或冷轧铝板为强粗糙或微粗糙表面, 喷砂处理的铝板为极粗糙表面<sup>[17]</sup>。

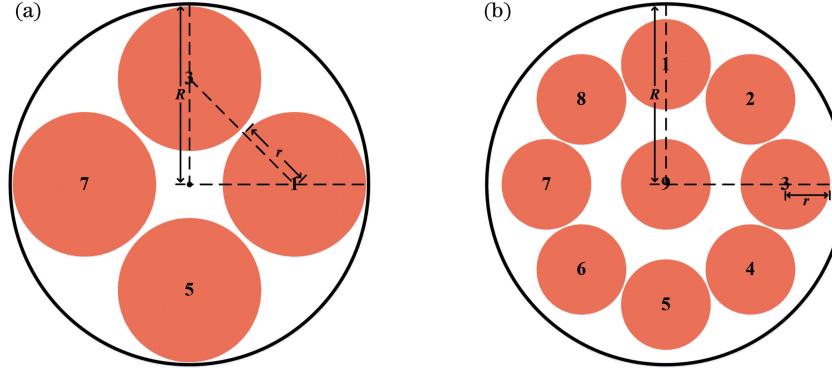


图 4 照明光为平顶光束时的照明光空间排布示意图。(a) 4 路激光照明;

Fig. 4 Diagram of illuminating beam layout when illuminating beam is flat-topped beam.

(a) Four illuminators; (b) nine illuminators

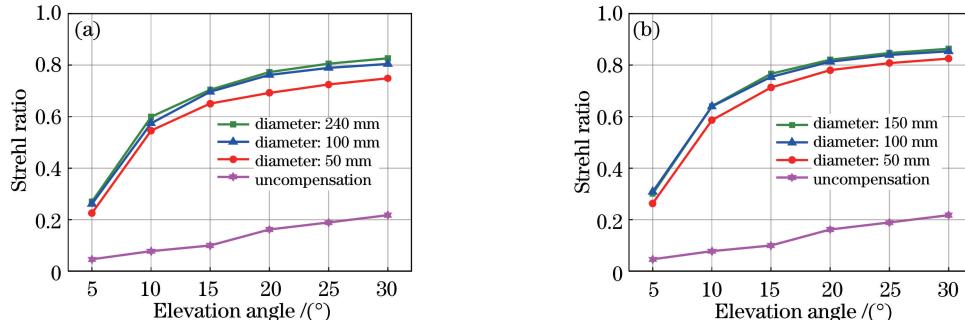


图 5 不同照明光口径对主动照明信标波前探测性能的影响。(a) 4 路激光照明;

Fig. 5 Influence of laser beam diameter on wavefront sensing performance of active illumination beacon.

(a) Four illuminators; (b) nine illuminators

表 1 目标表面粗糙程度划分

Table 1 Division of surface roughness

Statistical parameter	$\sigma_h > \lambda, l_c < \lambda$	$0.3\lambda < \sigma_h < 0.1\lambda, l_c \approx \lambda$	$0.1\lambda < \sigma_h < 0.3\lambda, l_c \gg \lambda$	$\sigma_h < 0.1\lambda, l_c \gg \lambda$
Roughness	Extreme	Strong	Medium	Weak

图 6 给出了不同粗糙程度(极粗糙、强粗糙、弱粗糙和微粗糙)的目标表面高度分布, 以及各自的高

度起伏标准差和横向表面相干长度, 其中  $\lambda = 1064 \text{ nm}$ 。4 种粗糙表面中, 随着高度起伏标准差减小, 横向表面相干长度增大, 目标表面高度起伏更加平缓, 更接近于光滑表面。

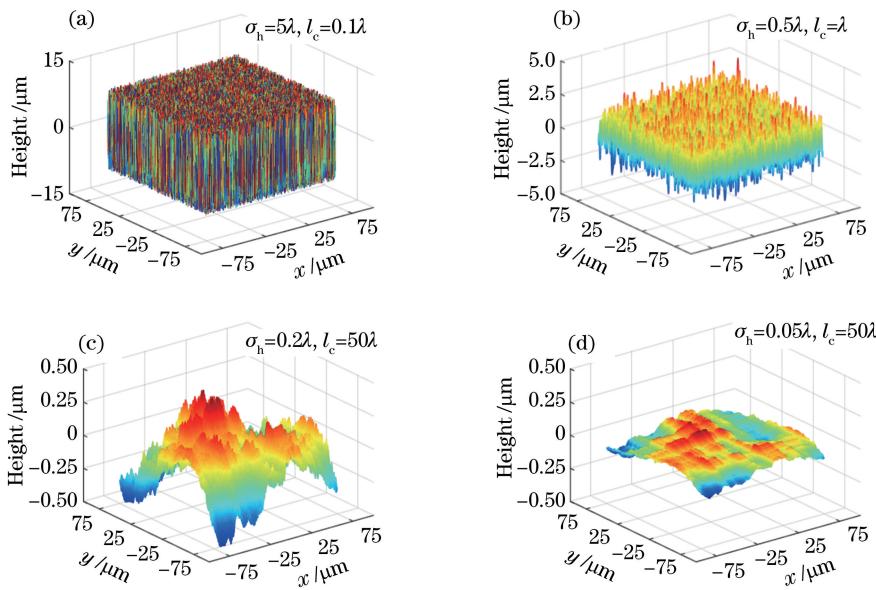


图 6 不同粗糙程度的目标表面高度分布。(a)极粗糙;(b)强粗糙;(c)弱粗糙;(d)微粗糙

Fig. 6 Height distributions of different roughnesses of target surface. (a) Extreme roughness; (b) strong roughness; (c) medium roughness; (d) weak roughness

#### 4 目标粗糙特性对主动照明信标的影响

主动照明信标利用激光照明目标后的散射回光探测下行链路大气湍流像差。散射回光的光强分布越均匀,波前畸变越小,主动照明信标波前探测误差越小。照明光包含上行链路和下行链路传输过程。上行链路湍流和目标表面粗糙特性会对散射回光产生影响,进而影响主动照明信标探测下行链路大气湍流像差的精度。只考虑上行链路大气湍流对照明光的影响时,9路照明系统中经望远镜准直后的回

波光强归一化标准差和波前 RMS 值如图 7 所示。目标表面为极粗糙和强粗糙时,湍流强度的改变不会引起散射回光波前 RMS 发生显著变化。而目标表面为弱粗糙和微粗糙时,随着湍流强度减弱,散射回光的波前 RMS 减小,说明此时上行链路湍流会影响照明光下行链路传输过程。此外,目标表面越粗糙,散射回光的光强归一化标准差越小,波前 RMS 值越小,则主动照明信标探测下行链路大气湍流像差时,照明光引入的探测误差越小,波前探测精度越高。

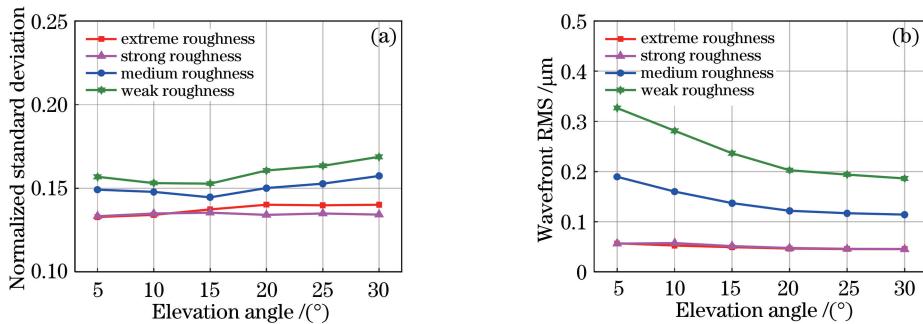


图 7 9 路照明系统中望远镜处的回波光场。(a)光强归一化标准差;(b)波前 RMS 值

Fig. 7 Scattered wave collimated by telescope with nine illuminators. (a) Normalized standard deviation of light intensity; (b) wavefront RMS

9路激光照明时,利用主动照明信标探测的大气湍流像差如图 8 所示。在不同目标表面粗糙程度下,主动照明信标都可以探测到大气湍流像差。在目标表面粗糙程度减弱时,利用主动照明信标和点

光源信标得到的结果差异变大。在不同湍流强度下,利用强粗糙表面散射回光探测与利用点光源信标得到的结果最相似。望远镜仰角为 15° 和 30° 时,湍流强度变弱,利用弱粗糙和微粗糙散射回光复原

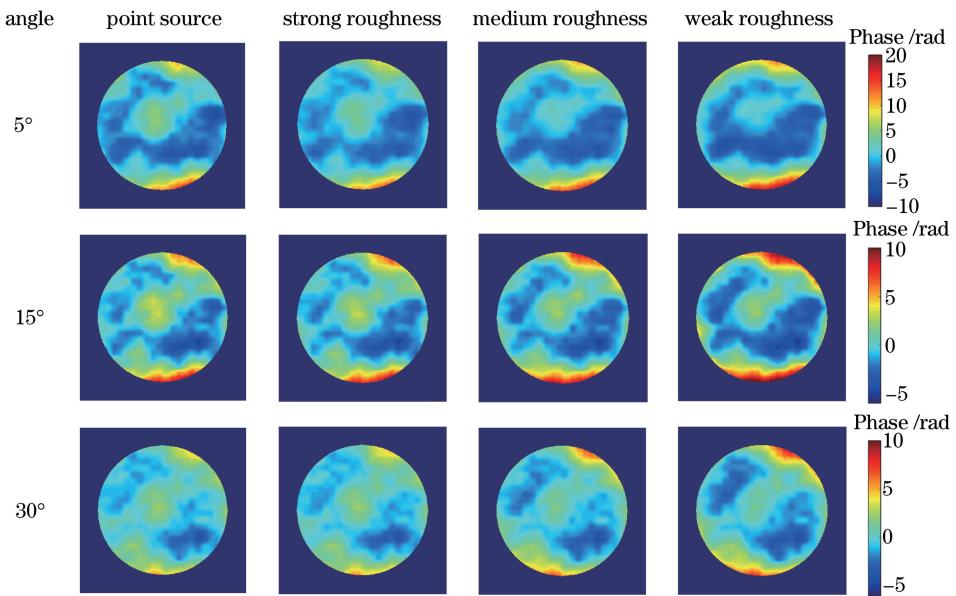


图 8 9 路照明时,利用主动照明信标探测的大气湍流像差

Fig. 8 Atmospheric turbulence aberrations detected by active illumination beacon with nine illuminators

的波前与点光源信标探测结果差异变小。图 8 所示的大气湍流像差探测结果与图 7 所得结论一致,即相比弱粗糙和微粗糙,目标强粗糙时上行链路湍流对主动照明信标波前探测的影响更小,波前复原结果更接近点光源系统。

表 2 给出了信标光探测误差 RMS,可以看出,主动照明信标波前探测误差大于点光源信标探测误

差。望远镜仰角大于 15°、目标表面强粗糙时,主动照明信标探测误差与点光源信标探测误差的差值小于  $0.02\lambda$ ,此时主动照明信标波前探测能力和理想点光源信标相当。不同湍流强度下、目标表面弱粗糙和微粗糙时的主动照明信标波前探测误差大于目标表面强粗糙时。

表 2 信标光探测误差 RMS

Table 2 RMS of beacon detection error

Elevation angle / (°)	Point source	Strong roughness	Medium roughness	Weak roughness
5	0.0998	0.1774	0.2285	0.3314
15	0.0572	0.0758	0.1213	0.2022
30	0.0434	0.0598	0.0994	0.1557

目标表面粗糙特性对 AO 系统校正效果的影响如图 9 所示,图中数据为 20 组计算结果的平均值。在 4 路照明和 9 路照明的系统中,目标表面为极粗

糙和强粗糙时,AO 系统校正效果最好。随着目标粗糙程度减弱,校正光束 Strehl 比减小。相比极粗糙和强粗糙表面,目标表面为微粗糙时,校正光束

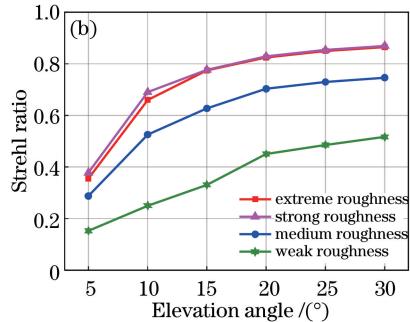
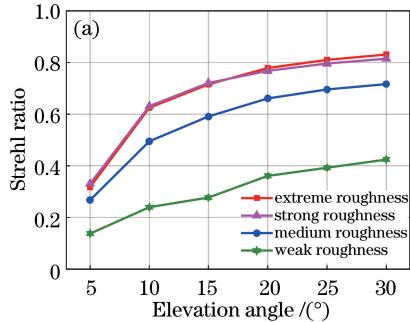


图 9 目标表面粗糙特性对 AO 系统校正效果的影响。(a) 4 路激光照明;(b) 9 路激光照明

Fig. 9 Influence of surface roughness on correction effect of AO system. (a) Four illuminators; (b) nine illuminators

Strehl 比下降近 50%。值得注意的是,目标表面微粗糙时,采用主动照明信标的 AO 系统可以将光束 Strehl 比提升一倍以上。这表明即使目标表面微粗糙时,散射回光仍可用于提取大气湍流像差,即主动照明信标依然有效。

图 10 给出了 9 路激光照明校正光束 Strehl 比和 4 路激光照明校正光束 Strehl 比的差值。目标表面极粗糙时,两种照明光体制下的校正光束 Strehl 比相差小于 0.05。望远镜仰角大于 20°、目标表面微粗糙时,采用 9 路激光照明的 AO 系统相比 4 路激光照明时校正光束 Strehl 比提升接近 0.1。综合来看,采用 9 路激光照明的 AO 系统校正效果优于 4 路照明系统,即 9 路照明可以抑制目标表面弱粗糙和微粗糙时上行链路大气湍流像差对主动照明信标波前探测的影响。

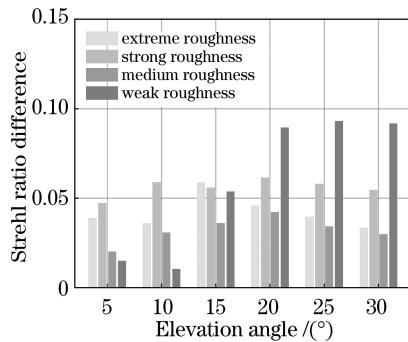


图 10 9 路激光照明校正光束 Strehl 比和 4 路激光照明校正光束 Strehl 比的差值

Fig. 10 Difference of Strehl ratios obtained by AO systems with four illuminators and nine illuminators

目标粗糙程度减弱时校正光束 Strehl 比下降的原因:目标表面极粗糙和强粗糙时,回波光场为完全散射场,散射回光更加接近点光源。随着目标表面粗糙程度减弱,散射回光中包含光滑部分的镜面反射场,主动照明信标探测波前含有上行链路大气湍流像差,故使得 AO 系统校正效果下降。

## 5 结 论

建立了考虑目标粗糙特性的主动照明信标数值计算模型,分析了目标表面粗糙程度对散射回波光强均匀性和波前 RMS 的影响,给出了利用主动照明信标探测的大气湍流像差和探测误差,对比了不同目标粗糙程度下 4 路激光照明和 9 路激光照明校正光束 Strehl 比。研究表明:1)随着目标表面粗糙程度减弱,利用主动照明信标和点光源信标得到的大气湍流像差结果差异变大,信标光探测误差增大,

AO 系统校正效果下降;2)相比 4 路激光照明系统,9 路激光照明可以抑制目标微粗糙时上行链路湍流对主动照明信标波前探测的影响,从而提升 AO 系统校正效果。该结果为主动照明信标设计提供了参考,后续将结合目标粗糙特性开展实验研究,进一步研究目标弱粗糙时上行链路湍流抑制技术,以提升主动照明信标波前的探测能力。

## 参 考 文 献

- [1] Xu Z Y, Bo Y, Peng Q J, et al. Progress on sodium laser guide star[J]. Infrared and Laser Engineering, 2016, 45(1): 0101001.
- [2] 许祖彦, 薄勇, 彭钦军, 等. 激光钠导引星技术研究进展[J]. 红外与激光工程, 2016, 45(1): 0101001.
- [3] Higgs C, Barclay H T, Kansky J E, et al. Adaptive optics compensation using active illumination [J]. Proceedings of SPIE, 1998, 3381: 47-57.
- [4] Vorontsov M A, Kolosov V V, Kohnle A. Adaptive laser beam projection on an extended target: phase- and field-conjugate precompensation [J]. Journal of the Optical Society of America A, 2007, 24 (7): 1975-1993.
- [5] Lamberson S, Schall H, Shattuck P. The airborne laser [J]. Proceedings of SPIE, 2007, 6346: 63461M.
- [6] Higgs C, Barclay H T, Cusumano S J, et al. Active tracking using multibeam illumination [J]. Proceedings of SPIE, 1998, 3381: 160-168.
- [7] Higgs C, Barclay H T, Murphy D V, et al. Atmospheric compensation and tracking using active illumination[J]. Lincoln Laboratory Journal, 1998, 11(1): 5-26.
- [8] Piatrou P, Roggemann M. Beaconless stochastic parallel gradient descent laser beam control: numerical experiments[J]. Applied Optics, 2007, 46 (27): 6831-6842.
- [9] Thurner T, Brandstatter B, Brasseur G. Numerical simulation of coherent light diffracted from rough surfaces [C] // Proceedings of the 20th IEEE Instrumentation Technology Conference (Cat. no. 03CH37412), May 20-22, 2003, Vail, Colorado, USA. New York: IEEE, 2003: 1593-1598.
- [10] Chen B, Yang J, Yang X, et al. Effect of speckle noise on wavefront distortion correction in laser active imaging[J]. Chinese Journal of Lasers, 2015, 42 (10): 1012002.
- 陈波, 杨婧, 杨旭, 等. 激光主动成像中散斑噪声对波前畸变校正性能的影响[J]. 中国激光, 2015, 42 (10): 1012002.
- Fleck J A, Jr, Morris J R, Feit M D. Time-

- dependent propagation of high energy laser beams through the atmosphere[J]. Applied Physics, 1976, 10(2): 129-160.
- [11] Niu C J, Lu F, Han X E. Propagation properties of Gaussian array beams transmitted in oceanic turbulence simulated by phase screen method [J]. Acta Optica Sinica, 2018, 38(6): 0601004.  
牛超君, 卢芳, 韩香娥. 相位屏法模拟高斯阵列光束海洋湍流传输特性[J]. 光学学报, 2018, 38(6): 0601004.
- [12] Shao W Y, Xian H. Optimizing calculation of phase screen distribution with minimum condition along an inhomogeneous turbulent path [J]. Chinese Physics B, 2016, 25(11): 114212.
- [13] Wang Y R, Mei H P, Kang L, et al. Experimental investigation on retro-reflective laser imaging in turbulent atmosphere[J]. Chinese Journal of Lasers, 2018, 45(4): 0401008.  
王钰茹, 梅海平, 康丽, 等. 湍流大气中折返路径激光成像探测实验[J]. 中国激光, 2018, 45(4): 0401008.
- [14] Liu M. Distribution properties of intensity and phase of speckle fields produced by vortex beam[J]. Acta Optica Sinica, 2014, 34(11): 1126001.
- [15] 刘曼. 涡旋光束形成的散斑场光强和相位的分布特性[J]. 光学学报, 2014, 34(11): 1126001.
- [16] Chen H, Hu Y Z, Wang H, et al. Computer simulation of rough surfaces [J]. Lubrication Engineering, 2006, 31(10): 52-55, 59.  
陈辉, 胡元中, 王慧, 等. 粗糙表面计算机模拟[J]. 润滑与密封, 2006, 31(10): 52-55, 59.
- [17] Lu F. Propagation and target scattered characteristics of array beams in turbulent atmosphere[D]. Xi'an: Xidian University, 2016.  
卢芳. 阵列光束在湍流大气中的传输及目标散射回波特性[D]. 西安: 西安电子科技大学, 2016.
- [18] Shi J, Zhong K, Liu C, et al. Scattering properties of rough metal surface in terahertz region [J]. Infrared and Laser Engineering, 2018, 47 (12): 1217004.  
史杰, 钟凯, 刘楚, 等. 太赫兹频段金属粗糙表面散射特性[J]. 红外与激光工程, 2018, 47 (12): 1217004.