

# 激光脉宽和偏振效应对飞秒光纤诱导燃烧中间产物 荧光光谱的影响

侯梦瑶<sup>1</sup>, 王思琪<sup>1</sup>, 姚丹雯<sup>1</sup>, 付尧<sup>1</sup>, 臧宏伟<sup>1</sup>, 李贺龙<sup>1,2</sup>, 徐淮良<sup>1\*</sup>

<sup>1</sup> 吉林大学电子科学与工程学院, 吉林 长春 130012;

<sup>2</sup> 吉林大学原子与分子研究所, 吉林 长春 130012

**摘要** 聚焦激光脉宽和偏振对飞秒光纤诱导燃烧场中间产物荧光光谱的影响, 通过改变激光脉宽、偏振状态, 观测了燃烧中间产物如 OH、CH、CN、C<sub>2</sub> 分子和 C 原子的荧光光谱变化。结果发现: 随着激光脉宽和偏振椭圆率增大, 各组分荧光信号强度减小, 这是因为光纤内激光钳制强度及等离子体的密度与激光脉宽、偏振密切相关, 进而导致多光子激发燃烧中间产物的信号随之变化。

**关键词** 光谱学; 飞秒激光成丝; 燃烧; 荧光; 偏振; 脉宽

中图分类号 TN249

文献标识码 A

doi: 10.3788/CJL201946.0508024

## Effects of Pulse Duration and Polarization on Femtosecond Filament-Induced Fluorescence of Combustion Intermediates

Hou Mengyao<sup>1</sup>, Wang Siqi<sup>1</sup>, Yao Danwen<sup>1</sup>, Fu Yao<sup>1</sup>, Zang Hongwei<sup>1</sup>,  
Li Helong<sup>1,2</sup>, Xu Huailiang<sup>1\*</sup>

<sup>1</sup> College of Electronic Science and Engineering, Jilin University, Changchun, Jilin 130012, China;

<sup>2</sup> Atomic and Molecular Institute, Jilin University, Changchun, Jilin 130012, China

**Abstract** The effects of laser pulse duration and polarization on the femtosecond filament-induced fluorescence of combustion intermediates were studied herein. The variations in the fluorescence spectra of combustion intermediates, such as OH, CH, CN, C<sub>2</sub>, and C, were observed by varying laser pulse duration and polarization. The results show that the fluorescence intensities of all the observed combustion intermediates decrease with the increase of laser pulse duration and polarization ellipticity. This behavior is explained by the fact the clamped intensities and plasma densities inside the filament core are strongly dependent on laser pulse duration and polarization, leading to the changes in the multiphoton-excited signals of combustion intermediates.

**Key words** spectroscopy; femtosecond laser filamentation; combustion; fluorescence; polarization; pulse duration

**OCIS codes** 300.6280; 320.2250; 280.1740; 260.5430

## 1 引言

近年来,随着我国经济蓬勃发展,石油、煤炭等化石能源被大量消耗。化石能源在燃烧过程中会排放大量有害气体,污染环境<sup>[1]</sup>。因此,燃烧诊断对于提高燃料的能量转化效率及减少污染物排放具有重要意义。为此,人们发展了多种燃烧诊断技术,如相干反斯托克斯拉曼散射技术(CARS)<sup>[2-3]</sup>、激光诱导

荧光技术(LIF)<sup>[4]</sup>和激光诱导击穿光谱技术(LIBS)<sup>[5-7]</sup>等基于激光的光谱分析技术。这些技术具有实时、无干扰、高时空分辨<sup>[8]</sup>等特点,在测量燃烧场的温度、中间产物、当量比等方面获得了广泛应用。2012年,文献[9]报道了利用平面纳米激光诱导荧光光谱技术测量燃烧场中自由基团 OH、CN、CH<sub>2</sub>O 等的瞬态空间分布信息;2008年,希腊帕特雷大学的研究人员<sup>[10]</sup>利用飞秒激光诱导击穿光谱

收稿日期: 2019-01-19; 修回日期: 2019-03-11; 录用日期: 2019-03-25

基金项目: 国家自然科学基金(61427816, 61625501)

\* E-mail: huailiang @jlu.edu.cn

技术测量了火焰中 C 和 O 的荧光强度比,并进而获得了火焰的当量比信息。

最近,研究人员将飞秒光丝诱导的非线性光谱技术应用到了燃烧场诊断领域。飞秒激光成丝是飞秒激光在光学介质中传输时由非线性光克尔效应以及等离子体散焦效应引起的一种独特的非线性光学现象<sup>[11-12]</sup>,近年来已在大气污染物探测<sup>[13-15]</sup>、人工天气控制<sup>[16-17]</sup>等方面展示了极高的应用潜力。该现象可在远场产生高强度光场,这种光场具有较长的丝状(核区)等离子通道,且在光丝核区的强度均一。研究表明,飞秒光丝诱导的非线性光谱技术可以直接同步测量燃烧场内的多种中间产物,克服了应用传统激光诱导荧光光谱技术时中间产物对抽运激光波长特性选择的限制<sup>[18]</sup>。而且,在后向测量光丝诱导非线性光谱时,中间产物 CN 在光丝的激励下会产生粒子数反转,荧光信号被非线性放大,产生激射行为。这种激射现象的发现对于克服荧光淬灭和提高信噪比具有重要意义<sup>[19]</sup>。最近的研究表明,光丝在燃烧场内产生的三次谐波可以用于诊断燃烧场内部碳颗粒的分布<sup>[20]</sup>。

偏振、脉宽、能量等激光参数会影响超快强场激光与物质的非线性相互作用过程。例如:圆偏振飞秒激光脉冲在光学介质内部成丝的阈值功率大约是线偏振飞秒激光的 1.5 倍<sup>[21]</sup>;飞秒激光脉冲诱导的等离子体温度(5000 K)小于长脉冲激光诱导的等离子体温度(通常超过 10000 K)<sup>[22]</sup>。本文研究了激光偏振和脉宽对光丝诱导火焰荧光光谱信号的影响,发现:光丝诱导火焰中间产物荧光光谱信号强度随激光脉宽的增加而减小;当激光脉冲偏振态从线偏振变化为圆偏振时,荧光信号的强度减小。通过探讨上述现象的机理发现,荧光信号随脉宽、偏振的变化主要是因为光丝内激光钳制强度变化导致的燃烧中间产物多光子激发概率的变化,这些结果为进一步理解超快强场激光光丝与燃烧中间产物的非线性相互作用提供了参考。

## 2 实验装置

图 1 为实验装置示意图,插图显示了光丝在酒精灯火焰内诱导的氮分子荧光(337 nm)的照片。实验中使用的激光系统是以掺钛蓝宝石为增益介质的飞秒激光放大系统(Spectra Physics, Spitfire),其产生激光脉冲的中心波长为 800 nm,重复频率为 1 kHz,最短脉宽为 35 fs。为了避免产生多丝现象,利用半波片和偏振片将激光脉冲能量衰减到 1 mJ,之后,

激光脉冲通过焦距为 100 cm 的熔融石英透镜后被聚焦到阵列式酒精灯(灯芯无缝隙排列,产生单锋面火焰)上方产生长度约为 5 cm 的单根光丝。实验中,使用的燃料为无水乙醇,产生的火焰宽度约为 6 cm,高约为 5 cm,整个光丝位于火焰内部。光丝与酒精灯灯芯之间的距离根据实验要求进行调整。

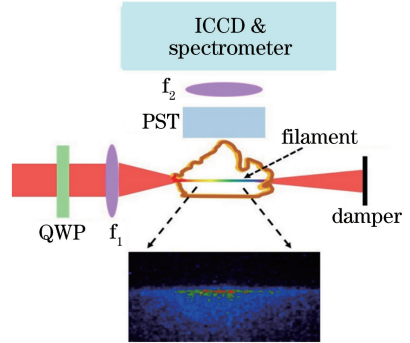


图 1 实验装置示意图

Fig. 1 Schematic of experimental setup

测量光丝在火焰内诱导的荧光光谱时,收集系统与文献<sup>[21]</sup>类似。简言之,在垂直于激光传播的方向上,利用潜望镜系统(PST: periscope system)与凸透镜( $f_2$ )将光丝成像到光谱仪(Andor, Shamrock)的入射狭缝处(狭缝长 1 cm)。光丝在光谱仪狭缝处的成像尺寸为实物的 1/8,约为 0.6 cm,因此均可被聚焦进入光谱仪的入射狭缝。凸透镜的材质为熔融石英,其直径为 50.8 mm,焦距为 60 mm。荧光进入光谱仪后经过 1200 line/mm 的光栅(闪耀波长为 500 nm)进行分光,最终被带有门控的增强电荷耦合器件(ICCD, Andor iStar)进行记录。图 1 下方的图像为 ICCD 采集到的乙醇/空气火焰中的光丝在 337 nm 附近处的色散光谱沿光丝传输方向的空间分布图像。实验中,光谱仪的入射狭缝宽度设置为 100  $\mu\text{m}$ ,ICCD 的快门宽度设置为  $\Delta t = 2 \mu\text{s}$ ,延迟时间设置为  $t = 0 \text{ ns}$ (定义激光到达相互作用区的时间为 0 ns),每组实验数据为 5000 个激光脉冲诱导的荧光信号累计的结果。

## 3 结果与讨论

图 2 展示了一个典型的光丝在火焰内部诱导的荧光光谱,光谱范围为 240~570 nm。在测量中,激光为线偏振态,脉冲宽度约为 40 fs。可以看到,在飞秒光丝诱导的荧光光谱中,背景光的贡献非常小,几乎不包含等离子体的连续发射谱,这表明在光丝与燃烧场的非线性相互作用时没有发生激光诱导击穿现象。通过对图 2 中的光谱带进行比对确认后发

现,燃烧场内多种中间产物能够同时被光丝激发发射特征指纹荧光光谱,其中包含分子自由基 CH、C<sub>2</sub>、OH、CN 和原子态的 C。此外,还可以观察到空气中的氮分子信号。这些燃烧中间产物的标定表明了光丝诱导非线性光谱技术用于燃烧诊断分析的可行性。

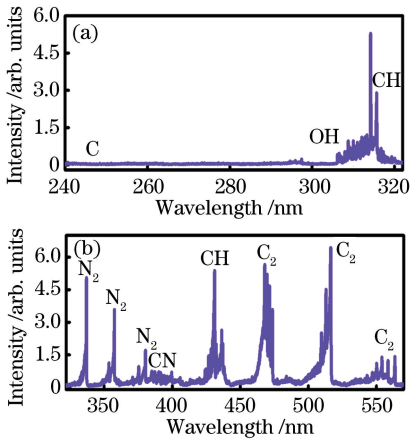


图 2 光丝诱导乙醇火焰的荧光光谱。

(a) 240~322 nm; (b) 322~570 nm

Fig. 2 Filament-induced fluorescence spectra of ethanol flame. (a) 240-322 nm; (b) 322-570 nm

为了研究激光偏振态对光丝诱导荧光光谱的影响,在实验光路的透镜( $f_1$ )之前加入一片零级四分之一波片(QWP),通过旋转四分之一波片来调节激光脉冲的偏振状态,使其可以从线偏振光变为圆偏振光,或变为具有不同椭圆偏率的椭圆偏振光。需要指出的是,在强场诱导空气中氮分子荧光的研究中已发现,抽运激光无论是在线偏振条件下还是在圆偏振条件下,荧光偏振态的整体贡献均是各向同性的<sup>[23]</sup>。也就是说,荧光偏振态不随抽运激光的偏振态而发生变化,但强度受到的影响较大。因此可以推断,燃烧中间产物在不同的偏振抽运激光条件下产生的荧光偏振态也为各向同性,光谱强度受光谱仪光栅器件的影响可以忽略。在实验过程中,激光脉冲的宽度始终保持为 40 fs。图 3 展示了椭圆偏率  $\epsilon$  分别为 0、0.17、0.36、0.58、0.84、1 的光丝诱导乙醇火焰的荧光光谱,可以看出,随着激光脉冲从线偏振态逐渐过渡到圆偏振态,光丝诱导荧光光谱的峰位是不变的,但荧光光谱的峰值强度减小。需要指出的是,图 3 中的光谱信号强度是将整个光丝诱导的火焰荧光全部收集加和后的结果,空间分辨率较低。在外部聚焦条件下,光丝诱导荧光光谱强度沿着光丝方向存在一定的空间分布。同时,在圆偏振条件下飞秒激光成丝的阈值功率大约为线偏振条件下的

1.5 倍,在激光能量固定的条件下,当激光脉冲从线偏振态转变为圆偏振态时,光丝的长度逐渐减小,导致荧光分布的峰值位置发生移动<sup>[21]</sup>。此外,在改变激光脉宽、偏振的过程中,光丝的长度也会发生变化。也就是说,当激光处于线偏振态且脉宽较短时,飞秒激光成丝的长度最长,体积最大。如对整个光丝的荧光加和,对应的荧光信号也是最强的,这是光丝体积效应导致的<sup>[21,24-26]</sup>。

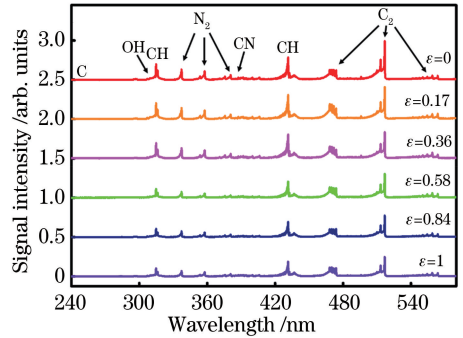


图 3 光丝诱导火焰荧光光谱随偏振的变化

Fig. 3 Filament-induced fluorescence spectra of flame versus polarization

为避免光丝长度变化引起的体积效应对不同偏振、脉宽条件下荧光信号产生影响,从而直观、真实地展示各种燃烧中间产物荧光与激光偏振态、脉宽的关系,在以下的数据处理过程中,不对整个光丝的荧光信号进行加和处理,而是在光丝成像后,选取光丝中心荧光信号最强处进行测量,积分长度对应光丝的长度(50  $\mu\text{m}$ )。此外,本课题组先前的研究表明<sup>[18]</sup>,激光成丝诱导中间燃烧产物的信号强度随着距离灯芯的高度增加呈现为先增加后减小的现象。分析认为,当乙醇分子刚从酒精灯中喷出时,燃烧过程刚刚开始,靠近灯芯区域的中间产物浓度较低,故而产生的信号非常微弱,这从另一方面反映了由飞秒光丝激发引起的燃烧中间产物荧光信号中源于乙醇分子直接电离和解离的贡献较低,所以本研究在随后的分析中认为光丝激发乙醇分子对荧光的贡献可以忽略,不再加以考虑。

如图 4 所示,选择不同偏振条件下荧光峰值处的强度进行比较,中间产物分别为分子态的 OH、CN、CH、C<sub>2</sub>、N<sub>2</sub> 和原子态的 C。图中的横轴是四分之一波片的光轴方向与激光偏振方向的夹角,0°为线偏振,45°为圆偏振,纵轴代表的是中间产物的荧光强度。其中,OH、N<sub>2</sub>、CN、CH、C<sub>2</sub> 和 C 原子的荧光强度分别对应 305.9 ~ 307.6 nm、335.6 ~ 337.5 nm、357.2 ~ 359.5 nm、429.9 ~ 431.8 nm、

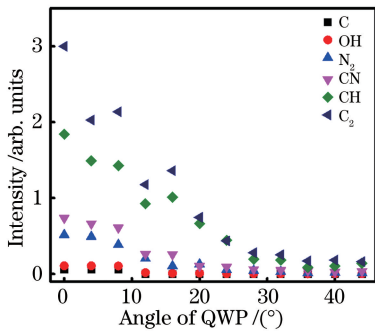


图 4 各燃烧中间产物荧光信号随偏振的变化  
Fig. 4 Fluorescence signal of each combustion intermediate versus polarization

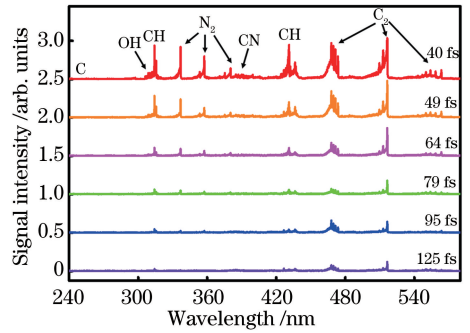


图 5 不同脉宽条件下的光纤诱导火焰荧光光谱  
Fig. 5 Filament-induced fluorescence spectra of flame under different pulse durations

510.5~517 nm 和 247.5~248.3 nm 范围内的积分。从图 4 中可以看出,随着激光偏振状态从线偏振变为圆偏振,光纤轴向荧光峰值位置处的信号强度逐渐下降。这是由于随着椭圆率变大,飞秒激光成丝阈值功率逐渐增大,在圆偏振条件下飞秒激光成丝的阈值功率 ( $P_{cr-circular}$ ) 约为线偏振激光脉冲阈值功率 ( $P_{cr-linear}$ ) 的 1.5 倍<sup>[21]</sup>。此外,之前在空气中的研究表明,在固定激光脉冲能量和脉宽的条件下,光纤诱导等离子体的密度与激光峰值功率、成丝阈值功率的比值  $P/P_{cr}$  密切相关,当  $P/P_{cr}$  变大时,光纤诱导等离子体密度也随之变大<sup>[27]</sup>。由于在本次实验中,激光脉冲能量和脉宽不变,激光脉冲的峰值功率  $P$  不变,因此,圆偏振光条件下的  $P/P_{cr-circular}$  要小于线偏振光条件下的  $P/P_{cr-linear}$ ,所以圆偏振条件下的等离子体密度要小于线偏振下的等离子体密度,故而,当激光从线偏振态变为圆偏振态时,光纤诱导火焰荧光信号强度随着等离子体密度的减小而减小,从而导致圆偏振条件下光纤诱导的火焰荧光信号强度低于线偏振条件下的火焰荧光信号。

此外,激光脉宽也是影响飞秒激光脉冲成丝过程的关键参数,因此进一步研究了激光脉宽对光纤诱导火焰荧光光谱信号强度的影响,结果如图 5 所示。在测量中,激光光纤与火焰的相互位置与图 3 中测量的相互位置稍有不同,其他条件相同,激光始终保持为线偏振态。实验中,主要通过调节飞秒激光放大器内部压缩腔的光栅位置引入正啁啾来改变激光的脉宽,脉宽的变化范围 40~125 fs。由图 5 可知:在 40~125 fs 的脉宽范围内,在光纤诱导乙醇火焰荧光光谱中均能观察到分子自由基 CH、C<sub>2</sub>、CN 以及空气中的氮分子信号,但自由基 OH 和原子态 C 的信号强度均随脉冲宽度的增大而逐渐减小,直至不可见;所有燃烧中间产物的荧光强度均随

着激光脉宽的增加而呈现为减小的趋势。

为了进一步分析燃烧中间产物的荧光信号强度随脉宽的变化,直观地展示各燃烧中间产物荧光信号与激光脉宽的关系,比较了激光诱导不同燃烧中间产物在不同脉宽条件下的荧光强度。图 6 展示了分子自由基 CH、C<sub>2</sub>、CN、OH、C 以及空气中的氮分子信号随着脉冲宽度的变化,可以看到,所有光纤诱导的燃烧组分的荧光强度都在逐渐减小,该现象可能是由光纤钳制激光强度随脉宽增大而减小引起的。根据以前在空气中的研究可知,当脉宽较小时,原子核反应对空气非线性极化率的贡献通常可以忽略,但随着激光脉宽增加,原子核反应对非线性极化率的贡献不能忽略。因而,当脉宽较短时,较小的有效非线性极化率使得激光脉冲成丝阈值功率较高,而脉宽较大时,激光脉冲成丝阈值功率变小<sup>[28-30]</sup>。根据激光强度公式  $I = P/A$  (其中  $I$  为光纤钳制强度,  $P$  为成丝阈值功率,  $A$  为光纤核心区横截面的面积) 可知,在相同的气压、介质等条件下,光纤核心区横截面的面积不变,因此,当激光脉冲成丝阈值功率变小时,激光钳制强度变小。因此,较低的光纤钳制强度使得光纤内部产生的等离子体密度减小,最终导致荧

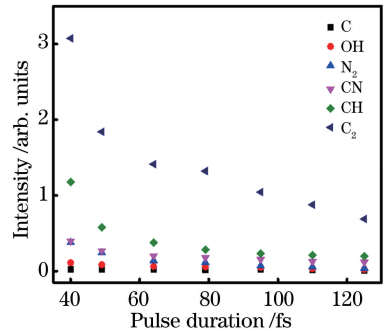


图 6 多种燃烧中间产物的荧光信号强度随脉宽的变化  
Fig. 6 Fluorescence signal intensity of each combustion intermediate versus pulse duration

光脉冲信号逐渐减弱。

## 4 结 论

研究了飞秒激光诱导燃烧中间产物荧光光谱的激光脉宽和偏振效应,通过测量激光诱导荧光与激光脉宽、偏振的关系,获得了激光偏振和激光脉宽对燃烧中间产物荧光光谱信号的影响规律。根据荧光信号强度的变化特征,认为该变化主要是由不同脉宽和偏振条件下飞秒激光在火焰中成丝的不同钳制强度诱导的等离子体密度决定的。这些结果为有效操控飞秒激光光丝在燃烧场中诱导的荧光信号,进一步提高探测精度提供了依据和参考。

## 参 考 文 献

- [1] Nie L. Energy efficiency, environment pollution and the transformation of China's economic development mode [D]. Nanjing: Nanjing Normal University, 2018: 10.  
聂亮. 能源效率、环境污染与中国经济发展方式转变 [D]. 南京: 南京师范大学, 2018: 10.
- [2] Kohse-Höinghaus K. Laser techniques for the quantitative detection of reactive intermediates in combustion systems [J]. *Progress in Energy and Combustion Science*, 1994, 20(3): 203-279.
- [3] Thariyan M P, Bhuiyan A H, Meyer S E, *et al.* Dual-pump coherent anti-Stokes Raman scattering system for temperature and species measurements in an optically accessible high-pressure gas turbine combustor facility [J]. *Measurement Science and Technology*, 2011, 22(1): 015301.
- [4] Mokhov A V, Levinsky H B, van der Meij C E, *et al.* Analysis of laser-induced-fluorescence carbon monoxide measurements in turbulent nonpremixed flames[J]. *Applied Optics*, 1995, 34(30): 7074.
- [5] Stavropoulos P, Palagas C, Angelopoulos G N, *et al.* Calibration measurements in laser-induced breakdown spectroscopy using nanosecond and picosecond lasers [J]. *Spectrochimica Acta Part B: Atomic Spectroscopy*, 2004, 59(12): 1885-1892.
- [6] Yang W B, Li B C, Han Y L, *et al.* Quantitative analysis of trace oxygen concentration in argon and nitrogen based on laser-induced breakdown spectroscopy[J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2017, 44(10): 1011001.  
杨文斌, 李斌成, 韩艳玲, 等. 激光诱导击穿光谱技术定量分析氩气和氮气中的痕量氧含量[J]. *中国激光*, 2017, 44(10): 1011001.
- [7] Zhang Q H, Liu Y Z, Zhu R S, *et al.* Detection of Pb in atmospheric particulates with laser-induced breakdown spectroscopy technique [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2018, 55(12): 123002.  
张启航, 刘玉柱, 祝若松, 等. 利用激光诱导击穿光谱技术探测大气颗粒物中的 Pb 元素[J]. *激光与光电子学进展*, 2018, 55(12): 123002.
- [8] Liu J R, Hu Z Y Applications of measurement techniques based on lasers in combustion flow field diagnostics[J]. *Chinese Journal of Optics*, 2018, 11(4): 531-549.  
刘晶儒, 胡志云. 基于激光的测量技术在燃烧流场诊断中的应用[J]. *中国光学*, 2018, 11(4): 531-549.
- [9] Zhang S H, Yu X L, Li F, *et al.* Laser induced breakdown spectroscopy for local equivalence ratio measurement of kerosene/air mixture at elevated pressure [J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2012, 50(6): 877-882.
- [10] Michalakou A, Stavropoulos P, Couris S. Laser-induced breakdown spectroscopy in reactive flows of hydrocarbon-air mixtures [J]. *Applied Physics Letters*, 2008, 92(8): 081501.
- [11] Chin S L. Femtosecond laser filamentation[M]. New York, NY: Springer New York, 2010.
- [12] Tu Z W, Wei X Y, Liu C, *et al.* Detection of iodine sublimation by filament-induced fluorescence spectroscopy[J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2017, 44(4): 0411001.  
涂志伟, 魏祥野, 刘畅, 等. 利用光丝诱导荧光光谱测量单质碘升华过程[J]. *中国激光*, 2017, 44(4): 0411001.
- [13] Chin S L, Talebpour A, Yang J, *et al.* Filamentation of femtosecond laser pulses in turbulent air[J]. *Applied Physics B: Lasers and Optics*, 2002, 74(1): 67-76.
- [14] Xu H L, Simard P T, Kamali Y, *et al.* Filament-induced breakdown remote spectroscopy in a polar environment [J]. *Laser Physics*, 2012, 22(12): 1767-1770.
- [15] Kasparian J. White-light filaments for atmospheric analysis[J]. *Science*, 2003, 301(5629): 61-64.
- [16] Ju J J, Liu J S, Wang C, *et al.* Laser-filamentation-induced condensation and snow formation in a cloud chamber[J]. *Optics Letters*, 2012, 37(7): 1214.
- [17] Kasparian J, Ackermann R, Andre Y B, *et al.* Progress towards lightning control using lasers [J]. *Journal of the European Optical Society: Rapid Publications*, 2008, 3: 08035.
- [18] Li H L, Xu H L, Yang B S, *et al.* Sensing combustion intermediates by femtosecond filament excitation[J]. *Optics Letters*, 2013, 38(8): 1250-1252.
- [19] Chu W, Li H L, Ni J L, *et al.* Lasing action induced

- by femtosecond laser filamentation in ethanol flame for combustion diagnosis [J]. Applied Physics Letters, 2014, 104(9): 091106.
- [20] Zang H W, Li H L, Su Y, *et al.* Third-harmonic generation and scattering in combustion flames using a femtosecond laser filament [J]. Optics Letters, 2018, 43(3): 615-618.
- [21] Liu C, Zang H W, Li H L, *et al.* Polarization effect on critical power and luminescence in an air filament [J]. Chinese Optics Letters, 2017, 15(12): 120201.
- [22] Xu H L, Bernhardt J, Mathieu P, *et al.* Understanding the advantage of remote femtosecond laser-induced breakdown spectroscopy of metallic targets[J]. Journal of Applied Physics, 2007, 101(3): 033124.
- [23] Yao J P, Zeng B, Xu H L, *et al.* High-brightness switchable multiwavelength remote laser in air [J]. Physical Review A, 2011, 84(5): 051802
- [24] Panov N A, Kosyreva O G, Savel'ev-Trofimov A B, *et al.* Filamentation of femtosecond Gaussian pulses with close-to-linear or -circular elliptical polarization [J]. Quantum Electronics, 2011, 41(2): 160-162.
- [25] Petit S, Talebpour A, Proulx A, *et al.* Polarization dependence of the propagation of intense laser pulses in air[J]. Optics Communications, 2000, 175: 323-327.
- [26] Zhang X, Wang T J, Guo H, *et al.* Polarization sensitive laser intensity inside femtosecond filament in air[J/OL]. [2019-03-11]. <https://arxiv.org/abs/1902.03432>.
- [27] Théberge F, Liu W W, Simard P T, *et al.* Plasma density inside a femtosecond laser filament in air: strong dependence on external focusing[J]. Physical Review E, 2006, 74(3): 036406.
- [28] Nibbering E T J, Grillon G, Franco M A, *et al.* Determination of the inertial contribution to the nonlinear refractive index of air, N<sub>2</sub>, and O<sub>2</sub> by use of unfocused high-intensity femtosecond laser pulses [J]. Journal of the Optical Society of America B, 1997, 14(3): 650-660.
- [29] Ripoche J F, Grillon G, Prade B, *et al.* Determination of the time dependence of  $n_2$  in air[J]. Optics Communications, 1997, 135 (4/5/6): 310-314.
- [30] Liu W, Chin S L. Direct measurement of the critical power of femtosecond Ti:sapphire laser pulse in air [J]. Optics Express, 2005, 13(15): 5750-5755.