

大梯度相位单幅干涉图的解相方法

叶明哲¹, 王劭溥², 胡摇^{1*}, 郝群¹

¹北京理工大学光电学院精密光电测试仪器及技术北京市重点实验室, 北京 100081;

²中国空间技术研究院北京卫星环境工程研究所, 北京 100094

摘要 针对加工中的大梯度相位在线检测需求, 提出一种基于数字叠栅移相方法和牛顿迭代算法的单幅干涉图解相方法。在不同待测相位下, 将所提方法的结果与其他 3 种典型的单幅干涉图解相方法进行仿真对比, 结果表明, 所提方法的解相精度较高。对离焦球面产生的大梯度相位进行测量实验, 并将实验结果与 ZYGO 公司生产的干涉仪机械移相测量结果进行对比, 验证了所提方法的有效性。

关键词 测量; 干涉测量; 解相方法; 单幅干涉图; 解相精度

中图分类号 O439

文献标识码 A

doi: 10.3788/CJL201946.0504002

Phase Retrieval Methods for Single Interferogram with Large Gradient Phase

Ye Mingzhe¹, Wang Shaopu², Hu Yao^{1*}, Hao Qun¹

¹Beijing Key Laboratory for Precision Optoelectronic Measurement Instrument and Technology, School of Optics and Photonics, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China;

²Beijing Institute of Spacecraft Environment Engineering, Beijing 100094, China

Abstract To meet the requirement of on-line detection of large gradient phases in machining, a single interferogram phase retrieval method based on the digital moiré phase shift algorithm and the Newton iteration algorithm is proposed herein. In the simulation, we compared the proposed method with three typical phase retrieval methods for single interferogram under different phases to be measured. The results show that the proposed method has high accuracy. We then experimentally measured the large gradient phase produced by a defocused sphere, and compared our result with the measurement result of mechanical phase shift in the interferometer produced by ZYGO corporation. The effectiveness of the proposed method is verified.

Key words measurement; interferometry; phase retrieval method; single interferogram; phase retrieval accuracy

OCIS codes 120.3180; 120.5050; 120.4120

1 引言

干涉测量是一种典型的光学检测技术, 通过产生干涉图进行光学面形的测量^[1], 干涉图的相位测量精度直接影响面形测量精度, 因此相位求解过程尤为重要。干涉图解相方法即为定量分析干涉条纹并从二维光强分布图中得到三维相位信息的方法。其中, 时域移相法是最为经典的解相方法^[2], 但该方法无法避免环境振动带来的图像抖动, 导致解相精度较低, 甚至无法求解出正确的相位信息^[3-4]。在实时在线测量需求的推动下, 具有干涉图采集过程简

洁、解相速度快、解相精度较高等优点的单幅干涉图解相方法具有较好的发展前景^[5-13]。随着待测面从球面发展到非球面乃至自由曲面, 模压等加工方式导致的加工误差增大, 非零干涉等测量方法引入剩余像差, 两者综合产生的大梯度待测相位对应的密集干涉条纹成为测量难点^[14-15]。只有准确测得像面的波前相位, 才能进一步消除回程误差, 得到正确的面形误差。本文侧重研究从单幅干涉图得到相位的过程。

傅里叶方法是单幅干涉图解相的经典方法^[16-17], 傅里叶方法具有操作简单、解相速度快等优

收稿日期: 2018-11-27; 修回日期: 2019-01-26; 录用日期: 2019-02-18

基金项目: 国家自然科学基金(51735002, 61705008)

* E-mail: huy08@bit.edu.cn

点,但不能处理含有闭合条纹的干涉图,因此往往需要添加载波来消除闭合条纹,这会影响到测量系统的有效带宽,当待测相位梯度较大时,滤波和频谱移动中会引入较大测量误差。研究人员针对上述问题提出了多种改进方案,其中针对闭合条纹的半通滤波法和极坐标转换法是较为常用的改进方法^[18-19],这两种方法无需引入载波,可在一定程度上拓宽测量系统的有效带宽,但是滤波过程中直接选取频谱一半的处理方法会导致中心位置处频谱变化过大,所求解的相位出现振铃误差。

数字叠栅移相(DMP)方法^[20-24]是一种高精度的单幅干涉图解相方法。这种方法基于虚拟被测面通过仿真生成多幅数字移相虚拟干涉图,与实际的单幅干涉图经叠栅合成、低通滤波后进行解相操作,求取实际与虚拟干涉图的相位差,即叠栅条纹的相位,再与虚拟干涉图的已知相位相加得到实际干涉图的相位。数字叠栅移相方法不存在机械移相误差,也无需对频谱进行移动。但是,数字叠栅移相方法同样需要添加载波来分离叠栅条纹对应的低频相位差和虚拟干涉图的低频分量,因此同样存在测量带宽受限的问题。

基于上述现状,本文提出一种结合 DMP 方法和牛顿迭代运算的相位求解方法,利用数字叠栅移相法的初步解相结果构建新的虚拟干涉图,与实际干涉图叠栅合成后作为目标构建迭代方程,并求解两者的面形误差。该方法在大相位下求解的面形误差为数字叠栅移相方法的频谱混叠噪声,经过去除频谱混叠噪声后,获得精度较高的结果,并扩展了可测带宽。同时,作为一种单幅干涉图解相方法,本文所提出的相位求解方法可有效降低图像采集数量的

需求,有利于实现在线测量。

在此基础上,本文通过仿真实验对比了傅里叶方法(FTM)、极坐标方法(PTM)和数字叠栅-牛顿迭代解相(DMN)方法 3 种单幅干涉图解相方法在不同相位梯度下的解相精度。仿真中添加了不同类型、不同大小的图像噪声,验证了图像噪声对不同解相方法的影响。实际实验中,采集了大相位下的干涉图,检验了 DMN 方法在减少频谱混叠噪声方面的有效性。

2 DMN 方法的解相原理

DMN 方法是在 DMP 方法的基础上改进得到,下面将先介绍 DMP 方法,随后介绍 DMN 方法的原理。

2.1 DMP 方法

DMP 方法^[21-24]只需采集一幅实际干涉图,分别与在计算机中建模的虚拟干涉仪生成的 4 幅虚拟移相干涉图进行叠栅合成。利用叠栅合成分离出低频信息,并进行叠栅移相图的解相,得到实际干涉图和虚拟干涉图的相位差,并进一步得到实际干涉图对应的相位。

定义去掉背景光强的实际干涉图 $i_R(x, y)$ 和虚拟干涉图 $i_V(x, y)$ 的光强分布为

$$\begin{cases} i_R(x, y) = b_R(x, y) \cos[\varphi_R(x, y) + 2\pi fx] \\ i_V(x, y) = b_V(x, y) \cos[\varphi_V(x, y) + 2\pi fx + \delta_k] \end{cases}, \quad (1)$$

式中: $b(x, y)$ 为调制度; $\varphi(x, y)$ 为待测相位;下标 R 代表实际值,V 代表虚拟值; f 为 x 方向添加的空间载波; δ_k 为附加的移相相位值, k 表示第 k 次移相, $\delta_{k=1,2,3,4} = 0, \pi/2, \pi, 3\pi/2$ 。将实际干涉图与虚拟干涉图的哈达玛积进行叠栅合成,得到:

$$i_M(x, y) = i_R(x, y) i_V(x, y) = b_R(x, y) b_V(x, y) \cos[\varphi_R(x, y) - \varphi_V(x, y) + \delta_k] + b_R(x, y) b_V(x, y) \cos[\varphi_R(x, y) + \varphi_V(x, y) + 4\pi fx - \delta_k], \quad (2)$$

式中: $b_R(x, y) b_V(x, y) \cos[\varphi_R(x, y) - \varphi_V(x, y) + \delta_k]$ 为低频叠栅条纹的分布。通过低通滤波滤除 $b_R(x, y) b_V(x, y) \cos[\varphi_R(x, y) + \varphi_V(x, y) + 4\pi fx - \delta_k]$ 部分,只保留低频叠栅条纹部分:

$$i_{Lk}(x, y) = b_R(x, y) b_V(x, y) \times \cos[\varphi_R(x, y) - \varphi_V(x, y) + \delta_k]. \quad (3)$$

设 $\Delta(x, y) = \varphi_R(x, y) - \varphi_V(x, y)$, 为实际干涉相位与虚拟干涉相位的相位差(以下简称“实虚相位差”),即低频叠栅条纹对应的相位差。使用四步移相解相方法可以求得 $\Delta(x, y)$ 的分布:

$$\Delta(x, y) = \arctan \frac{i_{L4}(x, y) - i_{L2}(x, y)}{i_{L1}(x, y) - i_{L3}(x, y)}, \quad (4)$$

式中: i_{Lk} 为附加相位 δ_k 的低频叠栅条纹分布。当

$\varphi_V(x, y)$ 已知时,可以得到实际干涉图的相位信息 $\varphi_R(x, y)$ 。

采用 DMP 方法求解实虚相位差,并与已知的虚拟相位相加得到实际干涉图的相位,减小了直接测量的频谱范围,变相扩展了可测相位的梯度范围,但是在虚拟相位梯度大、载波不合理等情况下,依然存在低频与高频频谱混叠的情况^[25]。

为了说明大剩余相位梯度下的频谱分布,对图1所示的叠栅合成图一维频谱进行分析。图1中 ω 为频率的大小, A 为频率的幅值,实线框中的谱线为(2)式中低频叠栅条纹的频谱,其最大值记为 $f_{\Delta\max}$ 。虚线框中的谱线为(2)中高频条纹频谱,其宽度为 H 。将 $\Delta = \varphi_R - \varphi_V$ 代入(2)中高频条纹的表达式,得到 $b_R b_V \cos[\Delta + 2\varphi_V + 4\pi f x - \delta_k]$,可知其宽度 $H \approx 2(f_{\Delta\max} + 2f_{\varphi_V\max})$,其中 $f_{\varphi_V\max}$ 为虚拟干涉条纹的最大频率。则高频条纹的最低频率为

$$M_{H\min} = 2f - (f_{\Delta\max} + 2f_{\varphi_V\max})。 \quad (5)$$

若要避免频谱混叠,则要求低频条纹的频谱与高频条纹的频谱分离,即:

$$M_{H\min} \geq f_{\Delta\max}, \quad (6)$$

整理可得:

$$f \geq f_{\varphi_V\max} + f_{\Delta\max}。 \quad (7)$$

由(7)式可知,当虚拟干涉条纹的最大频率 $f_{\varphi_V\max}$ 与低频叠栅条纹最大频率 $f_{\Delta\max}$ 之和大于载波频率 f 时,叠栅合成图将会出现频谱的混叠。

2.2 DMN 方法

为了解决上述问题,提出一种结合 DMP 方法和牛顿迭代运算的单幅干涉图解相方法,用以减小大梯度相位情况下频谱混叠噪声带来的影响。这一方法的核心思路是利用牛顿迭代解得混叠噪声,并从 DMP 方法求解的结果中去掉该混叠噪声,得到正确的解相结果。

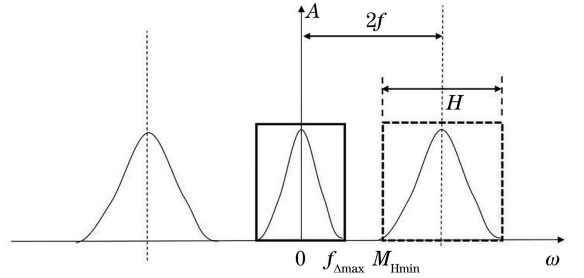


图1 叠栅合成图的一维频谱

Fig. 1 One-dimensional spectrum of moiré graph

当频谱出现混叠时,利用2.1节所述DMP方法求得的含有混叠噪声的相位分布满足:

$$\varphi'_R(x, y) = \varphi_R(x, y) + \Lambda(x, y), \quad (8)$$

式中: $\Lambda(x, y) = \varphi'_R(x, y) - \varphi_R(x, y)$ 为混叠噪声; $\varphi'_R(x, y)$ 为带混叠噪声误差的实际干涉图相位。利用 $\varphi'_R(x, y)$ 构建数字叠栅移相的新虚拟干涉图:

$$i'_V(x, y) = \cos[\varphi'_R(x, y) + 2\pi f x]。 \quad (9)$$

去除背景光强并将调制量归一化后的实际干涉图记为

$$i_R(x, y) = \cos[\varphi_R(x, y) + 2\pi f x]。 \quad (10)$$

省略空间坐标 (x, y) ,将(9)式和(10)式相乘,并运用积化和差公式得到新的实际叠栅合成图光强分布:

$$i_G = i'_V \cdot i_R = 1/2[\cos \Lambda \cdot \cos(2\varphi'_R + 4\pi f) - \sin \Lambda \cdot \sin(2\varphi'_R + 4\pi f) + \cos \Lambda]。 \quad (11)$$

对于每个空间坐标点 (x, y) ,以 $\Lambda(x, y)$ 为优化变量,基于(11)式构建牛顿迭代方程,第 j 次迭代过程为

$$\begin{cases} g = 1/2[\cos \Lambda_j \cdot \cos(2\varphi'_R + 4\pi f) - \sin \Lambda_j \cdot \sin(2\varphi'_R + 4\pi f) + \cos \Lambda_j] - G \\ g' = -1/2[\sin \Lambda_j \cdot \cos(2\varphi'_R + 4\pi f) + \cos \Lambda_j \cdot \sin(2\varphi'_R + 4\pi f) + \sin \Lambda_j] \\ \Lambda_{j+1} = \Lambda_j - g/g' \\ \epsilon = |\Lambda_{j+1} - \Lambda_j| \end{cases}, \quad (12)$$

式中:优化目标函数 g 为构造的叠栅合成图与实际叠栅合成图在 (x, y) 点的光强差值,通过牛顿迭代寻找 g 的无约束极小值。 Λ 的初值取0,多次迭代后 ϵ 收敛至允许范围内即可。

利用上述方法求解得到的混叠噪声可能由于三角函数的周期性多解出现不连续的问题,因此需要进行进一步的连续性操作使混叠噪声频谱变得更平滑。考虑到混叠噪声相位的峰谷值(PV)远低于 π 且连续分布,因此可以利用混叠噪声起伏较小且二阶导数的数值解小于一定阈值来进行多次迭代,从

而完成平滑操作。具体来说,对某点 (x, y) 解得的 Λ 求取 x 方向的二阶导数,当该导数大于某一阈值时,在该点的邻域选取 Λ 值最小且绝对值小于 π 的点作为新的初值重新进行迭代优化;如果邻域内不存在满足要求的点,则以0为初值重新进行迭代优化。在 y 方向上完成同样的二阶导数判断和迭代。经过多次平滑操作后,所得的相位达到连续时迭代终止。

求得 Λ 的分布后,利用 $\varphi_R = \varphi'_R - \Lambda$ 即可求解得到去除混叠噪声后的相位。

3 仿真分析与比较

3.1 仿真方法

为了验证 DMN 方法的有效性,设计了一套仿真实验,并将求解结果与 DMP 方法和两种经典的单幅干涉图解相方法——傅里叶方法和极坐标方法的结果进行比较。

首先,构建单幅干涉图。设置干涉相位:

$$\begin{cases} a(x,y) = 127 \exp\left[-0.9 \frac{(x - N/2)^2 + (y - N/2)^2}{(N/2)^2}\right] \\ b(x,y) = 127 \exp\left[-0.9 \frac{(x - N/2)^2 + (y - N/2)^2}{(N/2)^2}\right] \end{cases}, \quad (14)$$

构建实际干涉图的光强分布:

$$i(x,y) = a(x,y) + b(x,y) \cos[p(x,y) + 2\pi fx]. \quad (15)$$

此时待测相位为 $p_R(x,y) = p(x,y)$ 。在干涉图中添加均值为 0,方差为 V_A 的噪声,仿真得到不同采集质量的干涉图。

对于 DMP 方法和 DMN 方法,额外构建如下所示的理想相位 $p_V(x,y)$ 和实虚相位差 $\Delta(x,y)$:

$$\begin{cases} \Delta(x,y) = 0.15 [(3\sqrt{X^2 + Y^2}) - 2] \cdot Y + 0.2 [(3\sqrt{X^2 + Y^2}) - 2] \cdot X \\ X = \frac{x - N/2}{N/2}, Y = \frac{y - N/2}{N/2} \\ p_V(x,y) = p_R(x,y) - \Delta(x,y) \end{cases}. \quad (16)$$

使用 $p_V(x,y)$ 和(14)式所示的直流项和调制度构建虚拟干涉图,其光强分布为

$$i_V(x,y) = a(x,y) + b(x,y) \cos[p_V(x,y) + 2\pi fx]. \quad (17)$$

定义待测相位的点对点求解误差为: $p_{err}(x,y) = p_R(x,y) - p_{res}(x,y)$,其中 $p_{res}(x,y)$ 为解得的干涉相位。通过 p_{err} 的误差方均根 E_{RMS} 和误差峰谷值 E_{PV} 这两个参数来评价解相精度,其中 E_{RMS} 和 E_{PV} 的定义为

$$E_{RMS} = \sqrt{\sum_{x=1}^N \sum_{y=1}^N p_{err}^2(x,y) / N^2}, \quad (18)$$

$$E_{PV} = \max(p_{err}) - \min(p_{err}). \quad (19)$$

3.2 仿真结果与对比

3.2.1 DMN 方法与 DMP 方法的对比

在仿真的实际干涉图 i_R 中添加方差 $V_A = 3$,均值为 0 的高斯分布的随机噪声,当最大相位梯度为 $0.5\pi \text{ rad/pixel}$ 且添加载波不足时的干涉结果如图 2(a)所示。此时 DMP 方法求解的实虚相位差 Δ 如图 2(b)所示,可以看到,方框中含有一定的波纹起

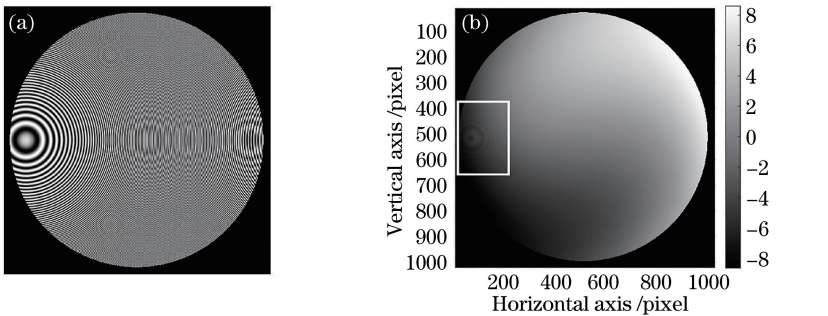


图 2 干涉图与求解结果。(a)加载波的实际干涉图;(b) DMP 方法求解的实虚相位差

Fig. 2 Interferogram and calculation results. (a) Interferogram with carrier wave; (b) difference between real and virtual phases calculated by DMP method

伏,这就是频谱混叠带来的混叠噪声,与添加的实虚相位差相比,DMP方法的求解误差如图3(a)所示。

DMN方法的求解误差如图3(b)所示,可以看到,相对于DMP方法,方框位置处波纹起伏的幅值明显下降,导致混叠噪声对求解精度的影响显著减

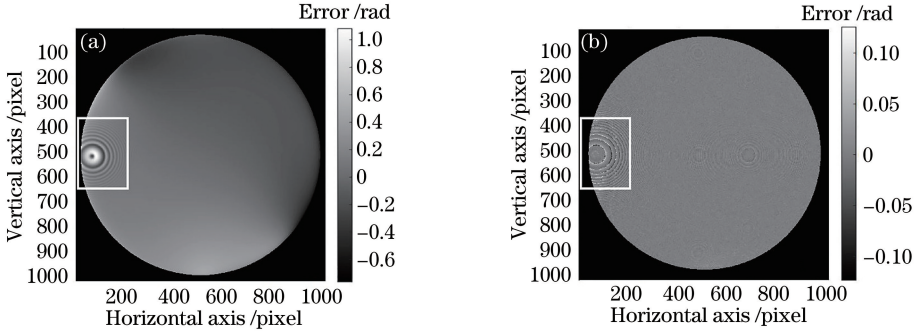


图3 两种方法的解相误差。(a) DMP方法;(b) DMN方法

Fig. 3 Phase retrieval error of two methods. (a) DMP method; (b) DMN method

3.2.2 不同相位梯度下不同解相方法解相对比

利用(13)式中的系数 c 改变相位 p_R ,构建一系列实际干涉图,其无载波下最大相位梯度 η 分别为 $0.1\pi, 0.2\pi, 0.3\pi, 0.4\pi, 0.5\pi$ 和 0.6π rad/pixel。在实

小。定量来说,图3(a)所示的DMP方法的误差方均根 E_{RMS} 为 0.156 rad,误差峰谷值 E_{PV} 为 1.731 rad;图3(b)所示的DMN方法的 E_{RMS} 为 0.0088 rad, E_{PV} 为 0.256 rad,这两个评价参数也说明了DMN方法可以得到相对精确的解相结果。

际干涉图 i_R 中添加方差 $V_A=3$ 的高斯噪声,针对不同方法添加合适载波,DMN和DMP方法^[21-24]、傅里叶方法^[16-17]、极坐标方法^[19-20]的求解误差随相位梯度变化的结果如图4所示。

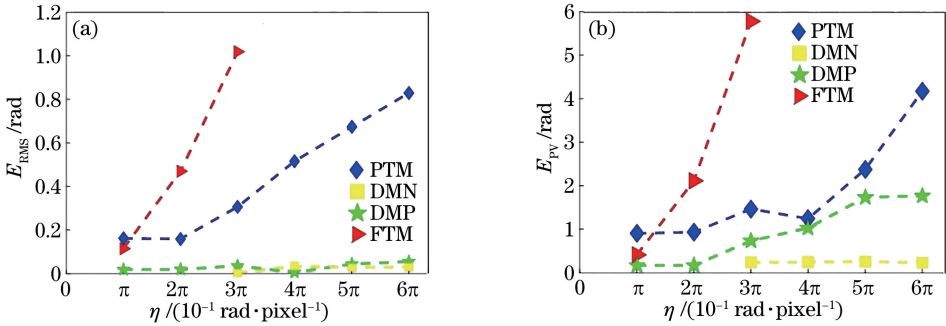


图4 不同相位梯度下4种方法的解相误差。(a) E_{RMS} ; (b) E_{PV}

Fig. 4 Phase retrieval errors of four methods under different phase gradients. (a) E_{RMS} ; (b) E_{PV}

由图4可知,随着相位梯度的增大,傅里叶方法的求解精度迅速下降,当相位梯度 $\eta \geq 0.4\pi$ rad/pixel时,无法解出合理的面形,因此没有标出相应结果数据点;极坐标方法的求解精度相较于傅里叶方法有所提高,但在大相位梯度下精度依然较差。DMP方法的精度相较于上述两种传统方法有较大提高,但在大相位梯度下求解精度受到混叠噪声的影响仍有所降低。由于相位的最大梯度与干涉条纹(叠栅条纹)的最大频率成正比,考察相位梯度即可知道频谱是否混叠。当虚拟相位最大梯度 $\eta = 0.3\pi$ rad/pixel时,添加载波的相位梯度为 0.3π rad/pixel,而实虚相位差的最大梯度为 0.0484π rad/pixel,此时虚拟相位的最大梯度与实虚相位差最大梯度之和 0.3484π rad/pixel 大于载

波梯度 0.3π rad/pixel,发生了频谱的混叠,求解误差峰谷值明显上升,与由(7)式推导得到的结论一致。同理,当虚拟相位最大梯度大于 0.3π rad/pixel时,DMP方法中均会出现频谱混叠导致求解精度下降。而DMN方法在相位梯度较小时优势并不明显,但在相位梯度较大时解相精度有明显提高。

3.2.3 不同图像噪声下不同解相方法的解相对比

在图像采集过程中,传感器受到热噪声、电流噪声和散粒噪声的影响,导致图像的噪声类型多为高斯、泊松和椒盐。因此,在仿真过程中,将上述3种类型的噪声添加到实际干涉图,灰度值的峰谷值 (N_{PV}) 分别设置为 0、6、12 和 18,其中椒盐噪声的噪声像素数占图像总像素数的 20%。由图4可知,当相位梯度为 0.3π rad/pixel时,不同解相方法的解相误

差差异较大,因此分析相位梯度为 0.3π rad/pixel 时不同图像噪声对解相方法求解误差的影响,仿真结果的误差方均根 E_{RMS} 如图 5 所示。

由图 5 可知,傅里叶方法和极坐标方法的求解精度几乎不受高斯噪声和泊松噪声变化的影响,但随着椒盐噪声的增大而降低。DMP 方法和 DMN 方法的求解精度均随着高斯噪声和泊松噪声的增大

而略微降低,但随着椒盐噪声的增大明显下降。当图像噪声增大时,DMN 方法在迭代求解时需要更加宽松的迭代循环跳出条件,以防止迭代收敛在周期性多解的非理想位置,这直接影响了求解的精度,而椒盐噪声严重影响了对迭代求解收敛位置的连续性判断,因此椒盐噪声越大,对求解精度的影响也越大。

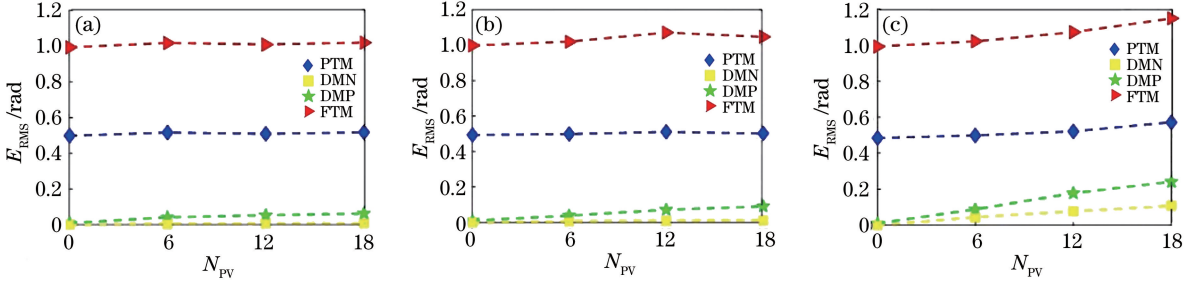


图 5 不同噪声下四种方法的解相误差。(a)高斯噪声;(b)泊松噪声;(c)椒盐噪声

Fig. 5 Phase retrieval errors of four methods under different image noises.

(a) Gaussian noise; (b) Poisson noise; (c) salt & pepper noise

4 实验验证

为验证 DMN 方法在实际使用时的正确性和有效性,将 DMN 方法的解相结果与 ZYGO 干涉仪的测量结果进行对比。图 6 为实验装置示意图,L 为干涉仪的球面标准镜头,焦距为 335.28 mm,口径为 101.6 mm;M 为被测凹球面反射镜,焦距为 50 mm,口径为 50 mm。 P_1 为在焦位置, P_2 为离焦位置。由 L 出射的测量光投射在被测凹球面反射镜 M 上,光线经反射回到干涉仪中,与干涉仪内部参考光产生实际干涉图。在 P_1 位置处条纹最稀疏,在被测镜从 P_1 移动到 P_2 的过程中干涉条纹逐渐增密,对应的干涉图相位逐渐增大,取离焦位置 P_2 为测量位置,对大梯度相位的测量过程进行模拟。在 P_2 处利用 ZYGO 干涉仪快速机械移相模式测量干涉条纹的相位,结果如图 7 (a) 所示,其 E_{PV} 为

267.78 rad,最大相位梯度为 0.6352 rad/pixel,将此数据作为本次实验的真值,保存此刻的单幅干涉条纹作为实际干涉图。

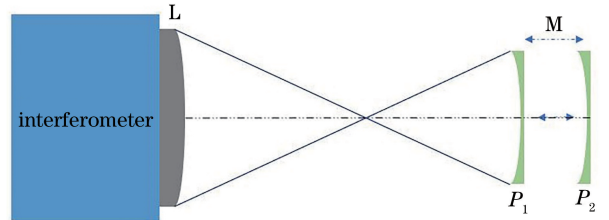


图 6 实验装置示意图

Fig. 6 Schematic of experimental device

在 Zemax 软件中仿照图 6 的实验装置建立凹球面反射镜在离焦处 P_2 的虚拟光路模型,计算机中产生虚拟相位分布与虚拟干涉图,此时虚拟相位与实际相位接近,如图 7 (b) 所示,表明被测面的面形误差较小。

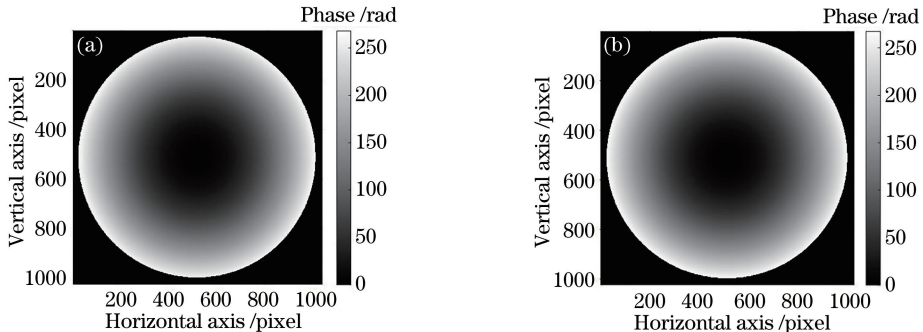


图 7 波前相位。(a)实际相位;(b)虚拟相位

Fig. 7 Wavefront phase. (a) Real phase; (b) virtual phase

将实际干涉图与虚拟干涉图数据导入 MATLAB 软件中,利用 2.1 节所述的 DMP 方法求解实虚相位差,结果如图 8 所示,像素大小为 $1024 \text{ pixel} \times 1024 \text{ pixel}$ 。图 8(a)中心处的波纹状起伏为频谱混叠引起的混叠噪声,图 8(b)为图 8(a)中频谱混叠噪声波纹起伏较为明显区域($171 \text{ pixel} \times 151 \text{ pixel}$)的放大图。

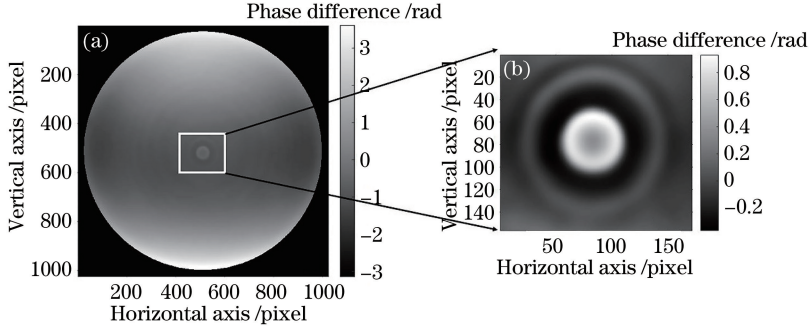


图 8 DMP 方法求解的实虚相位差分布。(a)整体分布;(b)局部放大

Fig. 8 Phase difference between real and virtual phases calculated by DMP method.

(a) Global distribution; (b) partial magnification

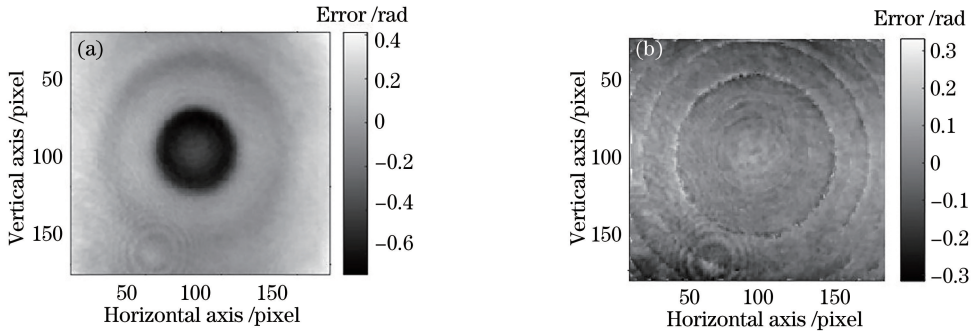


图 9 两种方法的计算误差分布。(a) DMP 方法;(b) DMN 方法

Fig. 9 Calculation error distribution of two methods. (a) DMP method; (b) DMN method

图 9(a)中的误差方均根 E_{RMS} 为 0.204 rad ,误差峰谷值 E_{PV} 为 1.097 rad ;图 9(b)中的 E_{RMS} 为 0.071 rad ,误差峰谷值 E_{PV} 为 0.621 rad 。可以看到,经过 DMN 方法解相后,误差的波纹起伏有明显下降。这说明经过 DMN 方法求解,频谱混叠噪声对精度的影响明显减小,该方法具有较高的可行性。DMN 方法可有效降低对图像采集数量的需求,有利于在线测量的实现。

5 结 论

介绍了一种 DMN 解相方法,用于大梯度相位条件下仅需一幅干涉图的解相过程,满足在线检测对快速采集图像的需求。在 DMP 方法的基础上,建立牛顿迭代模型,求解频谱混叠噪声,并去除该噪声的影响。设计了相位求解仿真实验,与

将求解的实虚相位差与虚拟相位还原成实际的干涉图相位,与干涉仪采集的干涉相位真值进行比较,图 9(a)所示为图 8(a)方框区域的 DMP 方法的点对点求解误差。利用图 8(a)的实虚相位差与原本的虚拟相位构建新的虚拟相位和虚拟干涉图,采用 DMN 方法完成迭代求解新的面形误差,得到的中心区域点对点求解误差分布如图 9(b)所示。

DMP 方法、傅里叶方法和极坐标方法进行比较,其误差方均根和误差峰谷值在大梯度相位下均优于所对比的单幅干涉图解相方法。同时,设计了添加不同大小和不同类型的图像噪声对不同解相方法求解精度影响的仿真实验,发现噪声类型对于求解精度有一定影响,DMN 方法的求解精度随噪声的增大略微下降。实际实验中,当干涉相位的误差峰谷值为 267.78 rad ,相位梯度为 0.6352 rad/pixel 时,经 DMP 方法求解的混叠噪声较为明显,其误差方均根为 0.204 rad ,误差峰谷值为 1.097 rad ;经过 DMN 方法求解,其误差方均根减小为 0.071 rad ,误差峰谷值减小为 0.621 rad ,均优于其他 3 种方法的结果,并与机械移相干涉测量结果一致。仿真与实际实验的结果说明 DMN 方法具有较高的可行性。

参 考 文 献

- [1] Shi T, Yang Y Y, Zhang L, *et al.* Surface testing methods of aspheric optical elements [J]. *Chinese Optics*, 2014, 7(1): 26-46.
师途, 杨甬英, 张磊, 等. 非球面光学元件的面形检测技术[J]. *中国光学*, 2014, 7(1): 26-46.
- [2] Bruning J H, Herriott D R, Gallagher J E, *et al.* Digital wavefront measuring interferometer for testing optical surfaces and lenses [J]. *Applied Optics*, 1974, 13(11): 2693-2703.
- [3] Fei L H, Lu X X, Wang H L, *et al.* Single-wavelength phase retrieval method from simultaneous multi-wavelength in-line phase-shifting interferograms[J]. *Optics Express*, 2014, 22(25): 30910-30923.
- [4] Zhang W P, Lu X X, Fei L H, *et al.* Simultaneous phase-shifting dual-wavelength interferometry based on two-step demodulation algorithm [J]. *Optics Letters*, 2014, 39(18): 5375-5378.
- [5] Zeng Y N, Lei H, Chang X Y, *et al.* Phase retrieval with one interferogram by reflecting off-axis microscopic interferometry [J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2015, 42(9): 0908006.
曾雅楠, 雷海, 常新宇, 等. 基于离轴显微干涉术的单幅干涉图相位求解[J]. *中国激光*, 2015, 42(9): 0908006.
- [6] Liu D, Yang Y Y, Tian C, *et al.* Study on phase retrieval from single close fringe pattern with high precision[J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2010, 37(2): 531-536.
刘东, 杨甬英, 田超, 等. 高精度单幅闭合条纹干涉图相位重构技术[J]. *中国激光*, 2010, 37(2): 531-536.
- [7] Qiu X, Zhong L Y, Li B B, *et al.* A rapid spatial carrier-frequency phase-shifting method based on the orthogonality of diamond diagonal vectors[J]. *IEEE Photonics Journal*, 2017, 9(3): 1-9.
- [8] Lin J X, Ma X, Li S P, *et al.* Four-step spatial quasi-phase-shifting technique for phase demodulation from a single carrier fringe pattern [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2017, 54(1): 011203.
林锦新, 马骁, 李仕萍, 等. 四步空域准相移单帧载频条纹相位解调技术[J]. *激光与光电子学进展*, 2017, 54(1): 011203.
- [9] Lian Q S, Li Y, Chen S Z. Phase retrieval algorithm fusing multiple wavelets and total variation regularization[J]. *Acta Optica Sinica*, 2018, 38(2): 0220001.
练秋生, 李颖, 陈书贞. 融合多种小波与全变差正则化的相位恢复算法[J]. *光学学报*, 2018, 38(2): 0220001.
- [10] Servin M, Marroquin J L, Cuevas F J. Fringe-follower regularized phase tracker for demodulation of closed-fringe interferograms [J]. *Journal of the Optical Society of America A*, 2001, 18(3): 689-695.
- [11] Servin M, Marroquin J L, Quiroga J A. Regularized quadrature and phase tracking from a single closed-fringe interferogram [J]. *Journal of the Optical Society of America A*, 2004, 21(3): 411-419.
- [12] Kulkarni R, Rastogi P. Phase unwrapping algorithm using polynomial phase approximation and linear Kalman filter[J]. *Applied Optics*, 2018, 57(4): 702-708.
- [13] Feng L, Zeng Z G, Wu Y Q. Optical surface measurement using phase retrieval hybrid algorithm based on diffraction angular spectrum theory [J]. *Proceedings of SPIE*, 2013, 8911: 891111.
- [14] Hao Q, Ning Y, Hu Y. Interferometric testing of aspheric surface [J]. *Metrology & Measurement Technology*, 2018, 38(1): 1-8.
郝群, 宁妍, 胡摇. 基于干涉法的非球面测量技术[J]. *计测技术*, 2018, 38(1): 1-8.
- [15] Tian A L, Liu T, Liu J, *et al.* High precision wavefront reconstruction technology for single interferogram [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2015, 44(4): 1203-1207.
田爱玲, 刘婷, 刘剑, 等. 单幅干涉条纹图的高精度波面重建技术[J]. *红外与激光工程*, 2015, 44(4): 1203-1207.
- [16] Takeda M, Ina H, Kobayashi S. Fourier-transform method of fringe-pattern analysis for computer-based topography and interferometry [J]. *Journal of the Optical Society of America*, 1982, 72(1): 156-160.
- [17] Massig J H, Heppner J. Fringe-pattern analysis with high accuracy by use of the Fourier-transform method: theory and experimental tests [J]. *Applied Optics*, 2001, 40(13): 2081-2088.
- [18] Muñoz-Maciel J, Lecona-Peña F G, Castillo-Quevedo C, *et al.* Phase recovery from a single interferogram using multiple Fourier transforms [J]. *Proceedings of SPIE*, 2006, 6292: 62920D.
- [19] Muñoz-Maciel J, Casillas-Rodríguez F J, Mora-González M, *et al.* Phase recovery from a single interferogram with closed fringes by phase unwrapping [J]. *Applied Optics*, 2011, 50(1): 22-27.
- [20] Ge Z T, Kobayashi F, Matsuda S, *et al.* Coordinate-transform technique for closed-fringe analysis by the Fourier-transform method [J]. *Applied Optics*, 2001, 40(10): 1649-1657.

- [21] Liu H, Zhu Q, Hao Q. Design of novel part-compensating lens used in aspheric testing [J]. Proceedings of SPIE, 2003, 5253:480-485.
- [22] Liu H, Hao Q, Zhu Q. A novel aspheric surface testing method using part-compensating lens [J]. Proceedings of SPIE, 2005, 5638:324-329.
- [23] Hao Q, Wang S P, Hu Y, *et al.* Virtual interferometer calibration method of a non-null interferometer for freeform surface measurements [J]. Applied Optics, 2016, 55(35): 9992-10001.
- [24] Hao Q, Li T F, Hu Y, *et al.* Vertex radius of curvature error measurement of aspheric surface based on slope asphericity in partial compensation interferometry[J]. Optics Express, 2017, 25(15): 18107-18121.
- [25] Hao Q, Wang S P, Hu Y, *et al.* Two-step carrier-wave stitching method for aspheric and freeform surface measurement with a standard spherical interferometer[J]. Applied Optics, 2018, 57(17): 4743-4750.