# 环形阵列艾里涡旋光束的自聚焦特性

赖松陶1,2,兰燕平1,2,毛红行1,2,钱义先1,2,3\*

<sup>1</sup>浙江师范大学数理与信息工程学院,浙江 金华 321004; <sup>2</sup>浙江省光信息检测与显示技术研究重点实验室,浙江 金华 321004;

3桂林电子科技大学广西自动检测技术与仪器重点实验室,广西桂林 541004

摘要 理论上提出并实验制备了一种环形阵列艾里涡旋光束(CAAVB),该 CAAVB 由按环形阵列分布的多个艾 里光形成,并具有自聚焦特性。通过增加艾里光阵列数,能够有效提高自聚焦光束的光场强度。仿真结果表明,在 相同的条件下,加载光学涡旋能明显提高 CAAVB 的自聚焦特性。此外,通过调节环形艾里光阵列的半径来改变 光束聚焦的位置,实现对焦距的非机械调节。

关键词 物理光学; 艾里涡旋光束; 自聚焦光束; 自加速光束; 聚焦性能; 光学涡旋
 中图分类号 O436
 文献标识码 A
 doi: 10.3788/CJL201946.0405002

### Self-Focusing Characteristics of Circular Array Airy Vortex Beams

Lai Songtao<sup>1,2</sup>, Lan Yanping<sup>1,2</sup>, Mao Hongxing<sup>1,2</sup>, Qian Yixian<sup>1,2,3\*</sup>

<sup>1</sup>College of Mathematics, Physics, and Information Engineering, Zhejiang Normal University,

Jinhua, Zhejiang 321004, China;

<sup>2</sup>Key Laboratory of Researching Optical Information Detecting and Display Technology in Zhejiang Province, Jinhua, Zhejiang 321004, China;

<sup>3</sup>Guangxi Key Laboratory of Automatic Detecting Technology and Instruments, Guilin University of Electronic Technology, Guilin, Guangxi 541004, China

**Abstract** A kind of circular array Airy vortex beam (CAAVB) is theoretically proposed and experimentally generated, which consists of multiple Airy beams arranged in an annular array and has the self-focusing performance. By increasing the number of Airy beam arrays, the self-focusing intensity can be effectively increased. The simulation results show that under the same conditions, the self-focusing characteristics of a CAAVB can be greatly improved by loading an optical vortex. In addition, by adjusting the radius of the annular airy beam array, the focusing position of the beam can be controlled and the non-mechanical adjustment of focus distance can be realized.

Key words physical optics; Airy vortex beam; self-focused beam; self-accelerated beam; focusing performance; optical vortex

OCIS codes 050.4865; 050.1940; 070.6120

## 1 引 言

艾里光束具有无衍射、自愈、自加速特性<sup>[1-6]</sup>,在 微粒操控<sup>[7-8]</sup>、等离子通道<sup>[9]</sup>、光子弹<sup>[10-12]</sup>、超分辨成 像<sup>[13]</sup>等领域有着广阔的应用前景。在激光医疗上, 传统的光镊技术将普通的高斯光束进行高度聚焦,具 有非接触、无机械损伤等优点。但是高斯光束在聚焦 过程中会对正常细胞产生热损伤,因此到达病变细胞前,需要保持低能量传播。而由环形阵列艾里光束形成的自聚焦光束在聚焦前维持在一个比较低的光强值,到达聚焦的位置后,其光强迅速增大。基于这种性质,自聚焦光束可以应用于激光医学治疗、激光烧灼等领域<sup>[14]</sup>,还可以应用于受激辐射、光子吸收等物理过程<sup>[15]</sup>。在2010年,Efremidis等<sup>[16]</sup>在理论上提出

收稿日期: 2018-11-01; 修回日期: 2018-12-07; 录用日期: 2019-01-14

基金项目: 国家自然科学基金(61377014)、浙江省自然科学基金(LY17A040002)

<sup>\*</sup> E-mail: qianyixian@zjnu.edu.cn

圆艾里光束,随后这种圆艾里光束在实验中被证实。 该光束是将一维艾里光束做径向对称,由于具有自加 速特性,圆艾里光束在传播过程中能量逐渐向中心靠 拢。因此,圆艾里光束是一个能在传播过程中实现 自聚焦的光束。提高光束的聚焦性能一直是人们积 极研究的方向。Jiang 等<sup>[17]</sup>通过控制部分相干圆艾里 光束的相干长度,提高了光束的自聚焦特性;张泽 等[18]利用多个一维艾里光束合成自聚焦光束,提高 了自聚焦光束的光强。Zhuang 等<sup>[19]</sup>利用高阶的径向 偏振光束进行高数值孔径聚焦,在焦点处形成了一个 亚波长的焦点; Prabakaran 等<sup>[20]</sup>利用双环形径向偏振 光束结合特殊的相位调制,得到了亚波长的焦点和超 长的聚焦深度;赵承良等[21] 通过改变入射光束的束 腰半径和聚焦系统的焦距,得到了高聚焦的贝塞尔高 斯光束。此外,若要改变焦点形成的位置,需要对聚 焦系统进行机械移动,这必然会影响到光束的聚焦精 度。同时,光束与聚焦系统的直接接触对聚焦材料所 能承受的功率强度也有一定的要求。

光学涡旋(OVs)是近年来备受关注和研究的一 种特殊光场,其光学相位波前呈现以2π为周期的螺 旋错位,涡旋的中心是一个暗核,该位置的光强为 零<sup>[22]</sup>。光学涡旋携带着轨道角动量,其大小由拓扑 荷决定。涡旋光束在微粒操控、光学波导等领域具 有广泛的应用<sup>[23-24]</sup>。近年来,不少研究者基于艾里 光束和光学涡旋的独特性质,将光学涡旋植入到艾 里光场以得到艾里涡旋光束<sup>[25-27]</sup>,并研究其光场特 性和应用。程振等<sup>[28]</sup>采用多层相位屏法模拟了艾 里涡旋光束在大气湍流中的漂移特性;Deng 等<sup>[29]</sup> 研究了艾里涡旋光束在单轴晶体中的传输特性;Liu 等<sup>[30]</sup>研究了艾里涡旋光束在手性介质中的传播;狄 颢萍等<sup>[31]</sup>研究了圆艾里高斯涡旋光在各向异性非 Kolmogorov 湍流大气中的传输特性。

本文采用多光束合成的方法,考虑到 X-Y 两个 维度的艾里光束比一维艾里光束的光场强度更强, 因此将多个二维艾里光合成环形阵列光束 (CAAB),通过增加环形阵列艾里光的阵列数来提 高光束的光场强度<sup>[32]</sup>。同时,为了进一步提高自聚 焦光束的聚焦性能,可以将离轴双光学涡旋引入到 环形艾里光阵列中。最后利用空间光调制器和计算 全息技术,在实验中产生环形阵列艾里涡旋光束 (CAAVB),且实验结果与模拟结果吻合性较好。

#### 2 理 论

光束在傍轴近似情况下的传播遵循的波动方 程<sup>[1]</sup>可表示为

$$i\frac{\partial\phi}{\partial\xi} + \frac{1}{2}\frac{\partial^2\phi}{\partial s^2} = 0, \qquad (1)$$

式中: $\phi$  为电场包络; $s = x/x_0$  为一个无量纲的横向 坐标, $x_0$  为一个任意的横向数值尺度; $\xi = z/(kx_0^2)$ 为归一化传播距离,其中  $k = 2\pi n/\lambda_0$  为波数。求解 (1)式可得到以下艾里解<sup>[20]</sup>:

$$\varphi(s,\xi) = Ai \left[ s - \left(\frac{\xi}{2}\right)^2 \right] \exp\left( is \frac{\xi}{2} - \frac{i\xi^3}{12} \right), (2)$$
式中:  $Ai \left[ \cdot \right]$ 为艾里函数。由于艾里光束具有无限

能量,为了能在实验中产生,需要在入射面( $\xi$ =0)引 入指数衰减函数<sup>[2-3]</sup>exp( $\alpha$ s),其中衰减因子  $\alpha$  需要 满足: $0 < \alpha \ll 1$ 。结合指数衰减函数,对(1)式进行 求解,得到一维艾里光束的光场为

$$\varphi(s,\xi) = Ai \left[ s - \left(\frac{\xi}{2}\right)^2 + i\alpha\xi \right] \exp\left(\alpha s - \frac{\alpha\xi^2}{2} - \frac{i\xi^3}{12} + \frac{i\alpha^2\xi}{2} + \frac{is\xi}{2}\right).$$
(3)

二维艾里光束可以看成是关于 x, y 的两个一维艾里光束的乘积, 而这两个一维艾里光束都是傍轴波动 方程的解。因此二维艾里光束的光场表达式为<sup>[2]</sup>

$$\varphi(s_x, s_y, \xi) = \varphi(s_x, \xi) \times \varphi(s_y, \xi) = Ai \left[ s_x - \left(\frac{\xi}{2}\right)^2 + i\alpha \xi \right] \exp\left(\alpha s_x - \frac{\alpha \xi^2}{2} - \frac{i\xi^3}{12} + \frac{i\alpha^2 \xi}{2} + \frac{is_x \xi}{2} \right) \times Ai \left[ s_y - \left(\frac{\xi}{2}\right)^2 + i\alpha \xi \right] \exp\left(\alpha s_y - \frac{\alpha \xi^2}{2} - \frac{i\xi^3}{12} + \frac{i\alpha^2 \xi}{2} + \frac{is_y \xi}{2} \right) \right]$$
(4)

艾里光束具有横向自加速(自弯曲)特性, 图 1(a)描述了艾里光束在自由空间中沿弯曲路径 的传播。图 1(b)展示了 *n* 个二维艾里光均匀分布 在 *S<sub>x</sub>-S<sub>y</sub>* 平面上的一个圆上,形成环形阵列艾里光 束。它们的主瓣形成一个空心的圆环,其中 *r* 表示 环形艾里光阵列的半径,同时也表示艾里光束主瓣 与中心光轴之间的距离。环形排列的艾里光束在传 播的过程中,由于艾里光束的横向自加速特性,空心 圆环的半径会逐渐缩小,最终会在某个位置会聚于 一点,形成一个自聚焦光束。





图 1 具有自加速特性的艾里光束。(a)一维艾里光束;(b) CAAB示意图 Fig. 1 Airy beam with self-accelerating characteristics. (a) One-dimensional Airy beam; (b) schematic of CAAB

图 1(b)所示的环形阵列艾里光束的初始光场 的表达式为

$$\varphi_n(s_x, s_y, \xi = 0) = \sum_{j=1}^n \varphi_j(s_{x_j}, s_{y_j}, \xi = 0), \quad (5)$$

式中: $\varphi_n(s_x, s_y, \xi=0)$ 为环形阵列艾里光束的初始 光场;n为二维艾里光束的个数; $\varphi_j$ 为第j个二维 艾里光束的初始光场, $(s_{x_j}, s_{y_j})$ 是x-y平面上艾里 光束主瓣的位置坐标,则有

$$\varphi_{j} = Ai(S_{X_{j}})Ai(S_{Y_{j}})\exp\left[\alpha(S_{X_{j}} + S_{Y_{j}})\right], \qquad (6)$$

$$\begin{bmatrix} S_{X_{j}} \\ S_{Y_{j}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\left(2\pi \frac{j-1}{n} + \pi\right) & \sin\left(2\pi \frac{j-1}{n} + \pi\right) \\ -\sin\left(2\pi \frac{j-1}{n} + \pi\right) & \cos\left(2\pi \frac{j-1}{n} + \pi\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_{X_{j}} \\ s_{Y_{j}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c \\ c \end{bmatrix}, \qquad (7)$$

式中: $(S_{x_j}, S_{y_j})$ 表示第j个二维艾里光束主瓣的无量纲位置坐标;c为横向偏移量,环形阵列艾里光束的半径 $r = \sqrt{2}c$ 。

为了更好地衡量自聚焦光束的自聚焦性能,定 义 $K = I_{max}/I_0$ 为自聚焦光束的聚焦特性系数, $I_0$ 为初始平面光场中光强的最大值, $I_{max}$ 为传输过程 中某位置的光强分布最大值。聚焦特性系数的K值越大,则光束自聚焦能力越强。

### 3 数值模拟

图 2(a1)、(a2)为 n=35 的环形阵列艾里光束 在传播方向上的横截面光强的数值模拟图。从图 2(a2)可以看出,该光束在传播过程中光强保持低 能量传播,到达聚焦的位置时光强急剧增强,随着 光束的继续传播,光强以周期振荡的方式逐渐降 低;图 2(b1)~(b3)、(c1)~(c3)、(d1)~(d3)分别 给出了 n=35,45,60 的环形阵列艾里光束传播至 0,263,335 处的光场。通过对比图 2(a1)、(b1)、 (c1)可以发现,随着 n 值的增加,环形阵列艾里光 束的次环(副瓣)逐渐增加;由于艾里光束沿抛物 线轨迹传播,当环形阵列艾里光束传播到 263 时, 如图 2(a2)、(b2)、(c2)所示,光束空心圆环的半径 逐渐缩小;当传播到 335 时(焦点位置),如图 2 (a3)、(b3)、(c3)所示,环形阵列艾里光束形成一 个实心的高能量光斑,这将导致焦点处的光强比 初始位置的光强提高约 50 倍,环形阵列艾里光束 强度突然急剧增强的特性可应用于激光烧蚀、激 光医疗等领域。除特别说明外,所有参数设为: r=0.85, $x_0=0.07$  mm, $\alpha=0.1$ , $\lambda=632.8$  nm。

图 3(a)、(b)分别表示环形阵列艾里光束在初始位置和聚焦位置的光场截面强度分布图。根据 图 3(a)、(b),随着二维艾里光束阵列数的增加,环 形阵列艾里光束光场强度也逐渐提高,因此,可以通 过增加 n 值来提高光场的能量,这对于粒子捕获的 灵活性具有重要价值。

图 3(c)是环形阵列艾里光束的聚焦系数 K 的 比较。可以看出,不同 n 值的情况下,环形阵列艾 里光束的聚焦系数约为 54。为了进一步提高自聚 焦光束的聚焦性能,结合(5)式,在环形艾里光阵列 中加载对称分布于 s<sub>x</sub> 轴上,拓扑荷数为+1 和-1 的双光学涡旋,得到环形阵列艾里涡旋光束,其初始 平面的光场表达式为



图 2 环形阵列艾里光束的传播。(a1)侧视传播图;(a2)传播中能量分布;(b1)~(b3) n=35 时的光场分布; (c1)~(c3) n=45 时的光场分布;(d1)~(d3) n=60 时的光场分布

Fig. 2 Propagation of CAAB. (a1) Side view of propagation; (a2) intensity distribution during propagation; (b1)-(b3) optical field distributions for n=35; (c1)-(c3) optical field distributions for n=45; (d1)-(d3) optical field distributions for n=60



图 3 不同 n 值的 CAABs 光强分布曲线图。(a)初始位置;(b)聚焦位置;(c) K 值比较

Fig. 3 Intensity profiles of CAABs with different n values. (a) Initial position; (b) focusing position; (c) K value comparison

$$\varphi_m(s_x, s_y, \xi = 0) = \varphi_n(s_x, s_y, \xi = 0) [(s_x - s_{x1}) + i(s_y - s_{y1})]^l [(s_x - s_{x2}) - i(s_y - s_{y2})]^l, \quad (8)$$

式中: $\varphi_m(s_x, s_y, \xi=0)$ 为环形阵列艾里涡旋光束的初 始光场; $\varphi_n(s_i, s_i, \xi=0)$ 为环形阵列艾里光束的初始 光场;l为光学涡旋的拓扑荷数; $(s_{x1}, s_{y1}), (s_{x2}, s_{y2})$ 表示光学涡旋在直角坐标系内的位置坐标。

实验利用德国 HOLOEYE Photonics AG 公司 生产的 Holoeye 型空间光调制器(SLM,像元大小 为 8 μm,分辨率为 1920 pixel×1080 pixel)结合计 算全息技术在实验中产生环形阵列艾里涡旋光束。 如图 4 所示,波长为 632.8 nm、半峰全宽(FWHM) 为 8.6 mm 的高斯光束经过准直扩束后,通过分束 镜并垂直入射到加载了计算全息图的空间光调制 器,计算全息图由环形阵列艾里涡旋光束与平面波 干涉得到。入射的高斯光束经过空间光调制器调制 相位后,反射出来的光束再经傅里叶变换(傅里叶透 镜的焦距为 270 mm),最终在傅里叶透镜的后焦面 上产生一个环形阵列艾里涡旋光束。该透镜的后焦 面为 z=0 的传播平面,电荷耦合器件(CCD)可以 沿着光轴移动,以获取光束的光强分布图。





图 5(a1)为环形阵列艾里涡旋光束在传播方向 上的横截面光强分布图。从图中可以看到光束在焦 点前依然保持低能量传播,当传播到 335 时,即焦点 的位置「图 5(a1)的虚线 1 位置了,光强迅速增强并 达到峰值。图 5 (a2) 为计算得到的全息图。 图 5(b1)~(b3)展示了将两个拓扑荷分别为+1 和 -1的光学涡旋加载在位置坐标分别为(0.5,0)、 (-0.5,0)处得到的环形阵列艾里涡旋光束在 $\xi=0$ , 273,335 处的光场分布。图 5(c1)~(c3)分别为相 应位置的光场相位图,图 5(c1)中红色圆圈所标记 的位置为光学涡旋的相位奇点。随着光束的传播, 光学涡旋也会向光束中心移动。但由于光学涡旋的 拓扑荷数互为相反数,两个光学涡旋在焦点处互相 抵消,最后形成一个实心的高能量焦点,该位置的光 强是初始位置的 189 倍左右。图 5(d1)~(d3)分别 为z=0,55,80 mm的实验结果图,比较后发现该实 验结果与仿真结果较为吻合。

从图 6(a)、(b)可以看到,在相同的条件下,加 载了光学涡旋的自聚焦光束在初始场和聚焦场的光 强都比无涡旋时高。虽然在初始场两者的光强相差 不大,但是环形阵列艾里涡旋光束在焦点处的光强 比不加载涡旋时约高 8 倍[图 6(b)]。图 6(c)给出 了环形阵列艾里光束在加载光学涡旋前后聚焦系数 K的分布曲线图。在聚焦前,K基本维持在1左 右,但到达聚焦位置时,K值急剧增大,并且在相同 的条件下,加载了光学涡旋的自聚焦光束的K值能 达到约189,这种高度聚焦的光束对激光医疗等领 域具有重要的意义。

此外,根据环形艾里光束焦距表达式<sup>[3,33]</sup> $z_f$  =  $4\pi x_0 \sqrt{rx_0} / \lambda$ ,计算得到的焦距与数值模拟的结果 一致。从公式中可以看出,保持 $x_0$ 为定值,通过改变 r的大小可实现对环形阵列艾里涡旋光束的聚焦位 置的控制,且r值越大焦距越长。图7(a1)、(b1)分别 为r=0.85和r=1.34时的初始光场分布。图7(a2)、(b2)绘制了n=60并加载光学涡旋,r值分别为0.85 和1.34时的焦距长度。图7(a2)表明,当r=0.85时, 焦距约为335;图7(b2)表明,当r=1.34时,焦距约为405。这种特性为粒子的操纵提供了更大的灵活性。

#### 4 结 论

基于艾里光束的自加速特性,通过改变环形二 维艾里光的阵列数,有效提高了自聚焦光束的光场 强度。在环形阵列艾里光阵列中引入拓扑荷数为 +1和-1的离轴双光学涡旋,大幅度提高了自聚焦



图 5 CAAVB。(a1)侧视传播图;(a2)计算得到的全息图;(b1)~(b3)分别为传播到 *ξ*=0,263,335 平面处的光场分布; (c1)~(c3)图 5(b1)~(b3)相应的相位分布图;(d1)~(d3)图 5(b1)~(b3)相应的实验结果图

Fig. 5 CAAVB. (a1) Side view of propagation; (a2) computed hologram; (b1)-(b3) optical field distributions in planes at  $\xi = 0, 263, \text{ and } 335, \text{ respectively; (c1)-(c3) phase distributions corresponding to Figs. 5 (b1)-(b3);}$ (d1)-(d3) experimental results corresponding to Figs. 5(b1)-(b3)



图 6 CAAVB的光强分布图。(a)初始位置;(b)聚焦位置;(c) K 值比较

Fig. 6 Intensity profiles of CAAVB. (a) Initial position; (b) focusing position; (c) K value comparison

光束的聚焦性能。通过改变二维艾里光阵列半径 r 的大小来控制聚焦的位置。利用空间光调制器技术 和计算全息技术,在实验中产生了高度聚焦的环形 阵列艾里涡旋光束,得到的实验结果与模拟结果相



图 7 焦距可调谐的 CAAVB。(a1) r=0.85 时的初始光场分布;(a2) r=0.85 时的侧视传播图; (b1) r=1.34 时的初始光场分布;(b2) r=1.34 时的侧视传播图

Fig. 7 CAAVB with tunable focal length. (a1) Initial intensity distribution for r=0.85; (a2) side view of propagation for r=0.85; (b1) initial intensity distribution for r=1.34; (b2) side view of propagation for r=1.34

吻合。这种高度聚焦的光束在微粒操控、激光医疗 等领域具有重要的意义。

#### 参考文献

- Berry M V, Balazs N L. Nonspreading wave packets
   [J]. American Journal of Physics, 1979, 47 (3): 264-267.
- [2] Siviloglou G A, Christodoulides D N. Accelerating finite energy Airy beams [J]. Optics Letters, 2007, 32(8): 979-981.
- [3] Siviloglou G A, Broky J, Dogariu A, et al. Observation of accelerating Airy beams [J]. Physical Review Letters, 2007, 99(21): 213901.
- [4] Broky J, Siviloglou G A, Dogariu A, et al. Selfhealing properties of optical Airy beams [J]. Optics Express, 2008, 16(17): 12880-12891.
- [5] Chu X X, Zhou G Q, Chen R P. Analytical study of the self-healing property of Airy beams[J]. Physical Review A, 2012, 85(1): 013815.
- [6] Li S Z, Shen X J, Wang L. Generation and control of self-accelerating Airy beams [J]. Chinese Journal of Lasers, 2018, 45(5): 0505003.
  李绍祖,沈学举,王龙.自加速艾里光束的生成及控制[J].中国激光, 2018, 45(5): 0505003.
- [7] Ashkin A. Acceleration and trapping of particles by radiation pressure[J]. Physical Review Letters, 1970, 24(4): 156-159.
- [8] Shvedov V G, Rode A V, Izdebskaya Y V, et al. Giant optical manipulation[J]. Physical Review Letters, 2010, 105(11): 707-712.
- [9] Polynkin P, Kolesik M, Moloney J V, et al. Curved

plasma channel generation using ultraintense Airy beams[J]. Science, 2009, 324(5924): 229-232.

- [10] Chong A, Renninger W H, Christodoulides D N, et al. Airy-Bessel wave packets as versatile linear light bullets[J]. Nature Photonics, 2010, 4(2): 103-106.
- [11] Gurgov H C, Cohen O. Spatiotemporal pulse-train solitons [J]. Optics Express, 2009, 17 (9): 7052-7058.
- [12] Abdollahpour D, Suntsov S, Papazoglou D G, et al. Spatiotemporal Airy light bullets in the linear and nonlinear regimes[J]. Physical Review Letters, 2010, 105(25): 253901.
- [13] Jia S, Vaughan J C, Zhuang X W. Isotropic threedimensional super-resolution imaging with a selfbending point spread function[J]. Nature Photonics, 2014, 8(4): 302-306.
- [14] Juhasz T, Loesel F H, Kurtz R M, et al. Corneal refractive surgery with femtosecond lasers[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics, 1999, 5(4): 902-910.
- [15] Tzortzakis S, Bergé L, Couairon A, et al. Breakup and fusion of self-guided femtosecond light pulses in air [J]. Physical Review Letters, 2001, 86 (24): 5470-5473.
- [16] Efremidis N K, Christodoulides D N. Abruptly autofocusing waves [J]. Optics Letters, 2010, 35 (23): 4045-4047.
- [17] Jiang Y F, Yu W L, Zhu X W, et al. Propagation characteristics of partially coherent circular Airy beams[J]. Optics Express, 2018, 26(18): 23084-

23092.

- [18] Zhang Z, Liu J J, Zhang P, et al. Generation of autofocusing beams with multi-Airy beams[J]. Acta Physica Sinica, 2013, 62(3): 034209.
  张泽,刘京郊,张鹏,等.多艾里光束合成自聚焦光 束的实验实现[J].物理学报, 2013, 62(3): 034209.
- [19] Zhuang Y Y, Zhang Y J, Ding B F, et al. Trapping Rayleigh particles using highly focused higher-order radially polarized beams[J]. Optics Communications, 2011, 284(7): 1734-1739.
- [20] Prabakaran K, Rajesh K B, Pillai T V S, et al. Tight focusing of phase modulated double ring shaped radially polarized beam with high NA lens[J]. Journal of Optics, 2013, 42(4): 382-387.
- [21] Zhao C L, Wang L G, Lu X H. Radiation force generated by high-focusing hollow beam on medium spheres[C] // Abstract Collection of 2006 Academic Conference of China Optical Society, 2006.
  赵承良, 王立刚, 陆璇辉. 高聚焦空心光束对介质小 球产生的辐射力[C] // 中国光学学会 2006 年学术大 会论文摘要集, 2006.
- [22] Sun X B, Zhu Q H, Liu L Q, et al. Research progress of generation methods of high-power vortex beams[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2017, 54(7): 070001.
  孙喜博,朱启华,刘兰琴,等.高功率涡旋光束产生方法研究进展[J].激光与光电子学进展, 2017, 54(7): 070001.
- [23] Simpson N B, Allen L, Padgett M J. Optical tweezers and optical spanners with Laguerre-Gaussian modes[J]. Journal of Modern Optics, 1996, 43(12): 2485-2491.
- [24] Simpson N B, Dholakia K, Allen L, et al. Mechanical equivalence of spin and orbital angular momentum of light: an optical spanner [J]. Optics Letters, 1997, 22(1): 52-54.
- [25] Dai H T, Liu Y J, Luo D, et al. Propagation dynamics of an optical vortex imposed on an Airy beam[J]. Optics Letters, 2010, 35(23): 4075-4077.

- [26] Cheng K, Xia J S, Zhong X Q. Propagation dynamics and vortex trajectory of an Airy vortex beam in gradient-index media [J]. Acta Photonica Sinica, 2014, 43(9): 0905002.
  程科,夏基深,钟先琼.艾里涡旋光束在梯度折射率 介质中的动态传输与涡旋轨迹[J].光子学报, 2014, 43(9): 0905002.
- [27] Dai H T, Liu Y J, Luo D, et al. Propagation properties of an optical vortex carried by an Airy beam: experimental implementation[J]. Optics Letters, 2011, 36(9): 1617-1619.
- [28] Cheng Z, Chu X C, Zhao S H, et al. Study of the drift characteristics of Airy vortex beam in atmospheric turbulence[J]. Chinese Journal of Lasers, 2015, 42(12): 1213002.
  程振, 楚兴春, 赵尚弘, 等. 艾里涡旋光束在大气湍流中的漂移特性研究[J]. 中国激光, 2015, 42(12): 1213002.
- [29] Deng D M, Chen C D, Zhao X, et al. Propagation of an Airy vortex beam in uniaxial crystals[J]. Applied Physics B, 2013, 110(3): 433-436.
- [30] Liu X Y, Zhao D M. Propagation of a vortex Airy beam in chiral medium [J]. Optics Communications, 2014, 321: 6-10.
- [31] Di H P, Zhang Q B, Zhou M C, et al. Propagation of ring Airy Gaussian vortex beams in anisotropic non-Kolmogorov turbulence atmosphere[J]. Chinese Journal of Lasers, 2018, 45(3): 0305001.
  狄颢萍,张淇博,周木春,等.圆艾里高斯涡旋光在各向异性非 Kolmogorov 湍流大气中的传输[J].中国激光, 2018, 45(3): 0305001.
- [32] Wu P F, Ke X Z, Song Q Q. Realization of experiment on auto-focusing array Airy beam[J]. Chinese Journal of Lasers, 2018, 45(6): 0605002.
  吴鹏飞, 柯熙政, 宋强强. 自聚焦阵列艾里光束的实验实现[J]. 中国激光, 2018, 45(6): 0605002.
- [33] Li N, Jiang Y F, Huang K K, et al. Abruptly autofocusing property of blocked circular Airy beams [J]. Optics Express, 2014, 22(19): 22847-22853.