

偏折术中相机和被测面坐标的获取

赵建岗¹, 李大海^{1*}, 李磊¹, 陈鹏宇¹, 王瑞阳¹, 王琼华²

¹四川大学电子信息学院, 四川 成都 610065;

²北京航空航天大学仪器科学与光电工程学院, 北京 100191

摘要 提出了一种偏折术中相机和被测面坐标的获取方法。通过斜率计算和面形重建,对一块圆形的窗玻璃进行了检测,最终检测结果与基于干涉仪及张正友标定法检测得到的结果近似,证明了该方法的可行性和正确性。研究表明,所提方法的标定过程简单、灵活,能够完成相机和被测面的全局标定,适用于在线测量的标定。

关键词 测量; 标定; 偏折术; 斜率; 面形

中图分类号 O436

文献标识码 A

doi: 10.3788/CJL201946.0304001

Method for Coordinate Acquisition of Camera and Measured Surface in Deflectometry

Zhao Jiangang¹, Li Dahai^{1*}, Li Lei¹, Chen Pengyu¹, Wang Ruiyang¹, Wang Qionghua²

¹College of Electronics and Information Engineering, Sichuan University, Chengdu, Sichuan 610065, China;

²School of Instrumentation and Optoelectronic Engineering, Beihang University, Beijing 100191, China

Abstract A method to acquire the coordinates of camera and measured surfaces in the deflectometry is proposed. A circular window glass is tested by the slope calculation and the shape reconstruction. The final test results by the proposed method are close to those by the interferometer and the Zhang's calibration method, and the feasibility and correctness of the proposed method are proved. The research results show that the calibration by the proposed method is simple and flexible. This method can be used to achieve the global calibration of cameras and the measured surfaces, and is suitable for the calibration of online measurements.

Key words measurement; calibration; deflectometry; slope; surface shape

OCIS codes 120.6650; 150.1488

1 引言

随着制造业的迅猛发展,高质量的光学元件越来越多地被应用到军事、天文学和高科技民用产业等领域^[1-2],这使得对光学元件的面形检测精度的要求越来越高。目前,最受欢迎的镜面面形检测方法可大致分为干涉检测和非干涉检测两大类。干涉检测的检测精度很高,但缺点是易受环境的干扰,需要在专业的实验室中进行,不能实现在线检测,且设备昂贵^[3]。在非干涉检测中,与相移算法相结合的相位测量偏折术(PMD)是一种非接触和高精度的镜面面形检测技术,其测量精度可与干涉测量媲美^[4]。该检测方法所需的装置简单,动态范围大,对环境的

扰动不敏感,很适合用于在线测量。

在 PMD 的测试系统中,需先获得世界坐标系下的相机坐标、被测面上每一点的“镜像素”坐标和对应发光的显示器的像素坐标,再计算被测元件每一点的斜率^[5],最后通过相关的波前重建算法^[6]对斜率进行积分,才能得到被测元件表面的面形信息。因此,系统标定的精度高低将直接影响最终测量结果的精度。

其中,显示器像素坐标可通过相移算法和相位展开算法^[7]得到,相机和被测面像素坐标则需要通过相机和系统标定得到^[8-9]。目前,使用最多的标定方法是张正友标定法^[10]。该方法是将编码好的二维靶标图案作为标定模板,如黑白棋盘格图像、规则

收稿日期: 2018-09-28; 修回日期: 2018-10-17; 录用日期: 2018-11-20

基金项目: 国家自然科学基金(61875142)、国家重点研发计划(2017YFB1002900)、“十三五”全军装备预研项目(JZX2017-1570/Y464)

* E-mail: lidahai@scu.edu.cn

的圆形和阵列型图案等。通过使用相机对标定靶标图案在不同姿态和倾斜角度下的位置进行拍摄,再用相应的计算机软件对采集到的靶标图案进行处理得到相机的内外参数矩阵,进而求出对应检测区域的被测面坐标。然而,在PMD中,该标定过程比较繁琐,且使用靶标图案标定相机会给测试系统带来新的误差。更重要的是,由于显示器像素坐标、被测面像素坐标和相机坐标是分别得到的,所以当将它们转换到世界坐标系下时相对误差的出现不可避免;其次,测量过程中的误差传播和优化函数的一致也会影响测量结果的精度。为了提高系统标定的精度,研究人员提出了一种基于偏折术的全局标定方法^[11-12]。然而,在这两种方法中,都需要用传统标定方法对测试系统和相机进行初始标定,再对标定参数进行全局优化,才能得到相机坐标和被测面坐标,所以标定过程仍然复杂耗时,标定方法不能独立使用。

为了解决这样的问题,本文提出一种计算偏折术中相机坐标和被测面坐标的新方法,该方法不需要使用传统的标定方法对系统进行预标定且能够实现全局标定,标定过程简单,精度高,适用于多种应用场景的标定。

2 基本原理

2.1 偏折术

图1为偏折术的测量原理图,测量装置主要由外置针孔相机、液晶显示器(LCD)和被测元件三部分组成。

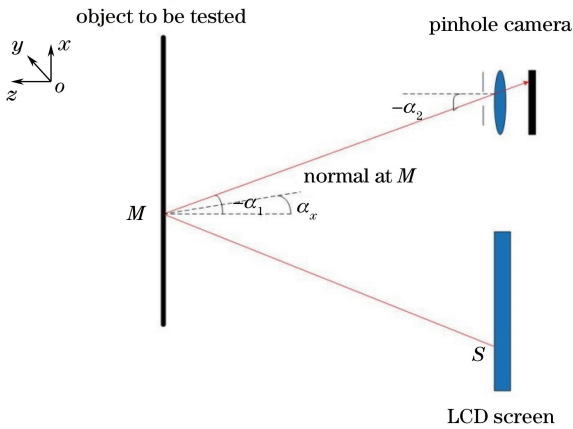


图1 偏折术的测量原理图

Fig. 1 Measuring principle of deflectometry

在图1中,假设LCD上的任意一像素点S被点亮,由像素点S发出的光线在被测元件表面的M点发生反射,最终由CCD(charge coupled device)相

机上的一点接收该点发出的光强信号。由反射定律可知,点M处的法线是入射光线与反射光线的角平分线。为计算方便,将被测元件表面的斜率正交分解到x方向和y方向上。设入射光线和反射光线与z轴的夹角分别为 α_1 和 α_2 ,表面法线在 xOz 和 yOz 面内的投影与z轴的夹角分别为 α_x 和 α_y ,通过几何关系推导后,被测元件表面的斜率公式^[5]可表示为

$$\left\{ \begin{aligned} \tan \alpha_x(x_m, y_m) &= \frac{\frac{x_m - x_s}{d_{m2s}} + \frac{x_m - x_c}{d_{m2c}}}{\frac{z_{m2s}}{d_{m2s}} + \frac{z_{m2c}}{d_{m2c}}} \\ \tan \alpha_y(x_m, y_m) &= \frac{\frac{y_m - y_s}{d_{m2s}} + \frac{y_m - y_c}{d_{m2c}}}{\frac{z_{m2s}}{d_{m2s}} + \frac{z_{m2c}}{d_{m2c}}} \end{aligned} \right. \quad (1)$$

式中: (x_c, y_c) 为针孔相机位置坐标; (x_s, y_s) 为显示器像素坐标; (x_m, y_m) 为被测面上各反射点的坐标; d_{m2s} 和 d_{m2c} 分别为被测面的位置到对应显示器像素点和针孔相机孔径的距离; z_{m2s} 和 z_{m2c} 分别为被测面顶点到显示器上各像素点和针孔相机孔径的z方向距离。

当相机坐标、显示器坐标和对应的被测元件坐标已知时,可将其代入(1)式求出被测元件表面的斜率,再利用波前重建算法^[6]即可重建出被测元件的面形。

2.2 针孔相机坐标和被测面坐标的获取

利用所提方法计算针孔相机坐标和被测面坐标的原理图如图2所示,测量装置主要由外置针孔相机、LCD和平面反射镜三部分组成。其中,LCD与平面反射镜平行放置。将坐标原点建立在显示器的一个像素点上,以显示器所在平面为 xOy 面,z轴正方向垂直指向平面反射镜所在平面建立的世界坐标系。

该方法的实现过程如下。

第一步 分别计算平面反射镜位于 M_1 、 M_2 位置处时显示器的坐标。利用相移算法得到平面反射镜位于 M_1 、 M_2 位置处时显示器上各像素点的相位分布,再根据系统标定测得的显示器上标记点的坐标得到显示器上所有像素点的坐标,即显示器坐标 (x_s, y_s) ^[5]。其中,文中提到的系统标定主要是指利用一个具有x和y方向的直线导轨和点光源显微镜对测试系统进行调整和坐标测量,调整装置中的点光源显微镜使其固定在直线导轨上。通过在直线导轨上沿坐标系统的x轴和y轴移动点光源显微镜,实现对测试系统的调整和标定点坐标的测量。

第二步 确定实际针孔相机位置C和虚拟针孔

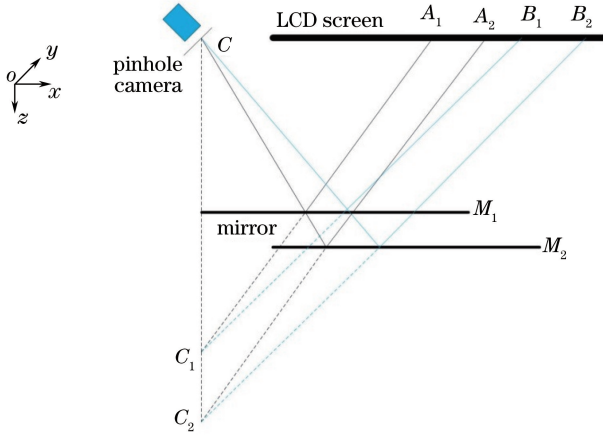


图 2 所提方法的测量原理图

Fig. 2 Measuring principle of proposed method

相机位置 C_1, C_2 。

该步骤的目的是为了推导出显示器坐标与相机坐标间的位置关系,从而利用第一步中得到的显示器坐标计算相机坐标。推导过程如下:如图 2 所示,设显示器上的任意 4 个像素点 A_1, A_2, B_1, B_2 及实际针孔相机位置 C 和虚拟针孔相机位置 C_1, C_2 的坐标分别为 $A_1(x_{s1}, y_{s1}, z_{s1}), A_2(x'_{s1}, y'_{s1}, z'_{s1}), B_1(x_{s2}, y_{s2}, z_{s2}), B_2(x'_{s2}, y'_{s2}, z'_{s2}), C(x_c, y_c, z_c), C_1(x_{c1}, y_{c1}, z_{c1}), C_2(x_{c2}, y_{c2}, z_{c2})$ 。由图 2 测量原理图可知, $A_1C_1 \parallel A_2C_2, B_1C_1 \parallel B_2C_2$, 则有 $\Delta A_1C_1B_1 \sim \Delta A_2C_2B_2$, 由相似三角形的性质可得

$$\frac{l_{A_1C_1}}{l_{A_2C_2}} = \frac{l_{A_1B_1}}{l_{A_2B_2}} \quad (2)$$

将点 $A_1, A_2, B_1, B_2, C_1, C_2$ 的坐标代入(2)式得

$$\frac{(x_{s1} - x_{c1})^2 + (y_{s1} - y_{c1})^2 + (z_{s1} - z_{c1})^2}{(x'_{s1} - x_{c2})^2 + (y'_{s1} - y_{c2})^2 + (z'_{s1} - z_{c2})^2} = \frac{(x_{s1} - x_{s2})^2 + (y_{s1} - y_{s2})^2 + (z_{s1} - z_{s2})^2}{(x'_{s1} - x'_{s2})^2 + (y'_{s1} - y'_{s2})^2 + (z'_{s1} - z'_{s2})^2} \quad (3)$$

令 $M_{12} = \frac{(x_{s1} - x_{s2})^2 + (y_{s1} - y_{s2})^2 + (z_{s1} - z_{s2})^2}{(x'_{s1} - x'_{s2})^2 + (y'_{s1} - y'_{s2})^2 + (z'_{s1} - z'_{s2})^2}$,

(3)式又可写为

$$\frac{(x_{s1} - x_{c1})^2 + (y_{s1} - y_{c1})^2 + (z_{s1} - z_{c1})^2}{(x'_{s1} - x_{c2})^2 + (y'_{s1} - y_{c2})^2 + (z'_{s1} - z_{c2})^2} = M_{12} \quad (4)$$

由实际针孔相机位置 C 与虚拟针孔相机位置 C_1, C_2 在所建立的空间坐标系的位置关系可知, $x_{c1} = x_{c2} = x_c, y_{c1} = y_{c2} = y_c$, 则(4)式又可写为

$$\frac{(x_{s1} - x_c)^2 + (y_{s1} - y_c)^2 + (z_{s1} - z_{c1})^2}{(x'_{s1} - x_c)^2 + (y'_{s1} - y_c)^2 + (z'_{s1} - z_{c2})^2} = M_{12} \quad (5)$$

综上所述,平面反射镜位于 M_1, M_2 处得到的显示器上任意一像素点坐标与针孔相机坐标之间满足以下关系:

$$\frac{(x_{si} - x_c)^2 + (y_{si} - y_c)^2 + (z_{si} - z_{c1})^2}{(x'_{si} - x_c)^2 + (y'_{si} - y_c)^2 + (z'_{si} - z_{c2})^2} = M_{ij} \quad (6)$$

式中: i 为显示器上的第 i 像素点, $j = i + n (n = 0, 1, 2, 3, \dots)$; M_{ij} 为两相似三角形相似比的平方,

$M_{ij} = \frac{(x_{si} - x_{sj})^2 + (y_{si} - y_{sj})^2 + (z_{si} - z_{sj})^2}{(x'_{si} - x'_{sj})^2 + (y'_{si} - y'_{sj})^2 + (z'_{si} - z'_{sj})^2}$, 为一个常数; $(x_{si}, y_{si}, z_{si}), (x_{sj}, y_{sj}, z_{sj})$ 为平面反射镜位于 M_1 处时计算得到的显示器坐标, $(x'_{si}, y'_{si}, z'_{si}), (x'_{sj}, y'_{sj}, z'_{sj})$ 为平面反射镜位于 M_2 处时计算得到的对应像素位置的显示器坐标。

设位置 M_1 与位置 M_2 在 z 方向上的距离为 d , 由几何关系推导可知, z_{c2}, z_{c1} 与 d 之间满足 $z_{c2} - z_{c1} = 2d$, 将该关系式代入(6)式整理化解得

$$x_{si}^2 + y_{si}^2 + z_{si}^2 - M_{ij}(x_{si}'^2 + y_{si}'^2 + z_{si}'^2) + 4dM_{ij}(z_{si}' - d) = 2(x_{si} - M_{ij}x_{si}')x_c + 2(y_{si} - M_{ij}y_{si}')y_c + 2(z_{si} - M_{ij}z_{si}' + 2dM_{ij})z_{c1} + (M_{ij} - 1)(x_c^2 + y_c^2 + z_{c1}^2) \quad (7)$$

由(7)式可知,当 $i = j$ 时,有

$$x_{sj}^2 + y_{sj}^2 + z_{sj}^2 - M_{ij}(x_{sj}'^2 + y_{sj}'^2 + z_{sj}'^2) + 4dM_{ij}(z_{sj}' - d) = 2(x_{sj} - M_{ij}x_{sj}')x_c + 2(y_{sj} - M_{ij}y_{sj}')y_c + 2(z_{sj} - M_{ij}z_{sj}' + 2dM_{ij})z_{c1} + (M_{ij} - 1)(x_c^2 + y_c^2 + z_{c1}^2) \quad (8)$$

由(7)式和(8)式可得:

$$x_{sj}^2 - x_{si}^2 + y_{sj}^2 - y_{si}^2 + z_{sj}^2 - z_{si}^2 + M_{ij}(x_{si}'^2 - x_{sj}'^2 + y_{si}'^2 - y_{sj}'^2 + z_{si}'^2 - z_{sj}'^2) = 2(x_{sj} - x_{si} + M_{ij}x_{si}' - M_{ij}x_{sj}')x_c + 2(y_{sj} - y_{si} + M_{ij}y_{si}' - M_{ij}y_{sj}')y_c + 2(z_{sj} - z_{si} + M_{ij}z_{si}' - M_{ij}z_{sj}')z_{c1} \quad (9)$$

由于显示器与平面反射镜平行放置,即 $z_{si} = z_{sj} = z'_{si} = z'_{sj}$, (9)式又可写为

$$x_{sj}^2 - x_{si}^2 + y_{sj}^2 - y_{si}^2 + M_{ij}(x_{si}'^2 - x_{sj}'^2 + y_{si}'^2 - y_{sj}'^2) = 2(x_{sj} - x_{si} + M_{ij}x_{si}' - M_{ij}x_{sj}')x_c + 2(y_{sj} - y_{si} + M_{ij}y_{si}' - M_{ij}y_{sj}')y_c \quad (10)$$

令系数

$$\begin{cases} I(x_s, y_s) = x_{sj}^2 - x_{si}^2 + y_{sj}^2 - y_{si}^2 + M_{ij}(x_{si}'^2 - x_{sj}'^2 + y_{si}'^2 - y_{sj}'^2) \\ \alpha(x_s, y_s) = 2(x_{sj} - x_{si} + M_{ij}x_{si}' - M_{ij}x_{sj}') \\ \beta(x_s, y_s) = 2(y_{sj} - y_{si} + M_{ij}y_{si}' - M_{ij}y_{sj}') \end{cases} \quad (11)$$

则(10)式可简化为

$$I(x_s, y_s) = \alpha(x_s, y_s)x_c + \beta(x_s, y_s)y_c. \quad (12)$$

最终得到的实际针孔相机坐标的计算公式为

$$\begin{bmatrix} x_c \\ y_c \end{bmatrix} = [\alpha(x_s, y_s) \quad \beta(x_s, y_s)]^{-1} I(x_s, y_s). \quad (13)$$

由此,将第一步中得到的显示器坐标代入(13)式,即可计算出实际针孔相机位置 C 的坐标,也可确定虚拟针孔相机位置 C_1, C_2 的坐标。

第三步 确定平面反射镜的位置,即计算被测面上对应反射点的坐标 (x_m, y_m) 。

设平面反射镜位于 M_1 处时对应的平面方程为

$$Ax + By + Cz + D = 0, \quad (14)$$

式中, A, B, C, D 为常数,且 A, B, C 不全为 0。由图 2 建立的坐标系知,平面反射镜所在平面位于 xoy 面上,垂直于 z 轴,所以该平面反射镜的平面方程为 $z=c$ (c 为常数),也即(14)式中的 $A=B=1, C=1, D$ 的值为平面反射镜位于 M_1 位置时对应的被测面位置与相机位置在 z 方向上的距离,该值可由系统标定得到。

设显示器上任意一点与虚拟相机坐标连线的直线参数方程为

$$\begin{cases} x_i = x_c + t(x_{si} - x_c) \\ y_i = y_c + t(y_{si} - y_c) \\ z_i = z_{c1} + t(z_{si} - z_{c1}) \end{cases}, \quad (15)$$

式中, (x_{si}, y_{si}, z_{si}) 为显示器上任一像素点 i 的坐标, (x_c, y_c, z_{c1}) 为虚拟针孔相机位置 C_1 的坐标。联立(14)和(15)式,可得到直线方程中的参数 t 的表达式为

$$t = \frac{Ax_c + By_c + Cz_{c1} + D}{A(x_c - x_{si}) + B(y_c - y_{si}) + C(z_{c1} - z_{si})}. \quad (16)$$

表 2 利用所提方法得到的针孔相机坐标

Table 2 Coordinate of pinhole camera obtained by proposed method

d / mm	Expected coordinate /mm	Coordinate by proposed method /mm	Error /mm
5	(104.9864, 0)	(104.9760, 2.7×10^{-11})	(0.0104, 2.7×10^{-11})
10	(104.9864, 0)	(104.9848, 5.7×10^{-12})	(0.0016, 5.7×10^{-12})
15	(104.9864, 0)	(104.9840, 1.4×10^{-12})	(0.0024, 1.4×10^{-12})
20	(104.9864, 0)	(104.9848, 5.2×10^{-13})	(0.0016, 5.2×10^{-13})
25	(104.9864, 0)	(104.9856, 2.1×10^{-12})	(0.0008, 2.1×10^{-12})

由表 1 和表 2 的模拟结果可知,利用所提方法计算得到的被测面坐标和针孔相机坐标与理论值很接近,且计算精度不依赖于平面镜两次放置位置间的距离 d ,该结果验证了该方法的可行性与计算公

将第一步得到的显示器坐标和第二步得到的相机坐标代入(16)式,得到参数 t 的值,然后将参数 t 的值代入(15)式得到显示器上任意一个像素点与虚拟相机坐标连线的直线与平面反射镜位于 M_1 处的平面方程的交点坐标,即被测面坐标 (x_m, y_m) 。同理,按上述过程也可求出平面反射镜位于 M_2 处被测面上各反射点的坐标。值得注意的是,将该方法应用于被测元件的面形检测时,只需将被测元件放置在 M_1 和 M_2 中的其中一个位置进行测量。

3 数值模拟

为了验证所提方法的正确性,在 Matlab 中,利用 Korsch 的光线追迹^[13-14]对该模型进行验证和分析。在模拟过程中,平面反射镜镜面为一理想平面,针孔相机的光轴与坐标系 z 轴间的夹角为 5° , CCD 相机上的像素大小为 $3.75 \mu\text{m}$,平面反射镜位于图 2 中 M_1 处时 z_{m2s} 和 z_{m2c} 均为 1200 mm,针孔相机位置 C 的坐标设为(104.9864, 0, 0),检测区域的大小为 $401 \text{ pixel} \times 401 \text{ pixel}$ 。

改变间距 d 并进行多组模拟,其中当 d 的值依次取 5, 10, 15, 20, 25, 30 mm 时,得到的被测面坐标误差和针孔相机坐标的误差结果分别如表 1 和表 2 所示。

表 1 利用所提方法得到的被测面坐标的均方根(RMS)误差

Table 1 Root mean square (RMS) errors of test surface coordinates obtained by proposed method

d / mm	RMS error	
	x / mm	y / mm
5	4.2×10^{-15}	1.5×10^{-15}
10	7.5×10^{-15}	1.4×10^{-15}
15	6.9×10^{-15}	2.7×10^{-15}
20	3.5×10^{-15}	1.5×10^{-15}
25	5.5×10^{-15}	2.9×10^{-15}

表 2 利用所提方法得到的针孔相机坐标

Table 2 Coordinate of pinhole camera obtained by proposed method

d / mm	Expected coordinate /mm	Coordinate by proposed method /mm	Error /mm
5	(104.9864, 0)	(104.9760, 2.7×10^{-11})	(0.0104, 2.7×10^{-11})
10	(104.9864, 0)	(104.9848, 5.7×10^{-12})	(0.0016, 5.7×10^{-12})
15	(104.9864, 0)	(104.9840, 1.4×10^{-12})	(0.0024, 1.4×10^{-12})
20	(104.9864, 0)	(104.9848, 5.2×10^{-13})	(0.0016, 5.2×10^{-13})
25	(104.9864, 0)	(104.9856, 2.1×10^{-12})	(0.0008, 2.1×10^{-12})

式的正确性。

4 实验研究

将该方法应用于 PMD 中,实验装置如图 3 所

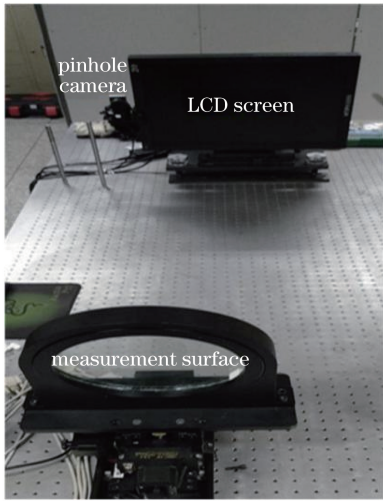


图 3 实验装置示意图

Fig. 3 Schematic of experimental setup

示。被测元件是一块圆形的窗玻璃,测量的有效半径约为 50 mm;实验中所使用的 CCD 针孔相机的

分辨率为 1296 pixel×966 pixel,其单个像素大小约为 3.75 μm;利用分辨率为 1200 pixel×1600 pixel、大小为 21.3 inch(1 inch=2.54 cm)的 LCD 来投影正弦条纹,并利用直径为 200 mm 的光学平晶作为平面反射镜进行实验标定。为了降低光学平晶的后表面反射对前表面标定结果的影响,实验中对其后表面进行了喷漆处理。

实验中被测面的初始位置(图 2 中位置 M_1)与相机位置在 z 方向上的距离 $z_{m2c} = 1145.69$ mm,然后将被测面依次向后平移三次进行测量(即记录三个 M_2 位置),每次平移的距离为 5 mm,得到的实验结果如表 3 所示,实验中针孔相机的参考坐标值是通过利用直线导轨和点光源显微镜对测试系统进行预标定得到的。图 4 为利用所提方法得到的被测面坐标与利用张氏标定法得到的被测面坐标的差值图,两种方法得到的被测面坐标是在被测窗玻璃处于 M_1 位置处得到的。其中 f_{RMS} 为 RMS 误差。

表 3 利用所提方法得到的针孔相机坐标的误差

Table 3 Errors of pinhole camera coordinates obtained by proposed method

d /mm	Expected coordinate /mm	Coordinate by proposed method /mm	Error /mm
5	(78.17,46.40)	(77.60,46.32)	(0.57,0.08)
10	(78.17,46.40)	(77.47,45.80)	(0.70,0.60)
15	(78.17,46.40)	(77.27,45.54)	(0.90,0.86)

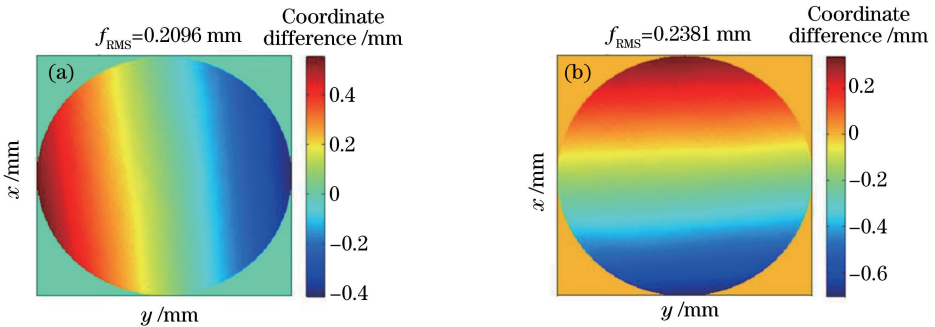


图 4 所提方法与张正友标定法得到的被测面坐标的差值。(a) x 方向;(b) y 方向

Fig. 4 Difference of surface coordinates obtained by proposed method and Zhang's calibration method.

(a) x direction; (b) y direction

由图 4 可知,所提方法计算得到的被测面坐标与张正友标定法得到的被测面坐标之间有一定的差异。在该 PMD 检测系统中,(1)式中各坐标参数存在的误差会对被测元件面形检测结果产生影响,Chen 等^[15]对此进行过全面的数值分析,分析可知由上述被测面坐标的标定误差引入的面形误差约为几十纳米。由表 3 的标定结果可以看出,所提方法计算得到的针孔相机的坐标与参考相机的坐标之间存在一定的差异,但该差异对最终面形的影响不大^[15]。

将实验中计算得到的针孔相机坐标、被测窗玻璃位于 M_1 处测量得到的被测面坐标和对应的显示器坐标代入(1)式,求出被测窗玻璃表面的斜率信息,通过 Zernike 多项式^[6]的波前重建算法重建出被测窗玻璃表面的面形。以干涉仪测量得到的被测窗玻璃的面形结果作为标准,对张正友标定法与所提方法得到的被测窗玻璃的面形结果进行对比,结果如图 5 所示。

由图 5 的测量结果可以看出,所提方法得到的面形结果和干涉仪测量结果的 PV(peak value)误差 f_{PV}

约为半个波长, $f_{\text{RMS}} \approx 100$ nm, 且上述三种方法得到的面形结果近似。由于实验中存在着较多误差因素的影响, 且测量过程中得到的各参数的值与实际值间

存在一定的误差, 二者的测量结果在数值上存在一定差异, 且对于口径为 100 mm 的元件, 所提方法的面形检测精度总体可控制在半个波长左右。

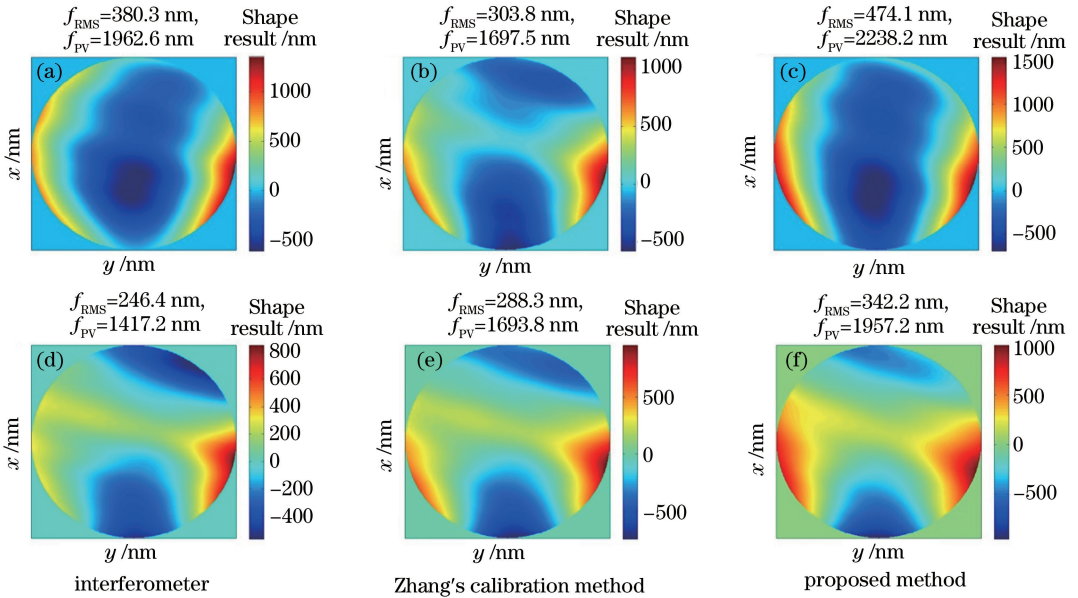


图 5 被测窗玻璃的面形测量结果对比。(a)~(c)去除 Zernike 多项式前 3 项的面形结果; (d)~(f)去除 Zernike 多项式前 4 项的面形结果

Fig. 5 Comparison of shape measurement results of measured window glass. (a)-(c) Shape results after removal of first three terms of Zernike polynomials; (d)-(f) shape results after removal of first four terms of Zernike polynomials

5 误差分析

该方法的数学模型是在 LCD 与平面反射镜镜面相互平行的基础上建立的, 且实验中搭建的测试系统与理论上可能存在一定的差别, 从而给相机和被测面坐标的计算结果带来一定的误差。经分析, 实验中可能出现的情况如下: 1) 显示器与平面反射镜镜面不是绝对平行; 2) 用于标定的平面反射镜镜面为非理想平面。对两种情况引入的误差进行模拟分析。在模拟过程中, 针孔相机相对于 z 轴间的倾角为 5° , CCD 相机上的像素大小为 $3.75 \mu\text{m}$, 平面反射镜位于图 2 中 M_1 处时 z_{m2s} 和 z_{m2c} 均为 1200 mm, 位置 M_1 与 M_2 的间距 d 为 5 mm, 计算区域的大小为 $401 \text{ pixel} \times 401 \text{ pixel}$ 。

针对第一种情况, 因实验中使用的调整装置的精度可控制在 $-100 \sim 100 \mu\text{rad}$ 范围内, 当显示器与反射镜所在平面间的倾角为 $\pm 100 \mu\text{rad}$ 时, 模拟结果表明: 利用所提方法计算得到的相机坐标在 x 和 y 方向上的计算误差分别约为 0.0208 mm 和 0.0013 mm; 模拟得到的被测面坐标在 x 方向上的 f_{PV} 和 f_{RMS} 分别约为 0.0879 mm 和 0.0174 mm, 在 y 方向上的 f_{PV} 和 f_{RMS} 分别约为 0.0936 mm 和

0.0175 mm。由此可见, 该相机和被测面坐标的标定误差对被测元件的重建面形结果影响不大^[15]。

针对第二种情况, 因实验中用于标定的光学平晶的面形误差为 $0.03 \sim 0.05 \mu\text{m}$, 当理想平面中引入约 $3 \mu\text{m}$ 的面形误差时, 模拟结果表明: 利用所提方法计算得到的相机坐标在 x 和 y 方向上的计算误差分别约为 0.017 mm 和 0.0031 mm; 模拟得到的被测面坐标在 x 方向上的 f_{PV} 和 f_{RMS} 分别约为 0.1254 mm 和 0.0362 mm, 在 y 方向上的 f_{PV} 和 f_{RMS} 分别约为 0.1346 mm 和 0.0358 mm。由此可见, 该相机和被测面坐标的标定误差对被测元件重建面形的影响可以忽略^[15]。

综上所述, 上述两种情况下引入的误差对被测元件重建面形结果的影响可以忽略。该结果表明, 在实验中, 利用所提方法得到的被测元件的重建面形误差主要是由测试系统的系统误差过大导致的。

6 结 论

提出了一种计算偏折术中相机和被测面坐标的方法。将平面反射镜作为标定元件, 根据光线反射的几何关系和相似三角形的性质, 推导出了利用显示器坐标计算相机坐标的计算公式, 并利用光线方

向和被侧面方程, 追迹得到了被测面的坐标。模拟证明了该计算方法的正确性。实验中, 将该方法应用于 PMD, 对一块圆形的窗玻璃进行了检测, 该方法得到的最终检测结果与干涉仪和张正友标定法检测得到的结果近似, 验证了所提方法的可行性和正确性。

参 考 文 献

- [1] Neil I A. High-performance wide-angle objective lens systems with internal close-focusing optics and multiple aspheric surfaces for the visible waveband [J]. Proceedings of SPIE, 1996, 2774: 216-243.
- [2] Huang X, Uffelman E, Cossairt O, *et al.* Computational imaging for cultural heritage: recent developments in spectral imaging, 3-D surface measurement, image relighting, and X-ray mapping [J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2016, 33 (5): 130-138.
- [3] Malacara D. Optical shop testing[M]. 3rd ed. New Jersey: John Wiley & Sons, Inc. 2006.
- [4] Knauer M C, Kaminski J, Hausler G. Phase measuring deflectometry: a new approach to measure specular free-form surfaces[J]. Proceedings of SPIE, 2004, 5457: 366-377.
- [5] E K W, Li D H, Li M Y, *et al.* Study on the surface shape measurement of planar element based on slope sensor method [J]. Acta Optica Sinica, 2014, 34 (s1): s112004.
鄂可伟, 李大海, 李萌阳, 等. 基于斜率传感的平面元件面形检测技术研究 [J]. 光学学报, 2014, 34 (s1): s112004.
- [6] Noll R J. Zernike polynomials and atmospheric turbulence [J]. Journal of the Optical Society of America, 1976, 66(3): 207-211.
- [7] Wang Z Y, Han B. Advanced iterative algorithm for phase extraction of randomly phase-shifted interferograms[J]. Optics Letters, 2004, 29(14): 1671-1673.
- [8] Liu C, Liu X P, Xu Z H, *et al.* Mirror-based flexible one-step calibration method of light-sectioning system for surface topography[J]. Applied Optics, 2018, 57 (20): 5583-5590.
- [9] Wu Y X, Yue H M, Pan Z P, *et al.* A calibration method for fringe reflection technique based on the analytical phase-slope description [J]. Optics Communications, 2018, 414: 45-51.
- [10] Zhang Z. A flexible new technique for camera calibration [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2000, 22(11): 1330-1334.
- [11] Olesch E, Faber C, Häusler G. Deflectometric self-calibration for arbitrary specular surface [J]. Proceedings of DGao, 2011: 0287-2011-A003-2.
- [12] Xu Y J, Gao F, Zhang Z H, *et al.* A holistic calibration method with iterative distortion compensation for stereo deflectometry[J]. Optics and Lasers in Engineering, 2018, 106: 111-118.
- [13] Korsch D, Hunter W R. Reflective optics [J]. Proceedings of SPIE, 1991, 3.
- [14] Korsch D. Reflective optics [M]. Cambridge: Academic Press, 1991.
- [15] Chen P Y, Li D H, Wang Q H, *et al.* A method of sub-aperture slope stitching for testing flat element based on phase measuring deflectometry[J]. Optics and Lasers in Engineering, 2018, 110: 392-400.