

非线性光子晶体中的非线性衍射高阶次谐波

马博琴*, 李黄佳

中国传媒大学理工学部, 北京 100024

摘要 提出一种在非线性光子晶体中实现非线性衍射高阶次谐波的方案。基于观察到的多个锥形四次谐波, 理论分析了实现五次谐波和六次谐波的可行性。当仅有一种激光光束入射到非线性光子晶体中时, 可观察到红、绿和蓝锥形光的同时输出, 这可为环形三基色、连续环形谐波以及环形白色光源的实现提供参考。其中, 蓝色锥形光波可能源于有倒易矢量参与的级联五次非线性衍射谐波过程。同一基频波长下非线性切伦科夫五次谐波的辐射锥角均大于低阶次谐波的辐射角, 且不同基频波长下的非线性切伦科夫五次谐波存在最小的辐射锥角。当入射基频波长为 3319.5 nm 时, 五次谐波中 e 光的形成过程为非线性布拉格衍射, 这可为六次非线性衍射谐波的产生提供有利条件。

关键词 非线性光学; 高阶次谐波; 非线性光子晶体; 非线性衍射; 分形超晶格结构; 非线性切伦科夫辐射

中图分类号 O437

文献标识码 A

doi: 10.3788/CJL201946.0208001

High-Order Nonlinear Diffraction Harmonics in Nonlinear Photonic Crystals

Ma Boqin*, Li Huangjia

Faculty of Science and Engineering, Communication University of China, Beijing 100024, China

Abstract A scheme for realizing high-order nonlinear diffraction harmonics in a nonlinear photonic crystal is described. Based on the multiple conical fourth-order harmonics observed, the feasibility of realizing the fifth-order and sixth-order harmonics via nonlinear diffraction is theoretically analyzed. The simultaneous generation of red, green, and blue conical harmonics is observed under only one input laser beam, which is beneficial to the realization of three primary colors, continuous harmonics and even ring white light sources. The blue conical output harmonics may be attributed to the cascaded nonlinear diffraction process of fifth-order harmonic involving the reciprocal vectors. Under the same fundamental wavelength, the conical angle of the fifth-order nonlinear Čerenkov harmonic is always larger than those of the other lower-order harmonics. Moreover, there always exists a minimum conical angle for the fifth-order nonlinear Čerenkov harmonics under different input wavelengths. When the input fundamental wavelength is 3319.5 nm, the generation process for the fifth-order harmonic e light is corresponding to nonlinear Bragg diffraction, which is helpful for the effective generation of a sixth-order nonlinear diffraction harmonic.

Key words nonlinear optics; high-order harmonics; nonlinear photonic crystal; nonlinear diffraction; fractal superlattice structure; nonlinear Čerenkov diffraction

OCIS codes 190.2620; 160.4330; 050.1940

1 引言

准相位匹配技术的概念由 Armstrong 等^[1]于 1962 年提出, 该技术可在介质特定区域进行畴反转, 借助其倒空间中的倒易矢量来弥补波矢失配, 实现高效的谐波输出。但由于当时微电子技术的限

制, 准相位匹配技术直到 20 世纪 90 年代才得以在实验方面实现^[2]。采用外加高压脉冲电场的方法在介质的预定区域内获得畴反转, 此介质样品称为非线性光子晶体。由此, 利用准相位匹配技术, 可满足该类晶体中非线性谐频过程中的动量守恒条件。鉴于准相位匹配技术优于常规的双折射相位匹配技

收稿日期: 2018-07-31; 修回日期: 2018-10-01; 录用日期: 2018-10-24

基金项目: 中国传媒大学校级工科规划项目(3132017XNG1709, 2018CUCTJ043)

* E-mail: maboqin@cuc.edu.cn

术,非线性光子晶体中的准相位匹配谐频受到国内外科研人员的广泛关注,涉及一维和二维超晶格结构、铌酸锂和钽酸锂等不同介质材料,以及二倍频、三倍频等不同级次谐波^[3-10]。近年来,人们发现在非线性光子晶体中利用准相位匹配技术可实现连续谐频的输出,为连续激光光源的制备提供了思路^[11-12]。此外,20世纪90年代后期,人们开始关注非线性光子晶体中新的光学特性测量,将高能物理领域的切伦科夫辐射概念引进到非线性光学领域,提出了非线性切伦科夫辐射。由于非线性光子晶体能够提供丰富的倒易矢量,非线性光子晶体中各种类型的非线性衍射谐频成为人们近年来关注的焦点之一^[13-37]。其中,Zhang等^[13]在二维六角形超晶格结构的钽酸锂非线性光子晶体波导中实现了纳秒激光脉冲的准相位匹配切伦科夫辐射谐频输出,Saltiel等^[14-18]在二维环形周期超晶格结构的钽酸锂非线性光子晶体中实现了皮秒激光脉冲的非线性布拉格衍射谐频,以及两束入射皮秒激光的谐频输出等。随后,对非线性光子晶体以及波导中非线性衍射的研究大量涌现,涉及不同激光脉冲、三倍频、与倒易矢量相关的非线性衍射过程等。本文介绍了二维分形超晶格结构的铌酸锂非线性光子晶体中的非线性衍射谐波输出,对不同研究小组在非线性过程中采用的实验参数进行了对比,提出了非线性衍射高次谐波的实验条件。从实验方面看,在非线性光子晶体中,实现了不同种类的非线性二次谐波、三次谐波和四次谐波,为实现更高阶次谐波提供参考。从理论方面看,计算了不同基频波长下的五次非线性切伦科夫辐射,分析了级联六次非线性衍射谐波的生成条件。这些结果为连续非线性衍射谐波、环形三基色,甚至白色环形光源的实现提供参考。

2 实验参数和理论模型

非线性光子晶体与激光之间的非线性相互作用研究主要涉及晶体类型、超晶格结构、激光参数,以及光学特性等方面^[13-35]。从晶体方面来看,实验原材料主要采用铌酸锂和钽酸锂晶体,以及掺杂 MgO 的铌酸锂晶体等。非线性光子晶体的超晶格结构包括一维和二维结构,例如正方形、矩形和环形周期结构,准周期结构,短程序结构或分形结构等。就激光束而言,入射到晶体中的激光束多采用单一的线偏

振光束垂直入射,部分研究采用双光束激光以及不同的偏振光入射。其中,对于不同的光学特性研究,入射激光可沿晶体的 z 轴、 x 或 y 轴入射。激光脉冲的脉宽有纳秒、皮秒和飞秒三个量级,主要通过飞秒脉宽的激光入射来获得高次谐波。此外,非线性光子晶体的光学特性研究包括准相位匹配谐频和非线性衍射谐频两大方面,而高阶谐频的获取则需要更高的激光强度。

脉冲激光的参数主要包括脉冲宽度 τ 、脉冲重复频率 ν 、单个脉冲能量 E 、峰值功率 P 、平均功率 \bar{P} 、激光峰值强度 I 、光斑面积 S 等。它们之间的定量关系为

$$I = \frac{P}{S} = \frac{E/\tau}{S} = \frac{\bar{P}/\nu}{\tau \cdot S} \quad (1)$$

不同研究小组进行非线性衍射谐频实验时所采用的激光参数如表 1 所示。由(1)式可知,可通过增加入射激光脉冲的能量、功率,或降低脉冲重复频率,或减小聚焦光斑面积,甚至减小脉冲宽度等来提高峰值强度,从而提高谐波的输出效率。因此,需要较高的入射激光峰值强度来产生高效的高级次谐波。

从表 1 可知,Saltiel等^[14-18]在非线性光子晶体中进行非线性衍射二次谐波实验时,所采用的入射基频光束包括飞秒脉宽或皮秒脉宽。对于飞秒激光而言,其脉冲宽度为 140 fs,脉冲能量约为 $3 \mu\text{J}$ ^[14-15];而对于皮秒激光而言,其脉冲宽度约为 10 ps,脉冲能量为 1 mJ ^[16-18]。因此,上述两种入射基频光束所对应的激光峰值强度分别约为 $100 \text{ GW}/\text{cm}^2$ 和 $80 \text{ GW}/\text{cm}^2$ 。Sheng等^[22,24]在二维非线性光子晶体中观察到非线性切伦科夫或拉曼-奈斯三倍频辐射,其入射激光参数如下:脉冲宽度为 150 fs,脉冲重复频率为 250 Hz,激光峰值强度为 $60 \text{ GW}/\text{cm}^2$ 。Chen等^[30]在钽酸锂晶体中采用脉冲能量为 $100 \mu\text{J}$ 的纳秒脉冲激光,实现了级联三倍频的输出。Li等^[32]采用激光峰值强度为 $3.8 \text{ TW}/\text{cm}^2$ 的飞秒脉冲激光束,实现了多种二倍频和三倍频的输出。

综上所述,要想实现非线性衍射谐频,需要脉冲激光的峰值强度为 GW/cm^2 量级,为了实现高效高阶次谐波输出,该峰值强度可高达 TW/cm^2 量级。本研究采用高能量的飞秒激光脉冲作为入射基频光束,其激光峰值强度约为 $3 \text{ TW}/\text{cm}^2$ ^[36]。

表 1 不同非线性衍射谐波实验的参数

Table 1 Experimental parameters for generation of various nonlinear diffraction harmonics

Method in Ref.	Superlattice structure	Crystal type	Fundamental laser intensity	Input direction	Nonlinear diffraction	Harmonic	Shape of harmonic
[14]	Circular periodic array	LiTaO ₃	100 GW/cm ²	<i>z</i>	Bragg	Second-	Conical
[16]	One-dimensional periodic	LiNbO ₃	80 GW/cm ²	<i>z</i>	Raman-Nath Čerenkov	Second- Second-	Spot Spot
[22]	Two-dimensional short-range ordered	LiNbO ₃	60 GW/cm ²	<i>z</i>	Čerenkov	(Cascaded) Third-	Conical
[24]	Two-dimensional circular periodic	LiTaO ₃	60 GW/cm ²	<i>z</i>	Raman-Nath	(Cascaded) Third-	Conical
[29]	Two-dimensional hexagonally periodic	LiTaO ₃ waveguide	—	<i>x</i>	Quasi-phase matched Čerenkov	Second-	Spot
[30]					Čerenkov	Second-	Spot or arc
[33]	Radially poled	LiTaO ₃	3.8 TW/cm ²	<i>z</i>	Čerenkov	(Cascaded) Second- and third-	Conical

此外,要想实现高效的高阶次谐波,非线性光子晶体的倒空间中还需具有非常丰富的倒易矢量,以此来弥补非线性过程中的波矢失配量。二维谢尔宾斯基分形超晶格结构具有自相似的特点,能够提供大小不等的倒易矢量,以满足非线性过程中的动量守恒条件。图 1 所示为二维谢尔宾斯基分形超晶格结构铌酸锂非线性光子晶体倒空间中的倒易矢量分布,设 G_0 为基本倒易矢量,其大小为 2 个相邻衍射强点之间的距离。采用 3 级分形超晶格结构,其倒易矢量分布具有 1/3、2/3 的倍数特征,意味着在两个相邻衍射强点之间分布着 2 个三等分点(图 1 的圆形),这使得分形结构中存在 $G_0/3$ 、 $2G_0/3$ 、 $G_0 + G_0/3$ 、 $G_0 + 2G_0/3$ 、 $2G_0 + 2G_0/3$ 等倒易矢量。在上述间距为 $G_0/3$ 的两个相邻衍射点之间也分布着 2 个三等分点,即九等分点(图 1 的矩形),这使得分形

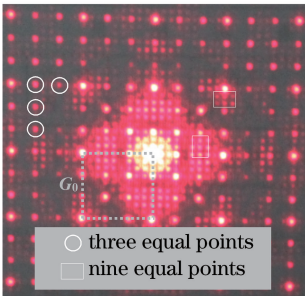


图 1 二维谢尔宾斯基分形倒空间中的倒易矢量分布

Fig. 1 Distribution of reciprocal lattice vectors in reciprocal space of two-dimensional Sierpinski fractal superlattice

结构中存在 $G_0/9$ 、 $G_0/9 + G_0/3$ 、 $G_0/9 + G_0$ 、 $2G_0/9$ 、 $2G_0/9 + G_0/3$ 、 $2G_0/9 + G_0$ 等倒易矢量。以此类推,分形级数越高,存在的倒易矢量越丰富,且倒易矢量之间的差距也越小。例如,当分形超晶格结构为 4 级时,倒易矢量分布包括 $0.037G_0$ 、 $0.074G_0$ 、 $0.111G_0$ 、 $0.148G_0$ 、 $0.185G_0$ 等。相邻倒易矢量间的差距可小至 $0.037G_0$,即 $G_0/27$,这有助于实现激光连续谐波的输出。

3 实验测量与理论分析

在二维谢尔宾斯基分形超晶格结构的铌酸锂非线性光子晶体中,采用飞秒脉冲激光入射,可输出基频波长约为 1997 nm 的二次谐波、三次谐波、四次谐波等锥形谐波^[36]。入射激光脉冲的宽度为 100 fs、能量为 30 μ J、频率为 0.5 kHz,经透镜聚焦后,其直径为 120 μ m。激光束的平均功率为 15 mW,峰值功率密度为 2.65 TW/cm²。实验图片采用 Canon 相机拍摄,具有二维谢尔宾斯基分形超晶格结构的 LiNbO₃ 非线性光子晶体中的非线性衍射谐波如图 2 所示,其中,红色环为非线性切伦科夫三倍频锥形光束,绿色外环为非线性切伦科夫四倍频锥形光束。所产生的非线性衍射谐波均为锥形光波,体现为图 2 中位于同一环形的 6 个对称部分,其源于铌酸锂晶体的六角对称性,即 3m 群。波长为 998.5 nm 的二次谐波由非线性切伦科夫衍射产生,晶体外部的输出角度为 23.82°;波长为 665.7 nm 的

红色三次谐波(图 2 中的红环)由非线性布拉格衍射产生,晶体外部的输出角度为 36.75° 。此外,在黑暗的背景下可以观测到 3 种清晰的四次谐波锥形光束,晶体外部的输出角度分别为 53.48° 、 14.21° 和 36.5° ,均为 499 nm 波长的绿色四次谐波,它们的强度依次递减,且前者输出强度明显强于后两者。可证明,输出角度为 53.48° 的四次谐波(图 2 中的绿环)来自非线性切伦科夫衍射,而后两者来自基于上述三次谐波的级联非线性过程,且两种过程中所采用的倒易矢量不同。值得注意的是,在绿色四次谐波的外围观察到了蓝色的锥形光束,它们也分布在同一环形上,即锥形谐波。由此可见,在单束激光入射到铌酸锂非线性光子晶体时,可实现红外以及红、绿和蓝锥形谐波的同时输出,有利于环形白光光源的实现。

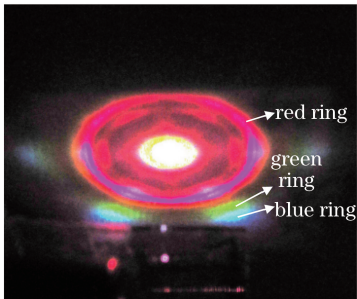


图 2 具有二维谢尔宾斯基分形超晶格结构的 LiNbO_3 非线性光子晶体中的非线性衍射谐波

Fig. 2 Nonlinear diffraction harmonics in LiNbO_3 nonlinear photonic crystal with two-dimensional Sierpinski fractal superlattice

上述四次谐波的三种获得方式为五次谐波的生成提供了研究思路。本研究将重点从理论上分析五次谐波产生方案的可行性,包括直接非线性衍射过程、采用倒易矢量进行相位匹配的级联非线性衍射过程。

利用非线性切伦科夫辐射的概念,理论计算了铌酸锂非线性光子晶体中不同波长下直接非线性衍射谐波寻常光(o光)和非常光(e光)的散射角,如图 3 所示。灰色、红色、绿色和蓝色线分别对应不同基频波长下的非线性切伦科夫二次、三次、四次和五次谐波的输出锥角;图 3(a)和图 3(b)分别对应晶体外部和内部的辐射锥角;实线和虚线分别与晶体中的 o 光和 e 光对应。图 3 所示的数据点是实验中观测到的结果,当入射波长为 1997 nm 时,在外部角度为 23.82° 、 36.75° 和 53.48° 的位置观测到了二次、三次和四次锥形谐波的输出(图 3 中的竖线 1 处)。

可见,理论结果和实验结果吻合得非常好,说明利用此理论计算五次谐波具有可行性。蓝色曲线代表非线性切伦科夫五次谐波,随着入射波长的改变,其辐射锥角的分布类似于其他低阶次谐波。由此可知,不同基频波长下的非线性切伦科夫辐射的锥角存在以下几个特点:1)对于同一基频波长而言,随着谐波阶次的增加,o光和e光的辐射锥角逐渐增大;2)随着基频波长的增大,不同阶次间的辐射锥角差距逐渐变小;3)同一阶次的谐波过程存在辐射锥角的最小值,该值随着谐波阶次的增加而增大。在最小锥角两侧,两种波长可能对应于同一个锥角,这意味着在同一位置,两种不同波长的同一阶次谐波出现重叠。o光和e光具有各自的最小锥角,由五次谐波曲线可知,o光的最小外部锥角约为 49° ,相应的入射基频波长为 3400 nm ;e光的最小外部锥角约为 46° ,相应的入射基频波长为 3392 nm 。当然,同一位置也可能出现不同波长不同阶次谐波的重叠。例如,采用多光束同时入射时,在外部锥角约为 53.48° 处(图 3 中的横线处) 1420 nm 的三次谐波、 1997 nm 的四次谐波和 2700 nm 的五次谐波发生重叠。此外,当入射波长为 2160 nm 时,可在晶体外部约 34.5° 、 47.8° 和 70° 处生成 720 nm 的红色三次谐波、 540 nm 的绿色四次谐波和 432 nm 的蓝色五次谐波(图 3 中的竖线 2 处)。上述结果有助于环形三色的产生,进而合成环形白光光源。

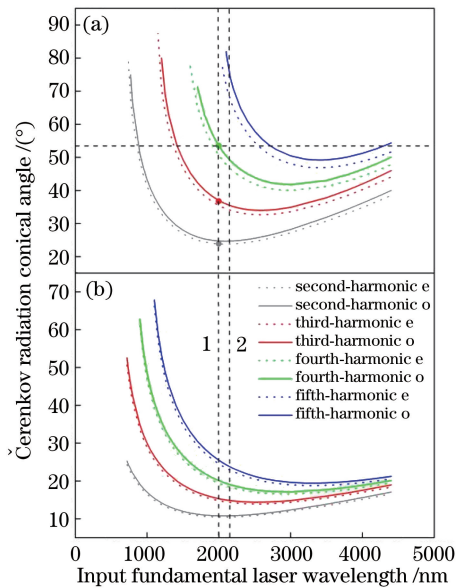


图 3 不同基频波长下的非线性切伦科夫辐射锥角。
(a)外部;(b)内部

Fig. 3 Conical angles of nonlinear Čerenkov radiation under different fundamental wavelengths.
(a) External; (b) internal

由图 3 可知,当入射波长为 1997 nm 时,在晶体内部约 25°的锥角方向上可以实现直接的非线性切伦科夫辐射五次谐波。通过计算可知,所产生的 o 光谱波来自非线性布拉格过程,即在横向和纵向上同时满足动量守恒。其中,横向的相位匹配过程中的倒易矢量为 $(35+2/3+1/9)\mathbf{G}_0$ 。但是,当所产生的 399.4 nm 五次谐波沿内部角度 $\theta=25^\circ$ 传输到晶体界面时,根据光束折射定律计算可知,该五次谐波只有反射光,而没有折射光束产生,即发生了全反射现象(图 4),这就解释了为什么在实验中晶体后面放置的接收屏上没有观察到五次谐波的输出。此外,五次谐波的转换效率较低,以及其波长位于可见光边缘均会造成其输出不明显。显然,图 2 中最外围的蓝光并不是来源于直接的切伦科夫辐射。蓝光锥形光束的产生可能源于有倒易矢量参与的级联非线性衍射五次谐波过程,这类似于实验中第 4 和第 5 号四倍频的产生原理^[36]。本研究将继续对非线性衍射五次谐波进行深入的实验和理论研究。考虑到飞秒参量放大器的波长输出范围、铌酸锂晶体的参数等因素的影响,实验可选取的入射基频波长为 3200 nm 和 3600 nm,两束五次谐波 e 光的外部锥角均约为 47°,而 o 光的外部锥角均约为 49.4°。由此可见,波长分别为 640 nm 和 720 nm 的两束五次谐波可在同一位置叠加,为锥形白光光源的形成提供了研究思路。当然,上述结果有助于通过光波折射率和传输角度的结合来主动控制光束的传输。

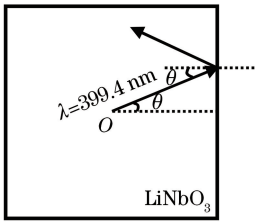


图 4 铌酸锂非线性光子晶体中直接的非线性切伦科夫辐射五次谐波的光束传播路线

Fig. 4 Transportation route of direct fifth-order nonlinear Čerenkov harmonic in LiNbO_3 nonlinear photonic crystal

下面,考虑上述非线性切伦科夫五次谐波能否为级联六次谐波的实现提供条件。在低阶次谐波产生过程中,动量不仅在纵向方向满足动量守恒,在横向方向上也满足动量守恒,即此过程为非线性布拉格衍射。这不同于非线性切伦科夫和非线性拉曼-奈斯衍射只分别在纵向和横向上满足守恒条件。因

此,通过非线性布拉格衍射更容易实现级联高阶次锥形谐波。在铌酸锂非线性光子晶体中,基于其材料的通光范围,以及利于高效谐波产生的低阶倒易矢量可提高五次谐波的转换效率,本研究选择的入射光波长为 3319.5 nm。由图 3 所示的纵向满足动量守恒的非线性切伦科夫辐射可知,其五次谐波 e 光和 o 光的外部辐射角分别为 46.9°和 49.2°。此时,晶体内部 e 光和 o 光的横向偏离距离分别为 $|15\mathbf{G}_0|$ 和 $|15.56\mathbf{G}_0|$ 。其中,e 光的产生过程在横向上也满足动量守恒定律,即非线性拉曼-奈斯辐射。因此,e 光产自非线性布拉格衍射过程,这有助于六次谐波的产生。对于 o 光而言,倒易矢量 $15.56\mathbf{G}_0$ 可由 $(15+1/3+2/9)\mathbf{G}_0$ 或 $(15+2/3-1/9)\mathbf{G}_0$ 来获得。可见,非线性切伦科夫五次谐波可为级联六次谐波的实现提供前提条件。

4 结 论

利用二维谢尔宾斯基分形铌酸锂非线性光子晶体,可在实验中观察到多种四次谐波的锥形光波输出,实验结果与构建的理论模型计算结果相吻合。理论计算了晶体中不同入射基频光束下的非线性切伦科夫辐射五次谐波的产生条件,实验中观察到的锥形蓝光可能源于有倒易矢量参与的级联非线性衍射五次谐波的非线性过程。当入射波长为 2160 nm 时,可在晶体外部角度约 34.5°、47.8°和 70°位置处生成 720 nm 的红色三次谐波、540 nm 的绿色四次谐波和 432 nm 的蓝色五次谐波。当仅有一种激光光束入射时,能够观察到环形红光、绿光和蓝光的同时输出,这有利于高阶次谐波的形成,为连续的环形白色光源、新型光源的产生提供参考。此外,在外部锥角为 47°的位置处,可形成波长分别为 3200 nm 和 3600 nm 的五次谐波 e 光,而在约 49.4°处生成了两者的五次谐波 o 光。基于非线性衍射五次谐波的研究,说明通过级联非线性过程可实现 3319.5 nm 的六次谐波。

参 考 文 献

- [1] Armstrong J A, Bloembergen N, Ducuing J, *et al.* Interactions between light waves in a nonlinear dielectric[J]. *Physical Review*, 1962, 127(6): 1918-1939.
- [2] Fejer M M, Magel G A, Jundt D H, *et al.* Quasi-phase-matched second harmonic generation: tuning and tolerances [J]. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, 1992, 28(11): 2631-2654.

- [3] Yamamoto K, Mizuuchi K, Kitaoka Y, *et al.* Highly efficient quasi-phase-matched second-harmonic generation by frequency doubling of a high-frequency superimposed laser diode [J]. *Optics Letters*, 1995, 20(3): 273-275.
- [4] Zhu S N, Zhu Y Y, Yang Z J, *et al.* Second-harmonic generation of blue light in bulk periodically poled LiTaO₃ [J]. *Applied Physics Letters*, 1995, 67(3): 320-322.
- [5] Yoo S J B, Bhat R, Caneau C, *et al.* Quasi-phase-matched second-harmonic generation in AlGaAs waveguides with periodic domain inversion achieved by wafer-bonding [J]. *Applied Physics Letters*, 1995, 66(25): 3410-3412.
- [6] Paul A, Bartels R A, Tobey R, *et al.* Quasi-phase-matched generation of coherent extreme-ultraviolet light [J]. *Nature*, 2003, 421(6918): 51-54.
- [7] Gu B Y, Dong B Z, Zhang Y, *et al.* Enhanced harmonic generation in aperiodic optical superlattices [J]. *Applied Physics Letters*, 1999, 75(15): 2175-2177.
- [8] Uesu Y, Yokota H, Kawado S, *et al.* Three-dimensional observations of periodically poled domains in a LiTaO₃ quasiphase matching crystal by second harmonic generation tomography [J]. *Applied Physics Letters*, 2007, 91(18): 182904.
- [9] Ni P G, Ma B Q, Wang X H, *et al.* Second-harmonic generation in two-dimensional periodically poled lithium niobate using second-order quasiphase matching [J]. *Applied Physics Letters*, 2003, 82(24): 4230-4232.
- [10] Ma B Q, Wang T, Sheng Y, *et al.* Quasiphase matched harmonic generation in a two-dimensional octagonal photonic superlattice [J]. *Applied Physics Letters*, 2005, 87(25): 251103.
- [11] Chen B Q, Ren M L, Liu R J, *et al.* Simultaneous broadband generation of second and third harmonics from chirped nonlinear photonic crystals [J]. *Light: Science & Applications*, 2014, 3(7): e189.
- [12] Park H, Camper A, Kafka K, *et al.* High-order harmonic generations in intense MIR fields by cascade three-wave mixing in a fractal-poled LiNbO₃ photonic crystal [J]. *Optics Letters*, 2017, 42(19): 4020-4023.
- [13] Zhang Y, Qi Z, Wang W, *et al.* Quasi-phase-matched Čerenkov second-harmonic generation in a hexagonally poled LiTaO₃ waveguide [J]. *Applied Physics Letters*, 2006, 89(17): 171113.
- [14] Saltiel S M, Neshev D N, Fischer R, *et al.* Generation of second-harmonic conical waves via nonlinear Bragg diffraction [J]. *Physical Review Letters*, 2008, 100(10): 103902.
- [15] Saltiel S M, Neshev D N, Fischer R, *et al.* Generation of second-harmonic Bessel beams by transverse phase-matching in annular periodically poled structures [J]. *Japanese Journal of Applied Physics*, 2008, 47(8): 6777-6783.
- [16] Saltiel S M, Neshev D N, Krolikowski W, *et al.* Multiorder nonlinear diffraction in frequency doubling processes [J]. *Optics Letters*, 2009, 34(6): 848-850.
- [17] Saltiel S M, Sheng Y, Voloch-Bloch N, *et al.* Čerenkov-type second-harmonic generation in two-dimensional nonlinear photonic structures [J]. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, 2009, 45(11): 1465-1472.
- [18] Saltiel S M, Neshev D N, Krolikowski W, *et al.* Nonlinear diffraction from a virtual beam [J]. *Physical Review Letters*, 2010, 104(8): 083902.
- [19] Sheng Y, Saltiel S M, Krolikowski W, *et al.* Čerenkov-type second-harmonic generation with fundamental beams of different polarizations [J]. *Optics Letters*, 2010, 35(9): 1317-1319.
- [20] Wang W J, Sheng Y, Kong Y F, *et al.* Multiple Čerenkov second-harmonic waves in a two-dimensional nonlinear photonic structure [J]. *Optics Letters*, 2010, 35(22): 3790-3792.
- [21] Shapira A, Arie A. Phase-matched nonlinear diffraction [J]. *Optics Letters*, 2011, 36(10): 1933-1935.
- [22] Sheng Y, Wang W J, Shiloh R, *et al.* Čerenkov third-harmonic generation in $\chi^{(2)}$ nonlinear photonic crystal [J]. *Applied Physics Letters*, 2011, 98(24): 241114.
- [23] Sheng Y, Roppo V, Kong Q, *et al.* Tailoring Čerenkov second-harmonic generation in bulk nonlinear photonic crystal [J]. *Optics Letters*, 2011, 36(13): 2593-2595.
- [24] Sheng Y, Wang W J, Shiloh R, *et al.* Third-harmonic generation via nonlinear Raman-Nath diffraction in nonlinear photonic crystal [J]. *Optics Letters*, 2011, 36(16): 3266-3268.
- [25] Kalinowski K, Kong Q, Roppo V, *et al.* Wavelength and position tuning of Čerenkov second-harmonic generation in optical superlattice [J]. *Applied Physics Letters*, 2011, 99(18): 181128.
- [26] Wang W J, Sheng Y, Roppo V, *et al.* Enhancement of nonlinear Raman-Nath diffraction in two-dimensional optical superlattice [J]. *Optics Express*, 2013, 21(16): 18671-18679.
- [27] Roppo V, Kalinowski K, Sheng Y, *et al.* Unified approach to Čerenkov second harmonic generation

- [J]. Optics Express, 2013, 21(22): 25715-25726.
- [28] Karpinski P, Chen X, Shvedov V, *et al.* Nonlinear diffraction in orientation-patterned semiconductors [J]. Optics Express, 2015, 23(11): 14903-14912.
- [29] Zhang Y, Gao Z D, Qi Z, *et al.* Nonlinear Čerenkov radiation in nonlinear photonic crystal waveguides [J]. Physical Review Letters, 2008, 100 (16): 163904.
- [30] Chen C D, Lu J, Liu Y H, *et al.* Čerenkov third-harmonic generation via cascaded $\chi^{(2)}$ processes in a periodic-poled LiTaO₃ waveguide[J]. Optics Letters, 2011, 36(7): 1227-1229.
- [31] Huang H, Huang C P, Zhang C, *et al.* Second-harmonic generation in a periodically poled congruent LiTaO₃ sample with phase-tuned nonlinear Čerenkov radiation[J]. Applied Physics Letters, 2012, 100 (2): 022905.
- [32] Li H X, Mu S Y, Xu P, *et al.* Multicolor Čerenkov conical beams generation by cascaded- $\chi^{(2)}$ processes in radially poled nonlinear photonic crystals[J]. Applied Physics Letters, 2012, 100(10): 101101.
- [33] Ren H J, Deng X W, Zheng Y L, *et al.* Nonlinear Čerenkov radiation in an anomalous dispersive medium [J]. Physical Review Letters, 2012, 108 (22): 223901.
- [34] An N, Zheng Y L, Ren H J, *et al.* Conical second harmonic generation in one-dimension nonlinear photonic crystal[J]. Applied Physics Letters, 2013, 102(20): 201112.
- [35] Ren H J, Deng X W, Zheng Y L, *et al.* Enhanced nonlinear Čerenkov radiation on the crystal boundary [J]. Optics Letters, 2013, 38(11): 1993-1995.
- [36] Ma B Q, Kafka K, Chowdhury A E. Fourth-harmonic generation via nonlinear diffraction in a 2D LiNbO₃ nonlinear photonic crystal from mid-IR ultrashort pulses[J]. Chinese Optics Letters, 2017, 15(5): 051901.
- [37] Ma B Q, Tian S H, Wang Y. Quasi-phase matching and Čerenkov radiation harmonics in nonlinear photonic crystals with fractal superlattices [J]. Chinese Journal of Lasers, 2016, 43(2): 0202007. 马博琴, 田少华, 王也. 分形超晶格非线性光子晶体中的准相位匹配和切伦科夫辐射谐波[J]. 中国激光, 2016, 43(2): 0202007.