

# 基于法布里-珀罗标准具的亚微米级位移测量方法

沈小燕<sup>1\*</sup>, 蓝旭辉<sup>1</sup>, 朱鹤年<sup>1,2</sup>, 孙志鹏<sup>1</sup>, 禹静<sup>1</sup>

<sup>1</sup>中国计量大学计量测试工程学院, 浙江 杭州 310018;

<sup>2</sup>清华大学物理系, 北京 100084

**摘要** 受限于面阵像元尺寸和细分技术, 利用面阵器件进行长度测量难以达到亚微米级。提出了一种基于法布里-珀罗(F-P)标准具多光束干涉成像原理的二维亚微米级位移测量方法, 通过计算同心干涉圆环圆心坐标变化量得到焦平面内的二维微位移。采用虚拟面阵像元细分和峰位坐标局域细分技术等处理面阵海量信息, 减小未定系统误差影响, 实现同心干涉圆环圆心坐标的准确求取。实验采用间隔约为 2 mm 的 F-P 标准具、焦距约为 50 mm 的光学透镜, 对焦平面内不同位置处的成像同心干涉圆环圆心进行计算, 测量范围基本可达到 3 mm。实验采用激光相调差动干涉仪进行位移比对测量, 在 34  $\mu\text{m}$  量程范围内, 测量结果的直线拟合标准差为  $0.0154w''$  ( $w''$  为相对像元间隔), 包含因子为 2.45 时扩展不确定度为  $0.036w''$ , 验证了该测量方法的准确性。

**关键词** 测量; 干涉测量法; 微位移; 法布里-珀罗标准具; 数理统计

中图分类号 O436

文献标识码 A

doi: 10.3788/CJL201946.1204002

## Submicron Displacement Measurement Method Based on Fabry-Perot Etalon

Shen Xiaoyan<sup>1\*</sup>, Lan Xuhui<sup>1</sup>, Zhu Henian<sup>1,2</sup>, Sun Zhipeng<sup>1</sup>, Yu Jing<sup>1</sup>

<sup>1</sup>College of Metrology & Measurement Engineering, China Jiliang University, Hangzhou, Zhejiang 310018, China;

<sup>2</sup>Department of Physics, Tsinghua University, Beijing 100084, China

**Abstract** When a length is measured using a plane array device, reaching submicron-level accuracy is difficult because of the limitation imposed by the pixel size of the plane array device and subdivision technique. Therefore, we propose a method for measuring two-dimensional submicron displacements based on the multibeam interference principle of the Fabry-Perot (F-P) etalon. A two-dimensional micro-displacement in the focal plane is obtained by calculating the variation of the center coordinate of a concentric interference ring. The virtual plane array pixel subdivision technique and peak-position coordinate local subdivision technology are used to process the massive information of the plane array. In this way, the influence of undetermined systematic error is reduced, which allows an accurate calculation of the center coordinate of the concentric interference ring. The experiment uses an F-P etalon with an interval of approximately 2 mm and a optical lens with focal length about 50 mm. The center of the imaging concentric interference ring is calculated at different positions in the focal plane. The results show that the measurement range can reach 3 mm. The experiment uses a laser phase-modulating homodyne interferometer for the comparison measurements. The results show that in the range of 34  $\mu\text{m}$ , the linear fitting standard deviation of the measured results is  $0.0154w''$  and the extended uncertainty is  $0.036w''$  when the coverage factor is 2.45, where  $w''$  is the relative pixel interval. These results confirm the accuracy of the measurement method.

**Key words** measurement; interferometry; micro-displacement; Fabry-Perot etalon; mathematical statistics

**OCIS codes** 120.3180; 120.2230; 120.3930; 120.3940

## 1 引 言

相比于传统的电容测微法、电感测微法, 光学微位移测量技术发展更为迅猛, 例如光栅细分测量法、

激光三角测距法、激光干涉法等, 已经得到广泛应用。光栅细分测量法测量准确度依赖于光栅蚀刻工艺和细分技术, 目前分辨率最高能达到亚纳米<sup>[1-3]</sup>; 激光三角测距法存在原理上的非线性, 同时受限于

收稿日期: 2019-07-04; 修回日期: 2019-08-01; 录用日期: 2019-08-19

基金项目: 国家自然科学基金面上项目(51875543)、国家自然科学基金青年基金(61605193)

\* E-mail: xyshen@cjlu.edu.cn

光电探测器件的像元间隔<sup>[4-5]</sup>；激光干涉法测量精度最高，如双频激光干涉仪的非线性误差可以达到 0.3 nm<sup>[6]</sup>，但是系统复杂、造价高。因此，一些新的光学测量原理和方法<sup>[7-10]</sup>还在被研究中，为微位移的测量提供更多的可能性。法布里-珀罗(F-P)干涉仪是一种经典光学仪器，可以用于微位移的测量，甚至是纳米级位移测量。Haitjema 等<sup>[11]</sup>研制的法布里-珀罗频率追踪装置可在 300 μm 范围内对传感器进行纳米精度校准；美国国家标准与技术研究院(NIST)的 Lawall 教授等<sup>[12]</sup>利用十分复杂的光路设计，研制了采用声光布拉格器件调谐的 F-P 激光干涉仪，在 50 mm 位移范围内测量标准不确定度达到 10 pm。2000 年以来德国联邦物理技术研究院(PTB)开展了 F-P 干涉仪位移测量研究，并与 X 射线干涉仪<sup>[13-15]</sup>进行比较，两者位移结果的一致性可达到亚纳米<sup>[16-17]</sup>。清华大学朱敏昊等<sup>[18]</sup>利用飞秒光频梳、外腔可调谐半导体激光器和 F-P 干涉仪建立了一套压电陶瓷亚纳米级闭环位移测量系统，在 4.8 μm 的测量范围内分辨率可达到 450 pm。上述文献利用 F-P 干涉特性结合激光技术实现纳米级位移测量，其测量原理主要是利用 F-P 谐振腔的调谐，将微位移的变化量转化为干涉

圆环峰位的频率变化，光路系统和控制系统都较为复杂。同时由于自身结构限制等原因，大部分 F-P 干涉仪位移测量技术只能在一个小范围内进行测量，且只能进行一维位移测量，二维位移测量需要两组测量光路及信号处理部件，系统更为复杂且造价高。本文基于 F-P 标准具多光束干涉成像光路，利用腔长固定的 F-P 标准具产生圆锥角规律已知的标准圆锥光束，运用虚拟面阵像元细分技术、峰位坐标局域细分技术等处理面阵上规模化信息，实现同心干涉圆环圆心坐标的准确求取，从而实现亚微米级位移测量。相比于其他位移测量方法，本文方法结构和原理简单，在较大测量范围内可同时实现二维亚微米的位移测量。

## 2 基于 F-P 标准具的微位移测量原理

基于 F-P 标准具的微位移测量原理图如图 1 所示<sup>[19]</sup>，汞光谱灯发出的光束经中心波长为 λ 的干涉滤光片后形成准单色光，准单色光经过透镜后进入腔长为 d 的 F-P 标准具，并在其出射面上产生一系列圆锥角为 θ<sub>i</sub> 的标准圆锥光束，其中 i 为圆环序号。圆锥光束经过焦距为 f 的成像透镜后在其焦平面上产生同心干涉圆环，由面阵器件采集。

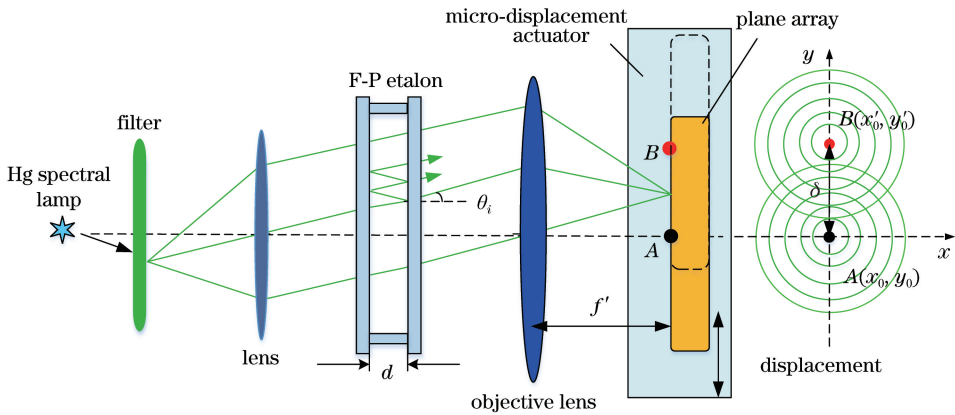


图 1 基于 F-P 标准具的微位移测量原理图

Fig. 1 Schematic of micro-displacement measurement based on F-P etalon

当面阵器件在焦平面内移动时，同心干涉圆环在面阵器件上的相对位置就会发生改变，设位移变化量为 δ，则有

$$\delta = \sqrt{(x'_0 - x_0)^2 + (y'_0 - y_0)^2}, \quad (1)$$

式中： $(x_0, y_0)$ 和 $(x'_0, y'_0)$ 分别为同心干涉圆环圆心位移变化前后的位置坐标  $A(x_0, y_0)$ 和  $B(x'_0, y'_0)$ 。可见，位移量 δ 的准确测量主要取决于同心干涉圆环圆心坐标的准确度，而实际测量中圆心准确度会受到成像透镜焦距值，面阵器件偏离焦平面，面阵器

件像元几何尺寸的随机性误差，面阵像元海量数据信息的选取方法，圆环峰位点准确求取方法及圆心算法的选择等的影响。因此提取面阵器件的同心圆环干涉信息后，需对同心干涉圆环数据进行有效处理。微位移测量中对同心干涉圆环数据的处理流程图如图 2 所示，具体步骤包括：1)提取有效圆环，是以近似圆心点为中心由内向外截取若干个(实验表明选取 10~15 比较合适)圆环作为有效像元信息，舍弃无用数据点；2)虚拟像元细分，对有效像元信息

进行斜 45° 旋转和内插细分, 提高细分后像元数量, 并减小随着像元位置不同而具有一定随机性的系统误差分量的影响; 3) 计算圆环峰位坐标, 对细分后的虚拟像元  $x'$  和  $y'$  坐标轴上的每条近似直径两侧取若干条平行线, 利用局域多元回归的方法求出每条平行线与各圆环相交的峰位坐标信息; 4) 最优圆环选取, 选择峰位坐标标准差平均值最小的圆环作为测量用的最优圆环; 5) 准确求取圆心坐标, 利用该最优圆环的峰位坐标计算圆心坐标值。文献[20]也通过同心干涉圆环的规模化数据处理实现焦距的测量, 但在具体处理中, 本流程的区别在于不需要利用圆方程回归计算若干个圆环直径, 而是选取单个最优圆环后利用统计平均思想完成同心干涉圆环圆心坐标的准确求取。

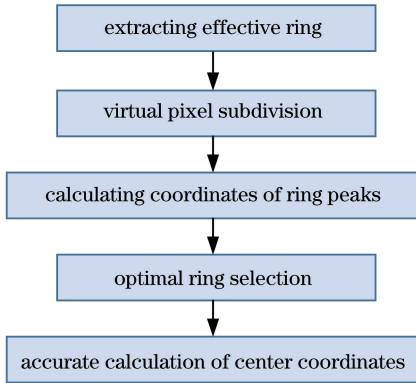


图 2 同心干涉圆环数据处理流程图

Fig. 2 Processing flow chart of concentric interference ring data

### 3 同心干涉圆环数据处理中的具体实现方法

按照图 2 所述数据处理流程对面阵器件上的同心干涉圆环数据进行处理。如图 3 所示, 首先构建分别平行于面阵矩形相邻两条边线方向的  $x$  轴和  $y$  轴。45° 旋转坐标系后, 再构建与面阵矩形的相邻两条边线方向成 45° 角的  $x'$  轴和  $y'$  轴, 然后进行内插细分与信号平滑化处理, 构建虚拟子像元<sup>[20]</sup>。对于每个二维像元或者相邻连接在一起的 4 个二维像元分别内插构建子像元并计算子像元的光电信号值, 内插细分与信号平滑化后的虚拟子像元的光电信号依据内插细分与信号平滑化前的相近像元的光电信号值计算, 实现对光电信号的平滑化处理, 从而减小各像元等效几何中心坐标偏离误差及光电转换率误差的影响。细分后像元间隔  $w' = w/\sqrt{2}$ , 像素数变为原来的 2 倍,  $w$  表示面阵成像器件中相邻像元间

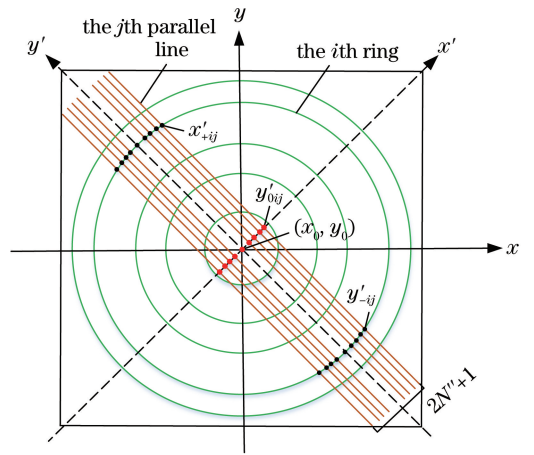


图 3 面阵同心干涉圆环坐标系示意图

Fig. 3 Diagram of plane array concentric interference ring coordinate system

隔的平均值。

#### 3.1 圆环峰位坐标计算方法

细分后在每条近似直径两侧各建立  $N''$  条平行线,  $N''$  是正整数, 如图 3 所示。则平行于  $x'$  轴或  $y'$  轴方向上的  $2N''+1$  条平行线与每个圆环相交共形成  $8N''+4$  个小线段, 利用这些小线段基于局域多元回归方法可以准确求出峰位坐标点位信息。以图 3 中平行于  $y'$  轴的第  $j$  条平行线与第  $i$  个圆环在  $x'$  轴上方相交的一个小线段为例,  $y'_{+ij}$  为该包含  $m$  个连续虚拟子像元的宽会聚光束线段的等效中心极值点位, 峰位线段处光电信号值  $I_u$  分布图如图 4 所示。准确获得该等效中心极值点位信息需要经过以下步骤<sup>[21]</sup>。首先, 记像元信号峰值为  $I_M$ , 作阈值为  $I_M/3$  的截尾处理, 保留含峰值在内的两侧 12 个左右连续像元。其次, 以这些像元信号  $I_u$  的函数  $Z_u = (I_M/I_u) - 1$  为因变量、以像元序号  $u$  及其平方  $u^2$  为自变量作二次回归。由于  $Z_u$  的标准差估值变动大, 采用加权二次回归,  $Z_u$  的回归方程为:

$$\sqrt{w_u^*} Z_u = \alpha_0 \sqrt{w_u^*} + \alpha_1 (u \sqrt{w_u^*}) + \alpha_2 (u^2 \sqrt{w_u^*}),$$

其中  $\sqrt{w_u^*}$  为相对权因子,  $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2$  分别为常数项、一次项、二次项的系数。最后, 求出细分后极值点位坐标  $y'_{+ij} = -\alpha_1 / (2\alpha_2)$  及其标准差  $S_{y'_{+ij}}$ 。

#### 3.2 圆心坐标准确求取方法

获得  $8N''+4$  个峰位点后, 每条平行线与同一个圆环相交的两个峰位坐标的平均值就是该方向上的一个圆心坐标的估计值。计算出每个圆环分别沿  $x'$  轴和  $y'$  轴方向的各  $2N''+1$  个圆心坐标估计值的平均值, 其可作为该圆环的圆心坐标。

以  $y'$  轴方向为例: 如图 3 所示, 找出平行于  $y'$

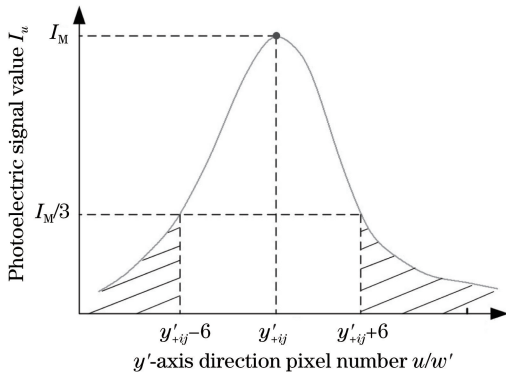


图 4 峰位线段处光电信号分布图

Fig. 4 Photoelectric signal distribution of line segment at peak position

轴的第  $j$  条平行线与第  $i$  个圆环在  $x'$  轴上下方各相交产生的一个小线段,然后计算出上方小线段的峰位坐标  $y'_{+ij}$  及其标准差  $S_{y'_{+ij}}$  和下方小线段的峰位坐标  $y'_{-ij}$  及其标准差  $S_{y'_{-ij}}$ 。则第  $i$  个圆环在第  $j$  条平行线上的圆心坐标  $y'_{0ij}$  及其标准差  $S_{y'_{0ij}}$  可以表示为

$$y'_{0ij} = (y'_{+ij} + y'_{-ij}) / 2, \quad (2)$$

$$S_{y'_{0ij}} = \sqrt{(S_{y'_{+ij}})^2 + (S_{y'_{-ij}})^2} / 2. \quad (3)$$

对第  $i$  个圆与所有  $2N'' + 1$  条平行线相交后计算获得的圆心坐标  $y'_{0ij}$  作等权平均,获得等权平均值  $\bar{y}'_{0i}$  及标准差  $S_{\bar{y}'_{0i}}$  为

$$\bar{y}'_{0i} = \sum_j y'_{0ij} / (2N'' + 1), \quad (4)$$

$$S_{\bar{y}'_{0i}} = \sqrt{\sum_j (y'_{0ij} - \bar{y}'_{0i})^2 / [2N''(2N'' + 1)]}. \quad (5)$$

对第  $i$  个圆与所有  $2N'' + 1$  条平行线相交后计算获得的圆心坐标  $y'_{0ij}$  及其标准差  $S_{y'_{0ij}}$  作加权平均,获得加权平均值  $\bar{y}'_{0i}^*$  为

$$\bar{y}'_{0i}^* = \frac{\sum_j [y'_{0ij} / (S_{y'_{0ij}})^2]}{\sum_k [1 / (S_{y'_{0ij}})^2]}. \quad (6)$$

然后根据加权平均值  $\bar{y}'_{0i}^*$ ,再运用文献[22]中的方法计算求得加权平均值的组内平均标准差  $S_{\text{int}}$  和组外平均标准差  $S_{\text{ext}}$ 。取等权均值标准差  $S_{\bar{y}'_{0i}}$ 、组内平均标准差  $S_{\text{int}}$  和组外平均标准差  $S_{\text{ext}}$  中的最大者,作为第  $i$  个圆环的圆心坐标在  $y'$  轴方向上坐标的标准差  $S_{y'_{0i}}$ ,即

$$S_{y'_{0i}} = \max(S_{\bar{y}'_{0i}}, S_{\text{int}}, S_{\text{ext}}). \quad (7)$$

由于大量实验数据表明本方法中  $|\bar{y}'_{0i}^* - \bar{y}'_{0i}| < 0.3S_{\text{ext}}$ ,则第  $i$  个圆环沿  $y'$  方向的圆心坐标值取等

权平均值  $\bar{y}'_{0i}$  和加权平均值  $\bar{y}'_{0i}^*$  的均值:

$$y'_{0i} = (\bar{y}'_{0i}^* + \bar{y}'_{0i}) / 2. \quad (8)$$

最后计算出第  $i$  个圆环位移前后的圆心坐标值  $(x_0, y_0)$  和  $(x'_0, y'_0)$ ,根据(1)式计算出圆心坐标位移量  $\delta$ ,并计算出位移标准差  $S_\delta$ :

$$S_\delta = \sqrt{\left(\frac{y'_0 - y_0}{\delta}\right)^2 \cdot (S_{y'_0}^2 + S_{y_0}^2) + \left(\frac{x'_0 - x_0}{\delta}\right)^2 \cdot (S_{x'_0}^2 + S_{x_0}^2)}. \quad (9)$$

## 4 微位移测量实验与结果分析

### 4.1 微位移测量实验装置

依照图 1 搭建实验光路,实验装置图如图 5 所示。选用汞光谱灯作为发光光源。光线经过中心波长为  $\lambda \approx 546 \text{ nm}$  的滤光片后形成准单色光,再经透镜后进入腔长  $d \approx 2 \text{ mm}$  的 F-P 标准具,在标准具的出射面上形成圆锥角  $\theta_i$  规律准确已知的系列标准圆锥光束。成像物镜使用 OLYMPUS 公司生产的焦距  $f' \approx 50 \text{ mm}$  的定焦镜头,利用 OLYMPUS 公司的 PEN-F 型成品相机采集成像在透射物镜焦平面上的同心干涉圆环。面阵尺寸为  $17.4 \text{ mm} \times 13.0 \text{ mm}$ ,像元数为  $10368 \times 7666$ ,面阵的平均像元尺寸约为  $1.675 \mu\text{m}$ 。透射物镜与面阵器件分开固定,利用  $45^\circ$  固定块将面阵器件固定在 AEROTECH 位移平台上,沿垂直于 F-P 光轴方向即图 5 中  $x'$  方向运动。同时再经过细分过程中  $45^\circ$  坐标轴变化及细分处理,使计算时只需计算面阵器件单个方向(即  $y'$  方向)上的位移量,以提高位移测量准确度。

实验光路搭建完成后,调整各仪器共轴,并使光线均匀地进入 F-P 标准具的前表面。位移平台带动面阵器件沿  $z$  轴方向运动时完成调焦过程,找到成像较优的调焦位置。同时保证用于测量的圆环细度在 20 左右以实现同心干涉圆环圆心坐标的准确求取。利用位移平台沿  $x'$  方向运动使面阵器件产生位移变化,拍摄移动前后的同心干涉圆环图像。采集到的同心干涉圆环图像如图 6 所示,其中图 6(a)是包含原始数据的同心干涉圆环图像,用于后续圆心坐标的计算,图 6(b)是为了方便观察而提高亮度的同心干涉圆环图像。

### 4.2 3 mm 范围内圆心精密验证实验

依据同心干涉圆环在面阵器件上的成像位置,在面阵尺寸确定且保证能够采集到足够多数量的圆



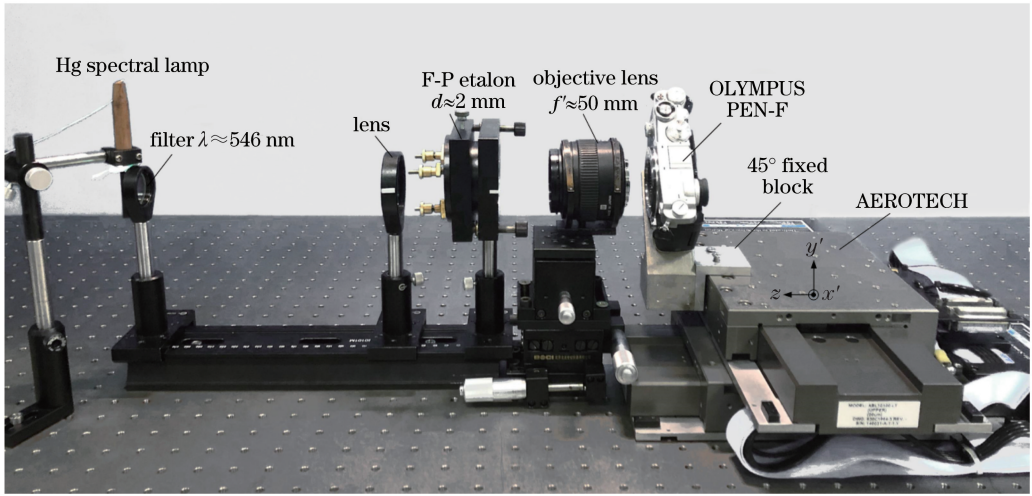


图 5 基于 F-P 标准具的二维微位移测量实验装置

Fig. 5 Experimental device of two-dimensional micro-displacement measurement based on F-P etalon

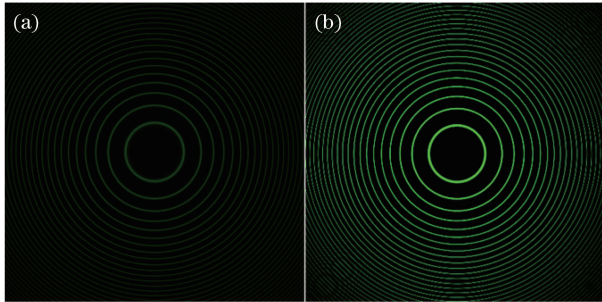


图 6 同心干涉圆环图像。(a)原始同心干涉圆环图像；  
(b)高亮度同心干涉圆环图像

Fig. 6 Concentric interference ring images. (a) Original concentric interference ring image; (b) concentric interference ring image with high brightness

环情况下获得一个大致的测量范围。移动面阵器件使同心干涉圆环成像在该大致范围的一端，控制移动平台沿  $x'$  方向向另一端分别移动 1, 2, 3 mm，对这 4 个位置处成像的同心干涉圆环图像以 30 s 等时间间隔进行多次重复测量。计算时取  $2N'' + 1 = 51$  条垂线，根据 3.1 节中的所述步骤计算初始位置处第 1 张图像上各圆环与这些垂线相交的 204 个峰位坐标与峰位坐标标准差。找出峰位坐标标准差平均值最小的圆环作为后续的位移测量圆环，其中 7~16 环的峰位坐标标准差如表 1 所示。计算时，间隔为  $w'$  的相邻子像元之间坐标间隔相对值设置为 0.5，则坐标间隔为 1 时相对单位  $w'' = 2w' = \sqrt{2}w$ 。

根据表 1 的计算结果，选取第 9 环作为后续的位移测量圆环。利用(2)~(8)式计算出 4 个位置处多张圆环图像第 9 环的圆心坐标及其标准差，最终得到 3 mm 内不同位置处圆心坐标标准差的计算结果如表 2 所示，其中  $n$  为变量组数。

表 1 7~16 环的峰位坐标标准差

Table 1 Standard deviation of coordinate at peak position of each ring (No. 7-16)

Ring No.	$\bar{S}y_{+ij} / w''$	$\bar{S}y'_{-ij} / w''$	$\bar{S}x_{+ij} / w''$	$\bar{S}x_{-ij} / w''$	Average value / $w''$
7	0.026	0.031	0.023	0.038	0.030
8	0.027	0.025	0.034	0.038	0.031
9	0.023	0.024	0.032	0.034	0.028
10	0.024	0.025	0.031	0.036	0.029
11	0.025	0.026	0.037	0.032	0.030
12	0.026	0.030	0.037	0.032	0.031
13	0.031	0.037	0.021	0.033	0.031
14	0.027	0.058	0.033	0.026	0.036
15	0.027	0.066	0.042	0.030	0.041
16	0.027	0.071	0.035	0.036	0.042

表 2 3 mm 内不同位置处圆心坐标标准差

Table 2 Standard deviation of center coordinates at different positions within 3 mm

Number $n$	Axis	Initial position	Moving position / 1 mm	Moving position / 2 mm	Moving position / 3 mm
		$w''$	$w''$	$w''$	$w''$
1	$x'$	0.0017	0.0020	0.0019	0.0026
	$y'$	0.0022	0.0022	0.0021	0.0019
2	$x'$	0.0016	0.0022	0.0027	0.0024
	$y'$	0.0020	0.0020	0.0018	0.0021
3	$x'$	0.0022	0.0021	0.0023	0.0031
	$y'$	0.0023	0.0022	0.0018	0.0020
4	$x'$	0.0019	0.0023	0.0019	0.0026
	$y'$	0.0024	0.0021	0.0020	0.0019
5	$x'$	0.0019	0.0022	0.0021	0.0026
	$y'$	0.0021	0.0024	0.0021	0.0021

从表 2 可以看出,3 mm 内 4 个不同位置处多张图像的圆心坐标标准差都为  $0.002\mu''$  左右,考虑面阵器件偏离焦平面,面阵温度分布不均衡引起的偏差,成像透镜像差及 F-P 标准具相位延迟等其他影响因素,将圆心坐标重复性标准差放大到  $0.008\mu'' \approx 19 \text{ nm}$ 。说明在保证有足够多圆环且成像清晰的基础上,3 mm 的范围内同心干涉圆环圆心坐标的标准差优于 19 nm。从而基本可以推断出该位移测量方法的量程范围优于 3 mm。

### 4.3 微位移线性度比对实验及结果分析

基于 F-P 标准具的微位移测量系统线性度比对实验装置图如图 7 所示,将 PEN-F 相机和激光相调差动干涉仪配套用的反射镜同时固定在 PI 公司生产的 UPS-150 位移平台上,由于线性度比对时在一维方向上进行比对即可,实验中将相机水平固定。UPS-150 位移平台带动相机和反射镜沿垂直于 F-P 成像系统光轴方向运动,最终面阵器件的位移量通过反射镜的移动由浙江理工大学的激光相调差动干涉仪给出<sup>[23]</sup>。

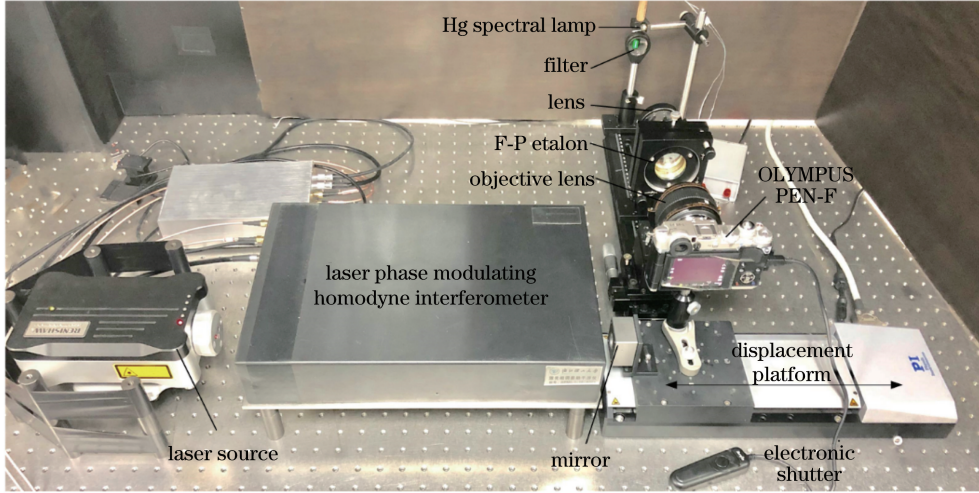


图 7 基于 F-P 标准具的微位移测量系统线性度比对实验装置图

Fig. 7 Experimental device diagram for linearity comparison of micro-displacement measuring system based on F-P etalon

实验时保持恒温条件( $21 \text{ }^\circ\text{C}$ )。位移平台以  $5 \mu\text{m}$  为步距移动,每移动 1 个距离同时记录下同心干涉圆环照片和激光相调差动干涉仪的示值。计算

出 8 张图像第 14 环的圆心坐标值及其标准差(此时第 14 环的峰位坐标标准差平均值最小),结果如表 3 所示。

表 3 8 张第 14 环的圆心坐标值及其标准差

Table 3 Center coordinates of the 14th ring of eight pictures and their standard deviation

$n$	1	2	3	4	5	6	7	8
$\bar{y}_0'$	$12.899\mu''$	$11.485\mu''$	$9.893\mu''$	$8.401\mu''$	$6.674\mu''$	$5.124\mu''$	$3.566\mu''$	$2.058\mu''$
$\bar{y}_{0i}^*$	$12.896\mu''$	$11.494\mu''$	$9.899\mu''$	$8.405\mu''$	$6.677\mu''$	$5.128\mu''$	$3.567\mu''$	$2.054\mu''$
$S_{\bar{y}_{0i}}$	$0.0017\mu''$	$0.002\mu''$	$0.0013\mu''$	$0.0016\mu''$	$0.0012\mu''$	$0.0015\mu''$	$0.0014\mu''$	$0.0011\mu''$
$S_{\text{int}}$	$0.0038\mu''$	$0.0042\mu''$	$0.0031\mu''$	$0.0044\mu''$	$0.0036\mu''$	$0.0042\mu''$	$0.0041\mu''$	$0.0030\mu''$
$S_{\text{ext}}$	$0.0028\mu''$	$0.0033\mu''$	$0.0032\mu''$	$0.0031\mu''$	$0.0030\mu''$	$0.0028\mu''$	$0.0030\mu''$	$0.0032\mu''$
$S_{\bar{y}_{0i}'}$	$0.0038\mu''$	$0.0042\mu''$	$0.0032\mu''$	$0.0044\mu''$	$0.0036\mu''$	$0.0042\mu''$	$0.0041\mu''$	$0.0030\mu''$
$\bar{x}_0'$	$14.597\mu''$	$16.267\mu''$	$17.673\mu''$	$19.252\mu''$	$20.597\mu''$	$22.107\mu''$	$23.580\mu''$	$25.138\mu''$
$\bar{x}_{0i}^*$	$14.597\mu''$	$16.267\mu''$	$17.674\mu''$	$19.252\mu''$	$20.596\mu''$	$22.107\mu''$	$23.579\mu''$	$25.138\mu''$
$S_{\bar{x}_{0i}'}$	$0.0004\mu''$	$0.0006\mu''$	$0.0005\mu''$	$0.0005\mu''$	$0.0005\mu''$	$0.0004\mu''$	$0.0003\mu''$	$0.0003\mu''$
$S_{\text{ext}}$	$0.0012\mu''$	$0.0016\mu''$	$0.0014\mu''$	$0.0013\mu''$	$0.0014\mu''$	$0.0011\mu''$	$0.0007\mu''$	$0.0009\mu''$
$S_{\text{int}}$	$0.0029\mu''$	$0.004\mu''$	$0.0031\mu''$	$0.0039\mu''$	$0.0036\mu''$	$0.0035\mu''$	$0.0029\mu''$	$0.0036\mu''$
$S_{\bar{x}_{0i}''}$	$0.0029\mu''$	$0.004\mu''$	$0.0031\mu''$	$0.0039\mu''$	$0.0036\mu''$	$0.0035\mu''$	$0.0029\mu''$	$0.0036\mu''$

干涉圆环不同位置处的圆心坐标信息、圆心位移量结果及干涉仪示值如表 4 所示。

以激光相调差动干涉仪示值为自变量,以本方案的测量装置计算后所得位移值  $\delta$  为因变量作直线

拟合,计算出拟合直线的斜率  $b_1$  和截距  $b_0$ ,同时给出斜率标准差  $S_{b_1}$ 、截距标准差  $S_{b_0}$ 、斜率  $b_1$  与截距  $b_0$  的相关系数  $r$ ,以及直线拟合因变量标准差  $S_{y'}$ 。最终得到不同位置处圆心位移量与干涉仪示值拟合

表 4 不同位置处的圆心坐标信息、圆心位移量结果及干涉仪示值

Table 4 Center coordinate information, center shifts, and interferometer indication values at different positions

$n$	$(x_0, y_0)/\omega''$	$\delta/\omega''$	$S_\delta/\omega''$	Interferometer indication /nm
1	(14.597, 12.897)	0	0	4794.20
2	(16.267, 11.490)	2.184	0.0052	9782.72
3	(17.673, 9.896)	4.298	0.0046	14772.23
4	(19.252, 8.403)	6.471	0.0053	19756.09
5	(20.596, 6.676)	8.643	0.0049	24727.58
6	(22.107, 5.126)	10.807	0.0052	29717.13
7	(23.579, 3.566)	12.952	0.0049	34709.35
8	(25.138, 2.056)	15.121	0.0048	39701.36

直线如图 8 所示。

则截距  $b_0$  与斜率  $b_1$  之比的相对标准差  $S_{b_0/b_1}/(b_0/b_1)$  为

$$\frac{S_{b_0/b_1}}{(b_0/b_1)} = \sqrt{\left(\frac{S_{b_0}}{b_0}\right)^2 + \left(\frac{S_{b_1}}{b_1}\right)^2 - 2r\left(\frac{S_{b_0}}{b_0}\right)\left(\frac{S_{b_1}}{b_1}\right)} \quad (10)$$

利用求出的因变量标准差  $S_y$  则可以将因变量的扩展不确定度  $U_{y'}^{[22]}$  表示为

$$U_{y'}^{[22]} \approx t_{v=n-2} S_y \sqrt{\frac{3}{4} + \frac{1}{n} + \frac{|x' - \bar{x}|_{\max}^2}{\sum_a (x_a - \bar{x})^2}} \quad (11)$$

表 5 拟合直线各评价参数的计算结果

Table 5 Calculation results of evaluation parameters of fitting straight line

Parameter	$S_{b_1}/(\omega'' \cdot \text{nm}^{-1})$	$S_{b_0}/\omega''$	$\frac{S_{b_0/b_1}}{(b_0/b_1)}$	$r^2$	$S_y/\omega''$	$U_{y'}^{[22]}/\omega''$	$U_{Lr}/\%$
Value	$4.8 \times 10^{-7}$	0.012	$6.9 \times 10^{-3}$	1	0.016	0.041	0.27

从表 5 可以看出,在干涉仪  $34 \mu\text{m}$  的行程范围内,直线拟合因变量的标准差  $S_y = 0.016\omega'' \approx 37 \text{ nm}$ ,  $t = 2.45$  时其扩展不确定度为  $U_{y'}^{[22]} = 0.041\omega'' \approx 98 \text{ nm}$ ,拟合直线的非线性相对误差限  $U_{Lr}$  为  $0.27\%$ ,  $S_{b_0/b_1}/(b_0/b_1)$  在  $0.7\%$  左右,证明了两个位移测量结果线性强相关,验证了在  $34 \mu\text{m}$  量程内该位移测量方法的准确性。

实验过程中由仪器摆放问题所产生的阿贝误差及面阵基片的线膨胀系数等会造成圆心坐标的偏移,产生较大的系统误差,从而使得上述数据中单组圆心标准差会出现无规则跳变。后续在严格控制阿贝误差的影响下,对面阵像元间距  $\omega$  作校准测量,能够使面阵等效平均温度的控制误差限在  $\pm 1 \text{ }^\circ\text{C}$  之内,进而在  $3 \text{ mm}$  测量范围内的扩展不确定度有望小于  $60 \text{ nm}$ 。

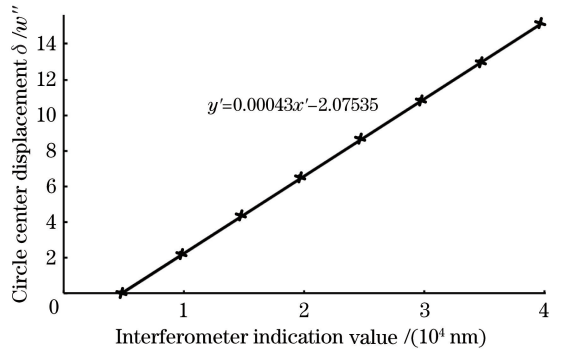


图 8 不同位置处圆心位移量与干涉仪示值拟合直线  
Fig. 8 Fitting straight line of center displacements at different positions and interferometer indication values

式中:  $x_a$  为各测量点因变量的测量值,  $\bar{x}$  为测量点  $x_a$  的平均值,  $a$  是各测量点的序号,  $|x' - \bar{x}|_{\max}^2$  为测量区间内任意自变量  $x'$  与  $\bar{x}$  之差绝对值的最大值, 变量组数  $n=8$ , 自由度  $v=6$ , 则  $t$  因子为  $2.45$ 。求出  $U_{y'}^{[22]}$  后, 可以将拟合直线的非线性相对误差限  $U_{Lr}$  表示为

$$U_{Lr} = \frac{U_{y'}^{[22]}}{y'_{\max} - y'_{\min}} \quad (12)$$

式中:  $y'_{\max}$  为测量区间内因变量的最大值,  $y'_{\min}$  为测量区间内因变量的最小值。最终拟合直线各评价参数的计算结果如表 5 所示。

## 5 结 论

利用由腔长固定的 F-P 标准具产生的标准圆锥光束作为测量光束, 实现了二维亚微米级位移测量。通过与激光相调差动干涉仪进行比对, 测得在  $34 \mu\text{m}$  的测量范围内非线性相对误差限为  $0.27\%$ , 直线拟合的因变量标准差  $S_y = 0.0156\omega'' \approx 37 \text{ nm}$ , 且其扩展不确定度  $U_{y'}^{[22]} = 0.041\omega'' \approx 98 \text{ nm}$ 。同时, 通过实验对  $3 \text{ mm}$  内不同位置处的同心干涉圆环圆心标准差进行比较, 从而基本可以推断出利用腔长固定的 F-P 标准具在  $3 \text{ mm}$  的量程范围内可以实现亚微米级位移测量。后续在减小阿贝误差的同时对面阵像元间距  $\omega$  作校准测量并进行局部控温, 进而在  $3 \text{ mm}$  测量范围内实现扩展不确定度小于  $60 \text{ nm}$ 。与传统的 F-P 干涉仪及其他位移测量方法相比, 该微位移测量方法具有结构简单、量程范围大



等优点,同时也能完成二维亚微米的位移测量。

## 参 考 文 献

- [1] Kimura A, Wei G, Arai Y, *et al.* Design and construction of a two-degree-of-freedom linear encoder for nanometric measurement of stage position and straightness[J]. Precision Engineering, 2010, 34(1): 145-155.
- [2] Kimura A, Gao W, Kim W, *et al.* A sub-nanometric three-axis surface encoder with short-period planar gratings for stage motion measurement[J]. Precision Engineering, 2012, 36(4): 576-585.
- [3] Lee J Y, Chen H Y, Hsu C C, *et al.* Optical heterodyne grating interferometry for displacement measurement with subnanometric resolution [J]. Sensors and Actuators A: Physical, 2007, 137(1): 185-191.
- [4] Sun J H, Zhang J, Liu Z, *et al.* A vision measurement model of laser displacement sensor and its calibration method [J]. Optics and Lasers in Engineering, 2013, 51(12): 1344-1352.
- [5] Zhang J, Sun J H, Liu Z, *et al.* A flexible calibration method for laser displacement sensors based on a stereo-target [J]. Measurement Science and Technology, 2014, 25(10): 105103.
- [6] Yang Y, Deng Y, Tan Y D, *et al.* Nonlinear error analysis and experimental measurement of Birefringence-Zeeman dual-frequency laser interferometer [J]. Optics Communications, 2019, 436: 264-268.
- [7] Wang Z X, Ji C, Wang J, *et al.* Precision displacement measurement with nanometer resolution based on transmissive laser air-wedge interference [J]. Chinese Journal of Lasers, 2019, 46(9): 0904006.  
王子轩, 冀聪, 王晶, 等. 基于透射式激光空气干涉的纳米分辨率精密位移测量[J]. 中国激光, 2019, 46(9): 0904006.
- [8] Ge P X, Ye P, Li G H. Application of digital image correlation method based on genetic algorithm in micro-displacement measurement [J]. Acta Optica Sinica, 2018, 38(6): 0612006.  
葛朋祥, 叶沛, 李桂华. 基于遗传算法的数字图像相关法在微位移测量中的应用 [J]. 光学学报, 2018, 38(6): 0612006.
- [9] Ya'akovovitz A, Krylov S, Hanein Y. Nanoscale displacement measurement of electrostatically actuated micro-devices using optical microscopy and digital image correlation [J]. Sensors and Actuators A: Physical, 2010, 162(1): 1-7.
- [10] Wei Y, Su Y D, Liu C L, *et al.* Micro-displacement optical fiber sensor based on surface plasmon resonance [J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2018, 55(4): 040606.  
魏勇, 苏于东, 刘春兰, 等. 基于表面等离子体共振的微位移光纤传感器 [J]. 激光与光电子学进展, 2018, 55(4): 040606.
- [11] Haitjema H, Schellekens J, Wetzels L. Calibration of displacement sensors up to 300  $\mu\text{m}$  with nanometre accuracy and direct traceability to a primary standard of length [J]. Metrologia, 2000, 37(1): 25-33.
- [12] Lawall J, Kessler E. Michelson interferometry with 10 pm accuracy [J]. Review of Scientific Instruments, 2000, 71(7): 2669-2676.
- [13] Niwa Y, Arai K, Ueda A, *et al.* Long-term stabilization of a heterodyne metrology interferometer down to a noise level of 20 pm over an hour [J]. Applied Optics, 2009, 48(32): 6105-6110.
- [14] Yacoot A, Downs M J. The use of X-ray interferometry to investigate the linearity of the NPL differential plane mirror optical interferometer [J]. Measurement Science and Technology, 2000, 11(8): 1126-1130.
- [15] Basile G, Becker P, Bergamin A, *et al.* Combined optical and X-ray interferometry for high-precision dimensional metrology [J]. Proceedings of the Royal Society of London Series A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences, 2000, 456(1995): 701-729.
- [16] Hechenblaikner G. Measurement of the absolute wavefront curvature radius in a heterodyne interferometer [J]. Journal of the Optical Society of America A, 2010, 27(9): 2078-2083.
- [17] de Vine G, Rabeling D S, Slagmolen B J J, *et al.* Picometer level displacement metrology with digitally enhanced heterodyne interferometry [J]. Optics Express, 2009, 17(2): 828-837.
- [18] Zhu M H, Wu X J, Wei H Y, *et al.* Closed-loop displacement control system for piezoelectric transducer based on optical frequency comb [J]. Acta Physica Sinica, 2013, 62(7): 070702.  
朱敏昊, 吴学健, 尉昊赞, 等. 基于飞秒光频梳的压电陶瓷闭环位移控制系统 [J]. 物理学报, 2013, 62(7): 070702.
- [19] Born M, Wolf E. Principles of optics [M]. Yang J S, Transl. 7th ed. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2009: 338-369.  
马科斯·玻恩, 埃米尔·沃耳夫. 光学原理 [M]. 杨葭荪, 译. 7 版. 北京: 电子工业出版社, 2009: 338-369.
- [20] Shen X Y, Sun Z P, Hu J C, *et al.* Method for measuring focal length of transmission objective lens



- based on F-P etalon[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2018, 39(5): 1-8.
- 沈小燕, 孙志鹏, 胡佳成, 等. 基于 F-P 标准具的透射物镜焦距测量方法[J]. 仪器仪表学报, 2018, 39(5): 1-8.
- [21] Zhu H N, Xiao Z G, Chen Q, *et al.* A Fabry-Perot etalon method for measuring focal length and rotation angle: 201510217472.7[P]. 2016-11-09.
- 朱鹤年, 肖志刚, 陈强, 等. 一种用法布里-珀罗标准具测量焦距和转角的方法: 201510217472.7[P]. 2016-11-09.
- [22] Zhu H N. Lecture on new concept basic physics experiment[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2013: 18-48.
- 朱鹤年. 新概念基础物理实验讲义[M]. 北京: 清华大学出版社, 2013: 18-48.
- [23] Yan L P, Chen Z Q, Chen B Y, *et al.* Precision PGC demodulation for homodyne interferometer modulated with a combined sinusoidal and triangular signal[J]. Optics Express, 2018, 26(4): 4818-4831.